

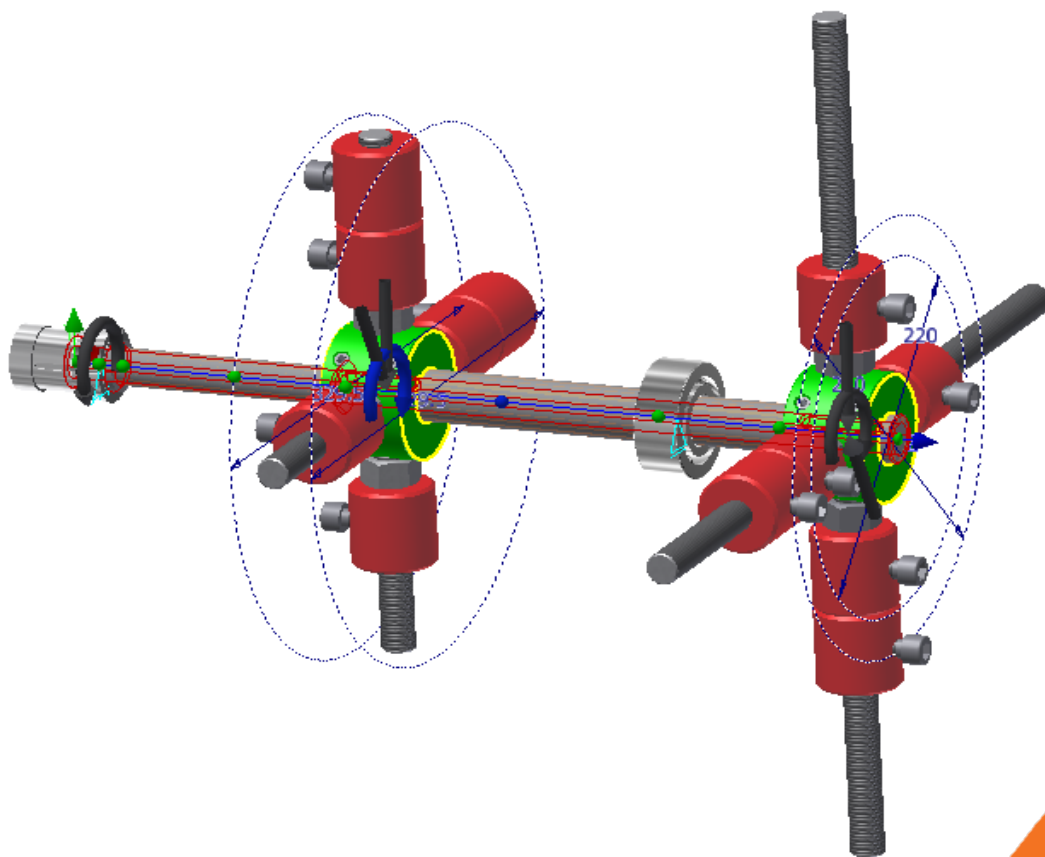


МИННО-ГЕОЛОЖКИ
УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. ИВАН РИЛСКИ“

ГЕРГАНА ТОНКОВА

ОГЪВАЩИ И УСУКВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ НА ВАЛОВЕ В МИННАТА МЕХАНИЗАЦИЯ

МОДЕЛИРАНЕ, АНАЛИЗ И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ



СОФИЯ, 2026

ГЕРГАНА ТОНКОВА

**ОГЪВАЩИ И УСУКВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ
НА ВАЛОВЕ В МИННАТА
МЕХАНИЗАЦИЯ**

МОДЕЛИРАНЕ, АНАЛИЗ И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

София

2026

Автор: гл. ас. д-р инж. Гергана Запрянова Тонкова

Катедра „Механизация на мините“

Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“

Българска, първо издание

Рецензент: доц. д-р инж. Стефан Николаев Пулев

Научен редактор: проф. д-р инж. Михаил Василев Вълков

ISBN: 978-954-353-508-8

Издателска къща „Св. Иван Рилски“ на МГУ „Св. Иван Рилски“

София, 2026

А н о т а ц и я

Настоящата книга разглежда възникването и проявлението на огъващи и усукващи трептения и тяхното влияние върху динамично натоварени валове, използвани в минната механизация. Представена е спецификата на механичните трептения, като са анализирани техните основни параметри, характеристики и интензивност с помощта на съвременни софтуерни средства. Систематизирани са различни класификации на трептенията и свързаните с тях физични величини и въздействия.

Разработен е механо-математичен модел на многовариантна механична система, чрез който са изследвани възникващите трептения при различни съчетания на якостни и кинематични натоварвания, приложени върху валове с разнообразни конструктивни конфигурации. Анализирани са случаи на сложно напрегнато състояние при едновременно действие на огъващи и усукващи трептения за гладки и стъпални, плътни и кухи валове, с постоянно и променливо напречно сечение, закрепени по различни начини. Получените зависимости са аналитично изведени и графично онагледени.

Предложен е алгоритъм за решаване на система от линейни диференциални уравнения в софтуерна среда, приложим при анализ на валове, подложени на комбинирани трептения. Разработеният подход позволява решаването на прави и обратни задачи, свързани с оценка на дълготрайността и експлоатационното състояние на изследваните елементи.

Конструиран и реализиран е експериментален стенд за изпитване на валове при различни условия на натоварване и закрепване. Получените експериментални резултати са съпоставени с аналитичните и софтуерните изследвания, като е установено добро съответствие, потвърждаващо коректността на приложените методики. Резултатите имат практическа насоченост и могат да бъдат използвани при проектиране и експлоатация на машини в минната индустрия.

Книгата е разработена въз основа на защитен дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“ на тема „Изследване на влиянието на огъващи и усукващи трептения на валове, използвани в тежката минна механизация“ [Тонкова, 2017].

СЪДЪРЖАНИЕ

СПИСЪК НА ИЗПОЛЗВАНИТЕ СИМВОЛИ И ОЗНАЧЕНИЯ	8
ПРИЕТИ СЪКРАЩЕНИЯ.....	8
ВЪВЕДЕНИЕ.....	9
ГЛАВА 1 АНАЛИЗ НА СЪСТОЯНИЕТО НА РАЗГЛЕЖДАНЯ ПРОБЛЕМ	11
1.1 Механични трептения при динамично натоварени системи вал-маси. Класификация	11
1.2 Фактори, обуславящи механичните трептения.....	13
1.2.1 Видове натоварвания, действащи върху валовете.....	14
1.2.2 Класификация на източниците, характера и степента на въздействие на видовете натоварвания	14
1.3 Въздействие на механичните трептения върху валовете. Възникващи напрежения и деформации.....	15
1.4 Методи за якостен анализ, приложими при изследване на статично и динамично натоварени валове	17
1.4.1 Силов метод.....	17
1.4.2 Метод на еластичните премествания	18
1.4.3 Метод на крайните елементи	21
1.5 Общо състояние на проблемите, свързани с механичните трептения и влиянието им върху валовете на минните машини	24
1.6 Резултати от анализа на литературния обзор.....	30
ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА 1	30
1.7 Цел и задачи на изследването	31
1.7.1 Цел:.....	31
1.7.2. Задачи:.....	31
ГЛАВА 2 ИЗБОР, АНАЛИЗ И ОБОСНОВКА НА СПЕЦИАЛИЗИРАН СОФТУЕР ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ НА СЪСТОЯНИЕТО НА СИЛОВО НАТОВАРЕНИ ВАЛОВЕ.....	32
2.1 Задачи на „Механиката” при решаване на инженерни проблеми.....	32
2.2 Обосновка за избор на специализиран софтуер.....	34
2.3 Избор и анализ на специализиран софтуер за решаване на поставените проблеми	35
2.3.1 Autodesk Inventor - софтуер за тримерно машинно проектиране.....	36
2.3.2 MathCAD - специализиран софтуер за математически и CAD изчисления.....	42
2.3.3 LabVIEW - софтуер за измерване и визуализация на механични величини.....	44
2.3.4 AutoCAD – универсален софтуер за конструкторска документация.....	48
2.3.5 Възможности на софтуерната програма MITCalc при решаване на инженерни и научни задачи	49

2.4 Анализ, изводи и заключение от извършената дейност в глава 2.....	51
ГЛАВА 3 АНАЛИТИЧНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ВЪЗНИКВАЩИТЕ ОГЪВАЩИ И УСУКВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ И ВЛИЯНИЕТО ИМ ВЪРХУ ДИНАМИЧНО НАТОВАРЕНИ ВАЛОВЕ	53
3.1 Усукващи трептения на вал при кинематично смущение от четиризвенен механизъм....	53
3.1.1 Изследване на динамично натоварен вал по зададена геометрия (първи изследван случай)	57
3.1.2 Динамичен модел на механичната система вал-маси	58
3.1.2.1 Кинетична и потенциална енергия на механичната система.....	58
3.1.2.2 Диференциални уравнения на движението и тяхното решение.....	59
3.1.2.3 Определяне на първа и втора собствена честота на системата	60
3.1.3 Изследване на чисто принудените трептения на системата вал-маси	62
3.1.3.1 Амплитуди на принудените усукващи трептения	62
3.1.3.2 Закон за движение на чисто принудените трептения на системата.....	63
3.2 Числен пример.....	64
3.2.1 Виброскорости и виброускорения в отделните участъци на изследвания вал ..	65
3.2.2 Максимални стойности на динамичните моменти в двата участъка на вала ...	65
3.2.3 Амплитудно-честотна характеристика на трептенията	66
3.3 Усукващи трептения на вал вследствие неточности в предавателния механизъм (втори изследван случай)	66
3.3.1. Механо-математичен модел.....	66
3.3.2 Приведен динамичен модел	67
3.3.2.1 Диференциални уравнения на усукващите трептения на вала.....	69
3.3.2.2 Честотно уравнение и собствени честоти на системата.....	70
3.3.2.3 Закон на чисто принудените трептения. Динамични усукващи моменти.....	70
3.3.3 Числен пример.....	72
3.3.3.1 Виброграми.....	73
3.3.3.2 Амплитудно-честотни характеристики на трептенията.....	74
3.4 Изследване на напречните трептения на вал под действието на периодично смущение (трети изследван случай).....	74
3.4.1 Изследвана механична система вал-маси	74
3.4.1.1 Диференциални уравнения на напречните (огъващите) трептения. Честотно уравнение. Собствени честоти.....	75
3.4.1.2. Закон на чисто принудените трептения на разглежданата механична система	78

3.4.2 Числен пример. Графично представяне на резултатите.....	79
3.5 Анализ на получените резултати.....	79
3.5.1 Анализ на получените резултати за първи случай	79
3.5.2 Анализ на получените резултати за втори случай.....	80
3.5.3 Анализ на получените резултати за трети случай	81
3.6 ИЗВОДИ.....	81
ГЛАВА 4 ИЗСЛЕДВАНЕ В СОФТУЕРНА СРЕДА НА ЯКОСТНО-ДЕФОРМАЦИОННОТО СЪСТОЯНИЕ НА ВАЛ СЪС ЗАДАДЕНА ГЕОМЕТРИЯ ПРИ ПРОМЕНЛИВО СИЛОВО- КИНЕМАТИЧНО НАТОВАРВАНЕ	82
4.1 Същност на разглеждания проблем, свързан със софтуерното изследване на динамично натоварен вал.....	82
4.2 Ориентиране на разглеждания проблем към неговото решаване	83
4.3 Аналитично определяне на силово-кинематичните зависимости при изпитвания вал	86
4.4 Софтуерно изчисляване и графично визуализиране на якостно-деформационното състояние на силово натоварен вал с известна геометрия в средата на MITCalc	88
4.4.1 Алгоритъм на пресмятане на вал в софтуерната среда на <i>MITCalc</i>	89
4.5 Изследване на якостно-деформационното състояние на вал при различни режими на силово-кинематично натоварване в софтуерната среда на MITCalc	92
4.6. Анализ на получените резултати от софтуерното изследване на вал в MITCalc	102
4.7 Изводи от софтуерното пресмятане на изследвания вал в MITCalc.....	103
4.8 Заключение	104
4.9 Софтуерно изчисляване и графично визуализиране на якостно-деформационното състояние на силово натоварен вал с известна геометрия в CAD средата на Inventor	104
4.10 Анализ на получените резултати.....	115
4.11 Изводи	115
4.12 Заключение	115
4.13 Резултати от извършения якостно-динамичен анализ в Inventor с МКЕ	116
ГЛАВА 5 ПРОЕКТИРАНЕ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЕН СТЕНД ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА ОГЪВАЩИТЕ И УСУКВАЩИТЕ ТРЕПТЕНИЯ ПРИ ДИНАМИЧНО НАТОВАРЕНИ ВАЛОВЕ	117
5.1 Относно проектирането на експериментален стенд.....	117
5.2 Устройство и принцип на работа на стенда	118
5.2.1 Софтуерно пресмятане на клиноремъчна предавка	120
5.2.2 CAD моделиране на клиноремъчната предавка.....	121
5.3 Документация от проектирания стенд.....	121

5.4 Снимков материал на изработения стенд	123
5.5 Извършени дейности по глава пета.....	125
5.6 Експериментално изследване на динамично натоварен вал върху проектирания стенд.	125
5.7 Анализ на резултатите от глава пета.....	126
5.8 Извод от глава пета	126
ОСНОВНИ РЕЗУЛТАТИ И ПРИНОСИ.....	127
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	127
ЛИТЕРАТУРА.....	128

СПИСЪК НА ИЗПОЛЗВАНИТЕ СИМВОЛИ И ОЗНАЧЕНИЯ

ОЗНАЧЕНИЯ И СИМВОЛИ	НАИМЕНОВАНИЕ	ИЗМЕРИТЕЛНА ЕДИНИЦА
1	2	3
x	Вибрационно преместване	m
v	Вибрационна скорост $v = \frac{dx}{dt}$	m/s
a	Вибрационно ускорение $a = \frac{dv}{dt}$	m/s ²
T	Период на трептенето	s
f	Честота на периодичното трептене $f = \frac{1}{T}$	Hz
$(\omega t + \varphi)$	Фаза на хармоничното трептене	rad
φ	Начална фаза на хармоничното трептене	rad
$\Delta\varphi$	Фазова разлика на синхронни хармонични трептения	rad
ω	Ъглова честота на хармоничните трептения $\omega = 2\pi f$	rad/s (s ⁻¹)
F^*	Смущаваща (възбуждаща) сила	N
f_B	Честота на биене	Hz
H	Амплитуда на смущаващата сила	N
h	Относителна амплитуда на смущаващата сила $h = \frac{H}{m}$	m/s ⁻²
p	Честота на смущаващата сила (принудена честота)	s ⁻¹
M^*	Смущаващ (възбуждащ) момент	N.m
$F_{ел}$	Еластична (възстановяваща) сила	N
c	Коефициент на еластичност	N/m
β	Коефициент на линейно съпротивление	N.s/m
m	Маса на материална точка (тяло)	kg
n	Коефициент на затихването $n = \frac{\beta}{2m}$	s ⁻¹
$F_{тр}$	Сила на триене	N
k	Собствена честота на свободните незатихващи трептения $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$	s ⁻¹
$M_{yc} (T_{yc})$	Усукващ момент	N.m
$M_{ог}$	Огъващ момент	N.m

ПРИЕТИ СЪКРАЩЕНИЯ

АЧХ – амплитудно-честотна характеристика

КТМ – кинематичен трансформиращ механизъм

ТАЕД – трифазен асинхронен електродвигател

ШЧ / ШЧМ – шарнирен четиризвенник / шарнирен четиризвенеен механизъм

МКЕ – метод на крайните елементи.

ВЪВЕДЕНИЕ

Интерес от гледна точка на функционалността при динамично натоварените механични системи представляват, от една страна, причините, водещи до отказ от работоспособност, а от друга – възможностите за ефективно въздействие с цел повишаване на тяхната надеждност. Създаването на машини с високи стойности на функционалните параметри, насочени към повишаване на производителността, наред с икономическите предимства, е свързано и с определени недостатъци, сред които се откроява повишената интензивност на вредните вибрации.

Вибрациите водят до допълнително натоварване на детайлите с инерционни сили, което влошава качеството на работа и намалява тяхната надеждност. Като циклично (знакопроменливо) натоварване, те предизвикват вътрешни напрежения, водещи до умора на материала на динамично натоварените машинни елементи. При съвпадане на честотите и наличие на високи амплитуди се достига до резонансни явления, които могат да доведат до бързо разрушаване на конструктивните елементи. Тези предпоставки налагат задълбочено изследване и анализ на механичните трептения, възникващи в процеса на работа.

Трептенията, като един от най-разпространените видове движения в техниката, се проявяват в широк кръг динамично натоварени съоръжения – машини, механизми, агрегати, трансмисии и техните съставни части [35,73]. Те са характерни за транспортната техника, вибрационните съоръжения, както и за минната механизация, където се наблюдават с особено голяма интензивност [72].

При повишаване на интензивността на механичните трептения над определени граници се проявява тяхното неблагоприятно въздействие върху материалите, водещо до уморно разрушаване. Нежелан ефект е и саморазхлабването на разглобяемите съединения, което налага прилагането на допълнителни конструктивни мерки за осигуряване на надеждна експлоатация.

Настоящото изследване е насочено към анализ на огъващите и усукващите трептения при валове, използвани в минната механизация. Разгледани са различни конструктивни конфигурации и условия на натоварване, като е изследвано поведението на системите при сложно напрегнато състояние.

В първата глава са представени основните видове механични трептения при динамично натоварени валове, както и класификация на натоварванията, действащи върху тях. Разгледани са възникващите напрежения и деформации, както и методите за якостен анализ при различни конфигурации на валове.

Във втората глава е направен преглед и анализ на използваните съвременни софтуерни средства, приложими при изследването на механични системи. Обоснован е изборът на подходящи CAD и изчислителни среди за решаване на поставените задачи.

Третата глава е посветена на разработването на механо-математични модели на системи от тип вал–маси. Аналитично са изведени и решени диференциалните уравнения на движение, определени са собствените честоти и са получени динамичните характеристики на системите.

В четвъртата глава е изследвано якостното и деформационното поведение на валове в софтуерна среда, като са разработени алгоритми за тяхното моделиране и анализ.

Петата глава разглежда проектирането и реализирането на експериментален стенд за изпитване на валове при различни условия на натоварване и закрепване. Проведените експериментални изследвания потвърждават получените аналитични и софтуерни резултати.

Целта на настоящото изследване е да се анализира влиянието на огъващите и усукващите трептения върху якостно-деформационното състояние на динамично натоварени валове при различни силово-кинематични параметри и режими на работа. За постигането ѝ са разработени механо-математични модели, приложени са съвременни софтуерни методи и са проведени експериментални изследвания. Основният принос се състои в комплексния подход, обединяващ аналитично моделиране, числени изследвания и експериментална верификация, което позволява по-точна оценка на поведението и дълготрайността на валовете в реални експлоатационни условия.

ГЛАВА 1 АНАЛИЗ НА СЪСТОЯНИЕТО НА РАЗГЛЕЖДЕНИЯ ПРОБЛЕМ

1.1 Механични трептения при динамично натоварени системи вал-маси. Класификация

Трептенията на механичните системи възникват в резултат на деформации на конструктивните елементи, предизвикани от промяна на натоварването. Такива изменения могат да бъдат обусловени от наличие на неуравновесени маси в подвижните звена, променливи двигателни и съпротивителни сили, променливи инерционни натоварвания, свързани с неравномерно движение, както и от други фактори. Механичните трептения се характеризират с многократно повтарящи се във времето движения на материални обекти около средното им равновесно положение [10, 22, 33, 37, 52, 53, 88, 89, 101, 134].

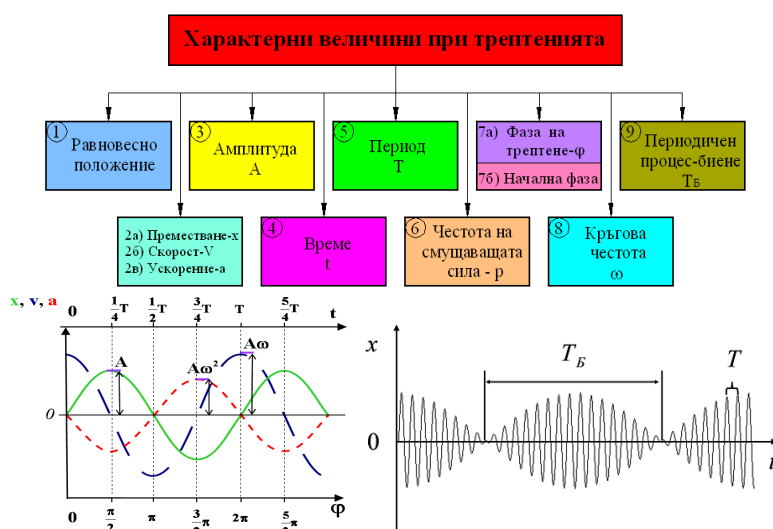
В инженерната практика трептенията се класифицират по различни признаци. В зависимост от източника на възникването им те се разделят на три основни групи:

Първа група – *механични трептения* – свързани са с изменение на положението на тялото в пространството под въздействието на силово-кинематични фактори;

Втора група – *електромагнитни трептения* - характеризират се с изменение на интензитета на електричното и магнитното поле;

Трета група – *електромеханични трептения* - при тях е налице взаимодействие между механични и електрични процеси, водещо до изменение на електромагнитните величини.

Обект на разглеждане в настоящото изследване са механичните трептения. При тяхното изследване са съпоставени основните им характеристики и са анализирани същественият им параметри, представени на фиг. 1.1.



Фиг. 1.1 Основни величини, характеризиращи механичните трептения

Представената обща класификация на трептенията според техния произход създава основа за по-задълбочено разглеждане на механичните трептения като основен обект на изследване. За целите на инженерния анализ е необходимо те да бъдат систематизирани и по

други съществени признаци, свързани с характера на въздействието, особеностите на механичната система и условията на нейното натоварване.

В тази връзка по-долу е представена разширена класификация на механичните трептения, която позволява по-пълно характеризиране на процесите, протичащи в системите от тип вал–маси.

Според характера на въздействието, т.е. в зависимост от причинителя им, механичните трептения се разделят на четири основни вида:

- свободни (собствени) трептения - възникват в резултат на вътрешните сили в системата при движение около равновесното положение, без подаване на енергия от външни източници;
- принудени трептения - възникват под действието на външни смущаващи сили, при наличие на подавана енергия към механичната система;
- автотрептения (самовъзбуждащи се трептения) – представляват незатихващи трептения в съпротивителна среда, при които в системата постъпва допълнителна енергия;
- параметрични трептения – характеризират се с периодична промяна на някои параметри на системата, без външното въздействие да предизвиква пряко трептене на цялата система.

Трептящите механични системи от тип вал–маси се отличават с голямо разнообразие и могат да бъдат класифицирани по следния начин:

1) В зависимост от броя на степените на свобода:

- системи с една степен на свобода - най-прости за изследване;
- системи с краен брой степени на свобода (дискретни системи) - описват се със система от обикновени диференциални уравнения;
- системи с безкраен брой степени на свобода (системи с разпределена маса) – описват се с частни диференциални уравнения.

2) В зависимост от еластичните свойства и характера на съпротивителните сили:

- линейни системи – характеризират се с линейни еластични зависимости и линейни съпротивления; трептенията се описват с линейни диференциални уравнения;
- нелинейни системи – притежават нелинейни еластични характеристики и съпротивителни сили; трептенията се описват с нелинейни диференциални уравнения.

3) В зависимост от уравненията на връзките:

- стационарни системи – параметрите не се изменят с времето;
- нестационарни системи – параметрите се изменят във времето и участват явно в уравненията на връзките.

Връзките в механичните системи могат да бъдат: сферични (самонагаждащи лагери, ставни съединения); цилиндрични (плъзгащи лагери, шарнирни връзки); линейни (шибъри,

втулка-ос) и фиксирани (конзолно закрепване, неподвижни съединения). Те представляват геометрични и кинематични ограничения върху движението на елементите на системата.

4) В зависимост от източниците на енергия:

- автономни системи - трептенията протичат за сметка на вътрешни енергийни източници или първоначално зададено смущение;

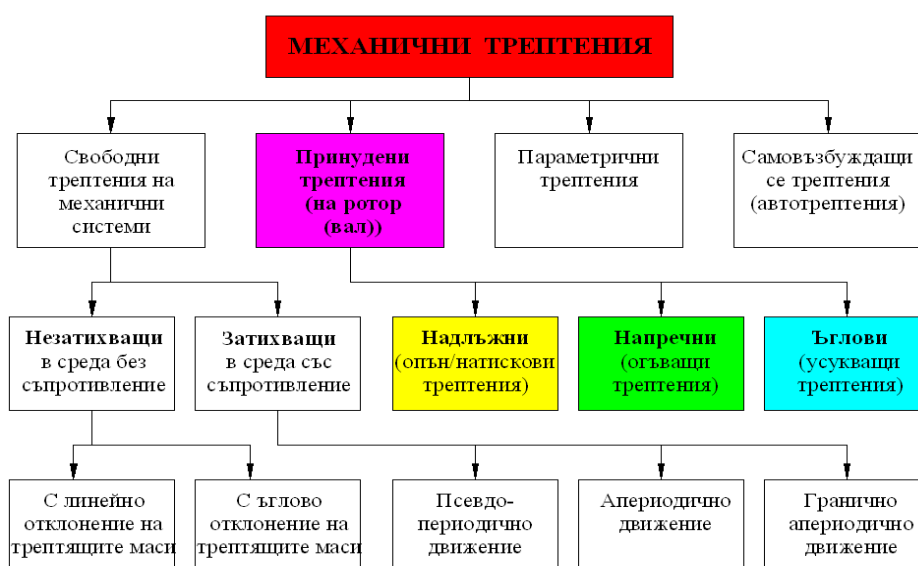
- неавтономни системи – изискват външно енергийно въздействие.

5) В зависимост от изменението на механичната енергия:

- консервативни системи – пълната механична енергия остава постоянна;

- неконсервативни системи – механичната енергия се изменя във времето.

На фиг. 1.2 е представена обобщена класификация на механичните трептения, към които се отнасят и разглежданите системи от тип вал–маси.



Фиг. 1.2 Графична класификация на механичните трептения

1.2 Фактори, обуславящи механичните трептения

Появата на механичните трептения се определя от съвкупното действие на следните основни фактори:

- натоварващи източници;
- кинематични смущения;
- точност на изработка, монтаж и податливост на конструктивните елементи.

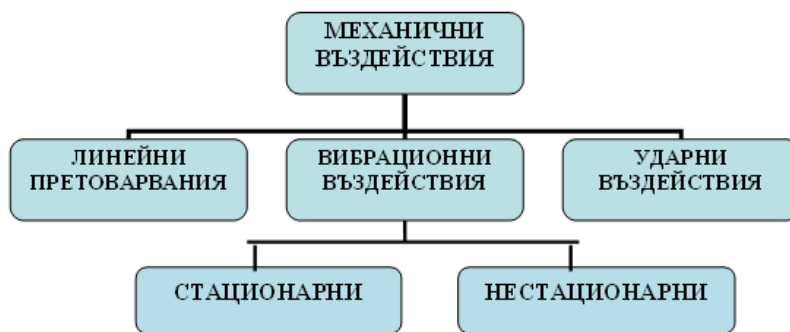
Механичните въздействия върху трептящите системи могат да бъдат:

- силови (динамични) – проявяват се като сили във връзките на системата (фиг. 1.3);
- кинематични – определят се от преместванията на точките на закрепване спрямо източника на въздействие (фиг. 1.3).



Фиг. 1.3 Блокова схема на механичните въздействия

Класификация на механичните въздействия е представена на фиг. 1.4.



Фиг. 1.4 Класификация на механичните въздействия върху трептящите системи

1.2.1 Видове натоварвания, действащи върху валове

В процеса на експлоатация машините и техните елементи се подлагат на различни по характер и големина натоварвания. В общия случай те се класифицират както следва:

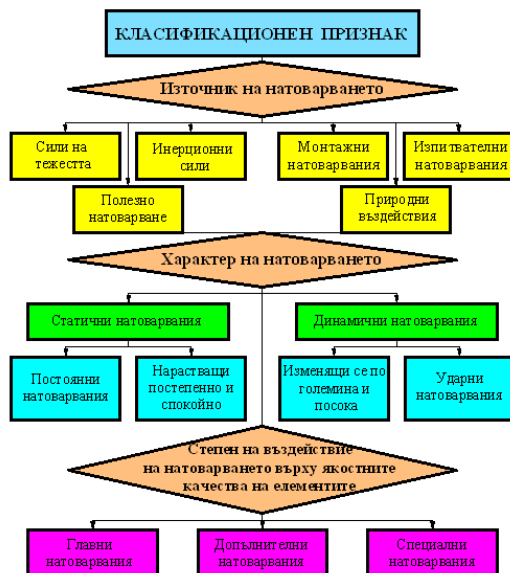
- *работни натоварвания* – възникват по време на нормалната работа на машината;
- *постоянни натоварвания* – не се изменят по големина и посока;
- *променливи натоварвания* - най-често срещани в практиката, като се разделят на:
 - *систематични* – обусловени от цикличния характер на работния процес;
 - *случайни* – предизвикани от външни фактори и съпротивления (например съпротивление на въздуха, водата, релефа при транспортни средства).

1.2.2 Класификация на източниците, характера и степента на въздействие на видовете натоварвания

На фиг. 1.5 е представена обобщена класификация на експлоатационните натоварвания, действащи върху реални конструкции на валове, използвани в машини, възли, механизми и съоръжения от различни области на промишлеността.

Променливият характер на натоварванията съществено усложнява изчисленията при проектирането на машинни елементи и механични системи. В тази връзка се въвеждат следните основни понятия, характеризиращи натоварванията:

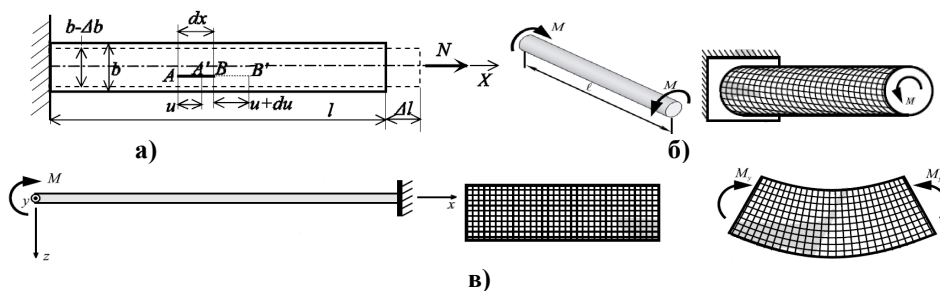
- ❖ *номинално натоварване* – максималното работно натоварване, което действа продължително време и при което механичната система функционира в нормален режим;
- ❖ *еквивалентно натоварване* – условно постоянно натоварване, което по величина се приема по-голямо от номиналното и осигурява еквивалентен ефект върху елемента;
- ❖ *изчислително натоварване* – отчита динамичния характер на въздействията, разпределението на силите по контактните повърхности и взаимодействието между тях.



Фиг. 1.5 Класификация на експлоатационните натоварвания върху механичните системи

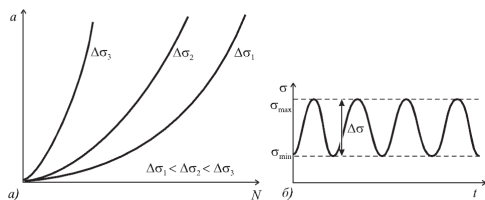
1.3 Въздействие на механичните трептения върху валове. Възникващи напрежения и деформации

Един от основните критерии за работоспособността на валове е тяхната устойчивост срещу вибрации. Към останалите съществени критерии се отнасят обемната и повърхностната якост, еластичността, както и износо- и топлоустойчивостта. В процеса на експлоатация валове най-често са подложени на комбинирано въздействие от опън, натиск, усукване и огъване. На фиг. 1.6 са представени характерни случаи на деформационно състояние, при които се наблюдава изменение на формата и размерите на валове, подложени на различни видове натоварвания. В реални условия върху механичната система от тип вал-маси обикновено действат едновременно няколко вида натоварвания, което води до възникване на сложно напрегнато състояние в материала, характеризиращо се със съвместно действие на нормални и тангенциални напрежения [41, 51, 169, 170].

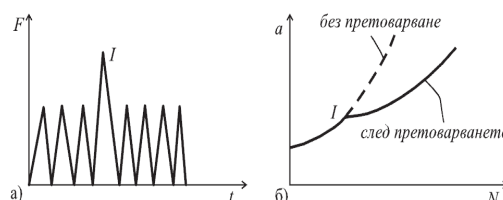


Фиг. 1.6 Деформационно състояние с промяна на размерите при валове, подложени на:
а) опън / натискови усилия; б) усукване; в) огъване

При продължително въздействие на циклично изменящи се натоварвания в материала на вала могат да възникнат микроскопични пукнатини, локализиращи в области с дефекти в кристалната решетка (фиг. 1.7). В тези зони се наблюдава концентрация на напрежения, която води до интензивни пластични деформации и постепенно развитие на разрушение от умора (фиг. 1.8) [1, 37, 45, 133].



Фиг. 1.7 Нарастване на микропукнатините:
а) при циклично натоварени валове;
б) в зависимост от размаха на напреженията



Фиг. 1.8 Нарастване на пукнатината след претоварване:
а) диаграма на натоварващото усилие;
б) диаграма на изменение на дължината на пукнатината

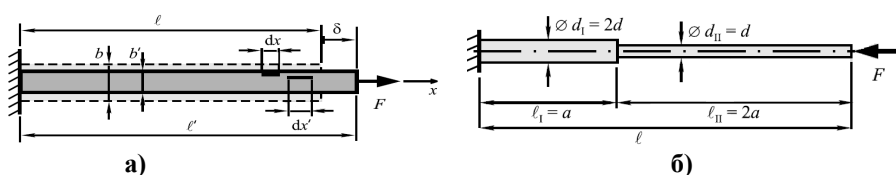
С оглед осигуряване на надеждна работа, към валовите се поставят следните основни изисквания:

- висока якост (устойчивост срещу разрушаване);
- достатъчна коравина;
- ограничена деформируемост (запазване на геометричната форма).

Допустимите деформации, особено при огъване, не трябва да превишават определени граници, тъй като отклоненията в геометрията на лагерните шийки водят до нарушаване на работния режим. Това се проявява чрез повишено износване, загряване, задиране и намаляване на коефициента на полезно действие.

Деформационното състояние на валовите може да бъде представено чрез следните основни случаи:

- при опън – натиск (фиг. 1.9):

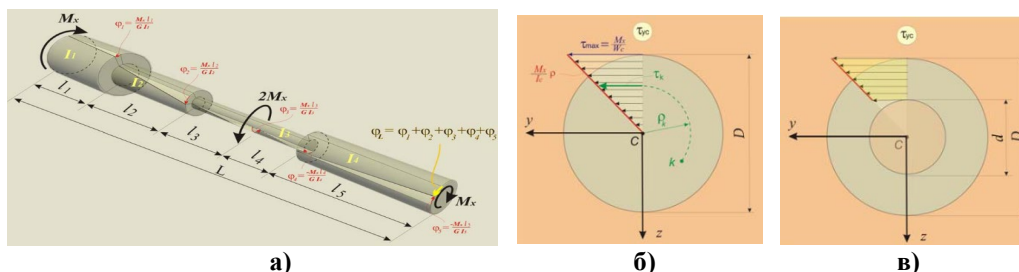


Фиг. 1.9 Вал подложен на: а) опън; б) натиск

$$\Delta l \leq [\Delta l]; \quad \Delta x \leq [\Delta x], \quad (1.1)$$

където Δl , Δx е абсолютното удължение (скъсяване) на пръта, а $[\Delta l]$, $[\Delta x]$ - допустимата стойност на абсолютното удължение (скъсяване);

- при усукване (фиг. 1.10) [168]:

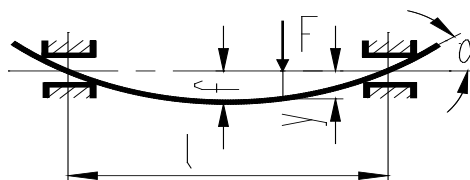


Фиг. 1.10 Вал подложен на усукване с визуализиране на напреженията:
а) стъпален вал; б) вал с плътно напречно сечение; в) кух вал

$$\max \varphi \leq [\varphi] \text{ или } \theta \leq [\theta], \quad (1.2)$$

където $\max \varphi$ ($\max \theta$) е максималният ъгъл на усукване, $[\varphi]$ и $[\theta]$ са допустимите им стойности;

- при огъване (фиг. 1.11) [171]:



Фиг. 1.11 Вал подложен на огъване под действие на напречно усилие F

$$f \leq [f] \text{ или } \frac{f}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right]; \max \alpha \leq [\alpha], \quad (1.3)$$

където f е максималното провисване, $\frac{f}{l}$ - относителното провисване, $\max \alpha$ - максималният ъгъл на завъртане на тангентата към еластичната линия, а $[f]$, $\left[\frac{f}{l} \right]$ и $[\alpha]$ са съответните им допустими стойности.

1.4 Методи за якостен анализ, приложими при изследване на статично и динамично натоварени валове [172]

При извършване на якостни пресмятания на статично и динамично натоварени валове, в редица случаи механичните свойства на материала и геометричните параметри на конструктивните елементи могат да се разглеждат като детерминирани величини. В тези случаи изчисленията се извършват чрез т.нар. детерминирани методи.

Съществуват и съвременни подходи, основани на вероятностни методи, при които механичните свойства и геометричните размери се разглеждат като случайни величини в рамките на зададени допуски, а външните натоварвания – като случаен процес. Практическото приложение на тези методи е ограничено поради недостатъчно натрупан и систематизиран експериментален материал относно характеристиките на случайните величини и процеси.

Поради това в инженерната практика широко приложение намират детерминирани методи. Сред тях най-често използвани при анализа на метални конструкции са: силовият метод, методът на еластичните премествания, енергетичните методи, теорията на еластичността и методът на крайните елементи. Те позволяват изследване и решаване на статично неопределими линейно-еластични системи, включително трептящи системи от тип вал–маси.

