

GEOMETRY OF A TWO-COMPONENT ROTATING MAGNETIC FIELD

Angel Zabchev, Romeo Alexandrov

University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski”, 1700 Sofia, E-mail: angel.zabchev@mgu.bg

ABSTRACT. This paper presents a mathematical model of a composite rotating magnetic field whose plane of rotation can be oriented in space. The field is induced by two rotating magnetic field inductors with mutually perpendicular planes of rotation.

Keywords: 3D rotating magnetic field, orthogonal inductors, gimbal suspension.

ГЕОМЕТРИЯ НА ДВУСЪСТАВНО ВЪРТЯЩО СЕ МАГНИТНО ПОЛЕ

Ангел Зъбчев, Ромео Александров

Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, София 1700

Резюме: Разглежда се математически модел на съставно въртящо се магнитно поле, чиято равнина на въртене може да се ориентира в пространството. Индуцира се от два индуктора на въртящи се магнитни полета, чиито равнини на въртене са взаимно перпендикулярни.

Ключови думи: въртящо се магнитно поле в тримерното пространство, ортогонални индуктори, карданно окачване.

Увод

Магнитните полета намират широко приложение в множество направления на човешката дейност. Те служат за безконтактно въздействие в системи с коренно различни мащаби. В Alsangur, R., et al. (2023) се разглежда проектирането на мехатронна система с 3D бобини на Хелмхолц за измерване на топлинната проводимост на магнитни нанофлуиди. Друго приложение се изследва в Chen, R. et al. (2022), където се сравняват електромагнитни системи за управление на медицински микророботи за минимално инвазивната хирургия. Също с медицински цели в Atokrane, W., et al. (2020) експериментално се изследва прототип на магнитен изпълнителен механизъм (актуатор) за навигация на магнитни микрочастици с оптимизирани характеристики. Разработката на Vyskocil J. et al. (2020) представя „ходещи“ микромашини, които се движат напречно в магнитно поле. Използват се, като микророботизирани скалпели. В работата на Barbot, A. et al. (2016) е представен спирален микроробот с три различни движения - търкаляне, въртене и плуване. Това позволява на задвижването да има триизмерна маневреност. Подобряване на производителността на медицински микророботи чрез електрическа оптимизация, базирана на нова подредба на магнитната навигационна система е предложена в Kim, S. et al. (2022). Постига се магнитно поле, което се характеризира с по-голяма сила и с по-малко ограничения в тримерното пространство. Иновативна система за тримерно (3D) управление на магнитни микророботи чрез стандартен набор от Хелмхолцови бобини е представена в Ramos-Sebastian, A. and Kim S.H. (2021). Третата двойка бобини се захранва от независим източник, така се постига ефективно трансляционно и ротационно движение. Могат да се създават, както хомогенни магнитни полета, които са ориентирани в пространството, така и такива с градиент.

Друго направление за използване на магнитно поле, което е ориентирано в пространството, е в системите за безжичен пренос на енергия. Статията на Jayathurathnage, P. et al. (2019) представя всепосочна система за безжичен

пренос на енергия, която е изградена от три ортогонални двойки предавател – ретранслатор и една приемаща бобина. Мощността се регулира автоматично в зависимост от взаимната индуктивност между приемника и двойката предавател–ретранслатор. Предложеният подход позволява на приемника да работи независимо от пространствената си ориентация с равномерна мощност и висока ефективност. В друго изследване за реализиране на всепосочен безжичен пренос на енергия е предложен триизмерен метод за модулация на въртящо се магнитно поле (Mo, Y. et al. 2022). Той се базира на управление чрез фазово изместване. Използва се само плосък приемник с една намотка. Предложеният метод не изисква да открива ориентацията на приемащата намотка.

Технологичното приложение в промишлени мащаби също се изследва. Силовото въздействие на въртящо се магнитно поле върху феромагнитни частици в индустриални реактори се анализира в Polishchikov, H. and Zhukov, P. (2023). Изведен е математически модел за оптимизация на процесите.

Теоретични и приложни въпроси за възбуждане на въртящи се магнитни полета и тяхното въздействие в работната среда за технологични цели се разглеждат в редица публикации на Kostov K., Trichkov, K. (2007a), (2007b) и Trichkov, K., Panov, V. (2008).

Под особено внимание попада работата на Kostov K., Trichkov, K. (2007b), където се предлага конструкция на вихрова машина със сферичен активен обем. Магнитното поле се върти последователно около трите координатни оси. Изчислен е скаларният магнитен потенциал. Резултатът е представен в ред от сферични хармоници за една фаза на индуктора.