Когато вътрешните усилия в елементите не са предварително известни и зависят от деформационното състояние на системата, често се прилага итерационен подход. В първо приближение усилията се определят по методите на класическата статика.

1.4.1 Силов метод

При силовия метод, чрез отстраняване на връзки, действителната механична система се привежда към основна система, която е статически определяема и за която напрегнатото състояние може да бъде определено. Деформационните условия се съставят на базата на

т.е. да е изпълнено условието:

$$\Delta_i = \sum \Delta_{ij} + \Delta_{ip} = 0 \quad (1.4)$$

коэффициентите в системата от канонични уравнения се намират от изрази:

$$\delta_{ij} = \sum_k \int_{ik} \left(\frac{N_{ik}^0 \cdot N_{jk}^0}{k} + Ky_k \frac{Q^0 y_{ik} \cdot Q^0 y_{jk}}{GF_k} + Kz_k \frac{Q^0 z_{ik} \cdot Q^0 z_{jk}}{GF_k} + \frac{M^0 y_{ik} \cdot M^0 y_{jk}}{EJ_{yk}} + \frac{M^0 z_{ik} \cdot M^0 z_{jk}}{EJ_{zk}} + \frac{M^0 x_{ik} \cdot M^0 x_{jk}}{GJ_{xk}} \right) dx_k \quad (1.5)$$

1.4.2 Метод на еластичните премествания

положението на действителната и основната система:

$$\left| \begin{array}{l} r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + \dots + r_{19}Z_9 = 0 \\ r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + \dots + r_{29}Z_9 = 0 \\ \vdots \\ r_{91}Z_1 + r_{92}Z_2 + \dots + r_{99}Z_9 = 0 \end{array} \right| \quad (1.6)$$

изпълнение на условието:

$$\left| \begin{array}{l} r_{11}r_{12}\dots r_{19} \\ r_{21}r_{22}\dots r_{29} \\ \\ r_{91}r_{92}\dots r_{99} \end{array} \right| \quad (1.7)$$

критичният товар.

1.4.2.1 Енергетични методи

еднородно и изотропно тяло се определя с израза [152]:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{zy} \gamma_{zy} + \tau_{zx} \gamma_{zx} dV. \quad (1.8)$$

Напреженията $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ и деформациите $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ във формула (1.8) са функции на координатите x, y, z на произволна точка М от тялото и съответстват на крайните стойности на външните натоварвания. Когато деформируемостта се състои от n на брой прави греди с дължина l , потенциалната енергия има вида:

$$U = \sum_{i=1}^n \int_0^l \left[\frac{N_i^2}{2EA_i} + \frac{k_{yi}Q_{yi}^2}{2GA_i} + \frac{k_{zi}Q_{zi}^2}{2GA_i} + \frac{M_{ti}^2}{2GI_{ti}} + \frac{M_{yi}^2}{2EI_{yi}} + \frac{M_{zi}^2}{2EI_{zi}} \right] dx, \quad (1.9)$$

където $N_i, Q_{yi}, Q_{zi}, M_{ti}, M_{yi}, M_{zi}$ са функции на разрезните усилия от дадено натоварване за i -тия участък, $EA_i, GA_i, GI_{ti}, EI_{yi}, EI_{zi}$ - съответни коравини на опън (натиск), срязване, усукване и огъване за i -тия участък, които най-общо са променливи. Безразмерните коефициенти (1.10) отчитат неравномерното разпределение на тангенциалните напрежения по сечението.

$$k_{yi} = \frac{A_i}{I_{zi}^2} \iint_{A_i} \frac{S_{zi}^2 y}{h_i^2 y} dA_i; \quad k_{zi} = \frac{A_i}{I_{yi}^2} \iint_{A_i} \frac{S_{yi}^2 y}{b_i^2 y} dA_i \quad (1.10)$$

За основните случаи на натоварване:

1) Чист опън (натиск)

За ставно-прътови конструкции е в сила зависимостта:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{S_i^2 l_i}{2EA_i}, \quad (1.11)$$

където $S_i = const$ е прътово усилие в i -тия прът.

2) Чисто огъване около ос Oy :

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{M_{yi}^2}{EI_{yi}} dx. \quad (1.12)$$

3) Чисто усукване:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{M_{ti}^2}{GI_{ti}} dx. \quad (1.13)$$

4) Сложно огъване със съвместно действие на нормална и срязваща сила:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^l \left[\frac{N_i^2}{EA_i} + \frac{k_{zi}Q_{zi}^2}{GA_i} + \frac{M_{yi}^2}{EI_{yi}} \right] dx. \quad (1.14)$$

Съгласно теоремата на Кастиляно:

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \left[\frac{N_i N_{il}}{EA_i} + \frac{k_{yi} Q_{yi} Q_{yil}}{GA_i} + \frac{k_{zi} Q_{zi} Q_{zil}}{GA_i} + \frac{M_i M_{til}}{GI_{ti}} + \frac{M_{yi} M_{yil}}{EI_{yi}} + \frac{M_{zi} M_{zil}}{EI_{zi}} \right] dx. \quad (1.15)$$

Величините N_{il} , Q_{yil} , Q_{zil} , M_{til} , M_{yil} , M_{zil} са функции на разрезните усилия за 1-та греда, получени от една единствена външна сила $F_j = \Phi = 1$ приложена в точка, чието преместване търсим.

Съгласно теоремата на Менабреа, приложима за статически неопределими системи, потенциалната енергия на деформациите U , разглеждана като функция на хиперстатичните неизвестни X_i , достига минимум за истинските стойности на тези неизвестни:

$$\frac{\partial U}{\partial X_i} = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m). \quad (1.17)$$

1.4.2.2 Основни уравнения в теорията на еластичността. Напрегнато състояние

В теорията на еластичността е доказано, че за всяка точка от еластично тяло в състояние на статично равновесие са валидни зависимостите:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + q_x^0 &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + q_y^0 &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + q_z^0 &= 0, \end{aligned} \quad (1.18)$$

където $\vec{q}_0 = \vec{q}_x^0 + \vec{q}_y^0 + \vec{q}_z^0$ е интензивността на обемните сили.

Връзката между напреженията и деформациите се задава чрез обобщения закон на Хук в матрична форма:

$$\{\sigma\} = C \cdot \{\varepsilon\} \quad (1.19)$$

или

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

където:

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \frac{(1+\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \quad (1.21)$$

$$C_{12} = C_{21} = C_{31} = C_{31} = C_{23} = C_{32} = \frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}; \quad (1.22)$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (1.23)$$

1.4.2.3 Принцип на възможните премествания

Условията за равновесие могат да се формулират чрез принципа на възможните премествания. Приема се, че преместванията u , v и w са непрекъснати и диференцируеми функции на координатите.

Потенциалната енергия на деформациите се задава с:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx} dV. \quad (1.24)$$

Работата на външните сили:

$$\delta A = \int_{S_q} \delta_x \delta u + \delta_y \delta v + \delta_z \delta w dS. \quad (1.25)$$

След преобразуване се получава:

$$\begin{aligned} & \int_V \sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{zx} \delta \gamma_{zx} dV - \\ & - \int_{S_q} q_x \delta u + q_y \delta v + q_z \delta w dS = 0 \end{aligned} \quad (1.26)$$

Тези зависимости изразяват принципа на възможните премествания, според който нарастването на потенциалната енергия е равно на работата на външните сили при безкрайно малки премествания. В матрична форма:

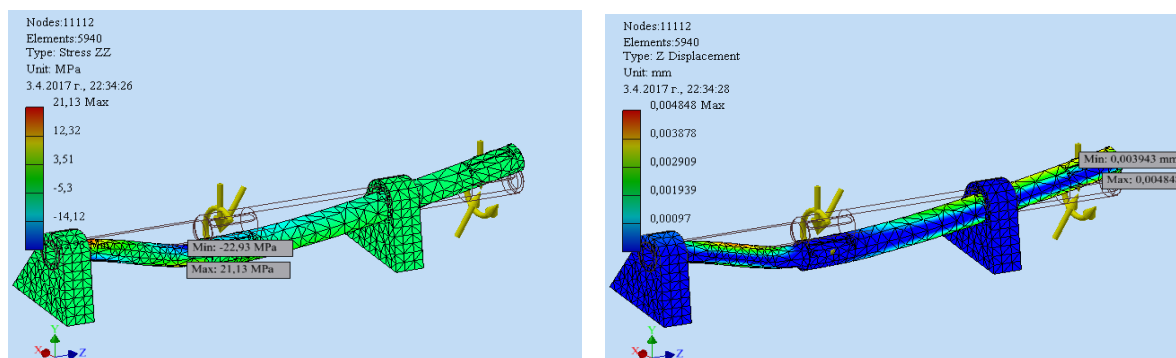
$$\int_V \{\delta \varepsilon\} \cdot [C] \cdot \{\varepsilon\} dV = \{\delta U\} \cdot \{q\} dS. \quad (1.27)$$

1.4.3 Метод на крайните елементи

Оразмеряването и якостният анализ на отговорни машиностроителни елементи са свързани с решаването на системи диференциални уравнения, които в редица случаи не могат да бъдат решени аналитично чрез класическите методи. Това налага използването на числени методи за изследване на напрегнатото и деформационното състояние на механичните системи. Съвременният инженерен софтуер позволява моделиране на процесите на деформиране при сложни механични конструкции, изградени от еднородни или разнородни материали. В резултат могат да бъдат определени напреженията и деформациите в опасните сечения, което дава възможност за извършване на якостна и деформационна проверка.

В инженерната практика най-широко приложение сред числените методи намира методът на крайните елементи (МКЕ). При него изследваното тяло се разделя на краен брой

елементи (фиг. 1.12), като се описва поведението на всеки отделен елемент, участващ във формирането на възловата система. В резултат се получава система от алгебрични уравнения, която при задачите за анализ на напреженията представлява система от уравнения за статично равновесие на възлите.



Фиг. 1.12 Разделяне на тяло на краен брой елементи (части)

Съгласно принципа на възможните премествания или чрез минимизиране на пълната потенциална енергия, за всеки краен елемент могат да бъдат записани зависимости между възловите премествания и възловите сили. Броят на уравненията е равен на произведението между броя на възлите и степените на свобода във всеки възел. Това произведение определя и общия брой степени на свобода на крайния елемент. Уравненията се записват в матричен вид и определят връзката между възловите сили и възловите премествания чрез матрицата на коравина на крайния елемент.

Чрез апроксимиращите функции и определените възлови премествания се намират преместванията във вътрешността на крайния елемент. Деформациите и напреженията се определят посредством зависимостите между преместванията и деформациите (зависимости на Коши), както и зависимостите между деформациите и напреженията (закон на Хук).

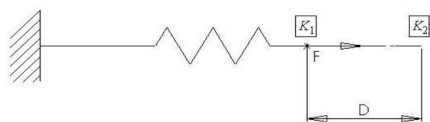
При решаване на задачи, свързани с определяне на напреженията и деформациите по МКЕ, за неизвестни могат да бъдат приети:

- обобщените премествания във възлите;
- възникващите във възлите сили.

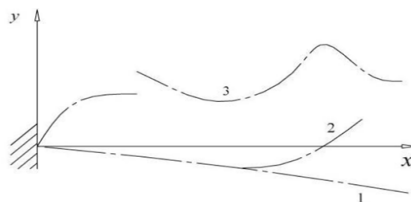
В първия случай се използва *методът на преместванията*, а във втория – *силовият метод*. В практиката приложение намират и *смесени методи*.

1.4.3.1 Принцип на възможните премествания в МКЕ

Под система в механиката се разбира съвкупност от физическа конструкция и приложените върху нея товари, определящи статичните гранични условия. Конфигурацията на системата се определя от положението на всички материални точки на конструкцията. На фиг. 1.13 са показани изходната конфигурация K_1 и деформираната конфигурация на системата K_2 [172].



Фиг. 1.13



Фиг. 1.14

Възможна конфигурация след деформиране е тази, която удовлетворява условията за вътрешна непрекъснатост и кинематичните гранични условия. Например на фиг. 1.14 конфигурации 1 и 2 са възможни, докато конфигурация 3 не удовлетворява условията за съвместимост и не може да бъде реализирана.

1.4.3.2 Деформационна работа на външните сили

Деформационната работа, извършена от външно приложените върху тялото сили, се определя от зависимостта:

$$W = \sum_1^n \frac{1}{2} F_i v_i = \frac{1}{2} \{v\}^T \{F\}, \quad (1.28)$$

където $\{v\}^T = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ е транспонираната матрица на преместванията, а $\{F\} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_n \end{pmatrix}$ е

матрица-стълб на външните сили.

Когато върху тялото действат обемни сили, може да се запише:

$\{R_v\} = \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix}$ и разпределени по повърхността A повърхностни сили $\{p\} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$, където R_x ,

R_y , R_z , са компонентите на обемните сили, а p_x , p_y , p_z - интензивността на повърхностно разпределените сили. За деформационната работа е в сила уравнението:

$$W = \frac{1}{2} \left(\int_v \{u\}^T \{R_v\} dV + \int_A \{u\}^T \{p\} dA \right), \quad (1.29)$$

където $\{u\}^T = [u, v, w]$ е транспонираната матрица на преместванията на произволна точка от разглежданото тяло.

1.4.3.3 Потенциална енергия на деформациите

Потенциалната енергия на деформациите в даден обем се определя от израза:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV. \quad (1.30)$$

В теоретичната механика се използват и други методи за изследване и пресмятане на механичните трептения, приложими към механични системи от тип вал–маси. По-съществените от тях са:

- методът на Лагранж за системи с две и повече степени на свобода;
- методът на простите приближения;
- методът на Реле–Ритц;
- методът на последователните приближения;
- методът на динамичната податливост и твърдост;
- методът на началните параметри;
- методът на пробягването.

Посочените методи намират приложение при изследване на линейни и нелинейни трептящи системи и позволяват анализиране на динамичното поведение на механичните конструкции при различни режими на натоварване.

1.5 Общо състояние на проблемите, свързани с механичните трептения и влиянието им върху валове на минните машини

Механичните вибрации обхващат широк кръг от научни и инженерни проблеми, поради което са предмет на значителен брой изследвания в световната научна литература. Представеният по-долу литературен обзор включва част от най-съществените публикации, подбрани съобразно тяхната връзка с разглежданата тематика. Сред първите фундаментални изследвания в областта се открояват трудовете на Г. Линднер и Н. Е. Жуковски [50 – том 4].

Съществен принос в развитието на теорията и приложението на механичните трептения в България имат изследванията на проф. д.т.н. Стефан Бъчваров, представени в научни статии [4, 9, 21, 24, 27, 58, 85, 86, 90, 166], учебници [10, 54, 55, 56], ръководства [5, 6] и монографии [22, 23, 88, 89].

Изследвания на надлъжни трептения на механични системи са представени в [1, 11, 32, 87], а трептения на системи с разпределена маса – в [8, 12, 43]. Принудени трептения са разгледани в [14, 19, 20]. На механичните трептения в минните транспортни машини са посветени трудовете [59, 60, 61, 62, 63, 64, 65]. Резултати от изследвания на напречни трептения са публикувани в [17, 18, 31, 46, 60, 87, 91], а на усукващи трептения – в [44, 57, 60].

В Технически университет – Варна се разработват научни направления, свързани с „Ефекти на инерцията на завъртанията и плъзгането при трептения на къси греди“ и „Нелинейни ефекти при трептения на греди, извършващи големи завъртания“ [47, 48, 49].

В областта на нелинейната механика [28] са разработени математически методи, базирани на съвременната теория на диференциалните уравнения, чрез които се изследват практически процеси, свързани с автотрептения от първи и втори род [66], контактен

хистерезис [38, 39] и ултрахармоничен резонанс [2, 3, 7, 13, 15, 25, 26, 29, 30, 63, 64]. Съвременни методи за решаване на подобни задачи при конкретни случаи са предложени в [139, 140, 141, 142].

Значителен брой публикации, свързани с нелинейните трептения, използват тримерни модели и p -версията на метода на крайните елементи (МКЕ) [143, 144, 145, 146, 147, 148, 149]. В тези модели върху валовите действат натоварвания, предизвикващи надлъжни, усукващи и огъващи деформации. Голяма част от разработките са базирани на теорията на Тимошенко за огъване на греди и теорията на Сен Венан за усукване. При тях се приема, че напречното сечение на тялото се завърта около геометричната си ос и може да се деформира в надлъжно направление спрямо нея. Уравненията на движение се извеждат чрез принципа на виртуалната работа и се дискретизират посредством p -версията на МКЕ, използвайки йерархични функции на формата. Геометричната нелинейност е включена чрез използване на тензора на Грийн [118, 138, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 162].

Свободни и принудени трептения в амплитудно-честотната област са изследвани с помощта на числени методи в [16].

Актуални въпроси свързани с:

- теорията на линейните трептения на твърдо тяло в потенциално поле от сили;
- механизмите за възбуждане на пространствени трептения;
- устойчивите движения в условия на резонанс;
- резонансните режими на нелинейни пространствени трептения,

са разгледани подробно в литературните източници [2, 3, 7, 13, 15, 25, 26, 29, 30, 50].

В България съществуват значими изследвания, свързани с огъващите и усукващите трептения, публикувани в различни научни направления. В областта на трибологията са известни трудовете на Н. Манолов, М. Кандева, Ал. Янков и С. Кавалджиев; в областта на матричната механика – на Илия Ангелов; в класическата механика – на А. Писарев, Б. Белниколовски и Й. Максимов; в областта на минните машини – на К. Цветков, М. Вълков, С. Пулев и В. Маринова; в съпротивлението на материалите – на Ст. Стефанов и Л. Лазов; в областта на информационните и комуникационните технологии – на Станислав Стойков (БАН).

От световната научна литература са проучени множество публикации, свързани със съвременни методи за изследване на огъващи и усукващи трептения. Те могат условно да бъдат систематизирани в следните групи:

1 група: Изследвания на динамичното поведение на роторни системи

Публикациите [82, 96, 99, 102] разглеждат динамичното поведение на роторни системи, при които по време на работа възникват едновременно напречни трептения в две направления и усукващи трептения в едно направление (фиг. 1.15). Изследвано е и огъването, предизвикано от

ексцентричност в механичната система [93, 94, 112, 120, 129, 133, 156]. В част от разработките е използван методът на Лагранж за по-точно отчитане влиянието на контактните ограничения.

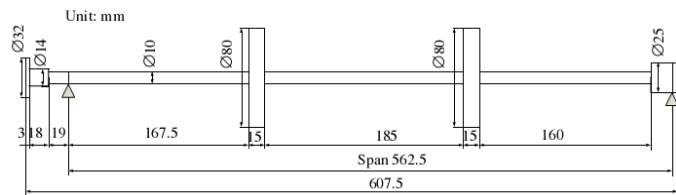


Fig. 5. Geometric dimensions of the rotor system.

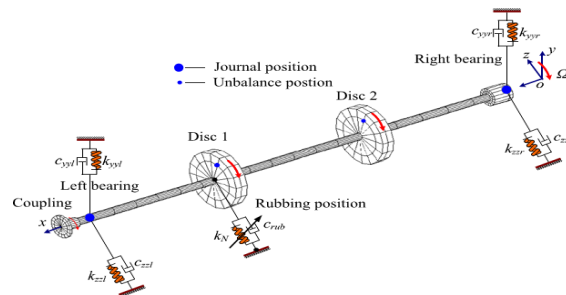


Fig. 6. Schematic diagram of the rotor-bearing system with fixed-point rubbing.

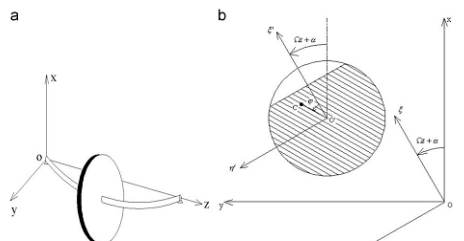


Fig. 2. Jeffcott rotor system with three coordinate systems: (a) Jeffcott rotor model and (b) projection of the crack cross section along \$z\$ direction.

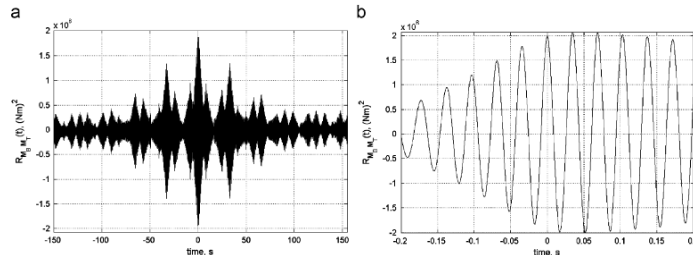


Fig. 6. Cross-correlation function for bending and torsion moment: (a) 150 s and (b) 0.2 s.

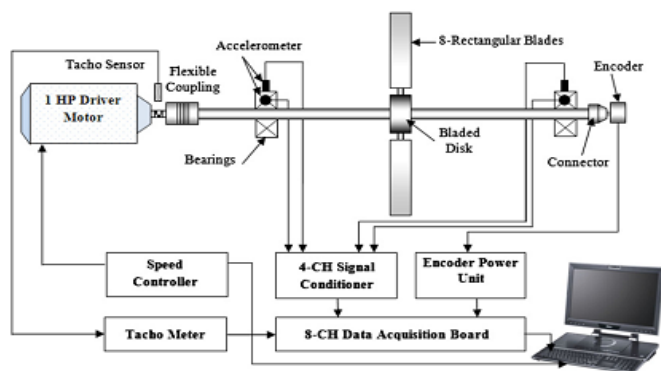


Fig. 4. Schematic of the test rig with instrumentations.

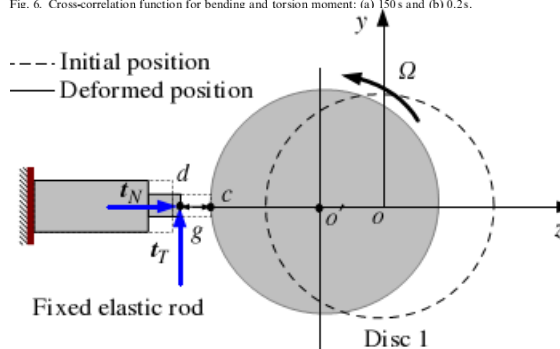


Fig. 3. Fixed-point rubbing contact model scheme.

Фиг. 1.15 [74, 109, 134, 164]

2 група: Изследвания с приложение на метода на крайните елементи

В публикациите [98, 99, 107, 116, 123, 143] е използван методът на крайните елементи за анализ на огъващи и усукващи трептения. Основата на метода е тримерен модел, позволяващ симулиране на деформации вследствие на виртуално приложени натоварвания (фиг. 1.16). Получените резултати осигуряват по-добра визуализация и по-реалистична оценка на напреженията и деформациите [77, 92, 108, 114, 136, 137].

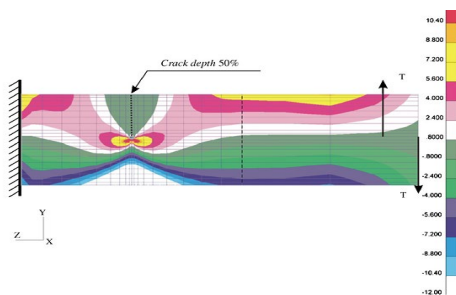


Fig. 5. Axial stress distribution in a cylindrical beam loaded by a bending moment.

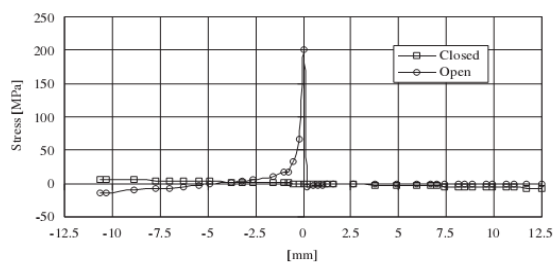


Fig. 6. Stresses in open and closed crack configuration along the diameter of a 25 mm beam with a crack 50% deep.

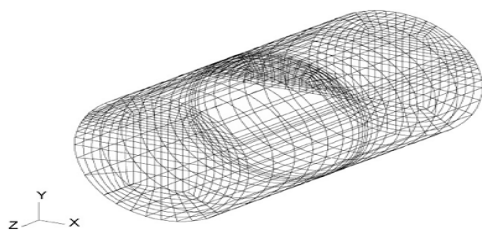


Fig. 2. Three-dimensional mesh of the cracked specimen.

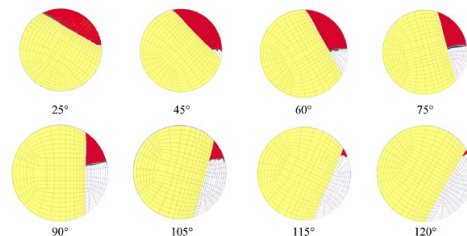


Fig. 3. Open and closed areas in different angular positions: from 125° to 180° the crack is completely open.

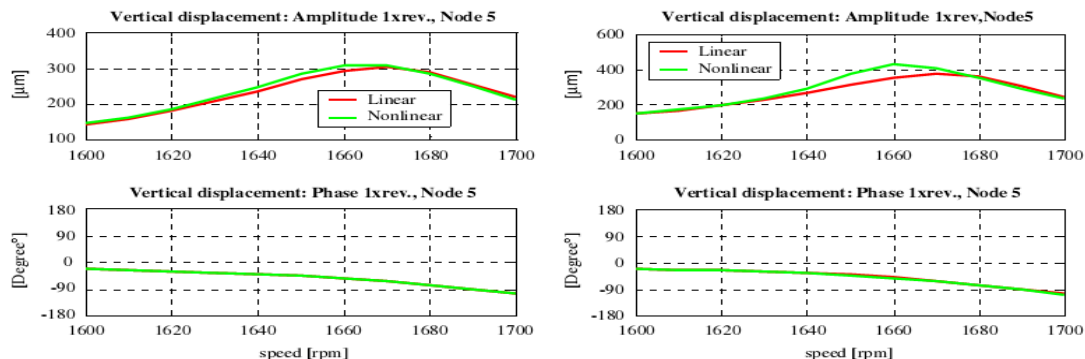


Fig. 14. Resonance curves with decreasing damping: (left) D1 (right) D2; black—linear, grey—non-linear.

Фиг. 1.16 Резултати от изследвано динамично поведение на валове [82]

Изследвания на дисбаланс при ротиращи елементи, водещ до механични трептения, са представени в [81, 83, 84, 97, 99, 105, 119, 125, 126, 130, 131], като част от резултатите са показани на фиг. 1.17.

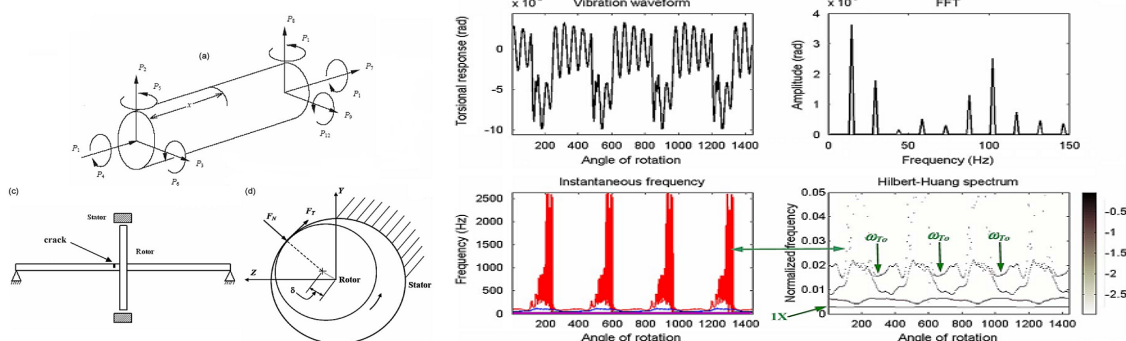


Fig. 1. (a) Crack finite element, (b) crack cross section, (c) schematic of rotor-stator system and (d) rotor-stator rub contact.

Fig. 8. Waveform, FFT, IF plot and HHT of torsional vibration response of cracked rotor with rub.

Фиг. 1.17 Резултати от изследване на трептящи механични системи [159]

3 група: Времево-честотен анализ на трептенията

В публикациите [122, 128, 157] вибрационното поведение на механичните системи е изследвано чрез времево-честотен анализ (1.2). Част от резултатите са представени на фиг. 1.18.

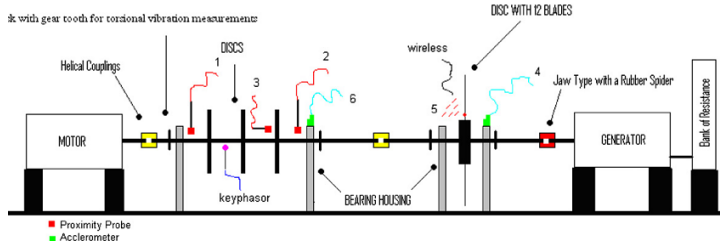


Fig. 1. Schematic drawing of the rotor kit.

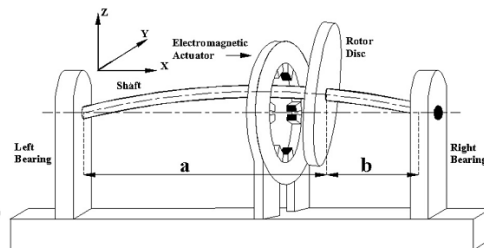


Fig. 1. Schematic diagram of the rotor-shaft-bearing system with electromagnetic actuator.

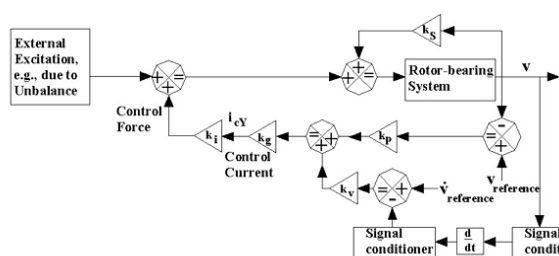


Fig. 4. Schematic representation of the proportional-derivative control strategy for controlling vibration along Y-direction.

Фиг. 1.18 [75, 100]

В трудовете [76, 79, 110, 117] анализът на вибрационните сигнали се извършва посредством бърза трансформация на Фурие. Въпреки високата ефективност на метода при стационарни режими, той има ограничения при обработка на бързопроменящи се сигнали, характерни за нестационарни процеси (1.4) [78, 103, 115, 132, 135].

В западната научна литература са публикувани резултати от изпитвания на валове при едновременно действие на огъващи и усукващи трептения, извършени чрез експериментален стенд с кръгли гладки образци (фиг. 1.19) [121, 134]. При тези изпитвания натоварванията са подбрани така, че напреженията на срязване от огъващ момент да бъдат под 3 %.

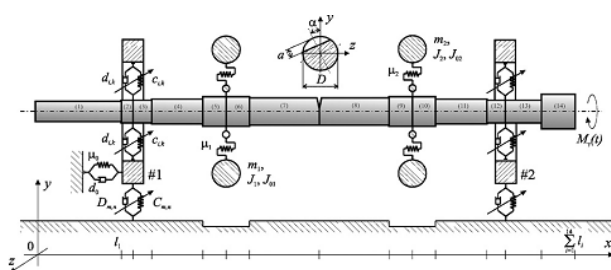


Fig. 3. Hybrid mechanical model of the two-bearing cracked rotor-shaft system.

Фиг. 1.19 [134, 157]

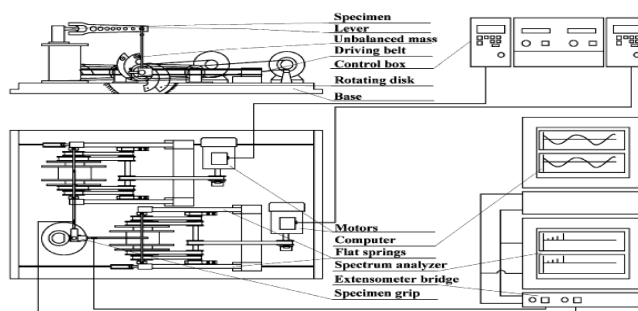
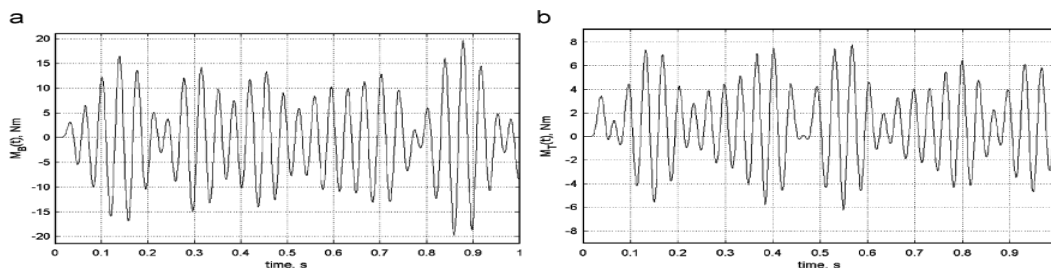


Fig. 1. The MZGS-200PL fatigue stand set-up.

Честотата на вибрациите е измервана със спектрален анализатор в цифрова система [106]. Представеният стенд е определен като по-надежден, по-прост и по-икономичен в сравнение със съществуващите до момента конструкции. Основен негов недостатък е невъзможността за провеждане на изследвания в равнината на огъване.

При експерименталните изследвания е установено, че сигналите, породени от огъващи и усукващи трептения, имат характеристики, подобни на представените на фиг. 1.20, като формата им практически не се изменя при различни натоварвания [106]. На фиг. 1.21 е показана спектралната плътност на мощността на огъващия и усукващия момент.



Фиг. 1.20 Сигнали на натоварване за: (а) огъващ момент и (б) усукващ момент [134]

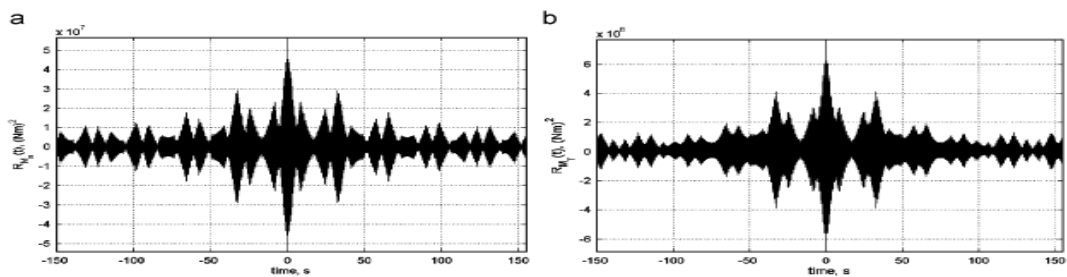
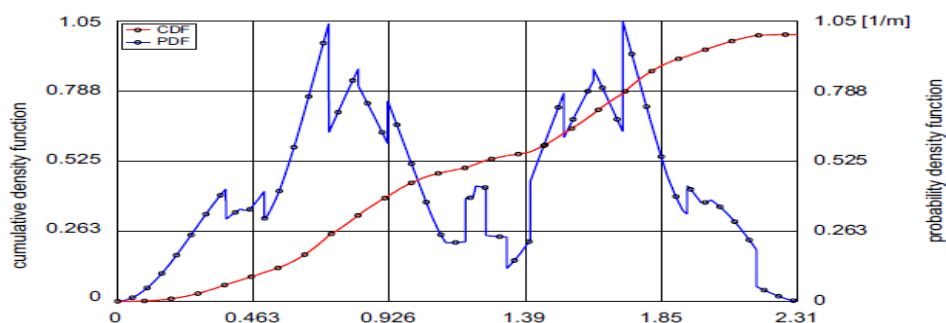


Fig. 5. Autocorrelation function for: (a) bending moment and (b) torsion moment.

Фиг. 1.21 Спектралната плътност на мощността за: (а) огъващ момент и (б) усукващ момент [134]

Механичните вибрации с преобладаващи огъващи и усукващи трептения намират приложение и при диагностиката на отговорни валове за откриване на дефекти [40]. Този подход е базиран на метода Монте Карло. Вибрационни анализи в тази област са провеждани от редица автори [80, 99, 104, 106, 107, 123, 124, 158], а нелинейни динамични характеристики са представени в [111, 113, 127, 165].



Фиг. 1.22 [157]

В публикациите [80, 123, 124] са изследвани взаимодействията между валове и възникващите огъващи и усукващи трептения. В [124] е използван аналитичен модел тип греда, а в [80] и [123] валът е дискретизиран посредством крайни елементи. Резултати от симулации на съчетани трептения са представени в [99, 113, 158] (фиг. 1.22).

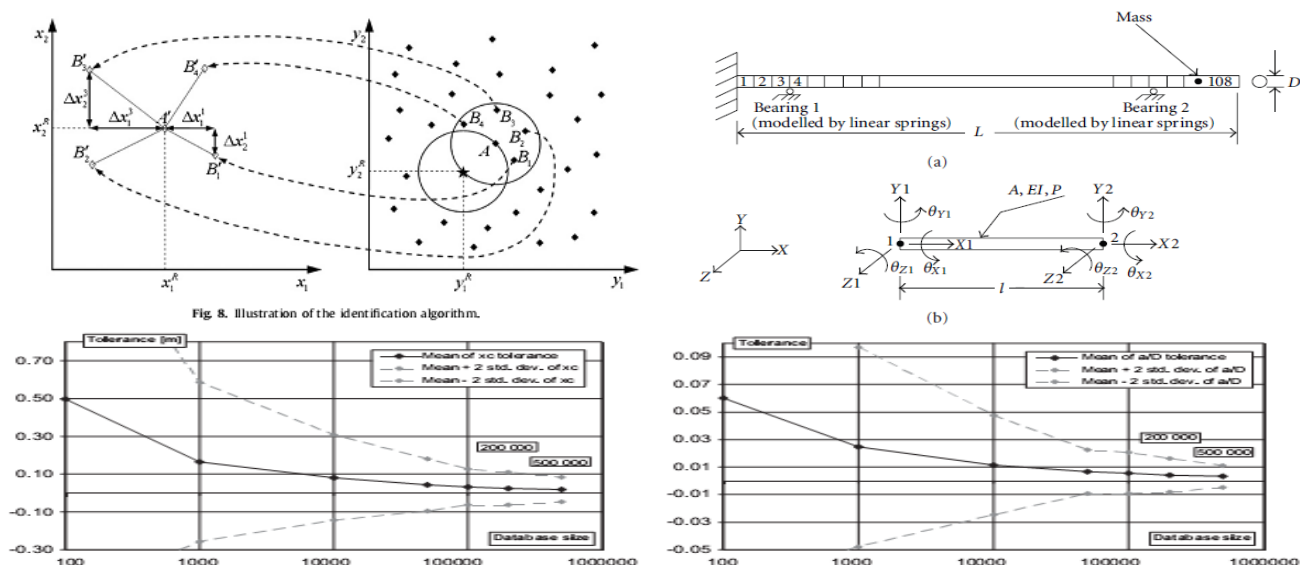


Fig. 8. Illustration of the identification algorithm.