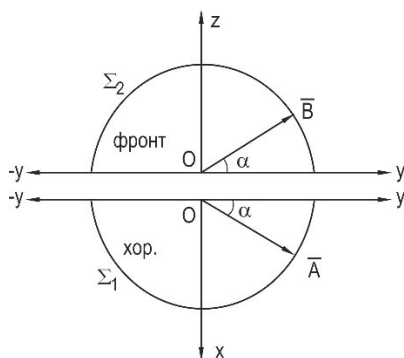
Тук се разглежда математически модел на съставно въртящо се магнитно поле, чиято равнина на въртене може да се завърта в пространството. Индуцира се от два индуктора на въртящи се магнитни полета, чиито равнини на въртене са взаимно перпендикулярни.

Описанието на съставното въртящо се магнитно поле е направено чрез аналитична геометрия на равнина в пространството (Привалов И. И. 1952).

Синфазни вектори $\bar{A}$ и $\bar{B}$

Два еднакви кръга с общ център в точка О са разположени: единия в хоризонталната равнина xOy , а другият – във фронталната равнина yOz .

Векторът $\bar{A}$ с начало в точка О и посока от ос y към ос x се върти с постоянна ъглова скорост ω в хоризонталния кръг (фиг. 1).



Фиг. 1. Векторите $\bar{A}$ и $\bar{B}$ в хоризонталната и фронтална равнини

Векторът $\bar{B}$ с начало в точка О и посока от ос y към ос z се върти с постоянна ъглова скорост ω във вертикалния кръг.

Приемаме, че двата вектора са еднакви с дължина 1 и в началния момент $t=0$ те се намират върху ос y . Искаме да определим как се движи в пространството резултантния вектор $\bar{C} = \bar{A} + \bar{B}$.

Позициите на $\bar{A}$ и $\bar{B}$ се определят от ъгъл $\alpha = \omega t$.

Векторната сума ще изразим чрез единичните вектори i, j и k , които са колинеарни, съответно на трите оси x, y и z и са с дължина 1.

$$\bar{A} = i \cdot \sin \alpha + j \cdot \cos \alpha + k \cdot 0 \quad (1)$$

$$\bar{B} = i \cdot 0 + j \cdot \cos \alpha + k \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

$$\bar{C} = i \cdot \sin \alpha + j \cdot 2 \cos \alpha + k \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

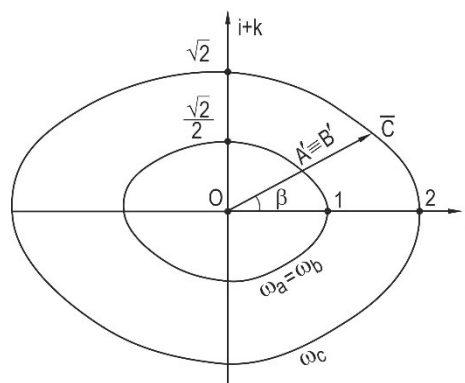
$$\bar{C} = (i + k) \cdot \sin \alpha + j \cdot 2 \cos \alpha \quad (4)$$

Векторът $(i + k)$ лежи върху ъглополовящата на координатния ъгъл xOz . За всеки ъгъл α векторът $\bar{C}$ лежи в равнината π , построена върху ос y и ъглополовящата на $\angle xOz$. Тази равнина е ъглополовяща на пространствения ъгъл между хоризонталната равнина и фронталната равнина.

Двете окръжности Σ_1 и Σ_2 се проектират върху равнината π като две еднакви, съвпадащи с общ център елипси $\omega_a = \omega_b$.

Голямата полуос на двете елипси е 1, а малката е $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (фиг. 2).

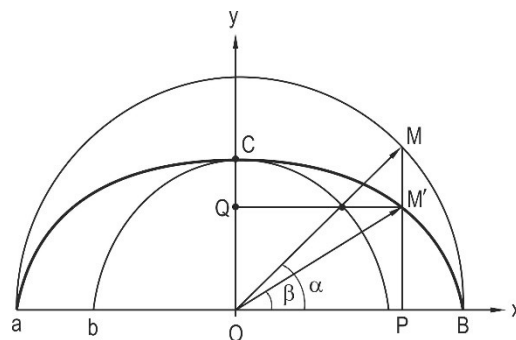
Резултантната елипса ω_c се получава чрез събиране на двата радиус вектора $\bar{OA}'$ и $\bar{OB}'$ за всяка стойност на α . Тази операция всъщност е хомотетия с център точка О и коефициент 2. Елипсата ω_c е подобна на ω_a и ω_b , но е два пъти по-голяма.



Фиг. 2. Проекции на двете окръжности Σ_1 и Σ_2 в равнината π

Ъглова скорост на вектор $\bar{C}$

На фиг. 3 е показано как се проектира окръжност от наклонена равнина в елипса върху хоризонтална равнина. Двете полуокръжности са с радиуси a и b , съответстващи на голямата и малката полуоси на елипсата.



Фиг. 3. Построяване на елипса $\left| \begin{array}{l} OQ = b \cdot \sin \alpha \\ OP = a \cdot \cos \alpha \end{array} \right.$

Векторът $\bar{OM}$ се върти в голямата окръжност с ъглова скорост ω , така че $\alpha = \omega t$ и тази скорост е константа. Векторът $\bar{OM}'$ е радиус-вектор описващ елипсата. Ъгловата скорост на $\bar{OM}'$ е ω' и тя не е постоянна.

Връзката между ω' и ω се определя от чертежа на фиг. 3

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{PM'}{OP} = \frac{OQ}{OP} = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a \cdot \cos \alpha} = \frac{b}{a} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (5)$$

Когато ъглите са малки се отнасят както тангенсите. При $\alpha \approx 0^\circ$:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{b}{a} \quad (6)$$

$$\beta = \omega' \cdot t \quad (7)$$

$$\alpha = \omega \cdot t \quad (8)$$

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{b}{a} \quad (9)$$

$$\omega' = \frac{b}{a} \cdot \omega \quad (10)$$

Последният израз означава, че ъгловата скорост на вектора $\overline{OM'}$ в близката околност на точка В е по-малка от ω тъй като $b < a$.

Когато ъглите са близки до 90° , тогава допълнителните ъгли, които са близки до нула се отнасят както тангенсите от тях. За $\alpha \approx 90^\circ$ се получава (11) от което следва (12)

$$\frac{(90^\circ - \beta)}{(90^\circ - \alpha)} = \frac{\operatorname{tg}(90^\circ - \beta)}{\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)} = \frac{\operatorname{cotg} \beta}{\operatorname{cotg} \alpha} \quad (11)$$

$$\frac{\operatorname{cotg} \beta}{\operatorname{cotg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{a}{b} \quad (12)$$

От тази позиция малко преди ос у двата вектора $\overline{OM}$ и $\overline{OM'}$ достигат до ос у едновременно за време Δt .

$$(90^\circ - \beta) = \omega' \cdot \Delta t \quad (13)$$

$$(90^\circ - \alpha) = \omega \cdot \Delta t \quad (14)$$

$$\frac{(90^\circ - \beta)}{(90^\circ - \alpha)} = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{a}{b} \quad (15)$$

$$\omega' = \frac{a}{b} \cdot \omega \quad (16)$$

В областта на точка С ъгловата скорост на вектора $\overline{OM'}$ е по-голяма от ω .

Дефазирани вектори $\overline{A}$ и $\overline{B}$

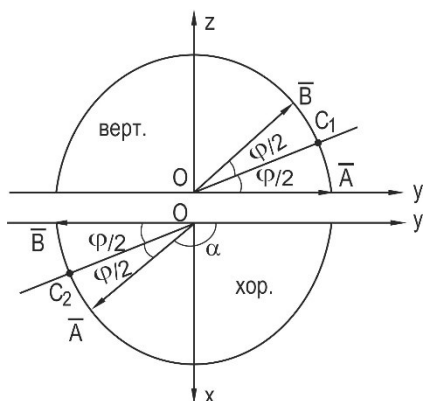
Векторът $\overline{A}$ се върти в хоризонталната равнина xOy в посока от ос у към ос x. В момента $t_0 = 0$ той лежи върху ос у.

$$\overline{A} = 1 \cdot \sin \omega t \quad \omega t = \alpha \quad (17)$$

Векторът $\overline{B}$ се върти във фронталната равнина yOz в посока от ос у към ос z. В момента $t_0 = 0$ той е дефазиран от $\overline{A}$ на ъгъл φ .

$$\overline{B} = 1 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (18)$$

Върху ъглополовящата на ъгъл φ лежи вектора $\overline{C} = \overline{A} + \overline{B}$.