Fig. 12. Two-bearing rotor-shaft system. Identification tolerance of the crack location (left diagram) and the relative crack depth (right diagram) as a function of the database size.

Фиг. 1.23 [157, 160]

1.6 Резултати от анализа на литературния обзор

Резултатите от извършения анализ на литературния обзор по разглежданата тематика могат обобщено да бъдат представени, както следва:

- 1) Значителна част от изследванията на огъващите и усукващите трептения, особено при прецизни, масивни и тежко натоварени валове, са разглеждани предимно аналитично.
- 2) Липсват разработени методики за изследване на валове със сложна геометрия и такива, извършващи комбинирани трептеливи движения.
- 3) Не са установени публикувани подробни и актуални софтуерни алгоритми за изчисляване на динамично натоварени валове.
- 4) Не са налични данни за експериментални изследвания на валове, задвижвани с шарнирен четиризвенеен механизъм.
- 5) Известните числени решения на трептенията най-често са ограничени до теоретичното визуализиране на част от техните характеристики.
- 6) Резултатите от тримерно моделиране (включително при използване на метода на крайните елементи) рядко се съпоставят с експериментални данни.
- 7) Не са известни широко приложени в практиката съвременни инженерни решения, базирани на изследвания на огъващи и усукващи трептения в експлоатацията на минни машини.

ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА 1

1. Описани са основните механични въздействия върху валове, като същите са класифицирани според силовите и кинематичните натоварвания, пораждащи различни видове трептения. Установено е, че най-неблагоприятни за работоспособността на валове са динамичните циклични натоварвания, при които се наблюдава сложно напрегнато състояние.

2. Анализирани са възникващите напрежения в зависимост силовите и кинематичните въздействия, като е установено, че деформационното състояние е най-неблагоприятно при динамични циклични натоварвания.

3. Разгледани са методите за якостен анализ, използвани при оразмеряване на механични конструкции. Установено е, че компютърните методи, и по-специално методът на крайните елементи, предоставят най-добри възможности за визуализация, сравнение и анализ на резултатите.

4. Обобщени са основните проблеми, свързани с механичните трептения, разглеждани в научната литература. Установено е, че въпреки постигнатия напредък, редица въпроси остават открити и изискват допълнителни изследвания, особено при сложни динамични натоварвания.

1.7 Цел и задачи на изследването

1.7.1 Цел:

Целта на изследването е да се анализира влиянието на възникващите огъващи и усукващи трептения върху якостно-деформационното състояние на динамично натоварен вал при различни силово-кинематични параметри и режими на работа.

1.7.2. Задачи:

За постигане на поставената цел са формулирани следните основни задачи:

Задача 1

Да се извърши избор, анализ и обосновка на подходящ специализиран софтуер за изследване на огъващи и усукващи трептения на валове, с насоченост към експериментална верификация на резултатите.

Задача 2

Да се разработи механо-математичен модел на механична система от тип вал–маси, чрез който аналитично да се изследват възникващите трептения и тяхното влияние върху вала.

Задача 3

Да се изследва в подходяща софтуерна среда якостно-деформационното състояние на вал, подложен на механични трептения, породени от съчетано силово и кинематично натоварване.

Задача 4

Да се конструира експериментален стенд за изпитване на динамично натоварени валове и да се извърши съпоставка между експерименталните, аналитичните и софтуерните резултати.

ГЛАВА 2 ИЗБОР, АНАЛИЗ И ОБОСНОВКА НА СПЕЦИАЛИЗИРАН СОФТУЕР ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ НА СЪСТОЯНИЕТО НА СИЛОВО НАТОВАРЕНИ ВАЛОВЕ

В настоящата глава са разгледани съвременни програмни продукти – Inventor, AutoCAD, MathCAD, както и специализирани софтуерни среди като MITCalc и LabVIEW, използвани при проектиране и изследване в областта на техниката. Тези компютърни системи са сред водещите в инженерната практика и са доказали своите възможности при решаването на широк кръг технически задачи в промишлеността.

Анализирани са функционалните възможности и спецификата на разглежданите софтуерни продукти, като е направена обосновка за техния избор. Избраните програмни средства се характеризират с висока точност на получените резултати и позволяват оптимизация на конструкциите по различни критерии – якост, кинематика, маса, габарити, товароносимост, дълготрайност и икономическа ефективност.

Чрез използването на специализиран софтуер са изследвани и решени конкретни задачи от областта на механиката, минната механизация, машинознанието, машинните елементи, механичните трансмисии и задвижващите системи. Широкото приложение на тези програмни продукти се дължи на техните функционални възможности, удобството при работа и наличието на лицензиран или свободен достъп.

2.1 Задачи на „Механиката” при решаване на инженерни проблеми

На фиг. 2.1 са представени основните направления от практиката, към които се отнасят задачите на науката „Механика“ [42]. Всяко от тези направления обхваща специфичен клас инженерни проблеми, които се анализират и решават съобразно техните особености.

Разглежданите в настоящото изследване задачи могат да бъдат отнесени към няколко основни направления на приложната механика, а именно:

Направление 2 – обхваща процесите на силово-кинематично взаимодействие между контактни повърхности, включително повърхностно налягане, триене, износване и дълготрайност на машините и техните елементи.

Направление 4 – свързано е с механиката на твърдото тяло, якостта на материалите, деформируемостта и оптимизацията на конструкциите.

Направление 5 – разглежда проблеми, свързани с разрушаването на материалите, надеждността и товароносимостта на конструкциите.

Направление 6 – включва изследвания на умората на материалите, въздействието на цикличните натоварвания и възникващите вътрешни напрежения.



Фиг. 2.1 Основни задачи и области на приложение, които обхваща науката „Механика“ [68в]

Следва да се отбележи, че разглежданата проблематика засяга в различна степен и други направления на механиката. Съществено влияние върху резултатите оказват използваните материали, както и приложените технологични обработки, които определят експлоатационните характеристики на конструктивните елементи.

Детайлното изследване на поставените инженерни задачи позволява систематизиране на резултатите и формулиране на обосновани изводи, които служат като основа за вземане на технически решения.

В рамките на изследването са постигнати следните основни резултати:

1) Класифицирани са основните механични въздействия върху валове в зависимост от силовите и кинематичните натоварвания, пораждащи различни видове трептения. Установено е, че най-неблагоприятни са динамичните циклични натоварвания, при които се наблюдава сложно напрегнато състояние.

2) Анализирани са възникващите напрежения и деформации, като е установено, че най-неблагоприятното състояние се проявява при динамични циклични натоварвания.

3) Разгледани са методите за якостен анализ, като е установено, че компютърните методи, и по-специално методът на крайните елементи, осигуряват най-добри възможности за анализ и визуализация.

4) Обобщени са основните научни проблеми, свързани с механичните трептения, като е установено, че тяхното изследване изисква комплексен подход и значителен ресурс.

5) Извършен е анализ на съвременни софтуерни продукти и е обоснован изборът на подходящи средства за изследване и моделиране.

6) Установено е, че механичните трептения представляват съществен инженерен проблем, изискващ задълбочен анализ и съвременни методи за изследване.

2.2 Обосновка за избор на специализиран софтуер

В практиката вибрации възникват при всички промишлени машини и транспортни средства, подложени на силово-кинематични и ударни въздействия. Тези вибрации оказват неблагоприятно влияние върху работните процеси и дълготрайността на механичните системи, поради което представляват съществен обект на изследване.

Преди широкото навлизане на съвременния инженерен софтуер, изследването на подобни процеси е било силно затруднено поради сложността на съставяните и решавани диференциални уравнения. В редица изследвания са разработени механични модели, описващи огъващи и усукващи трептения, при които са формулирани нелинейни диференциални уравнения без възможност за тяхното аналитично решаване.

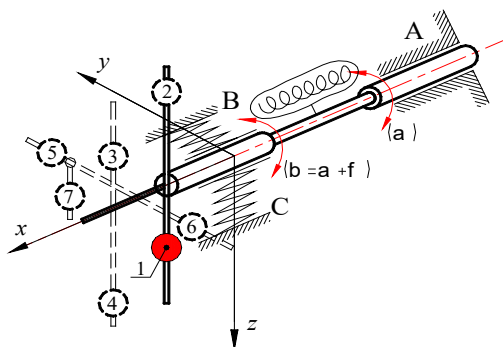
В тези случаи са получени експериментални осцилограми на напреженията от огъване и усукване, но липсва тяхното пълно математическо моделиране. Това налага използването на числени методи и специализирани софтуерни среди за решаване на поставените задачи.

Например в [67] е създадена механична система с усукващи и огъващи трептения, която е доразвита на по-късен етап от автора на книгата (фиг. 2.2). Механичните трептения се възбуждат чрез кинематично смущение. Функцията $\varphi = \varphi(t)$ представлява усукващите трептения. Инерционните сили от тежестите причиняват огъващи трептения в хоризонталната равнина x - y . Трептения във вертикалната равнина x - z са блокирани чрез твърда опора.

За усукващите и огъващите трептения са съставени две нелинейни диференциални уравнения без да е поставена целта за тяхното решаване. За изпитвания образец са получени експериментални осцилограми на напреженията от огъването и усукването. Те обаче не са моделирани, защото системата от двете диференциални уравнения не е аналитично решена поради сложността ѝ.

Чрез съвременни CAD и математически програмни продукти става възможно едновременно изследване на огъващи и усукващи трептения в различни равнини (фиг. 2.2). Това изисква създаване на тримерни модели на механичните системи, позволяващи извършване на кинематичен и динамичен анализ, генериране на мрежа от крайни елементи, както и визуализация на деформациите и напреженията в конструкцията.

Използването на съвременни софтуерни средства осигурява висока точност на резултатите и позволява провеждането на комплексни изследвания, които обединяват аналитични, числени и експериментални подходи.



Фиг. 2.2 Механична система за изпитване циклично натоварени елементи на умора

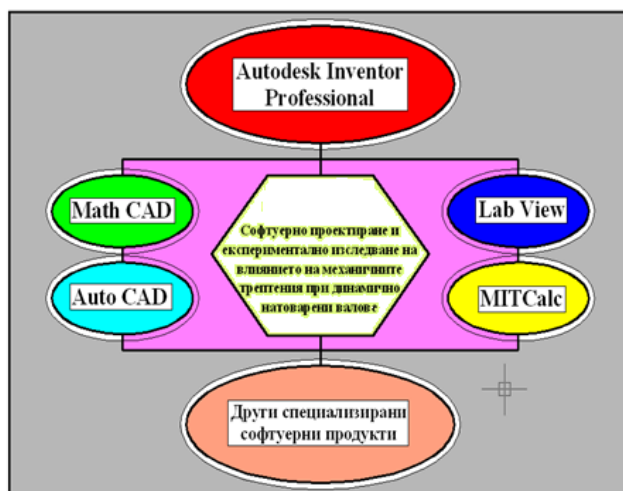
2.3 Избор и анализ на специализиран софтуер за решаване на поставените проблеми

След задълбочено проучване и анализ на възможностите на съвременните специализирани софтуерни продукти, приложими при решаването на конкретни инженерни задачи, както и след проведени консултации със специалисти в областта, е направен обоснован избор на подходящи програмни средства (фиг. 2.3).

Към тях се отнасят:

- *Inventor* на фирмата Autodesk;
- *MathCAD*, разработван от PTC (Pro Engineer);
- *Lab View* на National Instruments;
- *AutoCAD* (AutoCAD Mechanical, Mechanical Desktop) - на фирмата Autodesk;
- *MITCalc*, както и някои допълнителни (локални) софтуерни програми.

Съвременните CAD системи предоставят възможност за проектиране и изпитване на изделия във виртуална среда, създаване на цифрови прототипи и анализ на техния жизнен цикъл, което значително повишава ефективността на инженерната дейност [9].

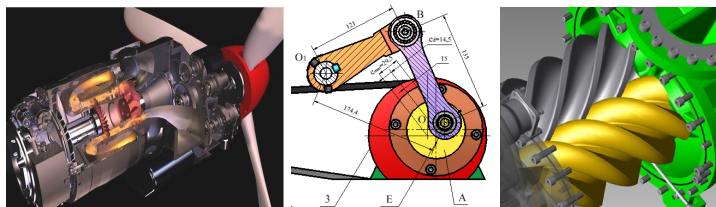


Фиг. 2.3 Специализиран софтуер, използван при решаване на научни и технически проблеми

2.3.1 Autodesk Inventor - софтуер за тримерно машинно проектиране

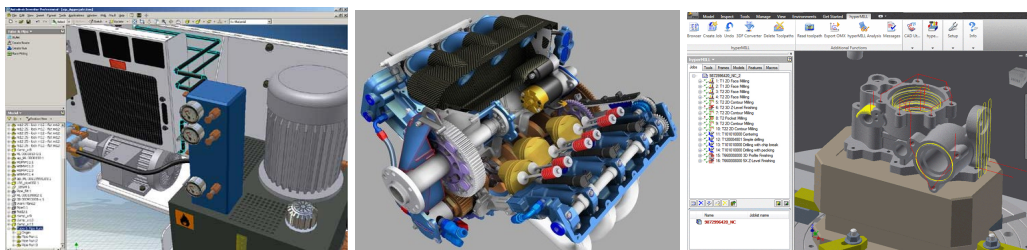
Inventor представлява специализирана CAD система, ориентирана към машиностроенето. Тя се отнася към групата на системите от среден клас и заема водещо място в своята приложна област. Софтуерът се разработва от компанията Autodesk (САЩ), създател на широко разпространената система AutoCAD. Към настоящия момент продуктите на Autodesk се използват от над 11 милиона потребители по света, като Inventor е сред най-динамично развиващите се CAD системи [161,173,174].

В инженерната практика Inventor намира широко приложение при моделиране, конструиране и проектиране на машинни елементи, механични предавки, трансмисии, възли, механизми, машини и съоръжения. Софтуерът позволява бързо и прецизно създаване на техническа документация (фиг. 2.4) [69,70], както и разработване на цифрови прототипи на сложни технически изделия.



Фиг. 2.4 Autodesk Inventor – софтуер за проектиране в областта на машиностроенето

Едновременно с проектирането се симулират и реалните условия на работа на изделията, което допринася за намаляване себестойността на крайния продукт. По този начин Inventor се утвърждава като универсална 3D CAD система, обхващаща всички етапи от инженерното проектиране – от идейния проект и създаването на техническа документация до прогнозиране жизнения цикъл на изделието чрез PLM технологии [161] (фиг. 2.5).



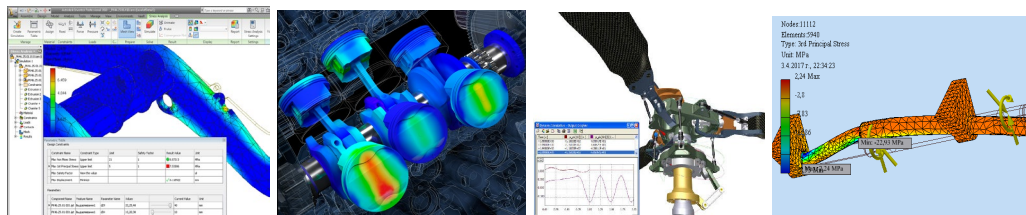
Фиг. 2.5 Тримерно моделиране с Autodesk Inventor

Възможностите на Autodesk Inventor намират широко приложение в различни области на машиностроенето:

➤ В тежкото машиностроене системата се използва при проектиране на силови задвижвания, механични предавки и трансмисии, при извършване на сложни якостни анализи, както и при разработване на поточни линии, конвейерни системи, производствени цехове и заводи (фиг. 2.6) [68].

➤ В леката промишленост, транспортната техника и производството на битова техника се използват високопроизводителните инструменти на софтуера за моделиране,

индустриален дизайн, симулации, анимации и генериране на фотореалистични изображения (фиг. 2.6).

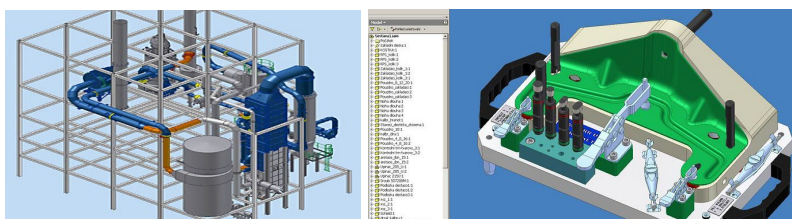


Фиг. 2.6 Силови и динамични симулации с Autodesk Inventor

➤ При проектирането на метални конструкции и ферми се използва специализираният модул за конструиране и изчисляване на рамкови конструкции, изградени от стандартни или потребителски профили (фиг. 2.7).

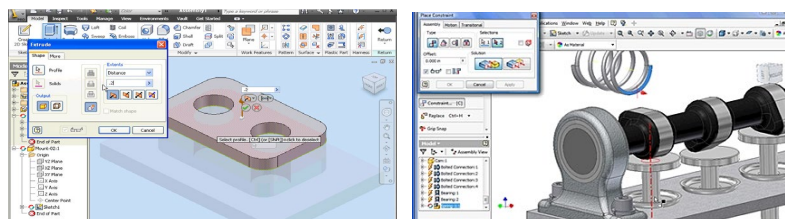
➤ При разработването на тръбопроводни системи и електрически инсталации Inventor предоставя инструменти за проектиране на тръбопроводна арматура – фланци, фитинги, кранове уплътнения, съединителни и фиксиращи елементи, както и за електрическо окабеляване (фиг. 2.7).

➤ При конструирането и анализа на шприц форми за изделия от полимерни материали в различни конструктивни разновидности (фиг. 2.7 и фиг. 2.15).



Фиг. 2.7 Проектиране на рамкови конструкции и матрични форми с Autodesk Inventor

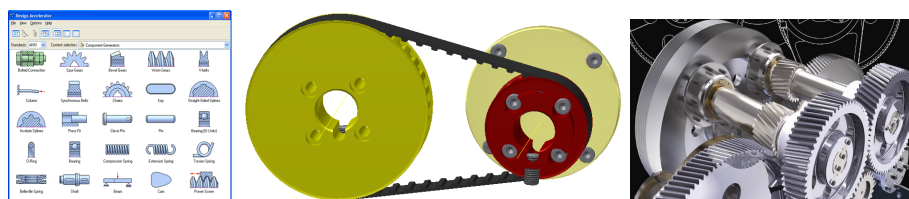
Inventor се характеризира с асоциативност, удобен потребителски интерфейс и сравнително лесно усвояване. Софтуерът съдържа богата библиотека от стандартни машинни елементи и мощен генератор за механични предавки. Системата притежава висока степен на параметричност, позволяваща управление на всеки елемент от модела чрез зададени параметри (фиг. 2.8 и фиг. 2.9) – линейни, ъглови и диаметрални размери, брой крепежни елементи, ребра или повтарящи се компоненти, както и стойности на приложени сили и моменти. Всеки параметър може да бъде зададен чрез таблица или чрез математическа зависимост спрямо друг параметър.



Фиг. 2.8 Параметрично моделиране и документиране с Autodesk Inventor

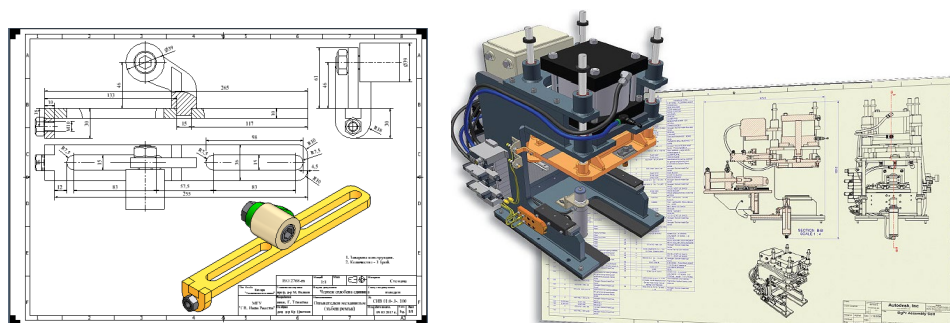
Inventor позволява бързо и прецизно генериране на механични трансмисии, окомплектовани със стандартни елементи, което представлява едно от основните му

предимства пред други CAD системи [36, 69, 70, 173, 174]. Създадените 3D CAD модели могат лесно да бъдат оптимизирани по различни критерии (фиг. 2.9).



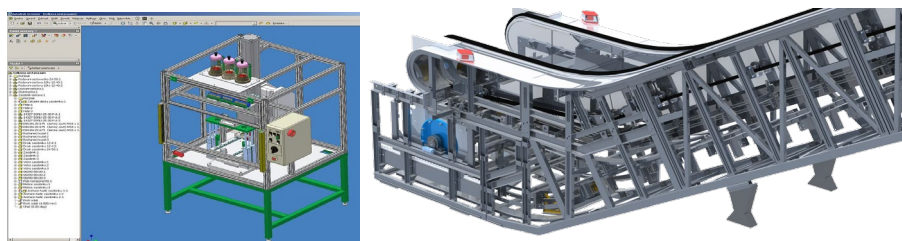
Фиг. 2.9 Автоматизирано генериране на съединения и механични предавки с Inventor

Използваният от Inventor файлов формат DWG е сред най-разпространените инженерни графични формати. Това позволява техническата документация, създадена в Inventor, да бъде отваряна и използвана от практически всички CAD системи, поддържащи DWG файлове (фиг. 2.10).



Фиг. 2.10 Чертожен софтуерен формат разширение dwg, използван от Autodesk Inventor

При анализа и генерирането на метални рамкови конструкции могат да бъдат използвани както стандартни профили (ISO, DIN, GOST, ANSI и др.), така и потребителски профили. Конструкциите могат да бъдат механично сглобени или заварени, като върху тях се задават опори, натоварвания и моменти. В резултат се извършва цялостна якостна проверка, включваща определяне на еквивалентни напрежения, собствени честоти и максимални деформации (фиг. 2.7 и фиг. 2.11). За удобство системата позволява автоматично генериране на подробен отчет (репорт), който може да бъде приложен към техническата документация.

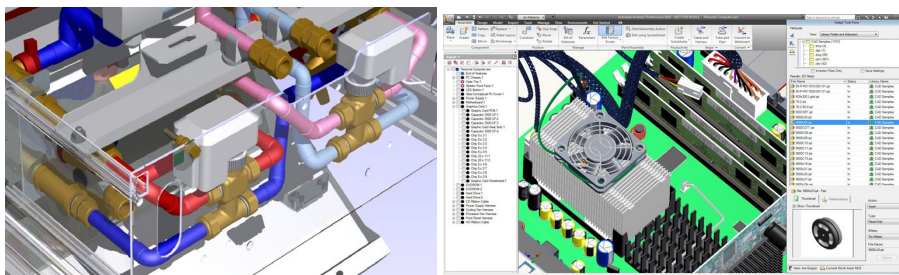


Фиг. 2.11 Проектиране на метални конструкции с Autodesk Inventor

Тръбопроводи и окабеляване

Със специализирания модул на Inventor лесно се създават тръбопроводни и кабелни системи с различна форма, размери и конфигурация (фиг. 2.12). За генериране на трасето е необходимо единствено задаване на водещи точки, през които системата преминава. Софтуерът разполага с богата библиотека от конектори, обувки, накрайници и други елементи. При

изграждане на тръбопроводни системи могат да бъдат добавяни кранове, муфи, тройници, колена и други стандартни компоненти.



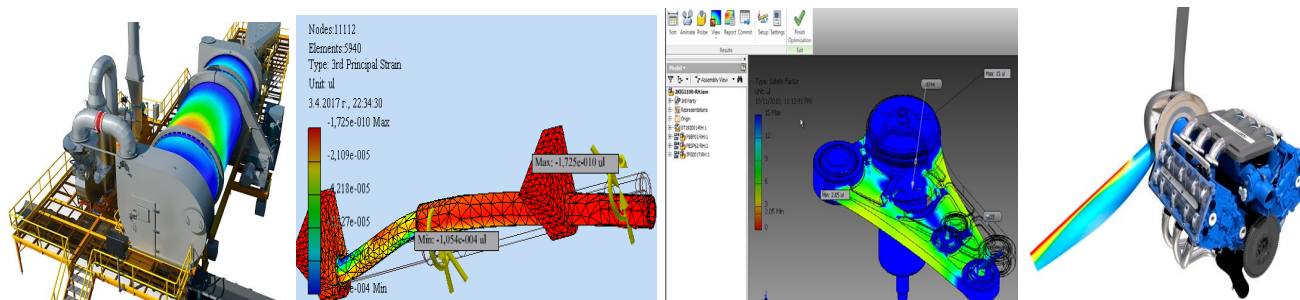
Фиг. 2.12 Проектиране на тръбни и електроинсталации с Autodesk Inventor

Якостен и динамичен анализ в Inventor

Модулът за якостен и динамичен анализ се използва за изчисляване и оптимизиране на детайли, сглобени единици и механични конструкции (фиг. 2.13).

Динамичната симулация в Inventor включва интегрирани функции за симулиране на движения, натоварвания, напрежения и деформации, чрез които се оценява функционалността на проектираното изделие при реални експлоатационни условия. Получените резултати могат да бъдат използвани за последващ анализ чрез метода на крайните елементи с цел определяне на опасните сечения и прогнозиране на максималните напрежения и деформации при най-неблагоприятни режими на натоварване [68].

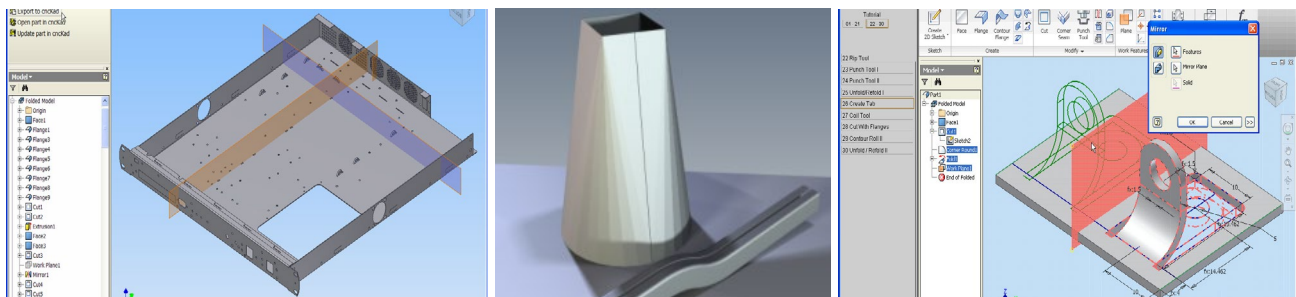
В специализирания модул са интегрирани крайните елементи на ANSYS. Всеки детайл или сглобена единица, разработени в Inventor, могат директно да бъдат прехвърлени в средата за анализ, като се запазва възможността за последваща редакция. Допълнителна функционалност представлява оптимизационното пресмятане, позволяващо избор на оптимална дебелина на материала.



Фиг. 2.13 Якостен и динамичен анализ, извършван от Autodesk Inventor

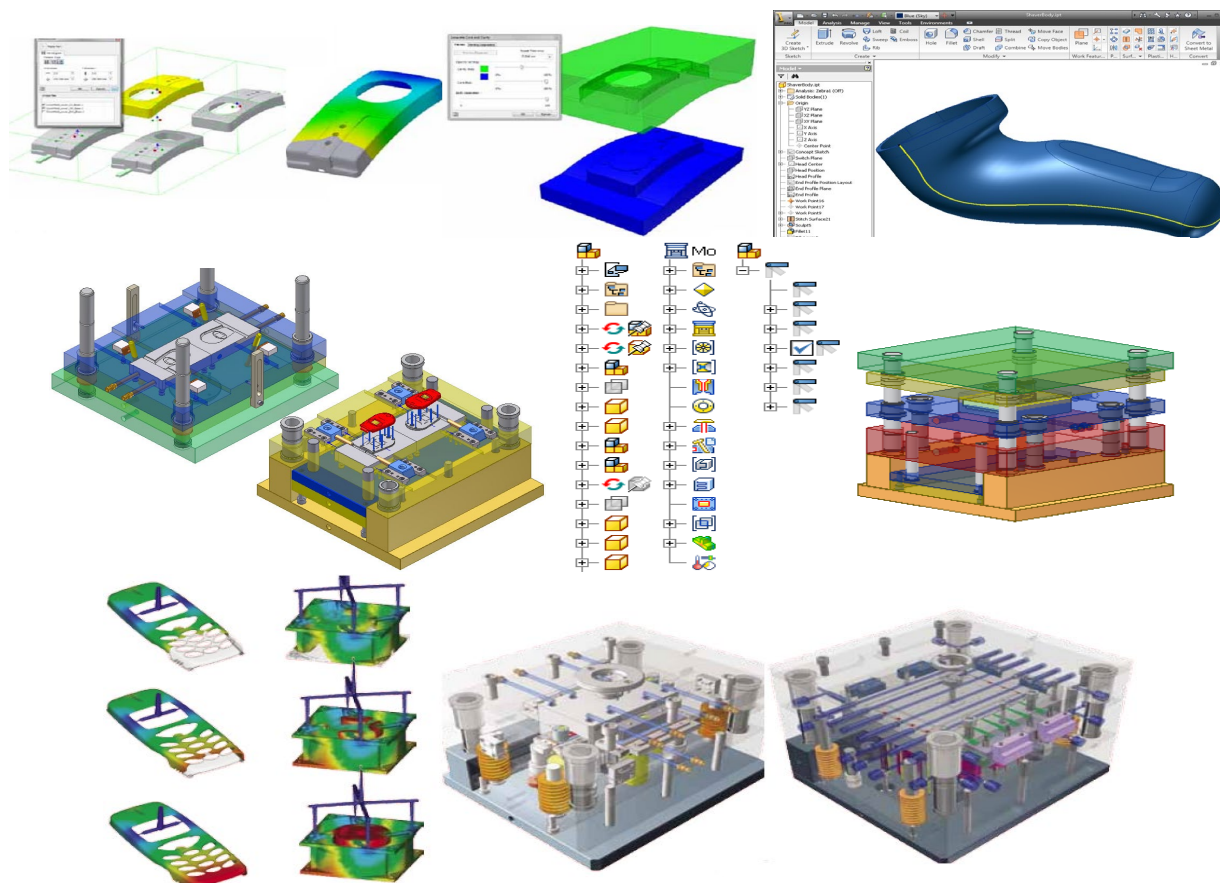
Детайли от листов материал

Inventor позволява проектиране както на прости, така и на сложни детайли от листов материал, съдържащи преходи, сгъвки, отвори и избушвания (фиг. 2.14). Моделът се създава тримерно в реалното му положение, след което автоматично се генерира разгъвка, която може да бъде оразмерена и експортирана във файлов формат DWG или DXF.



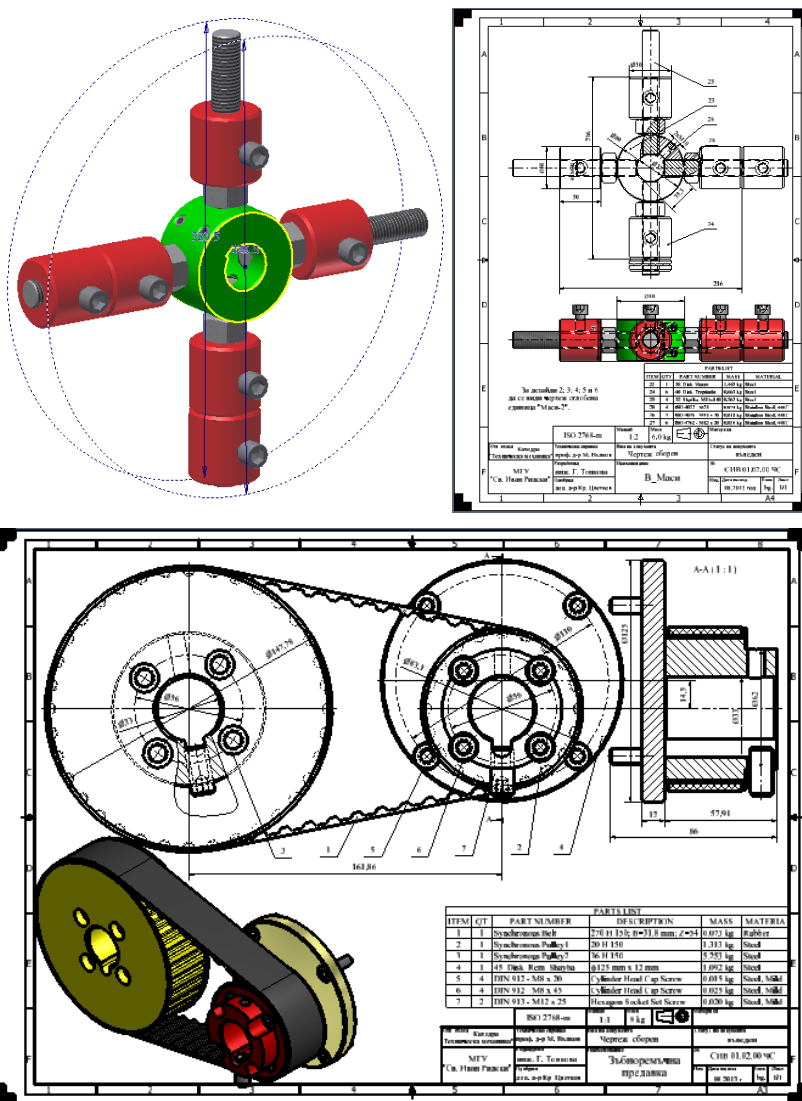
Проектиране на пластмасови изделия и шприцформи

Autodesk Inventor предоставя висока производителност при проектиране на пластмасови изделия и инструментална екипировка за тяхното производство – шприцформи, включващи поансон, матрица и всички допълнителни системи за правилното им функциониране (фиг. 2.15). Системата разполага с богата библиотека от специализирани компоненти и позволява извършване на анализ на запълването, проверка за всмукнатини и други технологични изследвания.



Техническа документация

Inventor осигурява директно извличане от примерния модел на необходимите проекции, изгледи, разрези и сечения. Софтуерът позволява бързо и прецизно оразмеряване, задаване на допуски, отклонения, грапавост, текстова и таблична информация, както и използване на стандартни или потребителски чертожни формати (фиг. 2.16).



Фиг. 2.16 Изготвяне на конструкторска документация с Autodesk Inventor

Системата поддържа множество файлови формати, сред които: IPT, IAM, DWG, DWF, IPN, STEP, STP, IGES, SAT, както и формати на SolidWorks, NX, Pro/Engineer, CATIA и други.

Autodesk Inventor Fusion

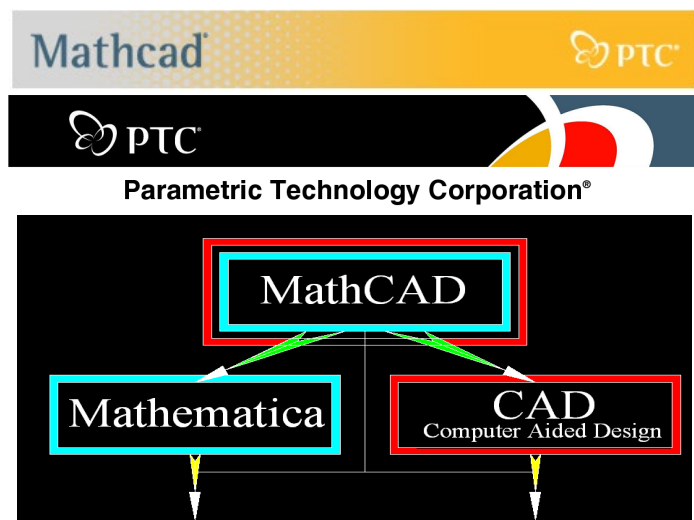
Autodesk Inventor Fusion позволява създаване, отваряне и редактиране на тримерни детайли и сглобени единици независимо от файловия формат, в който са записани (фиг. 2.17). Софтуерът предоставя възможност за директно моделиране и редактиране на твърдотелни обекти, което значително улеснява модификацията и адаптацията на съществуващи конструкции.



Фиг. 2.17 Дигитално проектиране с Autodesk Inventor Fusion

2.3.2 MathCAD - специализиран софтуер за математически и CAD изчисления

MathCAD е широко разпространен софтуерен продукт, използван в областта на математическите изчисления и инженерното проектиране [40]. Системата е тясно свързана с CAD технологиите и позволява математически описани и графично визуализирани сложни повърхнини да бъдат трансформирани в твърдотелни CAD модели. Наименованието MathCAD произлиза от съчетанието на думата „математика“ и израза CAD, което е илюстрирано на фиг. 2.18.



Фиг. 2.18 Структура на Math CAD

В програмната среда на MathCAD математическите операции и инженерните изчисления се реализират изцяло в софтуерна среда. Системата предоставя възможност за работа с т.нар. „компютърна математика“, реализирана чрез достъпен програмен език и удобен потребителски интерфейс. Това позволява ефективното използване на продукта както от начинаещи, така и от потребители с по-високо ниво на подготовка.

С помощта на MathCAD могат да бъдат решавани математически задачи с различна степен на сложност, като получените резултати се представят в удобен, ясен и професионално оформен вид. Софтуерът позволява едновременно извършване на аналитични изчисления, визуализация на резултатите и създаване на техническа документация.

MathCAD е в значителна степен обвързан с CAD проектирането, което намира приложение във всички области на инженерната практика. В този аспект проектирането включва следните основни инженерни дейности:

- якостни и кинематични изчисления;
- геометрично оразмеряване;
- CAD моделиране;
- конструктивно документиране;
- симулиране на натоварвания, задвижвания и деформации;
- оптимизация на проектираните изделия.