Фиг. 4. Определяне линията на пресичане на равнината π с хоризонталната и вертикалната равнини

Ъглополовящата пресича единичната окръжност в точка C_1 .

След определено време t_1 , векторът $\overline{B}$ лежи върху ос $-y$, а $\overline{A}$ е на ъгъл φ от него. Ъглополовящата на този ъгъл пресича окръжността в точка C_2 (фиг. 4).

Така в момента t_0 векторът $\overline{C}$ е колинеарен на OC_1 , а в момента t_1 $\overline{C}$ е колинеарен на OC_2 .

Търсим уравнението на равнината π, в която лежи $\overline{C}$ в двете позиции (t_0 и t_1).

Тази равнина минава през три точки със съответните координати:

$$O(0,0,0); C_1(0, \cos \frac{\varphi}{2}, \sin \frac{\varphi}{2}); C_2(\sin \frac{\varphi}{2}, -\cos \frac{\varphi}{2}, 0)$$

Равнината π се определя чрез три уравнения:

$$\begin{cases} A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = 0 \\ A \cdot 0 + B \cdot \cos \frac{\varphi}{2} + C \cdot \sin \frac{\varphi}{2} = 0 \\ A \cdot \sin \frac{\varphi}{2} - B \cdot \cos \frac{\varphi}{2} + C \cdot 0 = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Разделяме трите уравнения (19) на C:

$$\begin{cases} \frac{A}{C} \cdot x + \frac{B}{C} \cdot y + z = 0 \\ \frac{B}{C} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} = 0 \\ \frac{A}{C} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} - \frac{B}{C} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} = 0 \end{cases} \quad (20)$$

Неизвестните в (20) са две $\frac{A}{C}$ и $\frac{B}{C}$.

От второто уравнение на (20) определяме $\frac{B}{C}$ и го заместваме в третото.

$$\frac{B}{C} = -\frac{\sin \varphi/2}{\cos \varphi/2} \quad (21)$$

$$\frac{A}{C} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{A}{C} = -1, \text{ а } \frac{B}{C} = -\operatorname{tg} \varphi/2.$$

Заместваме тези стойности в първото уравнение от системата (20) и получаваме:

$$-x - \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \cdot y + z = 0 \quad (23)$$

Кое е уравнението на равнината π в която се върти векторът $\overline{C}$. В тази равнина лежи въртящият се вектор $\overline{C}$ в двата момента t_0 и t_1 .

Съответно: $t_0 \rightarrow \alpha = 0; t_1 \rightarrow \alpha = (180^\circ - \varphi)$.

Доказването на общия случай се прави, чрез вектор $\overline{C}$, който лежи в равнината π за произволна стойност на ъгъл $\alpha = \omega t$.

Събираме проекциите на $\overline{A}$ и $\overline{B}$ върху трите оси x, y и z. $\overline{A} \{ \sin \alpha, \cos \alpha, 0 \}; \overline{B} \{ 0, \cos(\alpha + \varphi), \sin(\alpha + \varphi) \}$

$$\begin{aligned} \overline{C} &= i \cdot x + j \cdot y + k \cdot z = \\ &= i \cdot \sin \alpha + j \cdot [\cos \alpha + \cos(\alpha + \varphi)] + k \cdot \sin(\alpha + \varphi) \end{aligned} \quad (24)$$

Заместваме x , y и z в израза (23) и получаваме (25):

$$\begin{aligned} & [\sin(\alpha + \varphi) - \sin\alpha] - \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} [\cos(\alpha + \varphi) + \cos\alpha] = \\ & = \left[2\cos \frac{2\alpha + \varphi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \right] - \\ & - \frac{\sin \varphi / 2}{\cos \varphi / 2} \left[2\cos \frac{2\alpha + \varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \right] = \\ & = 2\cos \frac{2\alpha + \varphi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} - 2\cos \frac{2\alpha + \varphi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

Този резултат показва, че векторът $\vec{C}$ се върти в равнината π и описва затворена равнинна крива. Тази крива е елипса, която се получава чрез сумиране на две еднакви по-малки елипси с общ център завъртени на ъгъл δ . Големите полуоси на двете елипси са равни на единица, а малките на $\cos\beta$, където β е ъгълът между равнината π и хоризонталната равнина.