MathCAD представлява универсална компютърно-математическа система, чрез която се автоматизират решенията на разнообразни математически задачи в областта на науката, техниката и образованието [40].

Софтуерът се използва успешно при разработването на научни публикации, книги, дипломни работи, курсови проекти и други инженерни разработки, като съчетава възможностите за качествено текстово оформление с лесно въвеждане и обработка на сложни математически зависимости и формули. Освен това системата позволява графично представяне и анализ на получените изчислителни резултати (фиг. 2.19).

Вградените библиотеки и допълнителните пакетни разширения значително разширяват функционалните възможности на MathCAD и осигуряват професионална среда за работа в различни научни и инженерни направления.

Примерна работна среда в MathCAD

Пресмятане и графично представяне на произволна функция

$a := 1 \quad b := 3 \quad c := 2$

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad f(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

1) Въвеждане на функцията $f(x)$

$$\begin{pmatrix} \frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2} \\ a \\ \frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2} \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

2) Пресмятане на корените на квадратното уравнение

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

3) Определяне на корените на функцията $f(x)$ в интервалите от -10 до -1,5 и от -1,5 до 10

$\text{root}(f(x), x, -1.5, 10) = -1$

$\text{root}(f(x), x, -10, -1.5) = -2$

4) Графично построяване на функцията $f(x)$

5) Изчисляване на производната на функцията $f(x)$ в точката $x=5$

$x := 5 \quad \frac{d}{dx} f(x) = 13$

6) Изчисляване на определен интеграл на функцията $f(x)$ в границите от 0 до 10

$a := 0 \quad b := 10 \quad \int_a^b f(x) dx = 503.333$

Given

$c := 20000 \quad m := 2$

$k := \sqrt{\frac{c}{m}} = 100$

$p := 99 \quad l := 0.0002$

$h := 1 \cdot p^2 = 1.96$

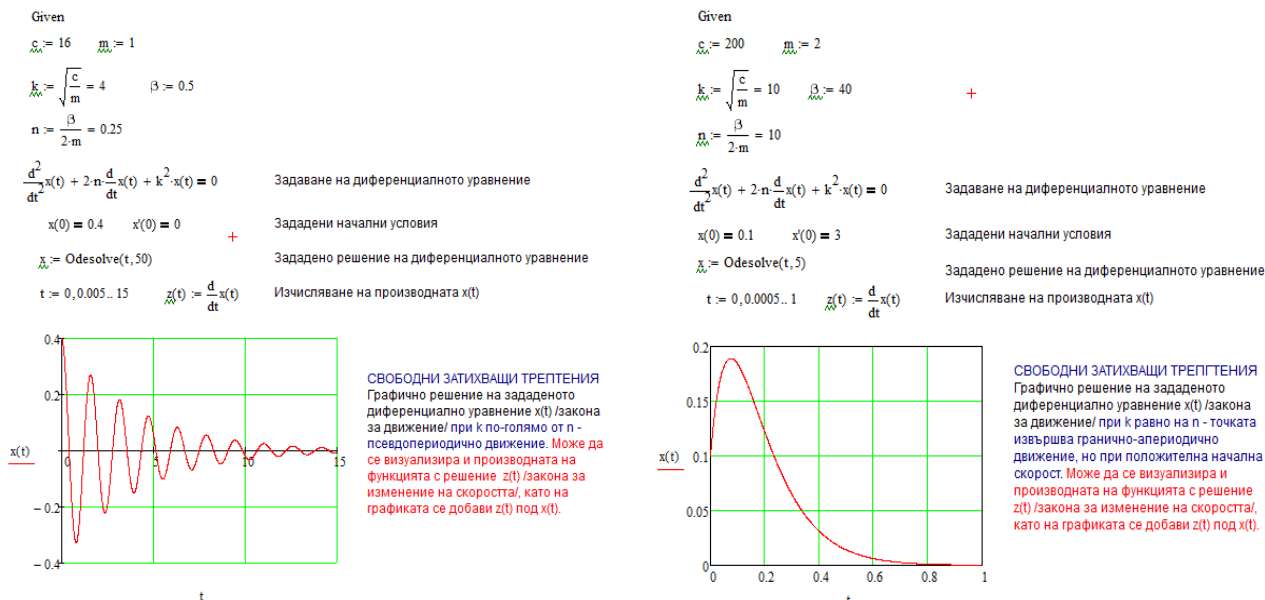
$\frac{d^2}{dt^2} x(t) + k^2 \cdot x(t) = h \cdot \sin(p \cdot t)$ Задаване на диференциалното уравнение

$x(0) = 0 \quad x'(0) = 0$ Зададени начални условия

$x := \text{Odesolve}(t, 60)$ Зададено решение на диференциалното уравнение

$t := 0, 0.0005 \dots 20 \quad z(t) := \frac{d}{dt} x(t)$ Изчисляване на производната $x(t)$

ПРИНУДЕНИ ТРЕПТЕНИЯ БЕЗ СЪПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ p приблизително равно на k . Получи се наслагване на две хармонични движения с много близки честоти /биене/.

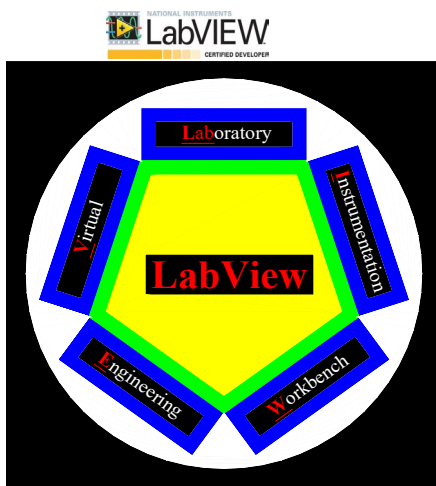


Фиг. 2.19 Изчисление в програмната среда на MathCAD [686]

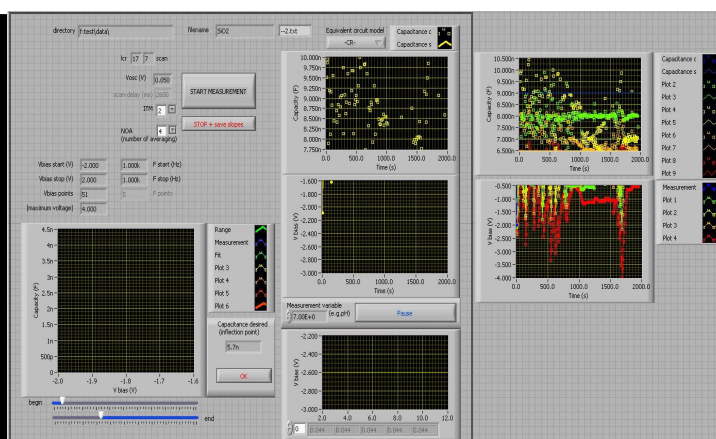
2.3.3 LabVIEW - софтуер за измерване и визуализация на механични величини

LabVIEW представлява мощен специализиран софтуерен продукт за измерване, управление и визуализация на данни от виртуални измервателни системи. Разработва се от компанията *National Instruments* и е сред водещите световни софтуерни решения в областта на контролно-измервателните системи, виртуалните инструменти, тестовите приложения и системите за автоматизация.

LabVIEW намира широко приложение в различни индустриални области – автоматизирани производствени линии, тестови системи за електронни изделия, системи за качествен контрол, мониторинг и управление на технологични процеси и други инженерни приложения [175]. Съкратеното наименование *LabVIEW* произлиза от израза *Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench* (фиг. 2.20).



Фиг. 2.20 Съставност на средата LabView



Фиг. 2.21 Диаграми, получени с LabVIEW от измервания на виртуални установки

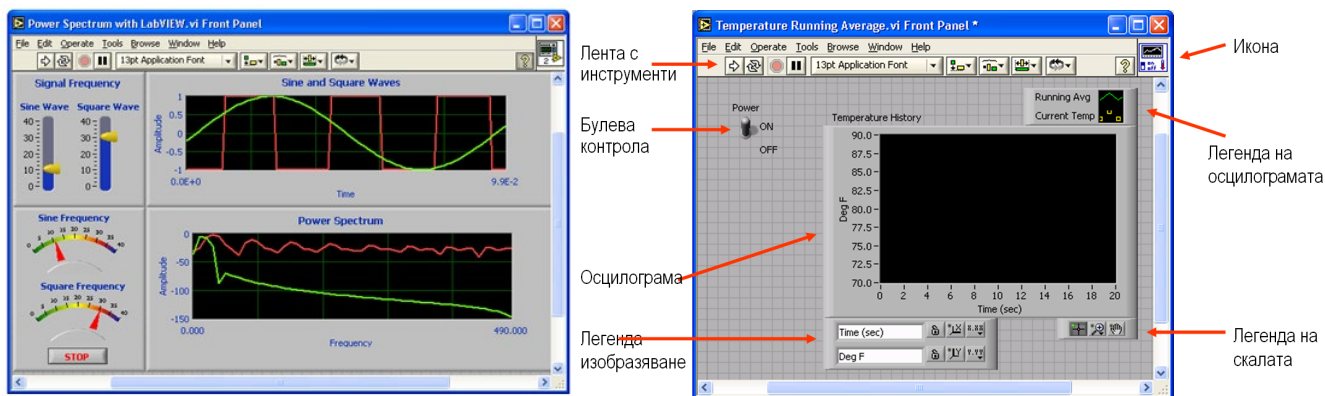
Програмната среда на LabVIEW разполага с голям набор от библиотеки, функционални модули и виртуални инструменти (ВИ), чрез които могат бързо да бъдат изследвани, анализирани и прогнозирани различни физични явления и физико-механични процеси.

Системата използва графичния програмен език G, при който изпълнението на даден модул започва след наличието на всички необходими входни данни. Използваните модули са представени чрез графични икони, свързани помежду си с линии за пренос на данни. Получените функционални диаграми се визуализират на общ работен екран, което улеснява възприемането и анализа на информацията (фиг. 2.21).

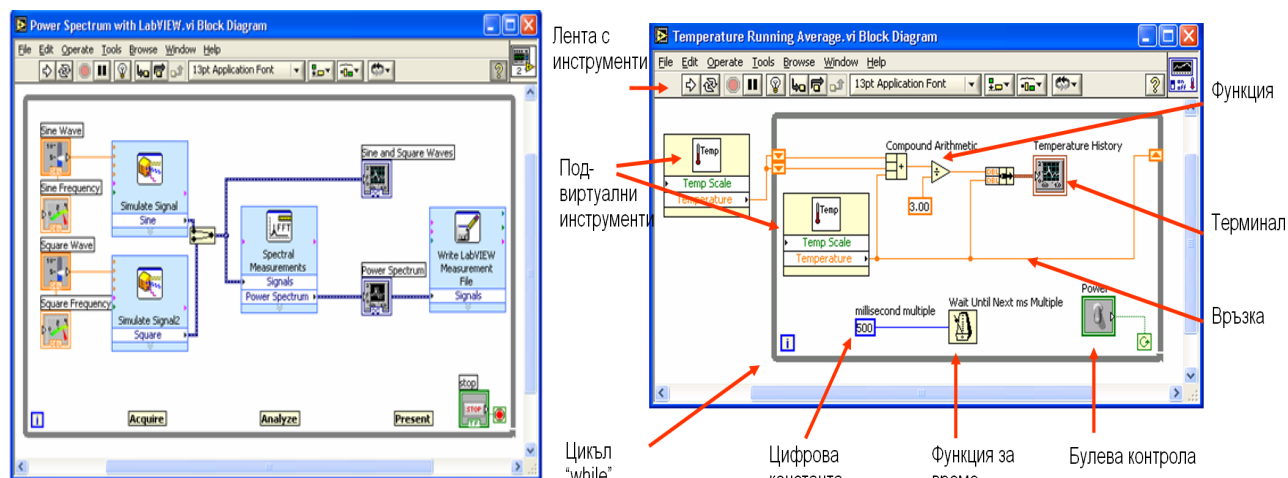
Програмите и подпрограмите в LabVIEW са известни като виртуални инструменти (ВИ). Всеки виртуален инструмент включва два основни компонента:

- „Блокова диаграма“;
- „Преден панел“.

Чрез използваните върху предния панел контроли и индикатори операторът може да въвежда, наблюдава и анализира данните, получени от работещия виртуален инструмент (фиг. 2.22 и фиг. 2.23).



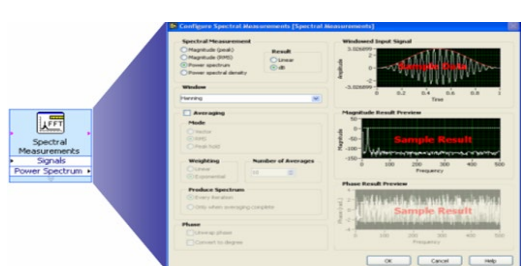
Фиг. 2.22 „Преден панел“ на дисплея на LabVIEW с обособени: Контроли-входове и Индикатори – изходи



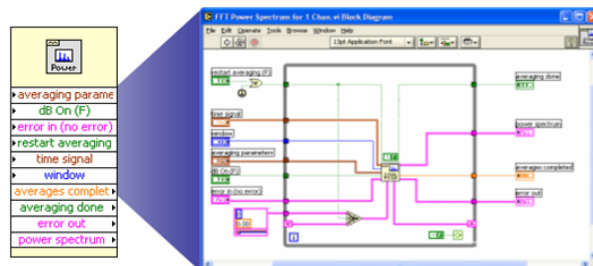
Фиг. 2.23 „Блокова диаграма“, която съпътства „Предния панел“

Потребителските интерфейси („Преден панел“) в LabVIEW изпълняват две основни функции (фиг. 2.24):

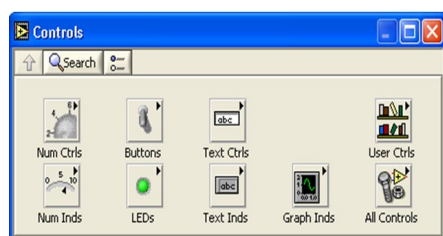
1. виртуален инструмент, стартиран като самостоятелна програма, при който предният панел изпълнява ролята на потребителски интерфейс;
2. модул в блокова диаграма, при който елементите на предния панел функционират като входи и изходи на съответния модул.



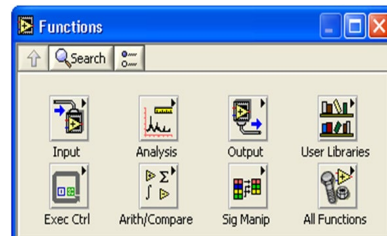
а) Интерактивни ВИ (Express VIs)



б) Модулни ВИ (Стандартни ВИ)



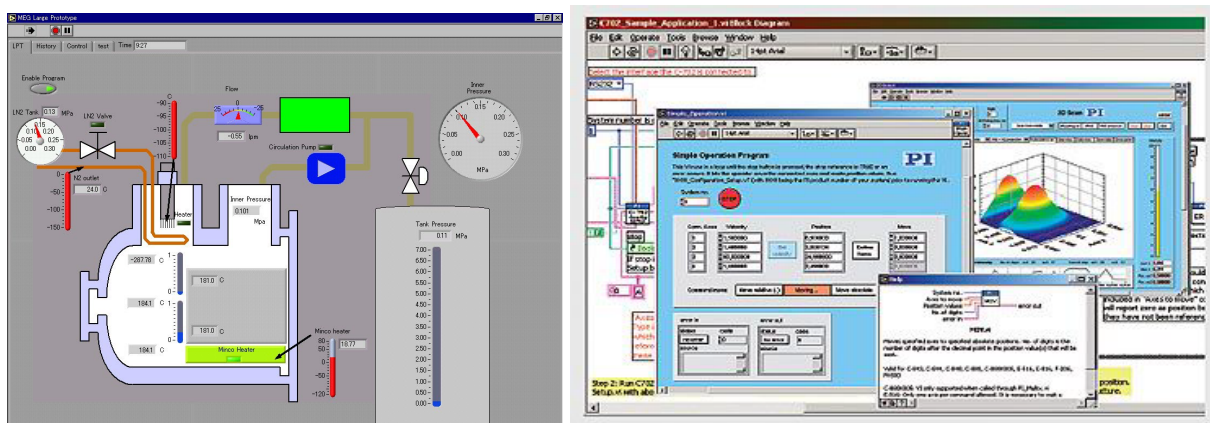
в) Контроли („Преден панел“)



г) Функции („Блокова диаграма“)

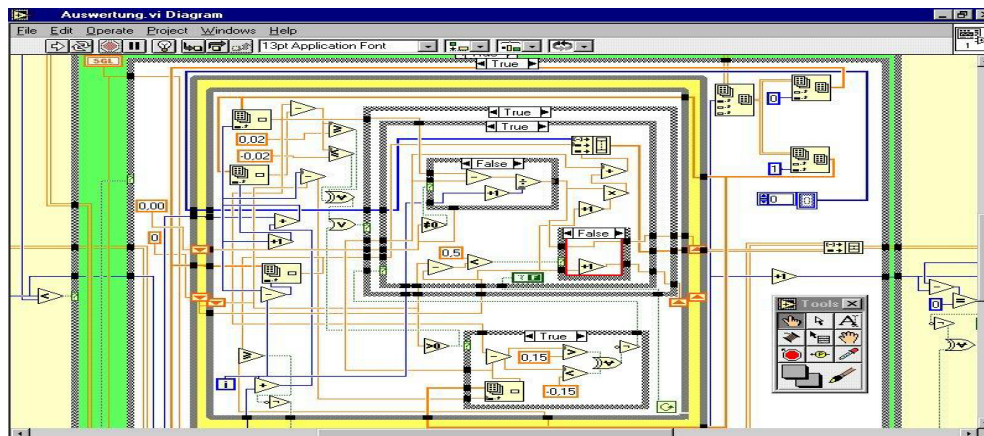
Фиг. 2.24 Функции, изпълнявани от „Предния панел“ – потребителския интерфейс на програмата LabVIEW

По този начин виртуалните инструменти могат лесно да бъдат тествани като самостоятелни приложения, преди да бъдат интегрирани като подфункции в по-големи програмни системи (фиг. 2.25).



Фиг. 2.25 Потребителски интерфейс на LabVIEW

Графичният подход на LabVIEW позволява и на потребители без задълбочени програмни познания да създават работещи приложения чрез използване на виртуални изображения на реални лабораторни прибори. Благодарение на графичното програмиране, вградените примери и подробната документация се създават условия за бързо разработване на инженерни приложения и тестови програми (фиг. 2.26).

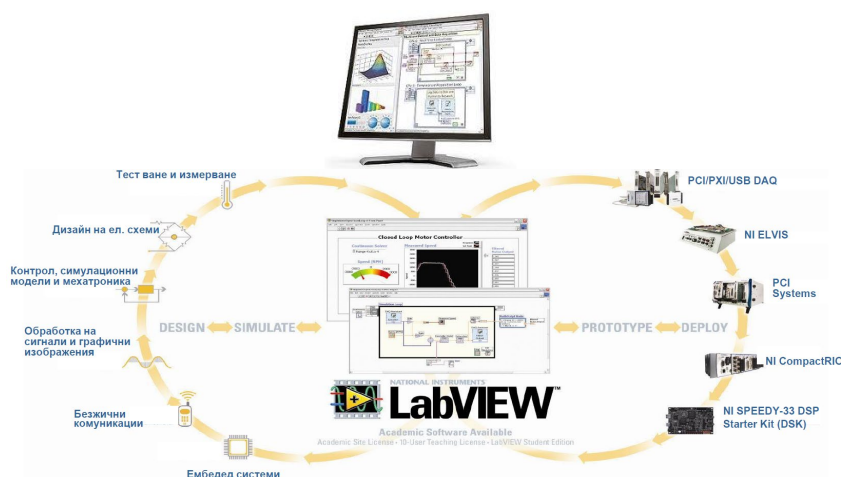


Фиг. 2.26 Графичен изход при програмиране с LabVIEW

Основно предимство на LabVIEW спрямо аналогични софтуерни продукти е широката поддръжка на измервателна и инструментална техника, както и наличието на готови графични модули, които значително намаляват времето за разработване на приложенията.

Сред ограниченията на системата могат да бъдат посочени възможностите за възникване на т.нар. „състезание“ между сигналите и резултатите, както и по-трудното проследяване на последователността на изпълнение в сравнение с традиционните последователни програмни езици като C, Visual Basic и други.

В обобщение, LabVIEW представлява специализирана графична програмна среда за разработване на приложения за тестване, измерване и управление на процеси. Нейният графичен подход позволява на инженери без задълбочена подготовка по програмиране да създават ефективни приложения за измерване и анализ на различни технически процеси (фиг. 2.27).



Фиг. 2.27 Приложение на софтуерната програма LabView

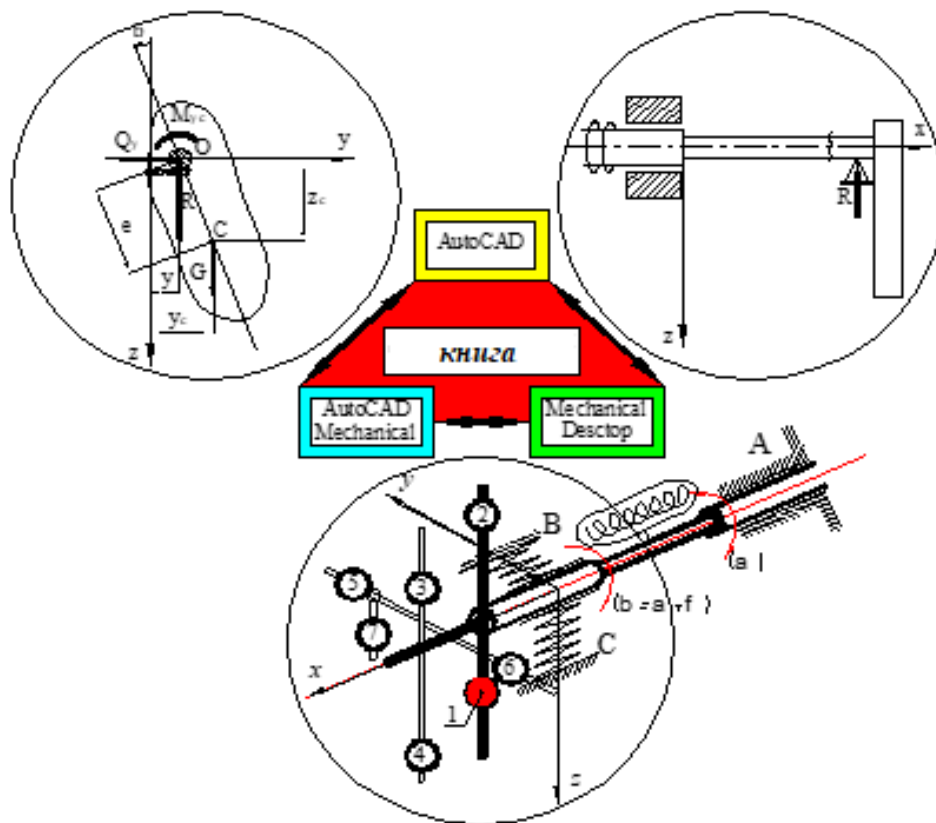
Софтуерната среда на LabVIEW може да бъде интегрирана с разнообразни хардуерни платформи – системи за събиране на данни, програмируеми логически контролери (PLC), системи за машинно зрение, контролери за управление на електрозадвижвания и лабораторни измервателни устройства, което значително разширява нейните възможности за практическо приложение.

2.3.4 AutoCAD – универсален софтуер за конструкторска документация

AutoCAD е специализирана CAD система, утвърдена като световен лидер в областта на двумерното проектиране. Тя е една от най-разпространените и унифицирани софтуерни среди за създаване на конструкторска документация [70]. Системата позволява бързо и прецизно разработване на технически чертежи и документация при висока степен на контрол и професионално графично оформление. В по-новите версии AutoCAD разполага и с инструменти за тримерно моделиране, позволяващи създаване на твърдотелни модели (*Solid Modeling*) [167].

AutoCAD генерира документация във файлови формати с разширения *dwg*, *dxf*, *dwf* и *dws*, които се поддържат от почти всички съвременни CAD системи.

Традиционно AutoCAD се използва при разработване на конструкторска документация, изчертаване, оразмеряване и визуализация на елементи и възли на технически изделия, конструктивни схеми и механо-математични модели, както и при документиране на сглобени единици (фиг. 2.28).



Фиг. 2.28 Приложение на AutoCAD в настоящата книга

AutoCAD Mechanical

AutoCAD Mechanical е специализирано разширение на системата, предназначено за интелигентно 2D машиностроително проектиране и бързо създаване на стандартизирана техническа документация. Софтуерът включва множество специализирани средства и геометрични улеснения за конструктивно документиране.

В системата са интегрирани библиотеки с над 1 000 000 стандартни машиностроителни елемента. Поддържат се международно утвърдени стандарти – ANSI, BSI, CSN, DIN, GB, ISO и ГОСТ, като съществува възможност за създаване и на потребителски стандарти.

Оразмеряването на техническите чертежи традиционно заема значителна част от времето за документиране на проекта. В AutoCAD Mechanical този процес е значително оптимизиран благодарение на автоматизирани функции за оразмеряване, групиране, подреждане и редактиране на размерите. Размерните означения автоматично се синхронизират и настройват едно спрямо друго, а данните от спецификациите могат да бъдат обменяни с ERP системи [161].

Съществено предимство на AutoCAD Mechanical са вградените генератори на машинни детайли и стандартизирани елементи. Те позволяват бързо и прецизно създаване на 2D модели на валове, зъбни колела, гърбици, пружини, ремъчни и верижни предавки и други машиностроителни елементи. По този начин се повишава производителността при разработването на конструктивната документация.

Системата значително улеснява оформянето на монтажни и работни чертежи. Проекциите се генерират автоматично от основния изглед, като е необходимо единствено задаване на посоката и мястото на тяхното разполагане.

В AutoCAD Mechanical са вградени алгоритмични средства за якостни изчисления и геометрично оразмеряване на детайли, сглобени единици и механични предавки. Системата поддържа напълно асоциативен двустранен обмен на данни с Autodesk Inventor, което позволява използването на съществуващи 2D чертежи и проекции за създаване на тримерни модели в средата на Inventor. Едновременно с това е възможно автоматизирано документиране на 3D моделите, създадени в Inventor, директно в AutoCAD Mechanical.

2.3.5 Възможности на софтуерната програма MITCalc при решаване на инженерни и научни задачи

MITCalc е специализирана софтуерна програма, предназначена за якостни изчисления и геометрично оразмеряване в областта на механиката, съпротивлението на материалите и машинните елементи [71].

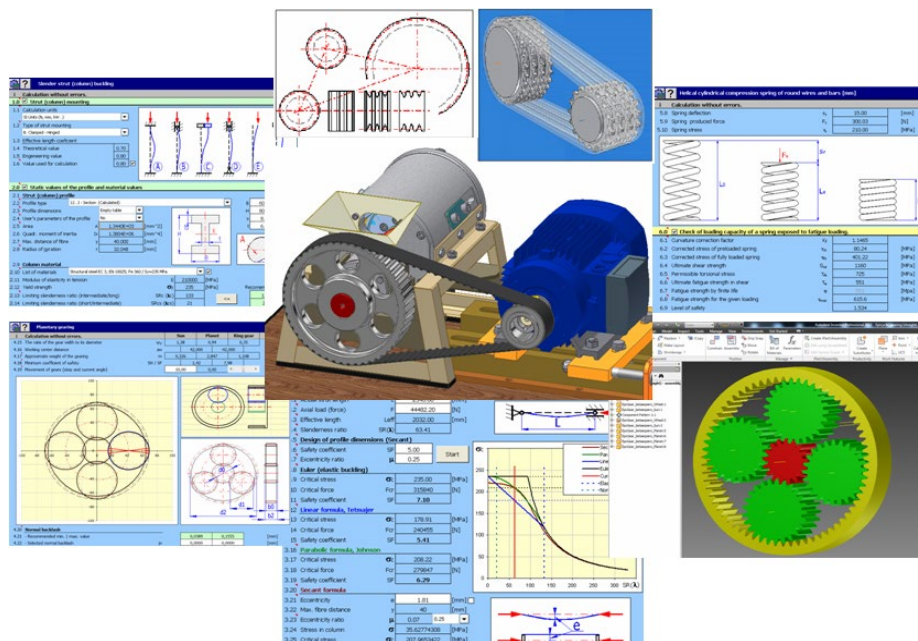
Софтуерът позволява подробно и сравнително лесно изчисляване на статично, кинематично и динамично натоварени конструкции, както и на стандартни и нестандартни машинни елементи и механични предавки с различна геометрична конфигурация (фиг. 2.29 – фиг. 2.32).

MITCalc предоставя възможности за:

- якостни изчисления;
- геометрично оразмеряване;
- проверка на допустимите напрежения;

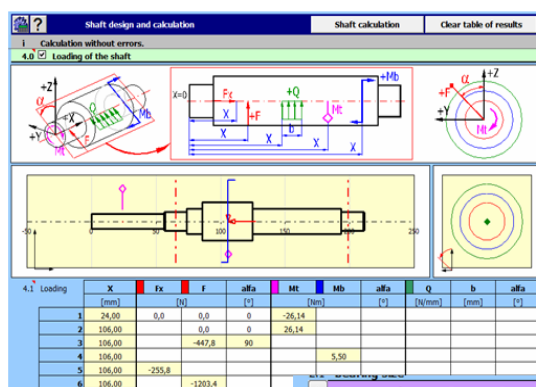
- определяне на коефициенти на сигурност;
- изчисляване на динамични коефициенти;
- определяне на геометрични параметри;
- анализ на съвместимостта между натоварване, геометрия, кинематични и силови параметри

параметри



Фиг. 2.29 Модули за проектиране в MITCalc

След извършване на аналитичните изчисления програмата позволява автоматизирано графично изчертаване на проектираните елементи и сглобени единици, както и генериране на 3D CAD модели, съвместими с различни CAD системи, сред които AutoCAD, Inventor, Solid Edge, SolidWorks, CATIA, NX и други.



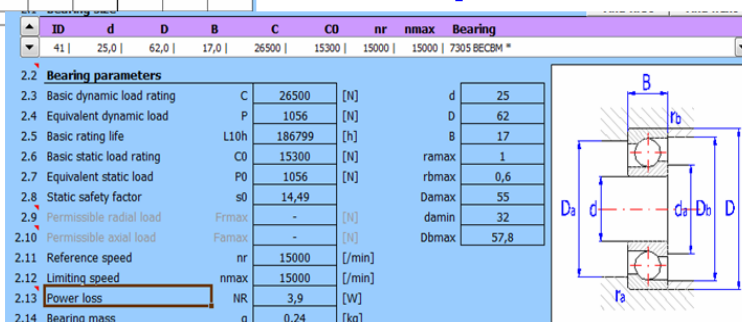
Изчисляване
на
търкалящи
лагери

Пресмятане на:

- валове и оси;
- греди и профили;
- стройни пръти

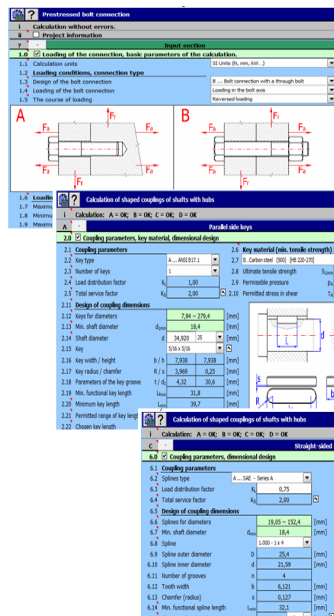
Пружини:

- винтови;
- дискови;
- торсионни



Фиг. 2.30 Пресмятане на машинни елементи с MITCalc

Методиките за изчисление, използвани в MITCalc, както и библиотеките със стандартни елементи, профили и материали, са разработени в съответствие с широко разпространените международни машиностроителни стандарти – ISO, DIN, EN, ANSI, GOST, CSN, BS и JIS.



Оразмеряване на статично, кинематично и динамично натоварени:

Винтови съединения
(винтове, болтове, шпикли),

Шпонкови съединения
(с призматична и сегментна шпонка),

Шлицови съединения
(с правостенни и еволвентни шлиц),

Пресови съединения

Щифтови съединения

Заварени съединения

Фиг. 2.31 Оразмеряване на механични съединения



Проектиране на:

верижни и ремъчни предавки

(с клинов и зъбен ремък, с две и повече ремъчни шайби)

Проектиране на зъбни предавки:

- цилиндрични;

- конусни;

- червячни;

- планетни

Фиг. 2.32 Проектиране на механични предавки

2.4 Анализ, изводи и заключение от извършената дейност в глава 2

Анализ на извършената дейност

1. Проучени са множество специализирани софтуерни продукти, приложими при решаването на инженерни задачи в областта на механиката и машиностроенето. Извършена е обосновка при избора на лицензиран CAD софтуер, характеризиращ се с висока точност и надеждност на получаваните резултати.

2. Направена е класификация на основните задачи в механиката и на видовете механични трептения, като е анализирано мястото и значението на разглежданите процеси. Установено е, че възникващите трептения представляват съществен инженерен проблем, изискващ задълбочен аналитичен и приложен подход.

Изводи

Използването на специализиран софтуер изисква придобиване на практически умения за работа с програмните продукти, което предполага отделяне на значителен времеви ресурс, както и наличие на подходящ хардуер.

Владеенето на CAD системи значително улеснява инженерната дейност и създава предпоставки за постигане на бързи, точни и надеждни резултати.

Прилагането на резултатите от инженерните анализи в практиката е свързано с висока степен на отговорност както от страна на разработчика, така и на крайния потребител.

Ефективното използване на специализиран софтуер изисква задълбочени теоретични знания и аналитично мислене в областта на техническите науки.

Съществено предимство на съвременните CAD системи е възможността за бързо и многовариантно оптимизиране на конструкциите по различни критерии.

Заключение

Извършен е задълбочен анализ на широко използвани съвременни CAD и инженерни софтуерни продукти, като са разгледани техните основни функционални възможности и предимства.

Тези програмни средства представляват важен инструмент в инженерната практика и намират широко приложение при проектиране, анализ, моделиране и оптимизация на технически изделия и конструкции.

Представеният обзор може да бъде полезен както за студенти с техническа насоченост, така и за начинаещи и практикуващи инженери, използващи специализиран софтуер. Получената информация може успешно да се прилага както в учебния процес, така и в практическата инженерна дейност.

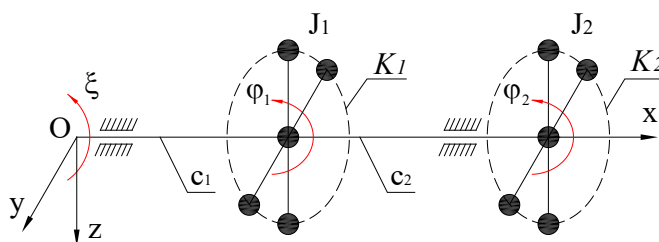
ГЛАВА 3 АНАЛИТИЧНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ВЪЗНИКВАЩИТЕ ОГЪВАЩИ И УСУКВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ И ВЛИЯНИЕТО ИМ ВЪРХУ ДИНАМИЧНО НАТОВАРЕНИ ВАЛОВЕ

3.1 Усукващи трептения на вал при кинематично смущение от четиризвенен механизъм

В съответствие с поставената цел, обект на изследване е влиянието на възникващите по време на работа огъващи и усукващи трептения върху механична система тип вал–маси с две степени на свобода.

Разгледан е случай, при който стъпален кух вал е подложен на силово натоварване при определена честота на въртене. Валът е установен на две опори, като дясната му част е изпълнена като конзолна (фиг. 3.1). Задвижването се осъществява от лявата страна, където с ξ е означено кинематичното смущение.

Върху вала са закрепени две конфигурации от тежести – K_1 и K_2 , при които могат да се изменят както броят и разположението на масите, така и разстоянията им спрямо оста на въртене. Конфигурацията от тежести K_1 е разположена между двете опори, а K_2 – в конзолния участък на вала.



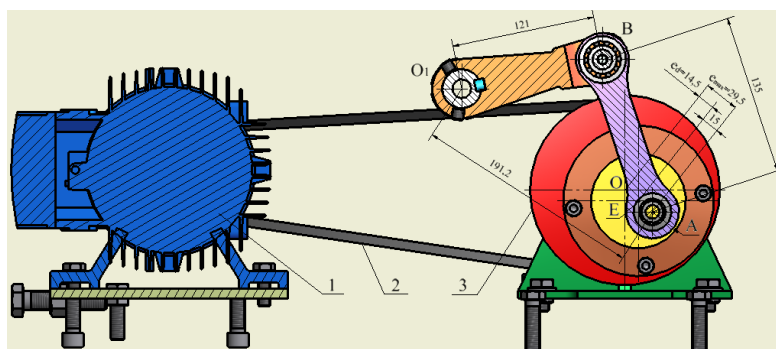
Фиг. 3.1 Изследвана механична система [57a].

Изпитваният вал се задвижва посредством четиризвенен механизъм, при който въртенето е реверсивно и се осъществява чрез последователно завъртане в двете посоки. Ъгълът на завъртане зависи от ексцентрицитета e на коляното OA от четиризвения механизъм $OABO_1$ (фиг. 3.2). Максималният ъгъл на завъртане на вала е 29° или $\varphi = \pm 29^\circ$, като знакът „+“ съответства на завъртане обратно на часовниковата стрелка, а знакът „–“ – по часовниковата стрелка.

Коляното OA на четиризвения механизъм е свързано в точка O към фланец на вал, задвижван от електродвигател посредством клиноремъчна предавка, представени на фиг. 3.2.

На фиг. 3.2 е показана схемата на задвижване на изпитвания вал в експерименталния стенд. Електродвигател 1 с честота на въртене $n = 1420 \text{ min}^{-1}$ работи в стационарен режим при постоянни обороти и предава въртливо движение към фланец 3 чрез клиноремъчна предавка 2 с предавателно отношение $i = 2,11$. Към фланеца 3 с център O е монтиран ексцентричен диск с

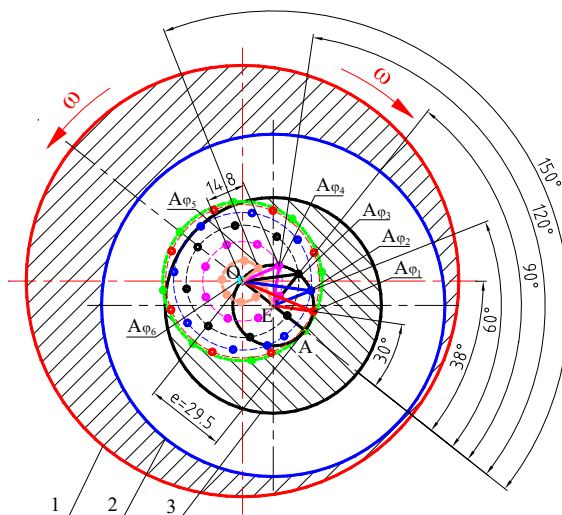
ексцентрицитет $e_d = 14,5 \text{ mm}$, в чиято точка A посредством цилиндрична става е закрепен единият край на мотовилката AB от четиризвения механизъм. Дължината на мотовилката AB е $b = 135 \text{ mm}$. Другият край B на мотовилката е свързан чрез цилиндрична става към коляното O_1B с дължина $a = 121 \text{ mm}$. Вторият край O_1 е неподвижно свързан към изпитвания вал, чиято ос преминава през точка O_1 .



Фиг. 3.2 Конструктивна схема на задвижване

На фиг. 3.3 е представена схема, при която дължината на входното рамо на четиризвения механизъм може да се изменя, вследствие на което се променя ексцентрицитетът и съответно реверсивният ъгъл на завъртане на изпитвания вал при неговото периодично движение.

Съгласно означенията на фиг. 3.3: 1 – фланец към вала, задвижван от електродвигателя посредством клиноремъчна предавка; т. O – център на фланеца, около който се осъществява ротацията; 2 – фиксиращ пръстен; 3 – ексцентрично разположен диск, чийто център е изместен спрямо т. O на разстояние $14,5 \text{ mm}$.



Фиг. 3.3 Регулиране големината на ексцентрицитета e при четиризвения

Рамото OA представлява входното коляно на четиризвения и има дължина, равна на ексцентрицитета e ($OA = e$, като в случая $OA = e_{\max} = 29,5 \text{ mm}$). Промяната на ексцентрицитета се осъществява чрез завъртане на диск 3 спрямо неговия център E . Тази настройка се извършва единствено при изключен електродвигател.

На фиг. 3.3 са показани седем характерни положения на точка A и рамото OA . При завъртане на диск 3 на ъгъл 30° обратно на часовниковата стрелка, т. A заема положение A_{φ_1} с рамо $OA_{\varphi_1} < OA$. При завъртане на ъгъл 60° спрямо началното положение на т. A , тя заема положение A_{φ_2} с рамо $OA_{\varphi_2} < OA_{\varphi_1}$. В същата последователност, при завъртане на диск 3 съответно на ъгли 90° , 120° , 150° и 180° , т. A заема последователно положенията A_{φ_3} , A_{φ_4} , A_{φ_5} , A_{φ_6} , при което дължината на рамото (OA_{φ_i} , $i=1\div 6$) на всяко следващо положение е по-малко от предишното. По този начин се реализира намаляване на дължината на рамото OA (ексцентрицитета).

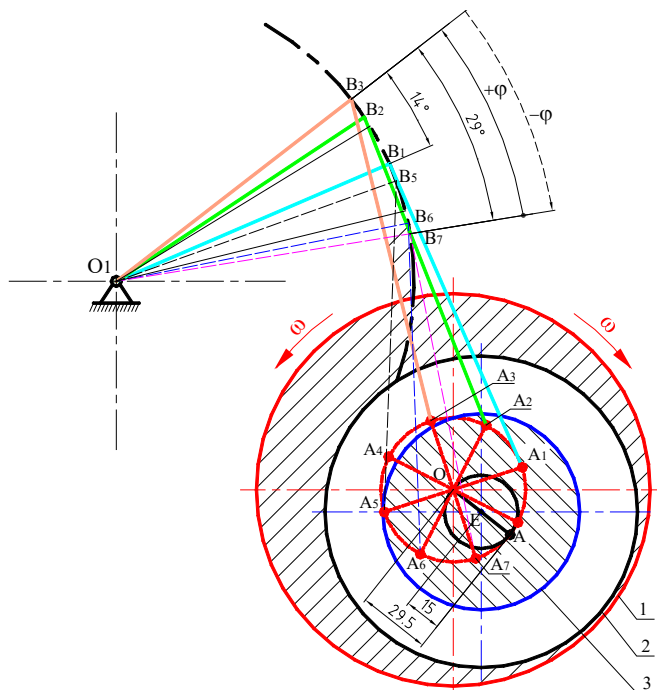
Дискът 3 се фиксира неподвижно към фланеца 1 посредством фиксиращия пръстен 2. Максималният ексцентрицитет достига $e_{\max} = 29,5 \text{ mm}$, а минималният $e_{\min} = 0,5 \text{ mm}$. По време на работа дисковете 1, 2 и 3 са относително неподвижни един спрямо друг. Всички точки от рамото OA извършват въртливо движение по окръжни траектории независимо от положението на точка A (фиг. 3.3).

Когато четиризвенният механизъм е настроен за работа при максимален ексцентрицитет, рамото $OA = e_{\max} = 29,5 \text{ mm}$ (фиг. 3.4). При въртенето на фланеца 3 изходното рамо O_1B_i , $i=1\div 7$ извършва реверсивно завъртане около точка O_1 , описвайки максимален ъгъл $\varphi = 29^\circ$, след което посоката на въртене се изменя и движението се повтаря в противоположната посока.

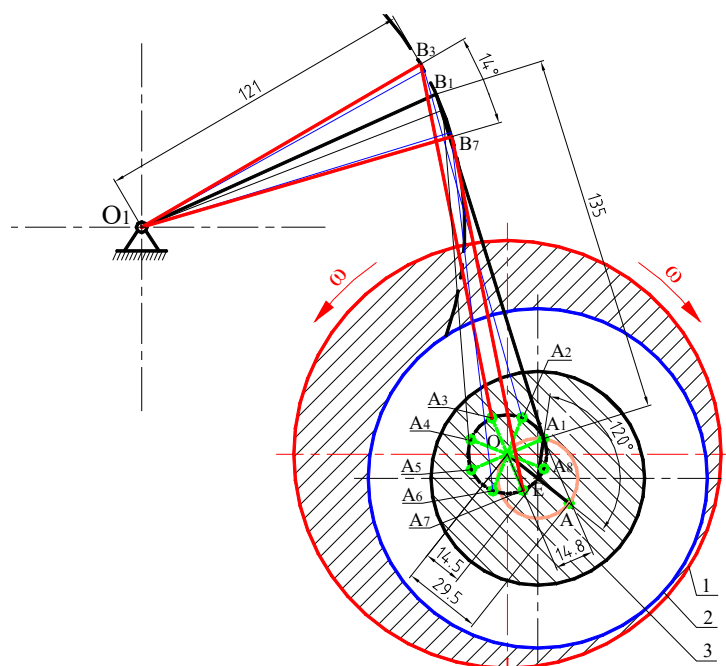
При въртене на рамото OA с постоянна ъглова скорост и равни ъгови интервали, изходното рамо O_1B извършва неравномерно движение. От схемата на фиг. 3.4 се установява, че скоростта на точка A е постоянна, докато скоростта на т. B се изменя непрекъснато. В крайните положения тя клони към нула, а в средното положение достига максимална стойност.

На фиг. 3.5 е представен случай, при който дискът 3 е завъртян спрямо началното си положение (фиг. 3.2, фиг. 3.3 и фиг. 3.4) на ъгъл 120° . Тогава точка A заема положение A_1 , а рамото OA_1 има дължина $OA_1 = 14,8 \text{ mm} < OA = 29,5 \text{ mm}$. При въртене на фланеца 1, точка A_1 последователно преминава през положения от A_1 до A_8 . В сравнение със случая от фиг. 3.4 траекторията е окръжност с два пъти по-малък диаметър. От фиг. 3.5 се вижда, че ъгълът, описван от изходното коляно O_1B_i , също е приблизително два пъти по-малък.

Конструктивната особеност на използвания експериментален стенд, базирана на четиризвенен механизъм, определя кинематичната постановка на задачата. Тази конфигурация позволява получаване на различни скорости и ускорения при задаване на различни ъгли на завъртане, както и реализиране на реверсивно движение на вала.



Фиг. 3.4 Заемани положения на четиризвенника за един оборот на завъртане на фланеца 1, пръстена 2, диска 3 и рамото OA при ексцентрицитет $e=29,5\text{ mm}$



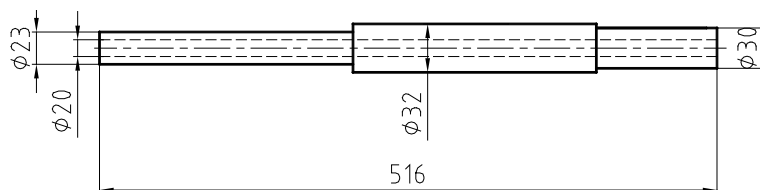
Фиг. 3.5 Заемани положения на четиризвенника за един оборот на завъртане на фланеца 1, пръстена 2, диска 3 и рамото OA при ексцентрицитет $e=14,8\text{ mm}$

Комбинираното въздействие на кинематичното смущение и променливите масови конфигурации води до възникване на динамични натоварвания. В резултат се пораждат огъващи и усукващи трептения с различна амплитуда и честота.

В зависимост от геометричните характеристики на вала тези натоварвания предизвикват сложно напрегнато и деформационно състояние. Анализът на тези процеси е извършен чрез аналитични зависимости и числени методи при зададени начални условия, разгледани в следващите раздели.

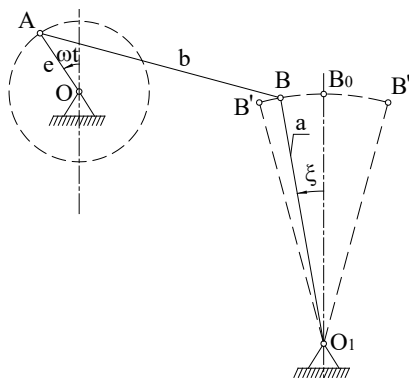
3.1.1 Изследване на динамично натоварен вал по зададена геометрия (първи изследван случай)

В настоящия раздел аналитично се изследва влиянието на свободните и принудените трептения върху вал, чиято конструкция е представена на фиг. 3.6.



Фиг. 3.6 Стъпален кух вал

Валът е натоварен с две конфигурации от маси (фиг. 3.1) и се задвижва от електродвигател посредством клиноремъчна предавка и четиризъвенен механизъм (фиг. 3.2). Опростената кинематична схема на механизма е показана на фиг. 3.7, където: OA – входно коляно, AB – мотовилка и O_1B – изходно коляно.



Фиг. 3.7 Четиризъвенен механизъм

В разглеждания случай входното коляно OA е с дължина $e = e_{\max} = 29,5 \text{ mm}$, мотовилката AB – с дължина $b = 135 \text{ mm}$, а изходното коляно O_1B – с дължина $a = 121 \text{ mm}$. Входното коляно OA се върти с постоянна ъглова скорост ω , като неговото завъртане е ωt .

Поради малката стойност на ексцентрицитета e в сравнение с останалите геометрични размери, преместването на точка B може да бъде представено чрез зависимостта:

$$S_B = e \cdot \sin \omega t \quad (3.1)$$

От друга страна, изходното коляно, заедно с изследвания вал, извършва ротационно движение и точка B описва дъга $\overset{\frown}{BB''}$ с радиус a . Ъгълът на завъртане на коляното O_1B е означен с ξ , поради което за преместването на точката B е в сила зависимостта:

$$\overset{\frown}{BB_0} = a \cdot \xi. \quad (3.2)$$

Но $S_B = \overset{\frown}{BB_0}$ и след приравняване на десните страни на изразите (3.1) и (3.2) се получава:

$$\xi = \frac{e}{a} \sin \omega t \quad (3.3)$$

При полагане на $\lambda = \frac{e}{a}$ се получава окончателният вид на кинематичното смущение, генерирано от четиризвения механизъм:

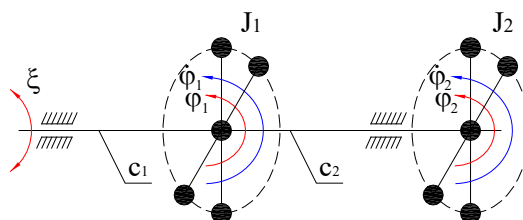
$$\xi = \lambda \cdot \sin \omega t \quad (3.4)$$

След заместване на стойностите за e и a се получава:

$$\xi = 0,244 \cdot \sin \omega t \quad (3.5)$$

3.1.2 Динамичен модел на механичната система вал-маси

Динамичният модел, използван при изследването на усукващите трептения е показан на фиг. 3.8. Разглежда се вал с два участъка, носещ две ротиращи маси с инерционни моменти J_1 и J_2 .



Фиг. 3.8 Механо-математичен модел на механичната система вал-маси

При анализа на свободните трептения за обобщени координати се приемат ъглите на завъртане φ_1 и φ_2 на дисковете спрямо положението на неусукан вал. На тях съответстват обобщените скорости $\dot{\varphi}_1$ и $\dot{\varphi}_2$. Коефициентите на еластичност на двата участъка са означени с c_1 и c_2 .

За конкретния случай се записват уравненията на Лагранж от II-ри род [55]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} \end{cases} \quad (3.6)$$

3.1.2.1 Кинетична и потенциална енергия на механичната система

Кинетичната енергия на разглежданата механична система представлява квадратна функция на обобщените скорости и има вида:

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2. \quad (3.7)$$

Тъй като върху системата действат потенциални сили, обобщените сили се определят чрез частните производни на потенциалната енергия спрямо съответните обобщени координати, взети с отрицателен знак.

Потенциалната енергия възниква вследствие еластичната деформация на двата участъка на вала и представлява квадратна функция на обобщените координати:

$$\Pi = \Pi(\vec{F}_{e\eta_1}) + \Pi(\vec{F}_{e\eta_2}) = \frac{1}{2}c_1(\varphi_1 - \xi)^2 + \frac{1}{2}c_2(\varphi_2 - \varphi_1)^2. \quad (3.8)$$

Нейните производни спрямо обобщените координати са:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} = c_1(\varphi_1 - \xi) - c_2(\varphi_2 - \varphi_1); \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = c_2(\varphi_2 - \varphi_1). \end{cases} \quad (3.9)$$

3.1.2.2 Диференциални уравнения на движението и тяхното решение

След определяне на необходимите частни и пълни производни в уравненията на Лагранж и последващо заместване се получава системата диференциални уравнения на движение на механичната система вал-маси:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 + (c_1 + c_2)\varphi_1 - c_2\varphi_2 = c_1\lambda \sin \omega t \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - c_2\varphi_1 + c_2\varphi_2 = 0. \end{cases} \quad (3.10)$$

Получената система е нехомогенна система диференциални уравнения от втори ред с постоянни коефициенти.

Общото решение на системата (3.10) се представя като сума от общото решение на съответната хомогенна система:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 + (c_1 + c_2)\varphi_1 - c_2\varphi_2 = 0 \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - c_2\varphi_1 + c_2\varphi_2 = 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

и частното решение на нехомогенната система.

Решението на хомогенната система се търси във вида:

$$\varphi_1 = B_1 \sin kt, \quad \varphi_2 = B_2 \cos kt. \quad (3.12)$$

След намиране на първите и вторите производни и заместването им в системата (3.11), след разделяне на двете страни на $\sin kt$, се получава система алгебрични уравнения:

$$\begin{cases} (c_1 + c_2 - k^2 J_1)B_1 - c_2 B_2 = 0 \\ -c_2 B_1 + (c_2 - k^2 J_2)B_2 = 0. \end{cases} \quad (3.13)$$

От системата (3.13) се извежда честотното уравнение на механичната система:

$$\Delta(k^2) = \begin{vmatrix} c_1 + c_2 - k^2 J_1 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 - k^2 J_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (3.14)$$

След развиване на детерминантата се получава:

$$\Delta = (c_1 + c_2 - k^2 J_1)(c_2 - k^2 J_2) - c_2^2 = 0. \quad (3.15)$$

Окончателният вид на честотното уравнение е:

$$J_1 J_2 k^4 - [J_2(c_1 + c_2) + J_1 c_2]k^2 + c_1 c_2 = 0. \quad (3.16)$$

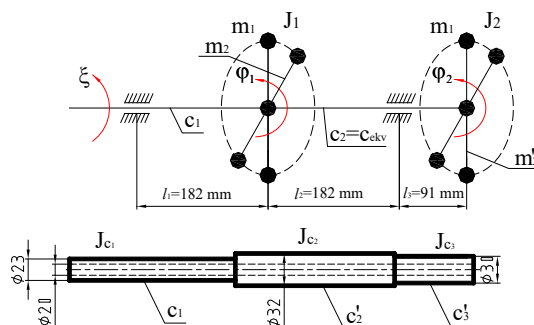
3.1.2.3 Определяне на първа и втора собствена честота на системата

Собствените честоти на механичната система с две степени на свобода се определят от корените k_1^2 и k_2^2 на уравнението (3.16).

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{c_2}{J_2} + \frac{c_1 + c_2}{J_1} \pm \sqrt{\left(\frac{c_2}{J_2} + \frac{c_1 + c_2}{J_1} \right)^2 - 4 \frac{c_1 c_2}{J_1 J_2}} \right]. \quad (3.17)$$

За определяне стойностите на собствените честоти е необходимо да се намерят коефициентите на еластичност c_1 , c_2 , както и инерционните моменти J_1 , J_2 спрямо оста на вала (фиг. 3.8).

За постигане на поставената цел се разглежда геометричен модел на изследваната механична система от тип вал–маси. Системата се характеризира с определени геометрични размери и натоварвания, представени на фиг. 3.9.



Фиг. 3.9 Геометричен модел на механичната система вал–маси

Изследва се кух стъпален вал, лагериран в две опори, като дясната опора е изпълнена конзолно. Левият край на вала е подложен на периодично кинематично смущение, генерирано от четиризъвенен механизъм и изменящо се по закона (3.5). Под неговото въздействие валът извършва реверсивно завъртане с ъгъл $\varphi = \pm 29^\circ$ при максимален ексцентрицитет $e = e_{\max} = 29,5 \text{ mm} = OA$ (фиг. 3.4).

Коефициентът на еластичност c_1 се определя чрез:

$$c_1 = \frac{GJ_{c_1}}{l_1}, \quad (3.18)$$

където: $G = 7,94 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ - модул на ъглова деформация; $J_{c_1} = \frac{\pi D_1^4}{32} (1 - \alpha_1^4)$ - полярен инерционен момент на напречното сечение на първия участък, като $\alpha_1 = \frac{d}{D_1}$. Вътрешния и външния диаметър на вала в първия участък са съответно $d = 20 \text{ mm}$, $D_1 = 23 \text{ mm}$; дължината на участъка е $l_1 = 182 \text{ mm}$.

След заместване се получава:

$$c_1 = 5117 \text{ N.m}. \quad (3.19)$$

По аналогичен начин се определя коефициентът на еластичност c_2 , представляващ приведен коефициент за втория и третия участък на вала (3.20) – (3.23):

$$c_2 = c_{екв.} = \frac{c_2' c_3'}{c_2' + c_3'}, \quad (3.20)$$

$$c_2' = \frac{GJ_{C_2}}{l_2}, \quad c_3' = \frac{GJ_{C_3}}{l_3}, \quad (3.21)$$

$$c_2' = 38038 \text{ N.m}, \quad c_3' = 55650 \text{ N.m}. \quad (3.22)$$

$$c_2 = c_{екв.} = 22594 \text{ N.m}. \quad (3.23)$$

Инерционните моменти J_1 и J_2 спрямо оста на вала се определят по зависимостите (3.24) – (3.27):

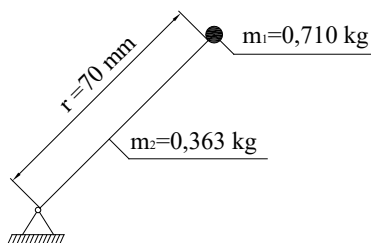
$$J_1 = \left(m_1 r^2 + \frac{1}{3} m_2 r^2 \right) 4, \quad (3.24)$$

$$J_1 = 0,0162876 \text{ kg.m}^2. \quad (3.25)$$

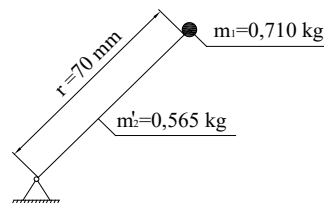
$$J_2 = \left(m_1 r^2 + \frac{1}{3} m_2' r^2 \right) 4, \quad (3.26)$$

$$J_2 = 0,01760732 \text{ kg.m}^2. \quad (3.27)$$

като между опорите и в конзолния участък са разположени конфигурации от тежести, показани съответно на фиг. 3.10 и фиг. 3.11.



Фиг. 3.10 Маса с рамо от първата конфигурация



Фиг. 3.11 Маса с рамо от втората конфигурация

След заместване на получените стойности в честотното уравнение (3.16) и решаване на биквадратното уравнение се определят първата и втората собствена честота на механичната система вал–маси.

$$k_1 = 377 \text{ s}^{-1} \text{ и } k_2 = 1686 \text{ s}^{-1}. \quad (3.28)$$

За определяне на собствените форми (коефициентите на разпределение) се използват съотношенията от системата (3.13), откъдето се получават съответните стойности за коефициентите на разпределение.

$$\mu_i = \frac{B_2^{(i)}}{B_1^{(i)}} = \frac{c_1 + c_2 - J_1 k_i^2}{c_2} = \frac{c_2}{c_2 - J_2 k_i^2}, \quad (i = 1, 2). \quad (3.29)$$

$$\mu_1 = \frac{B_2^{(1)}}{B_1^{(1)}} = 1,12 \text{ и } \mu_2 = \frac{B_2^{(2)}}{B_1^{(2)}} = -0,82. \quad (3.30)$$

Общото решение на хомогенната система диференциални уравнения (3.11) има вида:

$$\begin{cases} \varphi_{1\text{хом.}} = B_1^{(1)} \sin k_1 t + B_1^{(2)} \sin k_2 t \\ \varphi_{2\text{хом.}} = \mu_1 B_1^{(1)} \sin k_1 t + \mu_2 B_1^{(2)} \sin k_2 t. \end{cases} \quad (3.31)$$

3.1.3 Изследване на чисто принудените трептения на системата вал-маси

В настоящия раздел аналитично се изследват принудените трептения на механичната система с две степени на свобода, възникващи под действието на периодичното кинематично смущение $\xi = \lambda \sin \omega t = 0,244 \sin \omega t$.

За разглеждания случай е получена системата диференциални уравнения на движение (3.10). Общото решение се представя като сума от решението на хомогенната система (3.11) и частното решение на нехомогенната система:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_{1\text{хом.}} + \eta_1 \\ \varphi_2 = \varphi_{2\text{хом.}} + \eta_2 \end{cases}, \quad (3.32)$$

където общото решение на хомогенната система диференциални уравнения е разгледано и получено в предходните раздели.

Свободните трептения постепенно затихват с течение на времето, поради което в установен режим системата вал–маси остава под въздействие единствено на принудените трептения. Те имат съществено практическо значение и се определят от частното решение на системата (3.10), което може да бъде представено във вида:

$$\eta_1 = D_1 \sin \omega t, \quad \eta_2 = D_2 \sin \omega t. \quad (3.33)$$

където D_1 и D_2 са неизвестните амплитуди, а честотата ω съвпада с честотата на възбуждащото кинематично смущение.

3.1.3.1 Амплитуди на принудените усукващи трептения

Намират се първата и втората производни на изразите (3.33), след което се прави полагането:

$$\begin{cases} \eta_1 = \varphi_1 \\ \dot{\eta}_1 = \dot{\varphi}_1 \\ \ddot{\eta}_1 = \ddot{\varphi}_1 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \eta_2 = \varphi_2 \\ \dot{\eta}_2 = \dot{\varphi}_2 \\ \ddot{\eta}_2 = \ddot{\varphi}_2 \end{cases} \quad (3.34)$$

След заместване в системата диференциални уравнения (3.10) и приравняване на коефициентите пред $\sin \omega t$ от двете страни на равенствата, се получава система алгебрични уравнения:

$$\begin{cases} (c_1 + c_2 - J_1 \omega^2) D_1 - c_2 D_2 = c_1 \lambda \\ -c_2 D_1 + (c_2 - J_2 \omega^2) D_2 = 0. \end{cases} \quad (3.35)$$

С решаването на тази система се определят амплитудите на принудените усукващи трептения на разглежданата механична система.

$$D_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad D_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}. \quad (3.36)$$

При условие, че не е налице резонансен режим, т.е. когато принудената честота е различна от собствените честоти на системата ($\omega \neq k_1, k_2$), детерминантата на системата уравнения (3.35) е различна от нула.

От системата уравнения (3.35) се получава честотното уравнение на механичната система:

$$\Delta = J_1 J_2 \omega^4 - [J_1 c_2 + J_2 (c_1 + c_2)] \omega^2 + c_1 c_2 = J_1 J_2 (\omega^2 - k_1^2) (\omega^2 - k_2^2); \quad (3.37)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} c_1 \lambda & -c_2 \\ 0 & c_2 - J_2 \omega^2 \end{vmatrix} = c_1 \lambda (c_2 - J_2 \omega^2); \quad (3.38)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} c_1 + c_2 - J_1 \omega^2 & c_1 \lambda \\ -c_2 & 0 \end{vmatrix} = c_1 c_2 \lambda. \quad (3.39)$$

Решението на системата определя амплитудите на принудените усукващи трептения, както следва:

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{c_1 \lambda (c_2 - J_2 \omega^2)}{J_1 J_2 (\omega^2 - k_1^2) (\omega^2 - k_2^2)}; \\ D_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{c_1 c_2 \lambda}{J_1 J_2 (\omega^2 - k_1^2) (\omega^2 - k_2^2)}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

3.1.3.2 Закон за движение на чисто принудените трептения на системата

След заместване на изразите (3.40) в частното решение (3.33) се получава законът на абсолютното движение на чисто принудените трептения на изследваната механична система вал–маси. Именно тези трептения представляват най-голям практически интерес в инженерните приложения:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \eta_1 = \frac{c_1 \lambda (c_2 - J_2 \omega^2)}{J_1 J_2 (\omega^2 - k_1^2) (\omega^2 - k_2^2)} \sin \omega t; \\ \varphi_2 = \eta_2 = \frac{c_1 c_2 \lambda}{J_1 J_2 (\omega^2 - k_1^2) (\omega^2 - k_2^2)} \sin \omega t. \end{cases} \quad (3.41)$$

При изпълнение на условието $\Delta_1 = 0 \Rightarrow D_1 = 0 \Rightarrow c_2 - J_2 \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{c_2}{J_2}}$ се

наблюдава явлението *антирезонанс* [3а]. В този случай първата конфигурация от тежести с инерционен момент J_1 остава практически неподвижна независимо от наличието на кинематично смущение. При това положение втората конфигурация с инерционен момент J_2 може да изпълнява функцията на *динамичен гасител на усукващи трептения*.

Чрез получения закон за движение (3.41) могат да се определят динамичните моменти, натоварващи двата участъка на вала. Те се задават със следните зависимости:

$$M_1 = c_1 (\varphi_1 - \xi) \quad \text{и} \quad M_2 = c_2 (\varphi_2 - \varphi_1). \quad (3.42)$$

При въртливо движение зависимостта между ъгловата скорост и честотата на въртене има вида:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30 \cdot i}, \quad (3.43)$$

където $n = 1420 \text{ min}^{-1}$; $i = 2,11$ е предавателното отношение на ремъчната предавка.

След заместване на съответните стойности се получава следната стойност за ъгловата скорост (принудената честота):

$$\omega = 70,5 \text{ s}^{-1}. \quad (3.44)$$

След заместване в изразите (3.40) за амплитудите на принудените трептения се получава:

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,251759266 \approx 0,252 \text{ m}; \\ D_2 &= 0,25273819 \approx 0,253 \text{ m}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

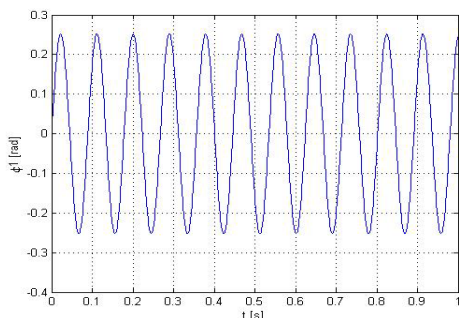
3.2 Числен пример

С цел онагледяване и анализ на изведените зависимости е проведен числен експеримент при следните стойности на параметрите на трептящата механична система:

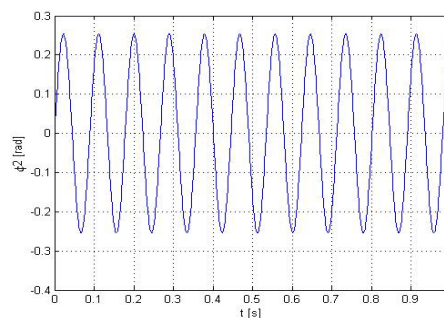
$$\begin{aligned} b &= 135 \text{ mm} & J_1 &= 0,0162876 \text{ kg.m}^2 \\ a &= 121 \text{ mm} & J_2 &= 0,01760732 \text{ kg.m}^2 \\ e &= 29,5 \text{ mm} & c_1 &= 5117 \text{ Nm} \\ \lambda &= 0,244 & c_2 &= 22594 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$\omega = 70,5 \text{ s}^{-1}.$$

Резултатите от числения пример са получени чрез програмната среда MATLAB и са представени в графичен вид. След заместване в зависимост (3.41) за определен времеви интервал t се получават функциите $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$. Законите на движение са представени на фиг. 3.12 и фиг. 3.13.



Фиг. 3.12. Закон на движението по първата обобщена координата



Фиг. 3.13. Закон на движението по втората обобщена координата

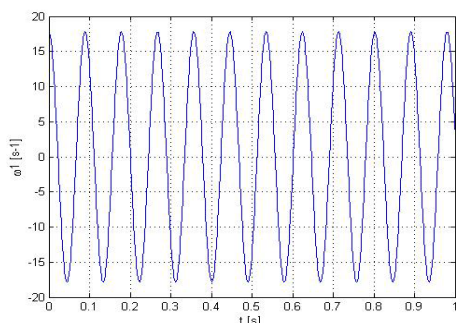
3.2.1 Виброскорости и виброускорения в отделните участъци на изследвания вал

След определяне на първата и втората производни на зависимост (3.41) и заместване на съответните стойности се получават изразите за виброскоростите и виброускоренията в двата участъка на изследваната механична система:

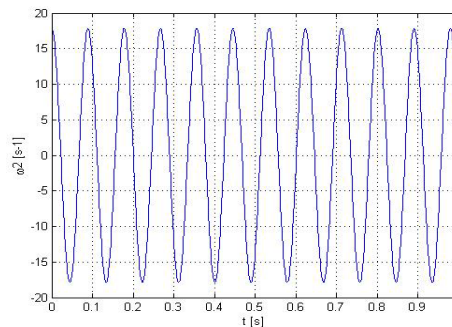
$$\begin{aligned}\dot{\phi}_1 &= 17,78 \text{ s}^{-1} \\ \dot{\phi}_2 &= 17,85 \text{ s}^{-1}\end{aligned}\quad (3.46)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\phi}_1 &= 1254 \text{ s}^{-2} \\ \ddot{\phi}_2 &= 1260 \text{ s}^{-2}\end{aligned}\quad (3.47)$$

Виброграмите на обобщените скорости са показани на фиг. 3.14 и 3.15.



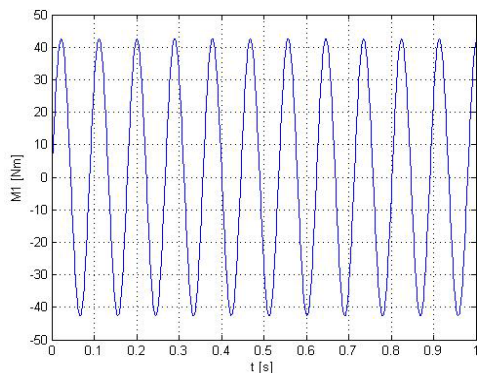
Фиг. 3.14. Виброграма на първата обобщена скорост



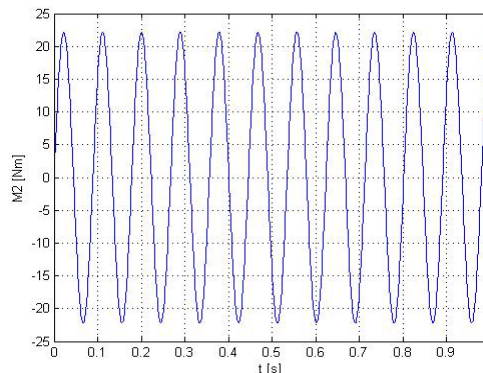
Фиг. 3.15. Виброграма на втората обобщена скорост

3.2.2 Максимални стойности на динамичните моменти в двата участъка на вала

На фиг. 3.16 и фиг. 3.17 е представено изменението на динамичните моменти, натоварващи двата участъка на вала. Отчетени са максималните стойности, съответно $\max |M_1| = 42,6 \text{ N.m}$ и $\max |M_2| = 22,2 \text{ N.m}$.



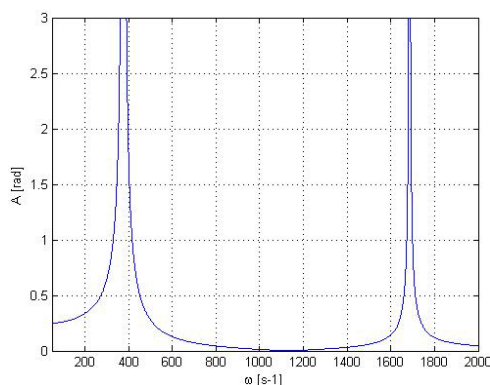
Фиг. 3.16. Изменение на динамичния момент в първи участък на вала



Фиг. 3.17. Изменение на динамичния момент във втори участък на вала

3.2.3 Амплитудно-честотна характеристика на трептенията

Амплитудно-честотната характеристика на трептенията е представена на фиг. 3.18. От графичната зависимост ясно се наблюдават двете резонансни области, разположени около собствените кръгови честоти $k_1 = 376,55 \text{ s}^{-1}$ и $k_2 = 1685,93 \text{ s}^{-1}$.



Фиг. 3.18. Амплитудно-честотна характеристика на трептенията

Инерционните моменти в двата участъка на вала се определят по зависимостите:

$$M_{\Phi 1} = J_1 \ddot{\phi}_1; \quad M_{\Phi 2} = J_2 \ddot{\phi}_2. \quad (3.48)$$

След заместване на получените при аналитичното пресмятане стойности в изразите (3.48) се получават окончателните стойности на инерционните моменти в двата участъка на вала:

$$M_{\Phi 1} = 20,425 \text{ N.m} \quad M_{\Phi 2} = 22,185 \text{ N.m}. \quad (3.49)$$

3.3 Усукващи трептения на вал вследствие неточности в предавателния механизъм (втори изследван случай)

Въпреки че съвременните металорежещи машини с цифрово-програмно управление се отличават с висока точност и прецизност, в практиката не са изключени случаи на неточности в геометрията на елементите от механизмите за предаване на въртливо движение. Тези неточности се изразяват в несъосност, отклонения във формата и размерите, достигащи или надхвърлящи допустимите стойности. Причините за възникването им са свързани както с технологичните процеси на изработване, така и с монтажните операции.

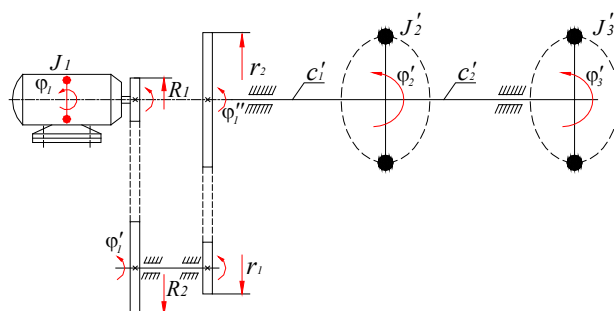
Независимо от сравнително малките им стойности, подобни отклонения могат да предизвикат вибрации и допълнително динамично натоварване на валове, предаващи въртящ момент. В настоящото изследване се разглеждат усукващите трептения на вал, породени от несъосност (ексцентрицитет) между две шайби в предавателния механизъм между електродвигателя и останалите ротиращи маси.

3.3.1. Механо-математичен модел

Разглеждат се усукващите трептения на вал с две съсредоточени ротиращи маси. Източник на въртливото движение е трифазен асинхронен електродвигател с мощност

$P = 2,2 \text{ kW}$ и честота на въртене $n = 1420 \text{ min}^{-1}$. От електродвигателя движението се предава към вала посредством последователно свързани клино-ремъчна предавка (фиг. 3.19) с предавателно число $i_1 = \frac{\dot{\phi}_1}{\dot{\phi}_1'} = \frac{R_2}{R_1}$ и зъбно-ремъчна предавка с предавателно число $i_2 = \frac{\dot{\phi}_1'}{\dot{\phi}_1''} = \frac{r_2}{r_1}$.

Клино-ремъчната предавка изпълнява предпазни функции по отношение на електродвигателя при възникване на аварийни режими или претоварване на работната машина. Зъбно-ремъчната предавка служи за намаляване на ъгловата скорост и осигуряване на предаване на по-голям въртящ момент. Общото предавателно число на двете предавки е $i = i_1 \cdot i_2$.