За ъглите δ и β са валидни изразите (26) и (27)

$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}\varphi/2}} \quad (26)$$

$$\cos\delta = -\cos^2\varphi/2. \quad (27)$$

Ос на въртене на ротора

Посоката на оста на ротора се определя от равнината на въртящото се магнитно поле. За целта роторът трябва да има свободно карданно окачване, така че оста да може да заеме определената от равнината посока, а именно права перпендикулярна на равнината.

При липса на дефазиране ($\varphi = 0$) оста е в основна позиция - ъглополовящата на ъгъл - xOz .

Тъй като искаме тази позиция да съвпада с координатната ос Z завъртаме координатната система хуз около ос y на 45° в посока от ос x към ос z . Новата координатна система означаваме с главни букви XYZ.

При тази ротация ос y запазва положението си $y=Y$, а другите две оси се изразяват така:

$$x = X \cdot \cos 45^\circ - Z \cdot \sin 45^\circ \quad (28)$$

$$z = X \cdot \sin 45^\circ + Z \cdot \cos 45^\circ \quad (29)$$

$$\text{или } x = \frac{X-Z}{\sqrt{2}}, \quad z = \frac{X+Z}{\sqrt{2}}$$

Заместваме тези стойности уравнението на равнината π (23) и получаваме уравнението (24) на равнината π в новата координатна система.

$$-\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \cdot Y + 2Z = 0 \quad (30)$$

Нормалата на равнина $A \cdot X + B \cdot Y + C \cdot Z = 0$ се определя чрез направляващите косинуси (проекции на нормалата върху координатните оси).

$$\cos\alpha = \frac{A}{M} \quad (31)$$

$$\cos\beta = \frac{B}{M} \quad (32)$$

$$\cos\gamma = \frac{C}{M} \quad (33)$$

$$M = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (34)$$

В нашия случай:

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = -\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \\ C = 2 \end{cases} \quad (35)$$

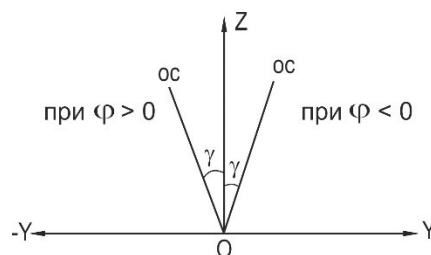
$$M = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} + 2} \quad (36)$$

Така проекциите по X , Y и Z са съответно (37), (38) и (39):

$$\cos\alpha = 0 \quad (37)$$

$$\cos\beta = -\frac{\operatorname{tg}\varphi/2}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\varphi/2+2}} \quad (38)$$

$$\cos\gamma = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\varphi/2+2}} \quad (39)$$



Фиг. 5. Ос на ротора в равнината YOZ

След като $\cos\alpha = 0$ и проекцията на оста е нула, тя ще лежи в координатната равнина YOZ (фиг.5).

Ъгълът между оста на ротора и ос Z е γ . Този ъгъл се определя при зададено дефазиране φ чрез израза:

$$\cos\gamma = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}+2}} \quad (40)$$

При $\varphi < 0$ оста на ротора е в квадранта YZ.

При $\varphi > 0$ (фиг.4) оста на ротора е в квадранта - YZ.

Като задаваме стойности на ъгъла на дефазиране φ между $\vec{A}$ и $\vec{B}$ чрез горния израз определяме $\cos\gamma$ и ъгъл γ между оста Z и оста на ротора – табл. 1.

Таблица 1. Връзка между ъгъл φ и γ

φ	$\cos\gamma$	γ
10°	0,998	$3,62^\circ$
20°	0,992	$7,25^\circ$
30°	0,983	$10,58^\circ$
40°	0,968	$14,34^\circ$
50°	0,950	$18,19^\circ$
60°	0,926	$22,18^\circ$

Като задаваме стойности на ъгъла на отклонение на оста на ротора от ос $Z \rightarrow \gamma$ определяме $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$ и ъгъл φ чрез израза:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \gamma} - 2} \quad (41)$$

Резултатите са в табл.2.

Таблица 2. Определяне на ъгъл φ при зададен ъгъл γ

γ	$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$	φ
5°	0,124	14,1°
10°	0,249	27,9°
15°	0,379	41,5°
20°	0,515	54,5°
25°	0,659	66,8°
30°	0,816	78,4°

Заклучение

За разлика от машините с цилиндричен активен обем, където силовото въздействие се осъществява чрез поле, въртящо се около неподвижната надлъжна ос, описаният тук възбудител е съставен от два индуктора, всеки от които създава въртящо се магнитно поле, като двете равнини на въртене са взаимно перпендикулярни. Резултантното магнитно поле представлява въртящ се вектор на магнитна индукция в равнината π . Ориентацията на тази равнина в пространството се задава чрез ъгъла на дефазирание между токовете в двата индуктора φ . Тъй като ротора има карданно окачване оста му се ориентира, така че да е колинеарна на нормалата на равнината π . Ъгълът, който оста на ротора сключва с ос Z е γ . Намерена е права и обратна зависимост между φ и γ .