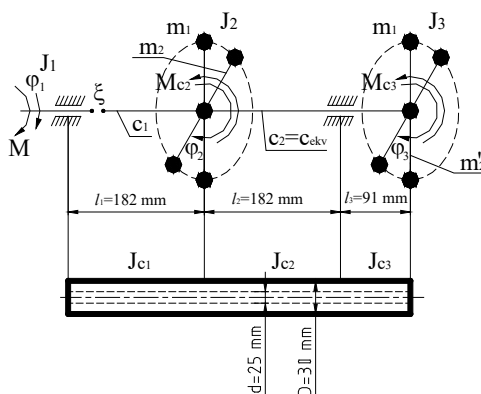


Фиг. 3.19 Реален динамичен модел за изследване на усукващите трептения на вал [576]

3.3.2 Приведен динамичен модел

За изследване поведението на механичната система е целесъобразно всички инерционни и еластични параметри, както и ъглите на завъртане, да бъдат приведени към оста на ротора на електродвигателя. По този начин се получава приведената динамична схема на системата, представена на фиг. 3.20. Приведените параметри на системата са:

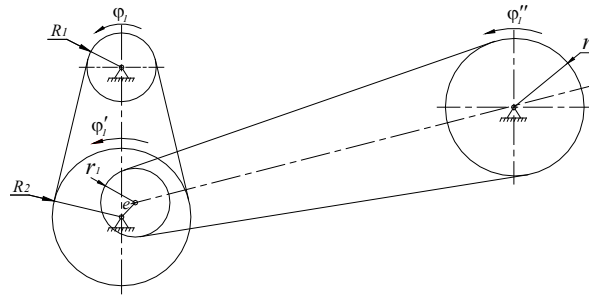
$$J_2 = \frac{J_2'}{i^2}; J_3 = \frac{J_3'}{i^2}; c_1 = \frac{c_1'}{i^2}; c_2 = \frac{c_2'}{i^2}; \varphi_1 = \varphi_1' \cdot i; \varphi_1 = \varphi_1'' \cdot i; \varphi_2 = \varphi_2' \cdot i; \varphi_3 = \varphi_3' \cdot i. \quad (3.50)$$



Фиг. 3.20 Приведен динамичен модел

Източник на смущение в трептящата система е наличието на отместване (ексцентрицитет) между водимата шайба на клино-ремъчната предавка и водещото зъбно колело на зъбно-ремъчната предавка (фиг. 3.21). Стойността на ексцентрицитета е малка

($e < 1.10^{-3} \text{ m}$) и не води до прекъсване на движението или приплъзване в зъбно-ремъчната предавка, но предизвиква периодично изменение на предавателното число между електродвигателя и вала.



Фиг. 3.21 Схема за изясняване на ексцентрицитета в предавателния механизъм

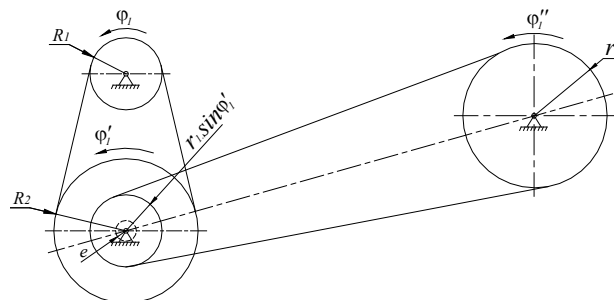
Наличието на ексцентрицитет e може да бъде моделирано чрез променлив радиус на водещото колело на зъбно-ремъчната предавка (фиг. 3.22):

$$r_1 + e \sin \varphi_1' \quad (3.51)$$

За общото предавателно число на задвижващата система се получава изразът:

$$\frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_1''} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{r_2}{r_1 + e \sin \varphi_1'} \Rightarrow \frac{\dot{\varphi}_1''}{\dot{\varphi}_1} = \frac{1}{i} \left(\frac{R_1 r_1}{R_2 r_2} + \frac{R_1 e}{R_2 r_2} \sin \varphi_1' \right) \Rightarrow \frac{\dot{\varphi}_1''}{\dot{\varphi}_1} = 1 + \frac{e}{r_1} \sin \varphi_1'. \quad (3.52)$$

Следователно в системата възниква кинематично смущение от вида $\xi = \frac{e}{r_1} \sin \frac{\varphi_1}{i_1}$.



Фиг. 3.22 Модел на предавателния механизъм с променлив радиус на водещото колело на зъбно-ремъчната предавка

При стационарен режим на работа електродвигателят се върти с постоянна ъглова скорост ω_1 , поради което завъртанията φ_i ($i=1,2,3$) могат бъдат представени във вида: $\varphi_i = \omega_1 t + q_i$ ($i=1,2,3$).

Отклоненията q_1, q_2, q_3 на ротиращите маси от стационарното движение представляват вибрационни компоненти с малки стойности и се приемат за обобщени координати на системата.

При тези условия изразът $\sin \frac{\varphi_1}{i_1}$ може да бъде развит в ред на Тейлор по степените на обобщената координата q_1 :

$$\sin \frac{\varphi_1}{i_1} = \sin \left(\omega t + \frac{q_1}{i_1} \right) = \sin \omega t + \frac{q_1}{i_1} \cos \omega t - \frac{q_1^2}{2i_1^2} \sin \omega t + \dots, \quad (3.53)$$

където $\omega = \frac{\omega_1}{i_1}$.

Тогава кинематичното смущение ξ приема вида:

$$\xi = \frac{e}{r_1} \left(\sin \omega t + \frac{q_1}{i_1} \cos \omega t - \frac{q_1^2}{2i_1^2} \sin \omega t + \dots \right). \quad (3.54)$$

Поради малките стойности на e и q_1 е достатъчно да се запази само първият член от реда на Тейлор. В резултат за кинематичното смущение ξ се получава:

$$\xi = \frac{e}{r_1} \sin \omega t. \quad (3.55)$$

3.3.2.1 Диференциални уравнения на усукващите трептения на вала

Кинетичната и потенциалната енергия на механичната система са квадратни функции съответно на обобщените скорости и обобщените координати и се представят със следните изрази:

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{q}_3^2, \quad (3.56)$$

$$П = \frac{1}{2} c_1 (q_2 - q_1 - \xi)^2 + \frac{1}{2} c_2 (q_3 - q_2)^2. \quad (3.57)$$

След прилагане на методите на аналитичната механика [3а, 55] са изведени диференциалните уравнения, описващи усукващите трептения на изследвания вал:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{q}_1 + c_1 (q_1 - q_2 - \xi) = 0, \\ J_2 \ddot{q}_2 - c_1 (q_1 - q_2 - \xi) + c_2 (q_2 - q_3) = 0, \\ J_3 \ddot{q}_3 - c_2 (q_2 - q_3) = 0. \end{cases} \quad (3.58)$$

След извършване на съответните преобразувания и отчитане на зависимост (3.55), системата диференциални уравнения (3.58) приема окончателния си вид:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{q}_1 + c_1 q_1 - c_1 q_2 = \frac{c_1 e}{r_1} \sin \omega t, \\ J_2 \ddot{q}_2 - c_1 q_1 + (c_1 + c_2) q_2 - c_2 q_3 = -\frac{c_1 e}{r_1} \sin \omega t, \\ J_3 \ddot{q}_3 - c_2 q_2 + c_2 q_3 = 0. \end{cases} \quad (3.59)$$

Получената система представлява нехомогенна система диференциални уравнения от втори ред с постоянни коефициенти.

3.3.2.2 Честотно уравнение и собствени честоти на системата

На системата диференциални уравнения (3.59) съответства следното честотно уравнение:

$$k^2 \left[k^4 - \left(\frac{c_1}{J_1} + \frac{c_1 + c_2}{J_2} + \frac{c_2}{J_3} \right) k^2 + c_1 c_2 \frac{(J_1 + J_2 + J_3)}{J_1 J_2 J_3} \right] = 0 \quad (3.60)$$

Един от корените на честотното уравнение (k_3) е равен на нула, а останалите два корена ($k_1^2; k_2^2$) са различни и положителни. Това показва, че една от главните координати се изменя линейно с времето. В разглеждания случай това съответства на равномерно въртене на неусукания вал.

След изключване на това движение механичната система може да бъде разглеждана като система с две степени на свобода. Собствените ѝ честоти се определят от корените на уравнението, получено чрез приравняване на израза в квадратните скоби на нула.

3.3.2.3 Закон на чисто принудените трептения. Динамични усукващи моменти.

Поради наличието на енергийни загуби свободните трептения затихват сравнително бързо. Поради това практическо значение имат чисто принудените трептения на системата.

За определяне на закона на движение се търси частно решение на системата уравнения (3.59) във вида:

$$q_i = B_i \sin \omega t, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.61)$$

където B_i ($i = 1, 2, 3$) са неизвестните амплитуди, а честотата ω съвпада с честотата на възбуждащото смущение.

След заместване на изразите (3.61) в системата диференциални уравнения (3.59) и приравняване на коефициентите пред $\sin \omega t$ от двете страни на равенствата, се получава система алгебрични уравнения за определяне на амплитудите B_i ($i = 1, 2, 3$):

$$\begin{cases} (c_1 - J_1 \omega^2) B_1 - c_1 B_2 = \frac{c_1 e}{r_1}, \\ -c_1 B_1 + (c_1 + c_2 - J_2 \omega^2) B_2 - c_2 B_3 = -\frac{c_1 e}{r_1}, \\ -c_2 B_2 + (c_2 - J_3 \omega^2) B_3 = 0. \end{cases} \quad (3.62)$$

Детерминантата Δ на системата (3.62) се формира от коефициентите пред неизвестните. При отсъствие на резонанс ($\omega \neq \kappa_i$, $i = 1, 2, 3$) тя е различна от 0 и има вида:

$$\Delta = \begin{vmatrix} c_1 - J_1 \omega^2 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 - J_2 \omega^2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 - J_3 \omega^2 \end{vmatrix}. \quad (3.63)$$

След извършване на съответните математични преобразувания за Δ се получава:

$$\Delta = \omega^2 \left[-J_1 J_2 J_3 \omega^4 + (c_1 J_1 J_3 + c_1 J_2 J_3 + c_2 J_1 J_3 + c_2 J_1 J_2) \omega^2 - c_1 c_2 (J_1 + J_2 + J_3) \right]. \quad (3.64)$$

Разложена на множители, детерминантата може да бъде представена и във вида:

$$\Delta = -J_1 J_2 J_3 \omega^2 (\omega^2 - \kappa_1^2) (\omega^2 - \kappa_2^2). \quad (3.65)$$

Детерминантите, съответстващи на отделните неизвестни амплитуди, са:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \frac{c_1 e}{r_1} & -c_1 & 0 \\ -\frac{c_1 e}{r_1} & c_1 + c_2 - J_2 \omega^2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 - J_3 \omega^2 \end{vmatrix} = \frac{c_1 e}{r_1} \omega^2 [J_2 J_3 \omega^2 - c_2 (J_2 + J_3)], \quad (3.66)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} c_1 - J_1 \omega^2 & \frac{c_1 e}{r_1} & 0 \\ -c_1 & -\frac{c_1 e}{r_1} & -c_2 \\ 0 & 0 & c_2 - J_3 \omega^2 \end{vmatrix} = \frac{c_1 e}{r_1} J_1 \omega^2 (c_2 - J_3 \omega^2), \quad (3.67)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} c_1 - J_1 \omega^2 & -c_1 & \frac{c_1 e}{r_1} \\ -c_1 & c_1 + c_2 - J_2 \omega^2 & -\frac{c_1 e}{r_1} \\ 0 & -c_2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{c_1 e}{r_1} J_1 c_2 \omega^2. \quad (3.68)$$

Решението на алгебричната система (3.62) определя амплитудите на чисто принудените трептения $B_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, ($i=1,2,3$).

След заместване на получените резултати във формули (3.61) се достига до окончателния вид на закона за чисто принудените трептения:

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{c_1 e [c_2 (J_2 + J_3) - J_2 J_3 \omega^2]}{J_1 J_2 J_3 r_1 (\omega^2 - \kappa_1^2) (\omega^2 - \kappa_2^2)} \sin \omega t, \\ q_2 &= \frac{c_1 e (J_3 \omega^2 - c_2)}{J_2 J_3 r_1 (\omega^2 - \kappa_1^2) (\omega^2 - \kappa_2^2)} \sin \omega t, \\ q_3 &= \frac{-c_1 c_2 e}{J_2 J_3 r_1 (\omega^2 - \kappa_1^2) (\omega^2 - \kappa_2^2)} \sin \omega t. \end{aligned} \quad (3.69)$$

Анализът на зависимостите (3.69) показва, че при определени условия амплитудата на трептенията на първата обобщена координата може да стане равна на нула. Ако е изпълнено

условието (3.70) роторът на електродвигателя няма да бъде подложен на вибрационно натоварване.

$$\Delta_1 = 0 \Rightarrow B_1 = 0 \Rightarrow c_2(J_2 + J_3) - J_2 J_3 \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{c_2(J_2 + J_3)}{J_2 J_3}} \quad (3.70)$$

Възможно е също така амплитудата на ротиращата маса с инерционен момент J_2 да се нулира, ако е изпълнено условието

$$\Delta_2 = 0 \Rightarrow B_2 = 0 \Rightarrow J_3 \omega^2 - c_2 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{c_2}{J_3}}. \quad (3.71)$$

В този случай по направление на втората обобщена координата няма да възникват трептения. Условието (3.70) и (3.71) създават възможности за решаване на различни оптимизационни задачи, свързани с намаляване на вибрационните натоварвания в механичната система.

С помощта на получения закон (3.69) за принудените трептения могат да бъдат определени и динамичните усукващи моменти, натоварващи двата участъка на вала. Те се задават чрез следните зависимости:

$$M_1 = c_1(q_1 - q_2 - \xi) \text{ и } M_2 = c_2(q_2 - q_3). \quad (3.72)$$

3.3.3 Числен пример

С цел приложение и анализ на изведените по-горе зависимости е проведен числен експеримент при зададени стойности на параметрите на трептящата механична система.

$R_1 = 35,5 \text{ mm}$	$\omega_1 = 70,5 \text{ s}^{-1}$
$R_2 = 75 \text{ mm}$	$\omega = 33,41 \text{ s}^{-1}$
$r_1 = 40,4255 \text{ mm}$	$e = 0,0007 \text{ m}$
$r_2 = 72,7655 \text{ mm}$	$J_1 = 0,00503 \text{ kg.m}^2$
$i_1 = 2,11$	$J_2 = 0,00113 \text{ kg.m}^2$
$i_2 = 1,80$	$J_3 = 0,00122 \text{ kg.m}^2$
$i = i_1 i_2 = 3,798$	$c_1 = 1248,2 \text{ N.m}$
	$c_2 = 832,1 \text{ N.m}$

Резултатите от числения пример са представени графично. Получените стойности на собствените честоти са $k_1 = 695 \text{ s}^{-1}$ и $k_2 = 1512,6 \text{ s}^{-1}$. На фигури 3.23, 3.24 и 3.25 е представен законът на чисто принудените трептения съгласно зависимост (3.69).

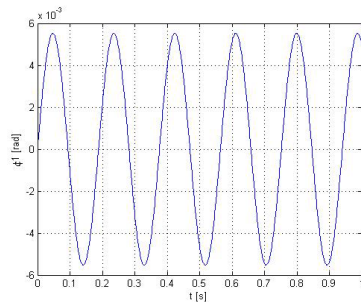
На фигури 3.26 и 3.27 е показано изменението на динамичните усукващи моменти в двата участъка на вала, определени по формули (3.72). На фигури 3.28, 3.29 и 3.30 са

представени амплитудно-честотните характеристики на трептенията по трите обобщени координати.

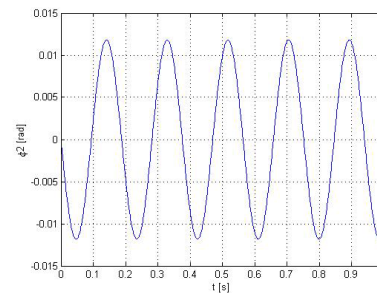
Съгласно условие (3.70) се определя стойността $\omega = 1191 \text{ s}^{-1}$. Тази стойност се потвърждава и от фиг. 3.28, при която амплитудата на q_1 се нулира. Аналогично, чрез използване на условие (3.71), се получава стойността $\omega = 825,9 \text{ s}^{-1}$. На фиг. 3.29. се потвърждава, че при тази честота на възбуждащото смущение амплитудата на q_2 става равна на нула.

3.3.3.1 Виброграми

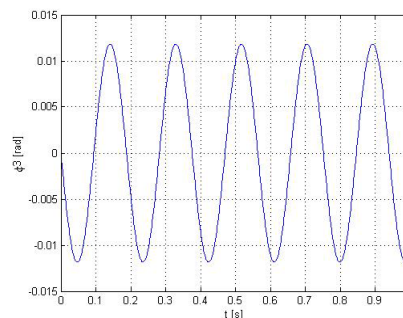
На базата на получения закон за движение са построени виброграми, характеризиращи изменението на обобщените координати и динамичните параметри на системата във времето. Чрез тях се проследява поведението на механичната система при различни режими на възбуждане и се оценява влиянието на кинематичното смущение върху динамичното натоварване на вала.



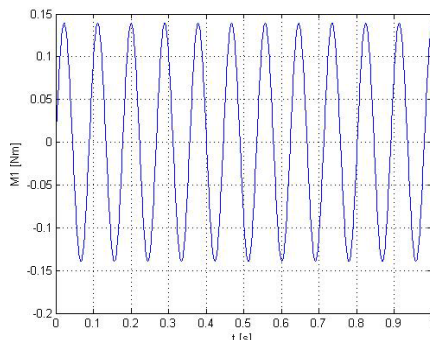
Фиг. 3.23 Закон на движението по първата обобщена координата



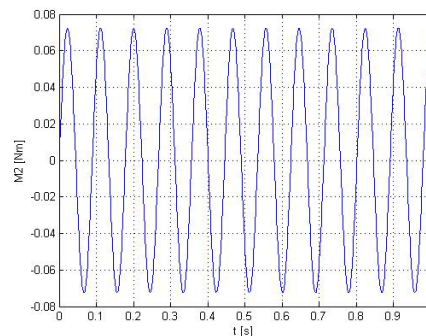
Фиг. 3.24 Закон на движението по втората обобщена координата



Фиг. 3.25 Закон на движението по третата обобщена координата

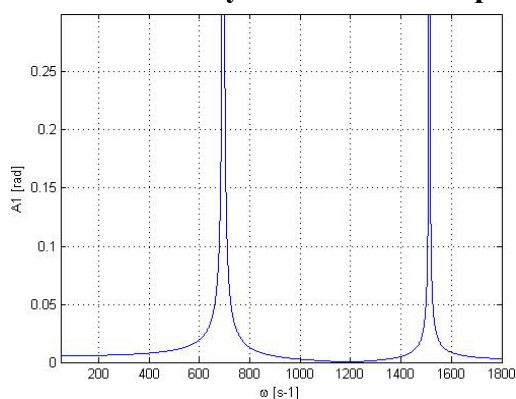


Фиг. 3.26 Изменение на динамичния момент в първи участък на вала

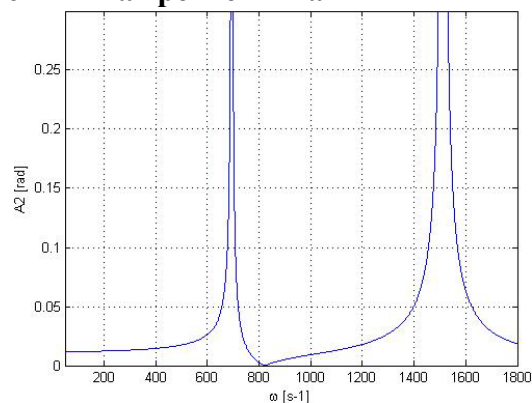


Фиг. 3.27 Изменение на динамичния момент във втори участък на вала

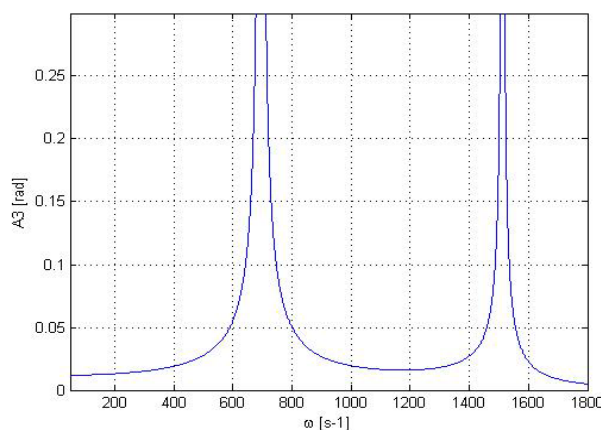
3.3.3.2 Амплитудно-честотни характеристики на трептенията



Фиг. 3.28 Амплитудно-честотна характеристика за обобщената координата q_1



Фиг. 3.29 Амплитудно-честотна характеристика за обобщената координата q_2



Фиг. 3.30 Амплитудно-честотна характеристика за обобщената координата q_3

3.4 Изследване на напречните трептения на вал под действието на периодично смущение (трети изследван случай)

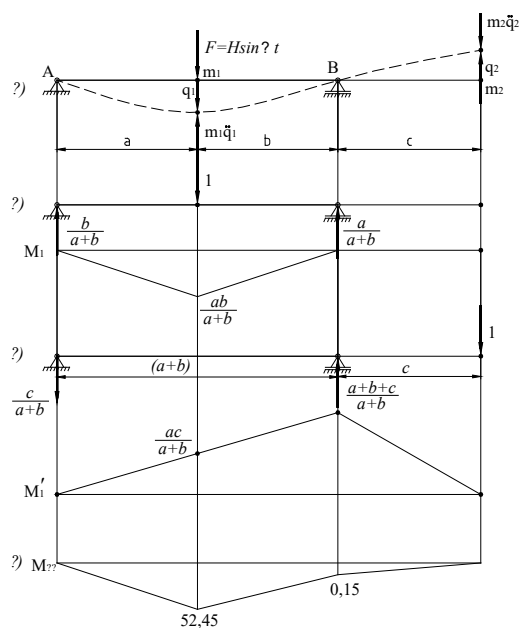
Валовите представляват основен конструктивен елемент в механизмите за предаване на ротационно движение и служат предимно за пренасяне на въртящ момент. Наред с това те са подложени и на въздействието на напречни сили, вследствие на което възникват огъващи деформации и напречни трептения.

Обект на настоящото изследване са напречните трептения на вал с постоянно напречно сечение, възникващи под действието на периодично смущение. Валът се задвижва от електродвигател и се върти с постоянна ъглова скорост ω . Освен усукващите трептения, разгледани в предходните раздели, в системата възникват и огъващи трептения. Основна причина за появата им е наличието на неуравновесени ротиращи маси.

3.4.1 Изследвана механична система вал-маси

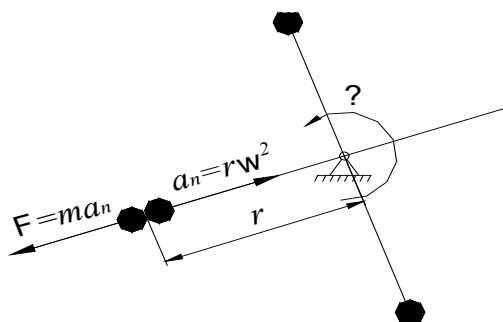
Разглежданият вал е задвижван от електродвигател и извършва въртливо движение с постоянна ъглова скорост ω . Валът е моделиран като греди АВ с дължина $l = a + b + c$, където $a = 182 \text{ mm}$, $b = 182 \text{ mm}$, $c = 91 \text{ mm}$. Гредата е установена на две опори и носи две съсредоточени маси $m_1 = 6 \text{ kg}$ и $m_2 = 6,8 \text{ kg}$ (фиг. 3.31 а).

Инерционният момент на напречното сечение на вала е $J = J_{c_1} = J_{c_2} = 4,127 \cdot 10^{-8} m^4$, а модулът на линейна деформация на материала е $E = 2,1 \cdot 10^{11} Pa$. Целта на изследването е да бъдат определени собствените честоти и собствените форми на малките напречни трептения на механичната система вал-маси.



Фиг. 3.31 Изследвана механична система вал-маси [57в]

Върху първата съсредоточена маса m_1 действа периодична смущаваща сила, изменяща се по закона $F = H \sin \omega t$. Амплитудата H зависи от неуравновесената маса $m = 1,42 \text{ kg}$, разстоянието $r = 0,083 \text{ m}$ до оста на вала и квадрата на ъгловата скорост $\omega = 70,5 \text{ s}^{-1}$, съгласно зависимостта $H = mr\omega^2$ (фиг. 3.32). Поради това е необходимо да бъде определен и законът на чисто принудените трептения.



Фиг. 3.32 Неуравновесени ротиращи маси

3.4.1.1 Диференциални уравнения на напречните (огъващите) трептения. Честотно уравнение. Собствени честоти

Механичната система има две степени на свобода. За обобщени координати се избират вертикалните премествания q_1 и q_2 на съсредоточените маси спрямо положението им на статично равновесие (фиг. 3.31).

При изграждането на динамичния модел са направени следните допускания:

- липсват усукващи трептения;
- валът е максимално олекотен и се приема за безтегловен;
- отсъстват сили на триене.

За съставяне на диференциалните уравнения на движение се използва принципът на Даламбер. Към всяка от съсредоточените маси се прилагат Даламберовите инерционни сили $\bar{\Phi}_1 = -m_1\ddot{q}_1$ и $\bar{\Phi}_2 = -m_2\ddot{q}_2$. По този начин върху механичната система действат силите $\bar{\Phi}_1^* = -m_1\ddot{q}_1 + H \sin \omega t$ и $\bar{\Phi}_2 = -m_2\ddot{q}_2$.

Необходимо е да бъдат определени преместванията q_1 и q_2 на приложните точки на тези сили. Преместванията на двете маси по направление на приложените сили се задават чрез следните зависимости:

$$\begin{aligned} q_1 &= \delta_{11}\bar{\Phi}_1^* + \delta_{12}\bar{\Phi}_2, \\ q_2 &= \delta_{21}\bar{\Phi}_1^* + \delta_{22}\bar{\Phi}_2, \end{aligned} \quad (3.73)$$

където δ_{ik} , ($i, k = 1, 2$) са коефициенти на влияние [3а]. Те характеризират изменението на i -тата обобщена координата под действието на единична сила, приложена по направление на k -тата обобщена координата.

В сила е равенството $\delta_{ik} = \delta_{ki}$, известно като принцип на взаимност на преместванията. Съгласно него преместването на произволна точка А под действието на сила, приложена в точка В, е равно на преместването на точка В под действието на същата сила, приложена в т. А.

Коефициентите δ_{ik} се определят по правилото на Верещагин.

На фигура 3.31 б е представена гредата с приложена единична сила върху първата съсредоточена маса, както и съответните опорни реакции. Под схемата е дадена диаграмата на огъващия момент M_1 при това единично натоварване.

На фигура 3.31 в е представена гредата с приложена единична сила върху втората съсредоточена маса, както и съответните опорни реакции. Под схемата е показана диаграмата на огъващия момент M_1' .

Коефициентите δ_{ik} , ($i, k = 1, 2$) се определят чрез умножаване на диаграмите M_1 и M_1' [70а], както следва:

$$\begin{aligned} EJ\delta_{11} &= \frac{1}{2} \frac{a^2b}{a+b} \frac{2}{3} \frac{ab}{a+b} + \frac{1}{2} \frac{ab^2}{a+b} \frac{2}{3} \frac{ab}{a+b} = \frac{a^3b^2 + a^2b^3}{3(a+b)^2} = \frac{a^2b^2(a+b)}{3(a+b)^3} = \frac{a^2b^2}{3(a+b)} \\ \delta_{11} &= \frac{a^2b^2}{3EJ(a+b)} \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned}
EJ\delta_{22} &= \frac{1}{2} \frac{a^2 c}{a+b} \frac{2}{3} \frac{ac}{a+b} + \frac{abc}{a+b} \left(\frac{\overset{2}{ac}}{a+b} + \frac{1}{2} \frac{bc}{a+b} \right) + \frac{1}{2} \frac{b^2 c}{a+b} \left(\frac{\overset{3}{ac}}{a+b} + \frac{2}{3} \frac{bc}{a+b} \right) + \\
&+ \frac{1}{2} c^2 \frac{2}{3} c = \frac{\overset{2}{a^3 c^2}}{3(a+b)^2} + \frac{abc \overset{3}{(2ac+bc)}}{2(a+b)^2} + \frac{b^2 c \overset{2(a+b)^2}{(3ac+2bc)}}{6(a+b)^2} + \frac{c^3}{3} = \\
&= \frac{2a^3 c^2 + 3abc^2(2a+b) + b^2 c^2(3a+2b) + 2c^3(a+b)^2}{6(a+b)^2} = \\
&= \frac{c^2 \left[2a^3 + 6a^2 b + 3ab^2 + 3ab^2 + 2b^3 + 2c(a+b)^2 \right]}{6(a+b)^2} = \\
&= \frac{c^2 \left[2a^3 + 2b^3 + 6a^2 b + 6ab^2 + 2c(a+b)^2 \right]}{6(a+b)^2} = \\
&= \frac{c^2 \cancel{(a+b)} \left[2a^2 - 2ab + 2b^2 + \overset{4}{6} ab + 2c(a+b) \right]}{6(a+b) \cancel{2}} = \\
&= \frac{2c^2 \left[(a+b)^2 + c \cancel{(a+b)} \right]}{\cancel{6(a+b)}} = \frac{c^2(a+b+c)}{3} \\
\delta_{22} &= \frac{c^2(a+b+c)}{3EJ}
\end{aligned} \tag{3.75}$$

$$\begin{aligned}
EJ\delta_{12} &= -\frac{1}{2} \frac{a^2 b}{a+b} \frac{2}{3} \frac{ac}{a+b} - \frac{1}{2} \frac{ab^2}{a+b} \left[\frac{\overset{3}{ac}}{a+b} + \frac{1}{3} \frac{bc}{a+b} \right] = -\frac{\overset{2}{a^3 bc}}{3(a+b)^2} - \frac{ab^2(3ac+bc)}{6(a+b)^2} = \\
&= -\frac{2a^3 bc + ab^2 c(3a+b)}{6(a+b)^2} = -\frac{abc(2a^2 + 3ab + b^2)}{6(a+b)^2} \\
\delta_{12} &= -\frac{abc(2a^2 + 3ab + b^2)}{6EJ(a+b)^2}
\end{aligned} \tag{3.76}$$

Преместванията по направление на обобщените координати, съгласно зависимост (3.73), се представят чрез следните изрази:

$$\begin{cases} q_1 = \delta_{11}(F - m_1 \ddot{q}_1) + \delta_{12}(-m_2 \ddot{q}_2) \\ q_2 = \delta_{21}(F - m_1 \ddot{q}_1) + \delta_{22}(-m_2 \ddot{q}_2) \end{cases} \tag{3.77}$$

След съответните преобразувания се получават диференциалните уравнения на напречните трептения:

$$\begin{cases} m_1 \delta_{11} \ddot{q}_1 + m_2 \delta_{12} \ddot{q}_2 + q_1 = \delta_{11} H \sin \omega t \\ m_1 \delta_{21} \ddot{q}_1 + m_2 \delta_{22} \ddot{q}_2 + q_2 = \delta_{21} H \sin \omega t \end{cases} \tag{3.78}$$

Получената система е нехомогенна, като нейното решение представлява сума от решението на съответната хомогенна система и частно решение.

Ако свободните трептения, описвани от хомогенната система, се извършват с честота k , то честотното уравнение на системата има два различни положителни корена.

$$(1 - m_1 \delta_{11} k^2)(1 - m_2 \delta_{22} k^2) - m_1 m_2 \delta_{12}^2 k^4 = 0 \quad (3.79)$$

$$\Rightarrow m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) \omega^4 - (m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22}) \omega^2 + 1 = 0$$

$$k_{1,2}^2 = \frac{m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22} \pm \sqrt{(m_1 \delta_{11} - m_2 \delta_{22})^2 + 4 m_1 m_2 \delta_{12}^2}}{2 m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} \quad (3.80)$$

3.4.1.2. Закон на чисто принудените трептения на разглежданата механична система

Поради бързото затихване на свободните трептения, от практическа гледна точка основен интерес представлява законът на чисто принудените трептения, който се търси във вида:

$$q_i = A_i \sin \omega t, (i = 1, 2). \quad (3.81)$$

Честотата на принудените трептения съвпада с ъгловата скорост, а амплитудите A_i се определят след заместване на изразите (3.81) и техните производни $\dot{q}_i = A_i \omega \cos \omega t$, $\ddot{q}_i = -A_i \omega^2 \sin \omega t$ в система (3.78). По този начин се получава система алгебрични уравнения:

$$\begin{cases} (1 - m_1 \delta_{11} \omega^2) A_1 - m_2 \delta_{12} \omega^2 A_2 = \delta_{11} H \\ -m_1 \delta_{21} \omega^2 A_1 + (1 - m_2 \delta_{22} \omega^2) A_2 = \delta_{21} H \end{cases} \quad (3.82)$$

Детерминантата Δ на системата (3.82) се формира от коефициентите пред неизвестните. При липса на резонанс ($\omega \neq \kappa_i$, $i = 1, 2$), когато е различна от 0, тя има вида:

$$\Delta = m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) \omega^4 - (m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22}) \omega^2 + 1 \quad (3.83)$$

Тъй като собствените честоти $\kappa_i^2, i = 1, 2$ нулират тази детерминанта, тя може да бъде представена в разложен вид:

$$\Delta = m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) (\omega^2 - \kappa_1^2) (\omega^2 - \kappa_2^2) \quad (3.84)$$

Детерминантите, съответстващи на неизвестните A_1 и A_2 са:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \delta_{11} H & -m_2 \delta_{12} \omega^2 \\ \delta_{21} H & 1 - m_2 \delta_{22} \omega^2 \end{vmatrix} = H [\delta_{11} - (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) m_2 \omega^2] \quad (3.85)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 - m_1 \delta_{11} \omega^2 & \delta_{11} H \\ -m_1 \delta_{21} \omega^2 & \delta_{21} H \end{vmatrix} = \delta_{21} H \quad (3.86)$$

Решението на алгебричната система (3.82) определя амплитудите на принудените трептения, $A_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, ($i=1,2$).

След отчитане на получените резултати за амплитудите, от зависимости (3.81) се достига до окончателния вид на закона за чисто принудените трептения:

$$\begin{cases} q_1 = \frac{H \left[\delta_{11} - (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) m_2 \omega^2 \right]}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) (\omega^2 - k_1^2) (\omega^2 - k_2^2)} \sin \omega t, \\ q_2 = \frac{\delta_{21} H}{m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) (\omega^2 - k_1^2) (\omega^2 - k_2^2)} \sin \omega t. \end{cases} \quad (3.87)$$

Анализът на зависимости (3.87) показва, че при определени условия амплитудата на трептенията на първата обобщена координата може да стане равна на нула. Ако бъде изпълнено условието

$$\Delta_1 = 0 \Rightarrow A_1 = 0 \Rightarrow \delta_{11} - (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) m_2 \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{(\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2) m_2}{\delta_{11}}} \quad (3.88)$$

първата съсредоточена маса няма да извършва напречни премествания, въпреки действието на смущаващата сила. В този случай се наблюдава явлението *антирезонанс*.

3.4.2 Числен пример. Графично представяне на резултатите

С цел приложение и анализ на изведените зависимости е проведен числен експеримент в програмна среда, като получените резултати са представени графично.

Стойностите на собствените честоти са $k_1 = 840,81 \text{ s}^{-1}$ и $k_2 = 1937 \text{ s}^{-1}$, а амплитудата на смущаващата сила е $H = 577,51 \text{ N}$.

На фигури 3.33 и 3.34 е представен законът на чисто принудените трептения съгласно зависимост (3.87). На фигури 3.35 и 3.36 е показано изменението на инерционните сили $\bar{\Phi}_1 = -m_1 \ddot{q}_1$ и $\bar{\Phi}_2 = -m_2 \ddot{q}_2$. За амплитудите на тези сили се получават следните стойности:

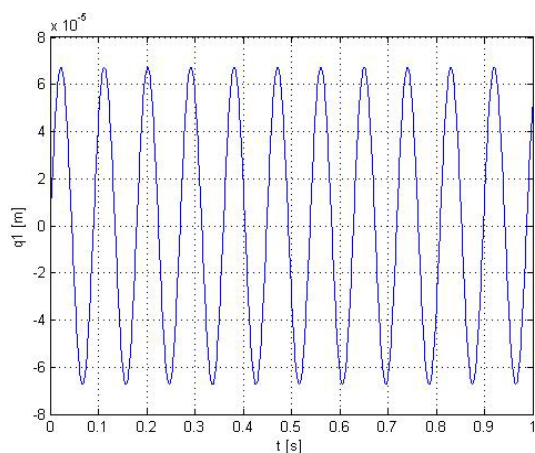
$$\Phi_1 = 1,69 \text{ N} \text{ и } \Phi_2 = 1,98 \text{ N}. \quad (3.89)$$

3.5 Анализ на получените резултати

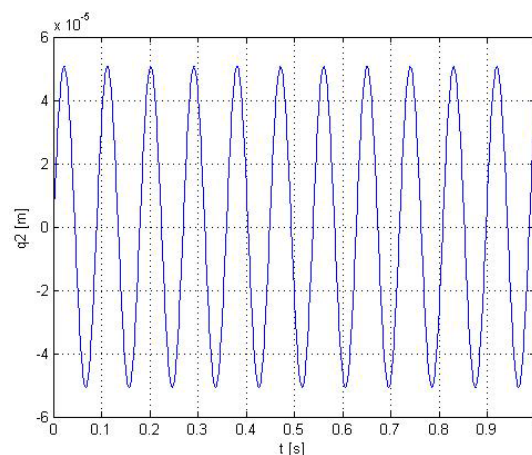
3.5.1 Анализ на получените резултати за първи случай

В настоящото изследване е извършено механо-математично моделиране на усукващите трептения на вал с две ротиращи маси, чието задвижване включва и четиризвенен механизъм. Изведена е формулата за кинематичното смущение, внасяно от четиризвенника. На основата на методите на аналитичната механика са изведени диференциалните уравнения, описващи

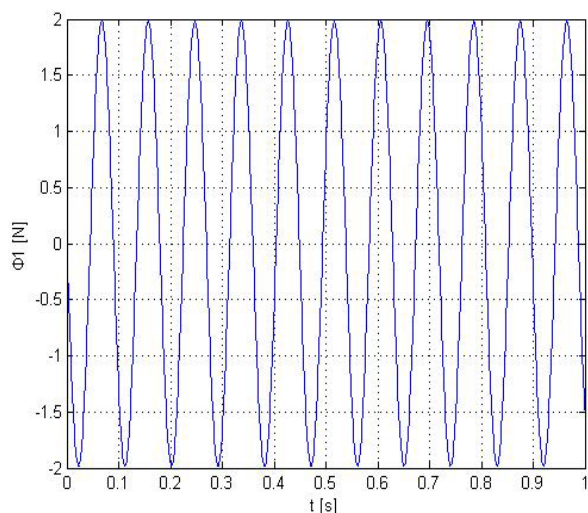
трептенията на вала. Аналитично е получен законът на възникващите чисто принудени усукващи трептения. Получени са стойностите на периодично изменящите се динамични усукващи моменти в участъците на вала. С тяхна помощ се създават предпоставки за решаване на различни инженерни задачи.



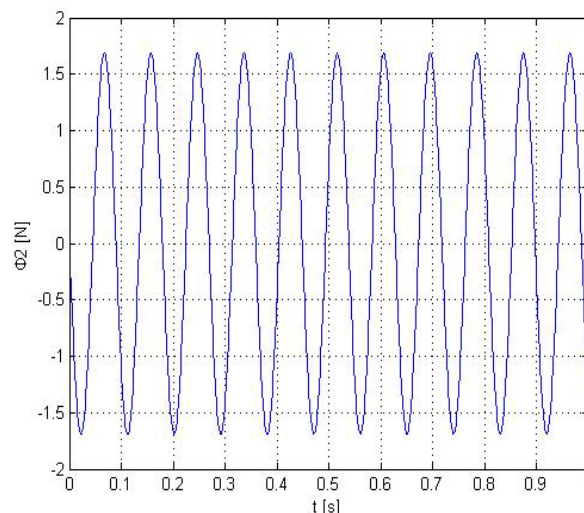
Фиг. 3.33. Закон на движението по първата обобщена координата



Фиг. 3.34 Закон на движението по втората обобщена координата



Фиг. 3.35 Изменение на инерционната сила Φ_1



Фиг. 3.36 Изменение на инерционната сила Φ_2

3.5.2 Анализ на получените резултати за втори случай

В настоящата работа се изследва влиянието на един възможен дефект (несъосност) в предавателния механизъм между електродвигателя и ротиращия вал. Въпросната неточност е представена с помощта на кинематично смущение. Използва се механо-математичен модел с три степени на свобода. Чрез прилагане на аналитико-механичен подход са получени диференциалните уравнения, описващи трептенията на вала. Аналитично е получен законът на възникващите чисто принудени усукващи трептения. Изчислени са стойностите на периодично изменящите се динамични усукващи моменти в участъците на вала. Представен е числен пример, а резултатите са илюстрирани чрез виброграми и амплитудно-честотни характеристики.

3.5.3 Анализ на получените резултати за трети случай

В настоящата работа е предложена методика за моделиране и цялостно изследване на напречните трептения на валове, използвани в тежката минна механизация. В резултат са получени законът за движение и диаграмата на огъващия момент. Те са основа за решаване на практически задачи, свързани с оразмеряване, както и с якостни и деформационни проверки на валовете.

3.6 ИЗВОДИ

3.6.1 За първи случай

1. Аналитично са разгледани първоначално възникващите свободни трептения на изследваната механична система вал-маси. С течение на времето тези трептения затихват и остават реално действащите върху механичната система чисто принудени усукващи трептения.

2. Извършено е аналитично изследване на влиянието на чисто принудените трептения на механичната система, които имат особено значение за инженерната практика. Принудените трептения се появяват в резултат на действието на периодичното кинематично смущение в левия край на вала, изменящо се по закона (3.5).

3. Представен е числен пример, чиито резултати са получени с програмата MATLAB. Визуализиран е законът за движение на изследваната трептяща механична система. Показани са виброграмите на обобщените скорости. Отчетени са максималните динамични моменти, натоварващи двата участъка на изследвания вал при ъглова скорост $\omega = 70,5 \text{ s}^{-1}$ и са визуализирани графично. Показана е амплитудно-честотната характеристика на трептенията.

3.6.2 За втори случай

Въпреки че неточността в предавателния механизъм има малка стойност, тя е причина за вибрационно натоварване на вала. При това е възможно настъпването на резонанс и неконтролируемо нарастване на амплитудите на усукващите трептения. Ако обаче стойностите на параметрите удовлетворяват условия (3.70) и (3.71), вредните ефекти биха били сведени до минимум.

3.6.3 За трети случай

След проведения числен експеримент са представени графично законът на чисто принудените трептения и изменението на инерционните сили, като са получени и стойностите на техните амплитуди. С така получените стойности е построена диаграмата на динамичния огъващ момент на вала (дадена на фиг. 3.31 г). Тя може да се разглежда и като диаграма на огъващия момент вследствие статичното действие на сили, равни по големина на амплитудите на динамичните сили. Основание за това дава фактът, че честотата и фазата на изменение на всички сили съвпадат и амплитудите им настъпват едновременно. Полученият динамичен огъващ момент би могъл да послужи за оразмеряване и якостни проверки.

ГЛАВА 4 ИЗСЛЕДВАНЕ В СОФТУЕРНА СРЕДА НА ЯКОСТНО- ДЕФОРМАЦИОННОТО СЪСТОЯНИЕ НА ВАЛ СЪС ЗАДАДЕНА ГЕОМЕТРИЯ ПРИ ПРОМЕНЛИВО СИЛОВО-КИНЕМАТИЧНО НАТОВАРВАНЕ

4.1 Същност на разглеждания проблем, свързан със софтуерното изследване на динамично натоварен вал

Валове, използвани в транспортните средства и минните машини, работят при тежки експлоатационни условия и са подложени на значителни динамични натоварвания. Те функционират в сложна работна среда при разнообразни силови и кинематични режими. В повечето случаи натоварванията имат цикличен характер, вследствие на което възникват вибрации с определени амплитуди и честоти. Породените динамични моменти и инерционни сили допълнително натоварват вала, което в съчетание с конструктивни особености и неблагоприятни експлоатационни фактори води до умора на материала.

Изследването на товароносимостта на вал в реални работни условия представлява сложна инженерна задача. То е свързано с редица затруднения, сред които необходимост от специализирана и скъпоструваща измервателна апаратура, наличие на труднодостъпни зони, неблагоприятни условия на работа, агресивна среда и специфични температурни режими.

При подобни изследвания често е необходимо да бъдат известни: точната геометрия на вала; видът и характерът на натоварването; факторите на кинематичното въздействие; работните температури; използваният материал; приложената химико-термична обработка; качеството на обработените повърхнини. Тези фактори са пряко свързани с определянето на:

- големината, характера, мястото и продължителността на действие на вътрешните напрежения;
- вида и особеностите на деформационното състояние.

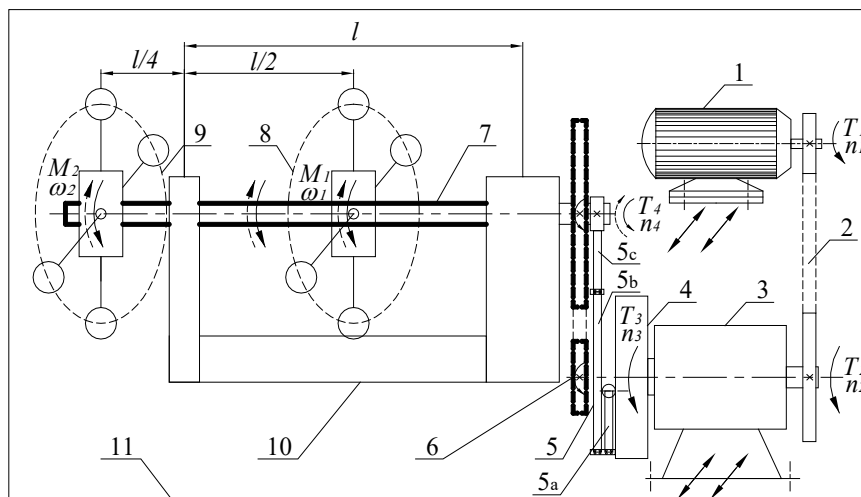
В инженерната практика често основното внимание се насочва към якостното оразмеряване, докато деформационното състояние не винаги се отчита с необходимата прецизност. Самото якостно изчисляване и последващото геометрично оразмеряване не са достатъчни за надеждна оценка на работоспособността на вала.

Деформационното пресмятане е свързано с определянето на ъгъла на еластично усукване, големината на еластичното провисване и ъгъла на провисване, както и със сравнението им с допустимите стойности. При тежко динамично натоварени валове, използвани в транспортните и минните машини, при тънки и дълги валове в автоматизацията и роботизацията, както и при валове на прецизни машини, геометричното оразмеряване трябва да бъде съобразено едновременно както с якостното натоварване, така и с деформационното състояние. Основни критерии при това оразмеряване са възникващите огъващи и усукващи трептения по време на работа.

4.2 Ориентиране на разглеждания проблем към неговото решаване

Разглежданият проблем е насочен към изследване на якостно-деформационното състояние на вал със зададена геометрия при определени съотношения между приложените върху него силови натоварвания и кинематични зависимости.

За реализиране на поставената цел е проектиран експериментален стенд, върху които се установява изпитваният вал. На фиг. 4.1 е показана кинематичната схема на стенда, при която електродвигател (1) с мощност $P = 2,2 \text{ kW}$ и честота на въртене $n = 1420 \text{ min}^{-1}$ задвижва вал с фланец (4) посредством клиноремъчна предавка (2) с предавателно отношение $i = 2,11$.



Фиг. 4.1 Кинематична схема на изпитван вал, установен върху експериментален стенд:

1 – електродвигател, управляван от честотен преобразувател; 2 – клиноремъчна предавка; 3 – кинематичен трансформиращ механизъм (КТМ); 4 – фланец с вал, лагериран в КТМ; 5 – шарнирен четиризвенник (5a – входно рамо; 5b – мотовилка; 5c – изходно коляно); 6 – зъбно-ремъчна предавка; 7 – изпитван вал; 8 и 9 тежести с регулируеми маси; 10 – носеща конзола; 11 – основа

Валът и фланецът (4) са лагерираны в кинематичен трансформиращ механизъм (КТМ – 3), който преобразува и предава въртеливото движение към изпитвания вал (7). Предаваното движение може да бъде с постоянна или променлива скорост, еднопосочно или реверсивно, както и с предварително зададен ъгъл на завъртане в двете посоки.

Движението от елемент (4) към вал (7) се трансформира по един от следните два начина:

Първи начин – посредством четиризвенен шарнирен механизъм (5), състоящ се от входно рамо (5a), мотовилка (5b) и изходно коляно (5c), който осигурява реверсивно въртеливо движение с ъгъл на завъртане в границите $\varphi = \pm (0,5 \div 29)^\circ$.

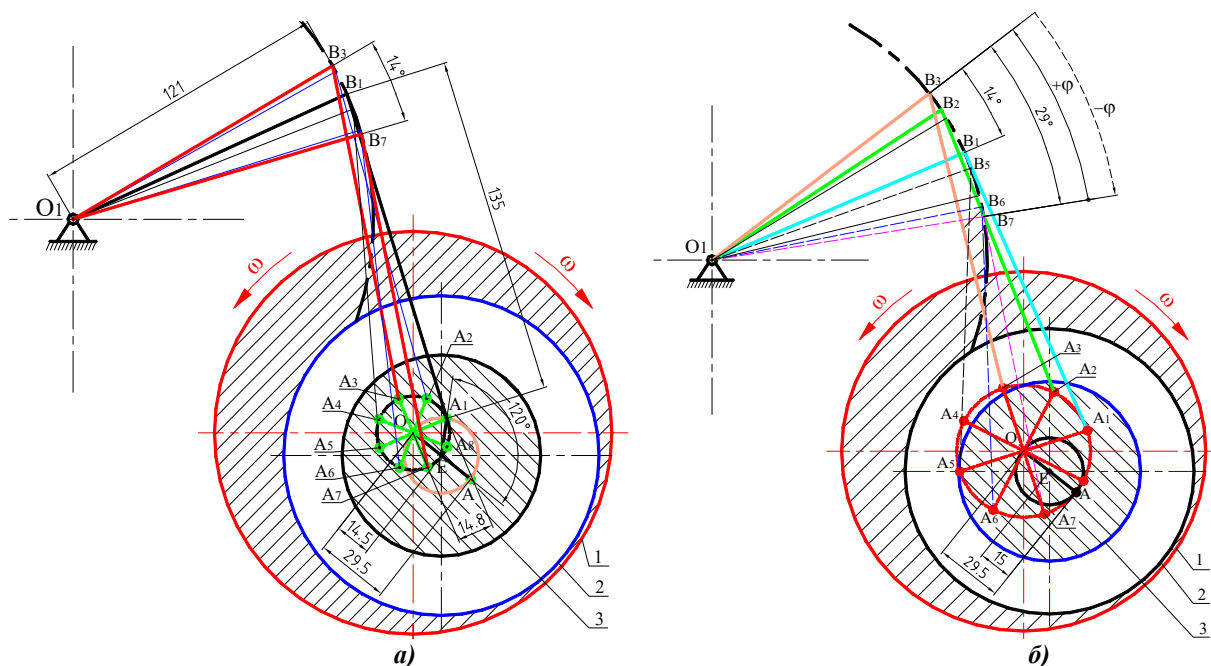
Втори начин – посредством зъбно-ремъчна предавка (6) с предавателно отношение $i = 1,8$.

Използваният трифазен асинхронен електродвигател се управлява чрез честотен преобразувател, което позволява реализиране на различни режими на работа.

Когато връзката между вала (7) и фланеца (4) се осъществява чрез четиризъвения механизъм (5), движението на изпитвания вал представлява реверсивно завъртане с ъгъл $\pm\varphi$. Големината на този ъгъл може да се регулира посредством ексцентрична шайба в граници от $\pm(1^\circ \text{ до } 29^\circ)$.

При задвижване чрез зъбноремъчна предавка (6) валът извършва непрекъснато еднородно въртливо движение. В настоящото изследване е използван първият начин на задвижване.

На фиг. 4.2 е показана схемата, при която чрез промяна на дължината на входното рамо на четиризъвения механизъм се изменя ъгълът на завъртане на изпитвания вал.



Фиг. 4.2 Изменение на големината на ъгъла на завъртане на изпитвания вал в зависимост от изменението на дължината на входното рамо на четиризъвения шарнирен механизъм: а) при рамо с дължина 14,8 mm ъгълът на завъртане е 14° ; б) при рамо с дължина 29,5 mm ъгълът на завъртане е 29°

При задвижване посредством четиризъвник ъгловата скорост на вала е променлива. Тя има различна стойност във всеки момент от времето. В крайните положения на движение, при които се осъществява смяна на посоката, скоростта намалява до нула, докато в средата на хода достига максимална стойност. Точните зависимости между ъгъла на завъртане и ъгловата скорост са изведени в предходната глава.

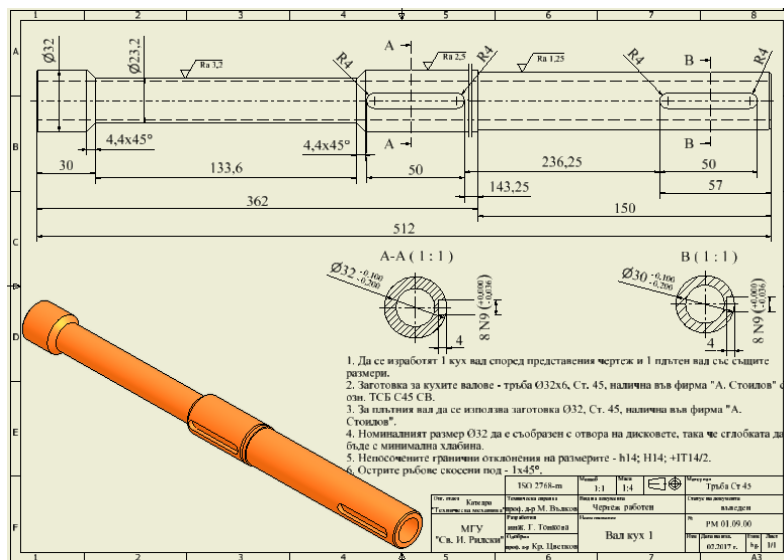
Ъгловата скорост ω и честотата на въртене n , предавани от електродвигателя към изпитвания вал могат да се регулират по два начина:

Първи начин – механично, чрез промяна на предавателното отношение на клиноремъчната предавка, например чрез раз местване на ремъчните шайби;

Втори начин – посредством честотния преобразувател, управляващ електродвигателя, чрез който се изменят честотата на въртене, посоката на движение, въртящият момент и други параметри.

на честотата на въртене – от 0 до 7000 min^{-1} .

Геометрията и конструктивните особености на изпитвания вал са показани на фиг. 4.3.



Фиг. 4.3 Конструктивни особености на изпитвания вал

Валът представлява стъпален кух вал с обща дължина *512 mm.* и включва следните характерни участъци:

1. Стъпало с външен диаметър $\phi 32$, посредством което валът се закрепва към цангодържача;
2. Изтънен участък с експериментално предназначение, с външен диаметър $\phi 23,2$ и дължина 133,6 mm;
3. Удебелен участък с шпонков канал за закрепване на едната натоварваща тежест;
4. Лагерна шийка за установяване в лагерна опора със самонагаждащ се лагер;
5. Конзолен участък с диаметър $\phi 30$ и шпонков канал за закрепване на втората натоварваща тежест.

Диаметърът на вътрешния отвор на кухия вал е $\phi 20$.

Съгласно фиг. 4.1 валът е двустранно лагериран в носеща конзола (10). Между двете лагерни опори е монтирана регулируема тежест (8), състояща се от централен диск, четири сменяеми рамена и определен брой регулируеми маси. Масите могат да бъдат комбинирани с рамената по различни начини, което позволява реализиране на разнообразни геометрични конфигурации.

Изходният край на вала (7) е конзолен. В този участък е монтирана втора регулируема тежест (9), аналогична на тежест (8), но с по-дълги рамена.

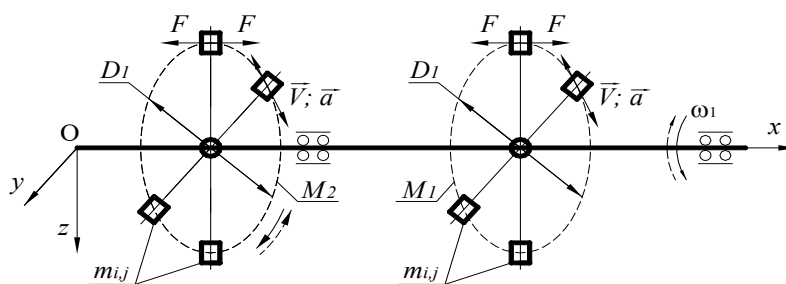
В зависимост от конфигурацията на масите, големината на ъгъла на завъртане, както и характера и посоката на ъгловата скорост, системата вал–маси се подлага на различни режими на динамично натоварване. При тези условия деформационното състояние, вътрешните

напрежения и силовото натоварване се изменят в широки граници и трябва да останат в допустимите стойности, гарантиращи работоспособността на вала. Именно тези състояния са предмет на софтуерното изследване, представено по-долу.

4.3 Аналитично определяне на силово-кинематичните зависимости при изпитвания вал

За извършване на софтуерното пресмятане на изпитвания вал предварително са проведени редица аналитични изчисления, основните резултати от които са представени в глава втора. Стойностите, получени при аналитичното динамично пресмятане, са необходими за определяне на якостното и деформационното състояние на вала в използваната софтуерна среда. Значителна част от тези зависимости и числени резултати са използвани в готов вид от предходната глава при реализиране на компютърното изследване.

На фиг. 4.4 е представен механо-математичният модел на изследваната механична система вал–маси.



Фиг. 4.4 Механо-математичен модел на изпитваната система вал-маси [68].

Съгласно фигурата са въведени следните означения:

$Oxyz$ – дясноориентирана координатна система;

Ox – ос на координатната система, която теоретично съвпада с геометричната ос на изпитвания вал;

G_1 и G_2 – конфигурации от регулируеми маси (тежести), закрепени върху вала, с тегла съответно $m_{G1}=5,75\text{ kg}$ и $m_{G2}=6,53\text{ kg}$, при конфигурация на масите съгласно фиг. 4.4;

d_1 и d_2 - диаметри на централните дискове на масите $m_1=1,43\text{ kg}$ и $m_2=1,45\text{ kg}$;

$D_1=2R_1$ и $D_2=2R_2$ - диаметри на окръжностите, по които са разположени масите m_{ij} , където ($i=1\div 2$; $j=1\div 8$); i – пореден номер на тежестите, j – брой регулируеми маси върху съответните рамена на дадената тежест.

Валът заедно с прикрепените към него маси извършва въртливо движение, като са възможни два основни режима на работа:

I случай – периодично реверсивно въртене с максимален ъгъл на завъртане в двете посоки $\varphi_{\max} = \pm 29^\circ$ и изменение на скоростта от $0 \div V_{\max}$ за време на завъртане t .

II случай – еднопосочно въртливо движение с постоянна скорост.

От кинематична гледна точка, съгласно закона за движение $\vec{r}(t)$ ($r = R_i$), за скоростта и ускорението на системата от маси могат да бъдат записани съответните зависимости:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}; \quad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}. \quad (4.1)$$

В общия случай (I случай) са в сила уравненията:

$$S(t) = S_0 + \int |\vec{V}(t)| dt - \text{изминат от масите път}; \quad (4.2)$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int \vec{V}(t) dt - \text{закон за движение}; \quad (4.3)$$

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \int \vec{a}(t) dt - \text{закон за изменение на скоростта}. \quad (4.4)$$

Скоростта на регулируемите маси е допирателна към траекторията на движение.

Ускорението на масите може да бъде разложено на две съставлящи:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} - \text{тангенциална компонента}; \quad (4.5)$$

$$a_n = \frac{V^2}{R} - \text{нормална компонента}. \quad (4.6)$$

За големините на скоростта и ускорението се получават следните зависимости:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(R\omega)^2 \cdot \sin^2(\omega t) + (R\omega)^2 \cdot \cos^2(\omega t)} = R\omega \sqrt{\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)} \quad (4.7)$$

$$V = \omega R \quad (4.8)$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(R\omega^2)^2 \cdot \cos^2(\omega t) + (R\omega^2)^2 \cdot \sin^2(\omega t)} = R\omega^2 \sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)} \quad (4.9)$$

$$a = R\omega^2. \quad (4.10)$$

При постоянни скорост и ускорение на въртящите се части (II случай) са валидни следните зависимости:

$$V(t) = V_0 + at; \quad (4.11)$$

$$S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} at^2. \quad (4.12)$$

В този случай масите се въртят с постоянна ъглова скорост, а ускорението е единствено нормално, докато тангенциалната му компонента е равна на нула.

$$a_n = \frac{V^2}{R}; \quad (4.13)$$

$$a_\tau = 0. \quad (4.14)$$

Съгласно втория закон на Нютон, за силата, породена от въртенето на масите, може да се запише:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a} \quad (4.15)$$

откъдето за големината на силата се получава:

$$F = m.a \text{ [N]}. \quad (4.16)$$

При известна честота на въртене (n в min^{-1}) и диаметър на траекторията (D в m), периферната скорост се определя по зависимостта:

$$V = \pi.D.n, \text{ [m / min]}. \quad (4.17)$$

Ъгловата скорост в зависимост от честотата на въртене се представя чрез изрази:

$$\omega = \frac{\pi.n}{30}, \text{ [s}^{-1}\text{]}. \quad (4.18)$$

За големината на въртящия момент може да се запише:

$$T = F.L \text{ [Nm]}, \quad (4.19)$$

откъдето, при известна дължина на рамото L_i , се определя големината на периферната сила, съгласно фиг. 4.4 $L_i = R_i \text{ [m]}$:

$$F = \frac{T}{L_i} \text{ [N]}. \quad (4.20)$$

4.4 Софтуерно изчисляване и графично визуализиране на якостно-деформационното състояние на силово натоварен вал с известна геометрия в средата на MITCalc

При софтуерните пресмятания са използвани стойности на силово-кинематичните параметри, получени при аналитичното изследване на динамично натоварен вал, включително съответните моменти, скорости, ускорения и характеристики на възникващите трептения.

Изследванията са проведени в средата на два специализирани CAD софтуерни продукта, използвани в машиностроенето:

1) MITCalc – използван за извършване на подробните инженерни пресмятания и за визуализиране на получените резултати;

2) Inventor – използван за създаване на 3D CAD модел на системата вал–маси, след което върху модела е приложено силово натоварване и са получени съответните диаграми на усилията, напреженията и оптималната форма на изпитвания вал.

Изследването в средата на MITCalc е проведено по разработен от автора алгоритъм, представен по-долу в последователност от седем стъпки.

4.4.1 Алгоритъм на пресмятане на вал в софтуерната среда на MITCalc

Стъпка 1. По зададени входни параметри — мощност, честота на въртене, вид на натоварването и материал на вала — софтуерът изчислява големината на усукващия момент и определя препоръчителна стойност за минималния диаметър на вала (табл. 4.1).

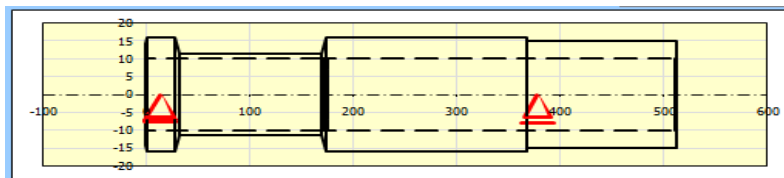
Таблица 4.1

Стъпка 2. В табличен вид и в система SI се задават параметрите на геометрията на вала по отделни участъци, включително размерите на съставните повърхнини, видът и разположението на лагерните опори, както и грапавостта на повърхнините (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Table	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Origin	0,00	1,00	28,00	32,40	170,40	174,80	367,80	368,30	511,30	512,00
L	1,000	27,000	4,400	138,000	4,400	193,000	0,500	143,000	0,700	
Da	29,000	32,000	32,000	23,150	23,150	32,000	32,000	30,000	30,000	
Db	32,000	32,000	23,150	23,150	32,000	32,000	29,000	30,000	27,000	
da	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	
db	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	
R	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	

На базата на въведените дължини и диаметри на отделните стъпала програмата автоматично визуализира геометрията на вала и положението на лагерните опори, както е показано на фиг. 4.5. Геометрията на вала и разположението на опорите могат да бъдат променяни в зависимост от разглеждания случай.



Фиг. 4.5 Схема на изпитвания вал с местата, в които той е лагуван

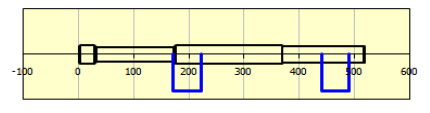
Стъпка 3. Съгласно избрания вариант се задават геометричната форма, броят и видът на каналите по вала. В табличен вид се въвеждат размерите на каналите и съответните им разстояния от челата на вала. В табл. 4.3 са посочени формата, размерите и положението на двата шпонкови канала, разположени върху изпитвания вал. След въвеждане на параметрите програмата визуализира каналите схематично.

Таблица 4.3

3.0 Notches and necking-down on the shaft

3.1 The ultimate tensile strength (S_u, R_m) 595,0 [MPa]

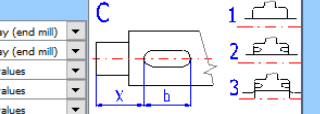
3.2 Notch sensitivity factor (q) 0,45



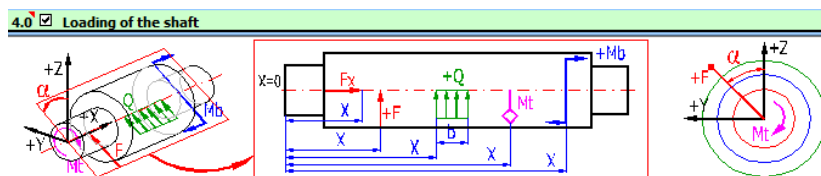
3.5 C. General notch

X[mm]	b[mm]	β_c	β_b	β_t
171,00	50,00	1,64	1,64	1,37
439,00	50,00	1,64	1,64	1,37
		1,00	1,00	1,00
		1,00	1,00	1,00
		1,00	1,00	1,00

Keyway (end mill) User values



Стъпка 4. Задават се видът, направлението, посоката, големината и мястото на приложение на силовото натоварване върху вала (фиг. 4.6).



Фиг. 4.6 Схема, отразяваща силовото натоварване при софтуерно изчисляване на вал в средата на MITCalc: F_x – осова сила; F – радиална сила; Q – равномерно разпределен товар на дължина b ; M_t – усукващ момент; M_b – огъващ момент; $Oxuz$ – възприета от софтуера дясно ориентирана координатна система; α – ъгъл, под който действат приложените сили; x_i – разстояния от едното чело на вала до мястото на приложената сила

Стъпка 5: Извършва се апроксимация на въртящите се маси, като те се свеждат до еквивалентен плътен диск с маса m и характеристики, представени в табл. 4.4.

Таблица 4.4

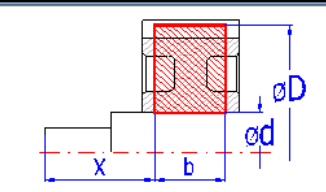
5.0 Rotating masses

5.1 Additional rotating masses (resonance speed)

5.2 Use loading from the weight of disks in the calculation? Yes

5.3

	X	D	d	b	Ro	m
		[mm]			[kg/m ³]	[kg]
M1	191,00	320,00	32,00	9,26	7800,0	5,75
M2	461,00	340,00	30,00	9,30	7800,0	6,53
M3	0,00	0,00	0,00	0,00	7800,0	0,00
M4	0,00	0,00	0,00	0,00	7800,0	0,00
M5	0,00	0,00	0,00	0,00	7800,0	0,00



Стъпка 6. При необходимост се въвеждат механичните характеристики на материала, от който е изработен валът (табл. 4.5). При избор на материал от вградената библиотека на системата неговите механични характеристики се задават автоматично, като при необходимост могат да бъдат променяни от потребителя.

Допълнително се задават: коефициенти на сигурност при различни режими на натоварване; характерът на натоварването (статично или динамично); условията за извършване на динамична якостна проверка при автоматичното софтуерно пресмятане.

Таблица 4.5

6.0 Material and the type of loading

6.1 Shaft material (Ultimate tensile strength min-max) A...Structural steel (350 - 700) 595 [MPa]

6.2 Ultimate tensile strength S_u/R_m 595 [MPa]

6.3 Yield strength in tension S_y/R_e 345 [MPa]

6.4 Yield strength in bending S_{yb}/R_{eb} 449 [MPa]

6.5 Yield strength in shear S_{ys}/R_{es} 242 [MPa]

6.6 For reversed loading

6.7 Fatigue limit - tension-pres σ_c 226 [MPa]

6.8 Fatigue limit - bending σ_{bc} 292 [MPa]

6.9 Fatigue limit - torsion τ_c 208 [MPa]

6.10 For cyclic loading

6.11 Fatigue limit - tension-pres σ_{nc} 339 [MPa]

6.12 Fatigue limit - bending σ_{enc} 437 [MPa]

6.13 Fatigue limit - torsion τ_{nc} 239 [MPa]

6.14 Specific mass R_o 7850,0 [kg/m³]

6.15 Modulus of elasticity in ten E 210000 [MPa]

6.16 Modulus of elasticity in she G 80000 [MPa]

6.17 Dead load Yes

6.18 Max. displayed coefficient of safety 20

6.19 Stress ratio factor α_0 1,00

6.20 Coefficient of maximum loading

6.21 Bending 1,70

6.22 Radial load 1,70

6.23 Torsion 1,70

6.24 Tension/Compression 1,70

6.25 Loading conditions

6.26 Loading from bending moment C...Reversed

6.27 Loading from radial force C...Reversed

6.28 Load from torsional moment C...Reversed

6.29 Loading from tension/pressure force C...Reversed

6.30 Dynamic strength check

6.31 Impact from shaft surface Yes

6.32 Impact from shaft size Yes

6.33 Impact from stress concentration (no Yes

Стъпка 7. Извършва се визуализация и анализ на получените резултати (табл. 4.6).

Софтуерът извежда окончателните стойности за:

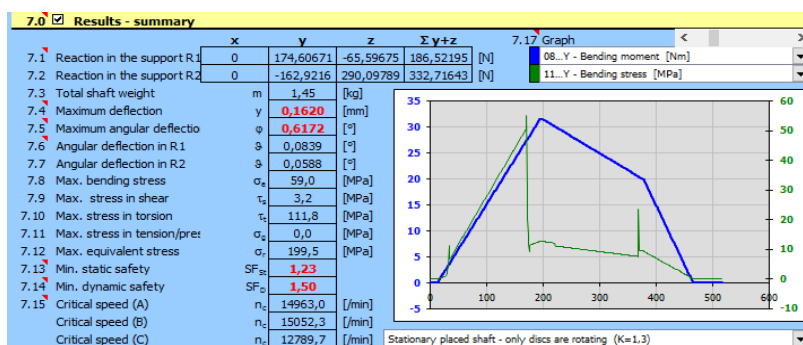
- опорните реакции;
- масата на вала;
- максималното провисване;
- максималния ъгъл на усукване;
- ъглите на провисване в различните сечения по дължината на вала;
- максималните огъващи напрежения;
- максималните срязващи напрежения;
- максималните усукващи напрежения;
- максималните напрежения от опън и натиск;
- максималните еквивалентни напрежения;
- минималния статичен коефициент на сигурност;
- минималния динамичен коефициент на сигурност;
- критичните обороти и други параметри.

Таблица 4.6

7.16 Results for X co-ordinate	>	1,00	28,00	32,40	170,40	174,80	367,80	368,30	511,30
16...Deflection - Sum [mm]	▼	0,0205091	0,020363	0,0264067	0,1399833	0,1384475	0,0111061	0,0100965	0,1545312
27...Torsion angle [°]	▼	0	0,0078408	0,014207	0,5381855	0,5469966	0,5913085	0,5915037	0,6172034
30...Equivalent stress [MPa]	▼	0	21,648259	86,955656	121,60366	26,463053	13,047999	13,044549	0,0008314
41...Safety coefficient (static)	▼	20	11,370683	2,8310631	2,0504136	9,4350936	19,730906	19,735861	20
42...Safety coefficient (dynamic)	▼	20	13,822206	3,4399216	2,342701	7,3585622	19,742408	8,294141	20

Получените резултати са представени графично, като се проследява изменението на съответните величини по дължината на вала. Числените стойности могат да бъдат определени за всяка избрана точка от изпитвания образец. В разглеждания случай са посочени стойностите в зоните на преход между различните геометрични сечения на стъпалния вал.

При отклонение на получените резултати от допустимите стойности програмата автоматично сигнализира за наличие на проблем чрез маркиране в червен цвят. Софтуерната среда позволява допълнително уточняване на допустимите граници, анализ на факторите, влияещи върху проблемните параметри, както и проследяване на начина на тяхното определяне. Пример за подобен анализ е представен на фиг. 4.7.



Фиг. 4.7 Визуализиране на стойностите от пресмятането на вала

4.5 Изследване на якостно-деформационното състояние на вал при различни режими на силово-кинематично натоварване в софтуерната среда на MITCalc

При проведеното софтуерно изследване са разгледани дванадесет основни случая на динамично натоварване на вал с една и съща геометрия. Анализът е извършен при два режима на работа и различни конфигурации на натоварващите тежести, които въздействат по различен начин върху механичната система вал–маси.

За изследваната система са приети следните условия:

- изпитваният вал извършва реверсивно въртливо движение при последователно завъртане в двете посоки на ъгъл φ ;
- $\varphi = \pm 29^\circ$ - приетата стойност на ъгъла на завъртане на вала съответно по и обратно на часовата стрелка;
- $n_1 = 673 \text{ min}^{-1}$ - честота на въртене на кинематичния трансформиращ механизъм (КТМ) при първата серия изследвания;
- $n_2 = 336,5 \text{ min}^{-1}$ - честота на въртене на КТМ при втората серия изследвания;
- n_1 и n_2 - честоти на въртене, предавани от КТМ към изпитвания вал посредством шарнирния четиризвенеен механизъм за времеви интервал t ;
- G_1 - тежест, монтирана по средата между двете лагерни опори, чрез която валът се натоварва силово;
- G_2 - тежест, разположена в конзолния участък на вала на разстояние от лагерната опора, равно на половината от разстоянието на първата тежест спрямо съответните лагерни опори;
- тежестите G_1 и G_2 се състоят от централен диск с фиксиращи винтове, рамена и регулируеми маси със стопорни винтове (фиг. 4.4);
- регулируемите маси могат да бъдат разполагани на различни разстояния по дължината на рамената, като чрез различните им комбинации се реализират разнообразни геометрични конфигурации;
- всяка тежест разполага с четири рамена, разположени равномерно под ъгъл 90° по периферията на централния диск.

В рамките на изследването са разгледани шест различни конфигурации на тежестите и масите при два кинематични режима на работа – при $n_1 = 673 \text{ min}^{-1}$ и при $n_2 = 336,5 \text{ min}^{-1}$, с което се формират общо дванадесет основни случая на силово натоварване.

Първи случай – върху вала е монтирана една тежест, разположена по средата между двете лагерни опори. Тежестта е с четири рамена, като на всяко рамо е поставена по една регулируема маса, разположена на еднакво разстояние от оста на вала.

Втори случай – в конзолния участък на вала е установена само една тежест, аналогична по конфигурация на тази от първия случай.

Трети случай – върху вала е установена една тежест по средата между двете лагерни опори, при която на две съседни рамена са поставени по две регулируеми маси, а останалите две рамена са без маси.

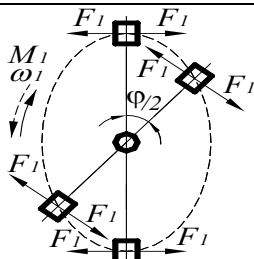
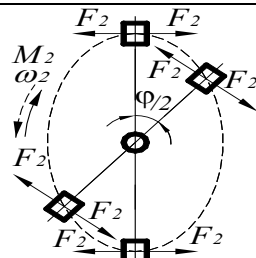
Четвърти случай – в конзолния участък на вала е монтирана тежест с конфигурация, аналогична на тази от третия случай.