Литература

- Alsangur, R., Doganay, S., Ates, I., Turgut, A., Cetin, L. (2023). 3D Helmholtz coil system setup for thermal conductivity measurements of magnetic nanofluids. *Mechatronics* 94 (2023) 103019, DOI: 10.1016/j.mechatronics.2023.103019
- Amokrane W, Belharet K, Ferreira A. (2020). Design and modeling of a two-magnet actuator for robotic micromanipulation. *Sensors and Actuators A Phys* 2020;316:14. 112391, DOI: 10.1016/j.sna.2020.112391
- Barbot, A., Decanini, D., Hwang, G. (2016). On-chip microfluidic multimodal swimmer toward 3D navigation. *Scientific Reports*, 6, 19041, DOI: 10.1038/srep19041.

- Chen, R., Folio, D., Ferreira, A. (2022) Analysis and Comparison of Electromagnetic Microrobotic Platforms for Biomedical Applications. *Appl. Sci.* 2022, 12, 456. <https://doi.org/10.3390/app12010456>
- Jayathurathnage, P., Dang, X., Liu, F., Simovski, C., & Tretyakov, S. A. (2019). Omnidirectional Wireless Power Transfer with Automatic Power Flow Control. *arXiv*. DOI:10.48550/arXiv.1909.10175
- Kim, S.; Cho, M.; Im, S.; Yun, J.; Nam, J. (2022). Electrical Optimization Method Based on a Novel Arrangement of the Magnetic Navigation System with Gradient and Uniform Saddle Coils. *Sensors* 2022, 22, 5603. <https://doi.org/10.3390/s22155603>
- Kostov K., Trichkov, K. (2007a). Magnetic field of vortex machine with spherical stator. *Annual of the university of mining and geology “St. Ivan Rilski”, Vol. 50, Part III, Mechanization, electrification and automation in mines*, pp. 159–162, (in Bulgarian).
- Kostov K., Trichkov, K. (2007b). Scalar magnetic potential produced by a phase coil of spherical stator. *Annual of the university of mining and geology “St. Ivan Rilski”, Vol. 50, Part III, Mechanization, electrification and automation in mines*, pp. 163–166, (in Bulgarian).
- Mo, Y., Feng, T., Xiao J., Wang, Z., X. Wu, X., and Y. Sun, Y. (2022). A 3-D Rotating Magnetic Field Modulation Method for Omnidirectional Wireless Power Transfer Systems. *IEEE 9th International Conference on Power Electronics Systems and Applications (PESA)*, Hong Kong, 2022, pp. 1-6, DOI:10.1109/PESA55501.2022.10038336.
- Polshchikov, H., Zhukov, P. (2023). Force effect of a circular rotating magnetic field of a cylindrical electric inductor on a ferromagnetic particle in process reactors. *Technology Audit and Production Reserves*, 6 (1 (74)), 34–40. DOI:10.15587/2706-5448.2023.293005
- Ramos-Sebastian, A., Kim S.H., (2021). Magnetic Force-Propelled 3D Locomotion Control for Magnetic Microrobots via Simple Modified Three-Axis Helmholtz Coil System. *IEEE Access* 2021; 9:128755–64. DOI:10.1109/ACCESS.2021.3113765
- Trichkov, K., Panov, V. (2008). Magnetic field configuration of vortex machine with no secondary medium present. *Annual of the university of mining and geology “St. Ivan Rilski”, Vol. 51, Part III, Mechanization, electrification and automation in mines*, pp. 87–89, (in Bulgarian).
- Vyskocil, J., Mayorga-Martinez, C., Jablonska, E., Novotny, F., Ruml, T., Pumera M., (2020). Cancer Cells Microsurgery via Asymmetric Bent Surface Au/Ag/Ni Microrobotic Scalpels Through a Transversal Rotating Magnetic Field. *ACS Nano*. 2020,14(7):8247-8256. Epub 2020 Jun 16. DOI:10.1021/acsnano.0c01705.
- Привалов И. И. (1952). Аналитическая геометрия, Москва.