Пети случай – върху вала са установени две тежести, всяка от които е с четири рамена и по една регулируема маса върху всяко рамо. Всички маси са разположени на еднакво разстояние от оста на вала.

Шести случай – върху вала са монтирани две тежести, при които на две съседни рамена са поставени по две регулируеми маси, а останалите две рамена са без маси. Регулируемите маси на двете тежести са разположени на срещуположни рамена.

Дванадесетте основни случая на натоварване на изпитвания вал са представени в табл. 4.7, а по-долу е извършен подробен анализ на всеки от тях.

Таблица 4.7

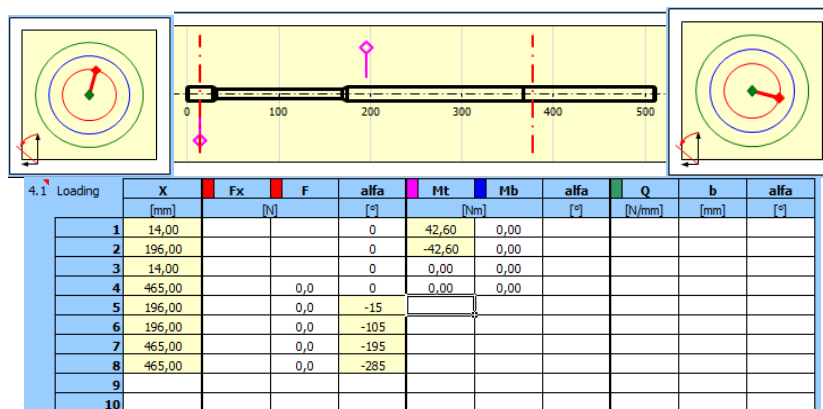
С л у ч а й	<u>Тежест 1</u> $G_1=57\text{ N}$ $r_1=D_1/2=0,135\text{ m}$ $r_2=D_2/2=0,110\text{ m}$	<u>Тежест 2</u> $G_2=65\text{ N}$ $r_1=D_1/2=0,135\text{ m}$ $r_2=D_2/2=0,110\text{ m}$	$n = 673\text{ min}^{-1} (\omega = 70,5\text{ s}^{-1} - \text{от КТМ})$							
			Динамични компоненти на системата вал- маси							
			$M_1,$ Nm	$M_2,$ Nm	$\omega_1,$ s^{-1}	$\omega_2,$ s^{-2}	$\varepsilon_1,$ s^{-2}	$\varepsilon_2,$ s^{-2}	$F_{\Sigma 1},$ N	$F_{\Sigma 2},$ N
1		-----	42,6	---	17,8	---	1254	---	317	---
2	-----		---	22,2	---	17,9	---	1260	---	166

3		-----	42,6	---	17,8	---	1254	---	390	---
4	-----		---	22,2	---	17,9	---	1260	---	203
5			42,6	22,2	17,8	17,9	1254	1260	317	166
6			42,6	22,2	17,8	17,9	1254	1260	390	203

ПЪРВИ СЛУЧАЙ

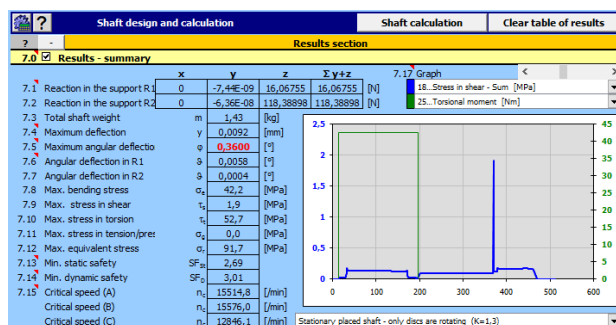
В разглеждания случай валът е натоварен с една тежест, установена по средата между двете лагерни опори. Регулируемите маси са разположени концентрично (симетрично) върху четирите взаимноперпендикулярни рамена на тежестта.

На фиг. 4.8 е представено силовото натоварване на вала. В графичната част са показани видът и разположението на натоварващите усилия, а в табличната част – големините на силите и моментите, както и ъглите, под които действат силите.



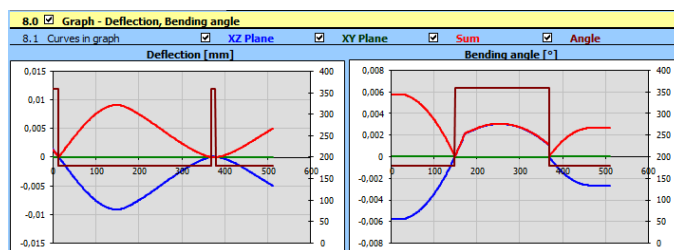
Фиг. 4.8 Силовото натоварване на изследвания вал

На фиг. 4.9 са показани част от резултатите, получени при софтуерното пресмятане на вала в средата на MITCalc. На следващите фигури графично са визуализирани диаграмите на моментите и основните зависимости, характеризиращи якостно-деформационното състояние на вала.



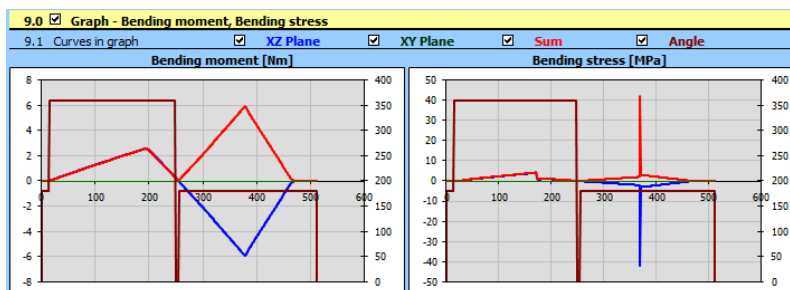
Фиг. 4.9 Резултати от якостно-деформационното пресмятане на вала

На фиг. 4.10 са представени графиките на провисването (огъването) на вала и големината на ъгъла на провисване съответно в равнините Oxz , Oxy , както и сумарните им стойности.



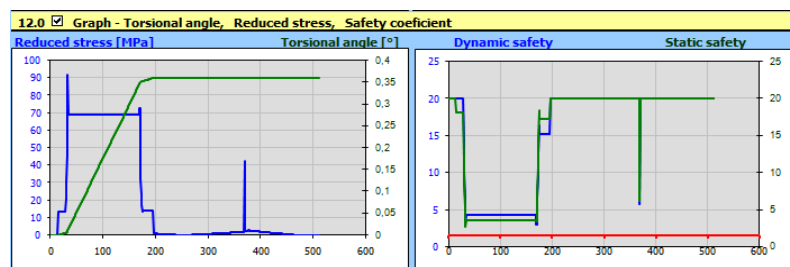
Фиг. 4.10 Графични зависимости, отразяващи провисването и ъгъла на огъване на изпитвания вал

На фиг. 4.11 са показани графиките на огъващите моменти в равнините Oxz , Oxy , сумарният огъващ момент и напреженията от огъване.



Фиг. 4.11 Графики на огъващите моменти и напреженията на огъване за изпитвания вал

На фиг. 4.12 са представени диаграмата на усукващия момент и графичните зависимости, отразяващи изменението на динамичния и статичния коефициент на сигурност по дължината на вала.

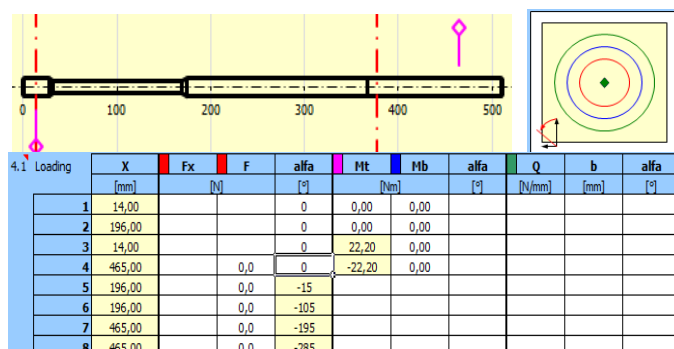


Фиг. 4.12 Диаграма на усукващия момент и графични зависимости на изменението на динамичния и статичния коефициент на сигурност за изпитвания вал

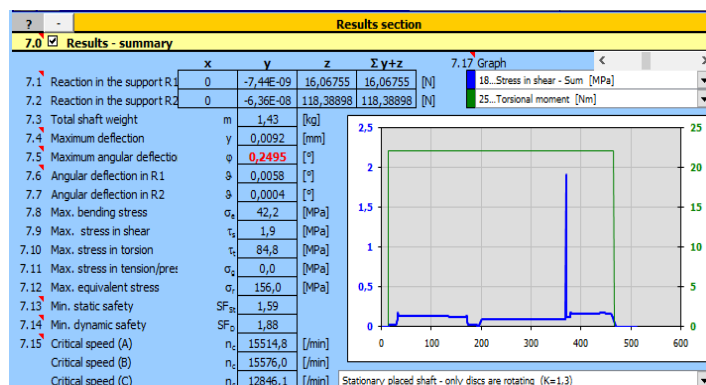
ВТОРИ СЛУЧАЙ

Във втория случай върху вала е установена една тежест в конзолния участък. Регулируемите маси са разположени концентрично (симетрично) върху четирите взаимноперпендикулярни рамена на тежестта.

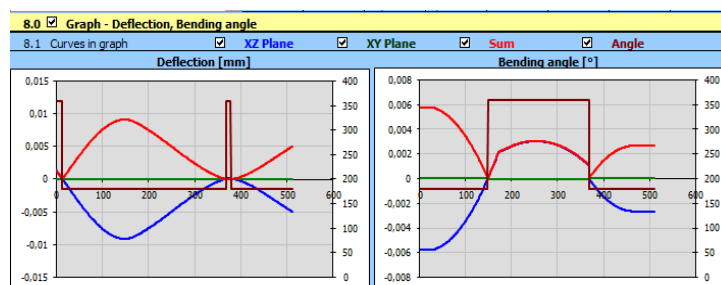
Резултатите от софтуерното пресмятане са представени на следващите фигури, където графично са визуализирани деформационното състояние на вала, измененията на напреженията, моментите и коефициентите на сигурност.



Фиг. 4.13 Силовото натоварване на вала за втори разглеждан случай



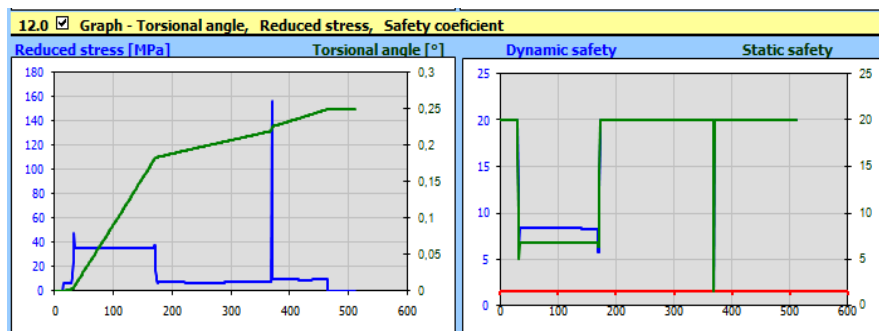
Фиг. 4.14 Резултати от якостно-деформационното пресмятане на вала за втори разглеждан случай



Фиг. 4.15 Графични зависимости, отразяващи провисването и ъгъла на огъване на изпитвания вал за втори разглеждан случай



Фиг. 4.16 Графики на огъващите моменти и напреженията на огъване за изпитвания вал за втори разглеждан случай

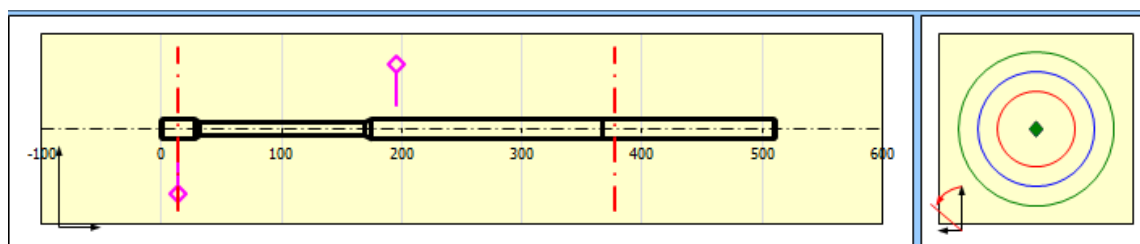


Фиг. 4.17 Диаграма на усукващия момент и графични зависимости на изменението на динамичния и статичния коефициент на сигурност за изпитвания вал за втори разглеждан случай

ТРЕТИ СЛУЧАЙ

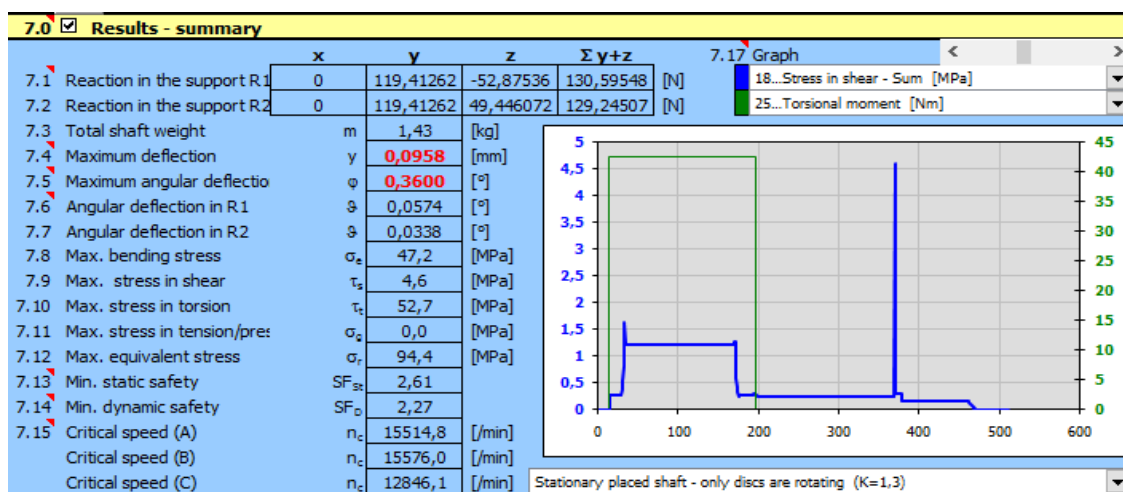
В този случай върху вала е установена една тежест по средата между двете лагерни опори, при която регулируемите маси са разположени ексцентрично и са съсредоточени само върху две съседни рамена на тежестта.

Получените резултати показват изменение в характера на натоварването, при което вследствие на несиметричното разпределение на масите възникват допълнителни динамични сили и моменти, водещи до увеличаване на деформациите и напреженията във вала.

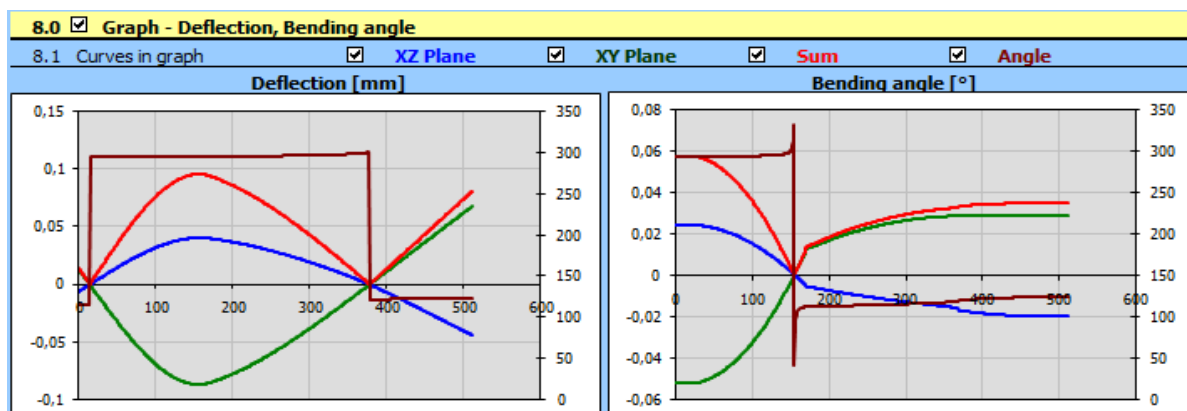


4.1 Loading	X [mm]	Fx [N]	F [N]	alfa [°]	Mt [Nm]	Mb [Nm]	alfa [°]	Q [N/mm]	b [mm]	alfa [°]
1	14,00			0	42,60	0,00				
2	196,00			0	-42,60	0,00				
3	14,00			0	0,00	0,00				
4	465,00		0,0	0	0,00	0,00				
5	196,00		195,0	-15						
6	196,00		195,0	-105						
7	465,00		0,0	-195						
8	465,00		0,0	-285						

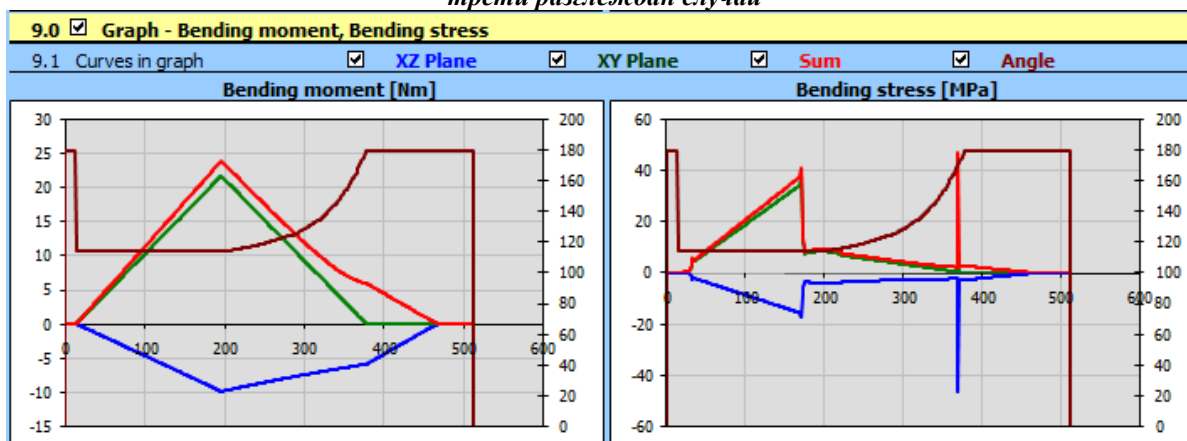
Фиг. 4.18 Силов натоварване на вала за трети разглеждан случай



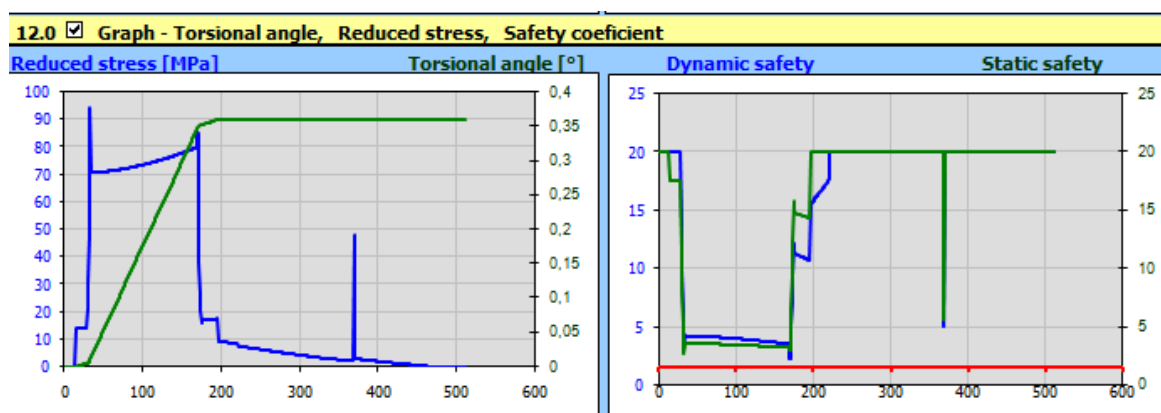
Фиг. 4.19 Резултати от якостно-деформационното пресмятане на вала за трети разглеждан случай



Фиг. 4.20 Графични зависимости, отразяващи провисването и ъгъла на огъване на изпитвания вал за трети разглеждан случай



Фиг. 4.21 Графики на огъващите моменти и напреженията на огъване за изпитвания вал за трети разглеждан случай

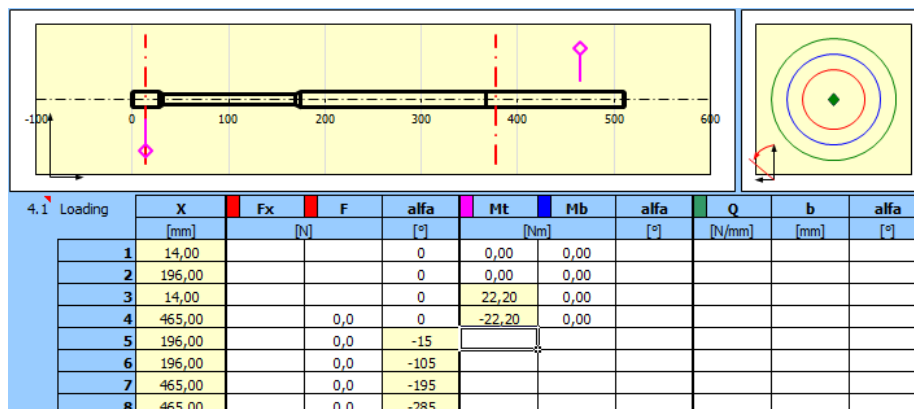


Фиг. 4.22 Диаграма на усукващия момент и графични зависимости на изменението на динамичния и статичния коефициент на сигурност за изпитвания вал за трети разглеждан случай

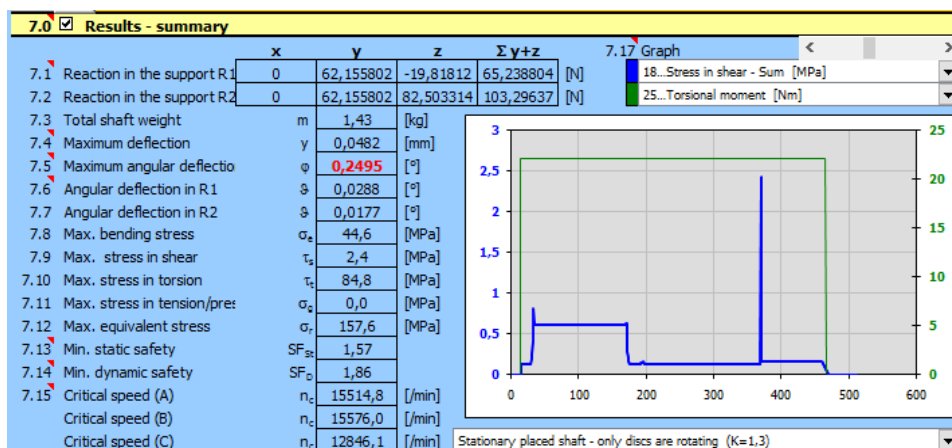
ЧЕТВЪРТИ СЛУЧАЙ

В четвъртия случай е разгледана една тежест, установена в конзолния участък на вала, при която регулируемите маси са разположени ексцентрично и са съсредоточени само върху две съседни рамена на натоварващата тежест.

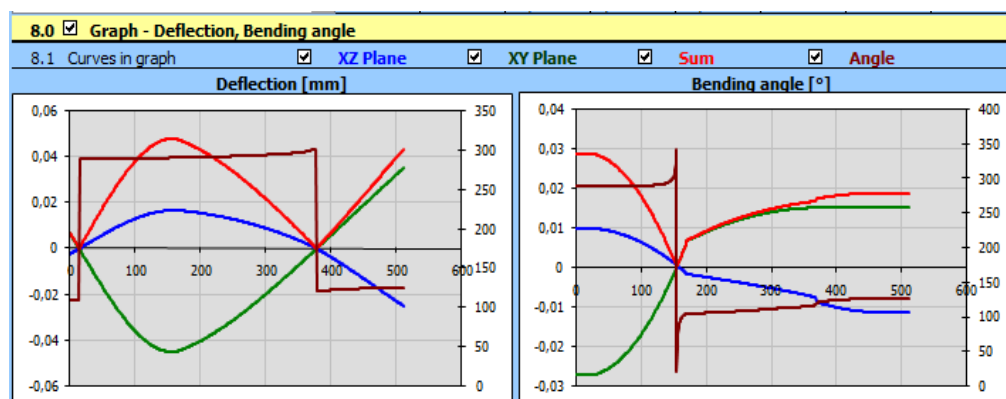
Софтуерното изследване показва, че конзолното разположение на тежестта в съчетание с несиметричното разпределение на масите води до значително увеличаване на огъващите моменти и деформациите в крайните участъци на вала.



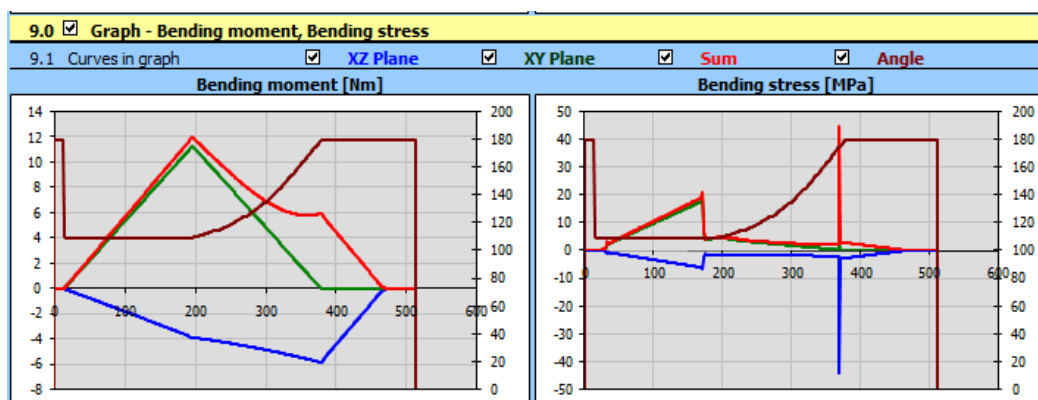
Фиг. 4.23 Силовото натоварване на вала за четвърти разглеждан случай



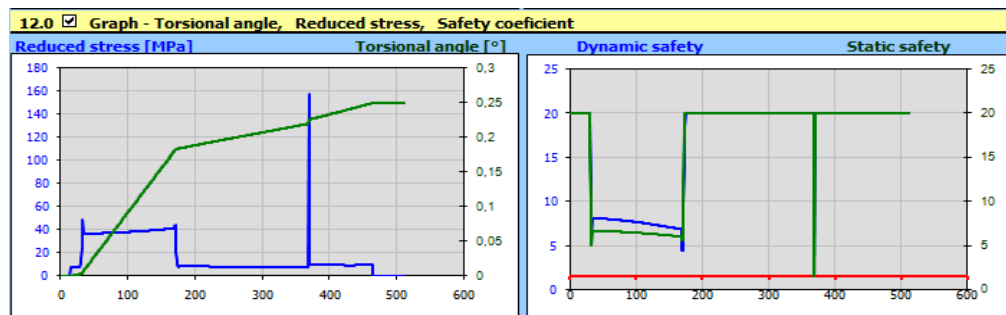
Фиг. 4.24 Резултати от якостно-деформационното пресмятане на вала за четвърти разглеждан случай



Фиг. 4.25 Графични зависимости, отразяващи провисването и ъгъла на огъване на изпитвания вал за четвърти разглеждан случай



Фиг. 4.26 Графики на огъващите моменти и напреженията на огъване за изпитвания вал за четвърти разглеждан случай

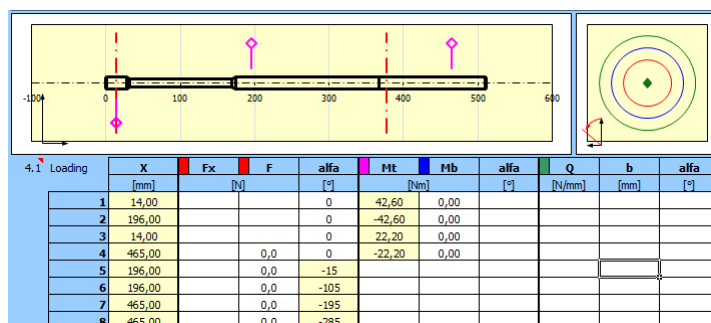


Фиг. 4.27 Диаграма на усукващия момент и графични зависимости на изменението на динамичния и статичния коефициент на сигурност за изпитвания вал за четвърти разглеждан случай

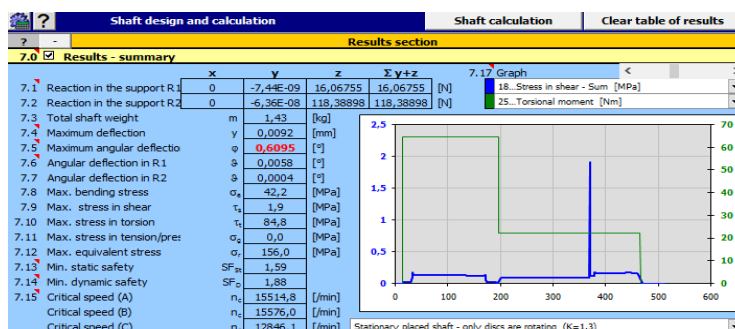
ПЕТИ СЛУЧАЙ

Върху вала са установени две тежести – едната по средата между лагерните опори, а другата в конзолния участък. Регулируемите маси са разпределени концентрично (симетрично) върху четирите рамена на всяка от тежестите.

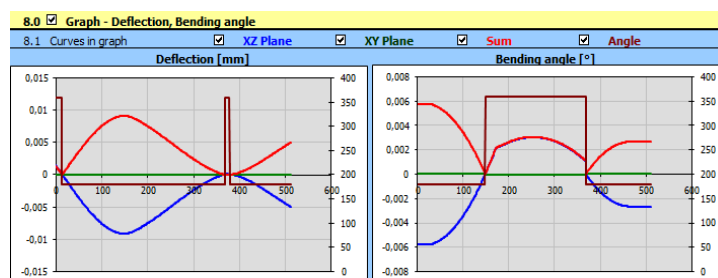
При този случай натоварването върху вала е по-значително поради наличието на две едновременно действащи тежести. Въпреки симетричното разпределение на масите се наблюдава увеличаване на огъващите и усукващите моменти, както и на деформациите по дължината на вала.



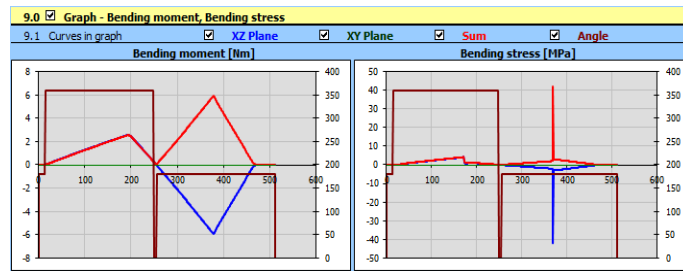
Фиг. 4.28 Силовото натоварване на вала за пети разглеждан случай



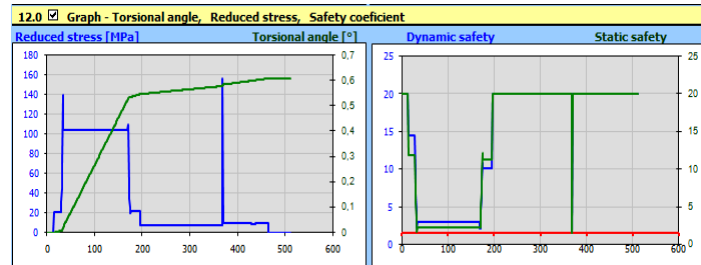
Фиг. 4.29 Резултати от якостно-деформационното пресмятане на вала за пети разглеждан случай



Фиг. 4.30 Графични зависимости, отразяващи провисването и ъгъла на огъване на изпитвания вал за пети разглеждан случай



Фиг. 4.31 Графики на огъващите моменти и напреженията на огъване за изпитвания вал за пети разглеждан случай

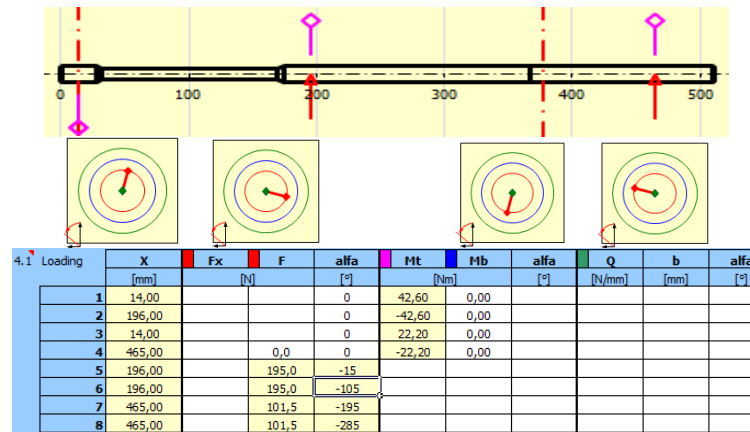


Фиг. 4.32 Диаграма на усукващия момент и графични зависимости на изменението на динамичния и статичния коефициент на сигурност за изпитвания вал за пети разглеждан случай

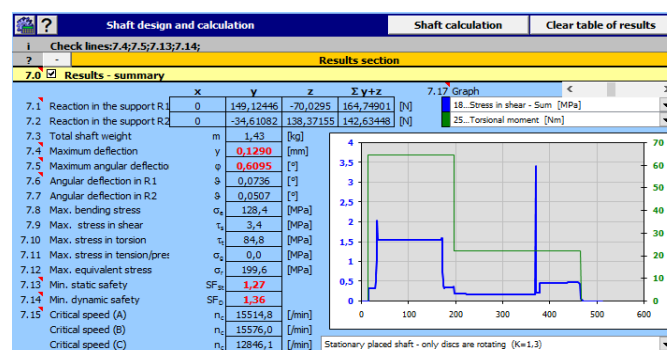
ШЕСТИ СЛУЧАЙ

В шестия случай върху вала са установени две тежести – едната по средата между лагерните опори, а другата в конзолния участък. Регулируемите маси са съсредоточени върху две съседни рамена, като масите на двете тежести са разположени срещуположно.

На фиг. 4.33 схематично е визуализиран валът, като са посочени силовото натоварване, ориентацията, големините и посоките на действащите сили.

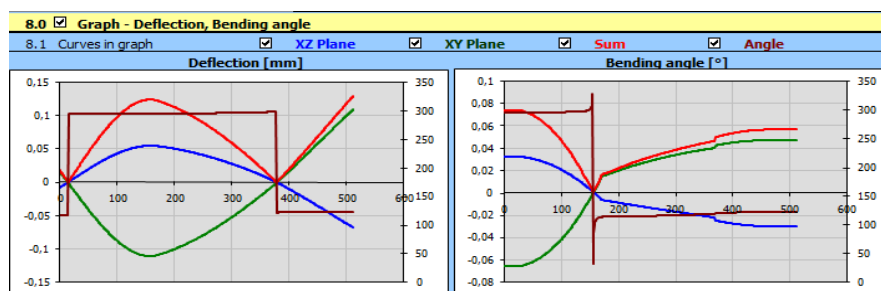


Фиг. 4.33 Сигово натоварване на изследвания вал за шести случай

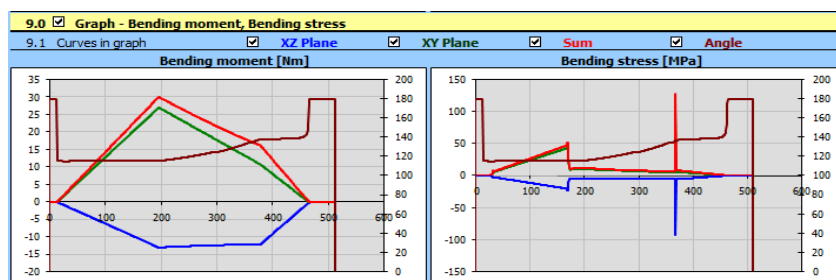


Фиг. 4.34 Резултати от якостно-деформационното пресмятане на вала за шести случай

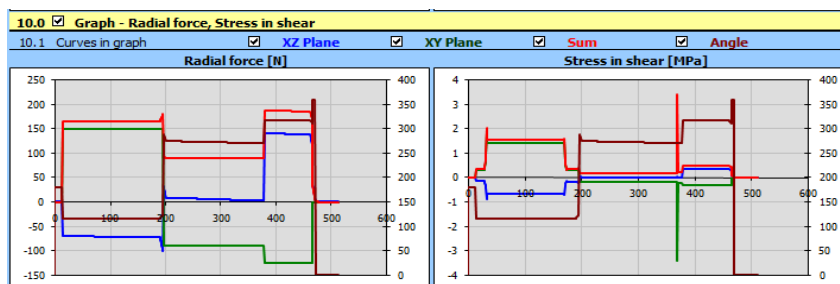
На следващите фигури графично са представени диаграмите на по-характерните напрежения, моменти и деформационни състояния на изследвания вал.



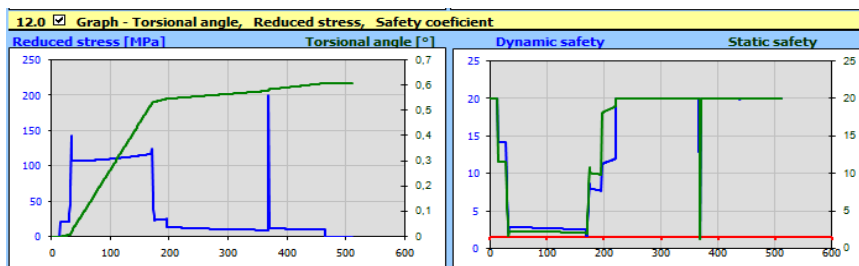
Фиг. 4.35 Графични зависимости, отразяващи провисването и ъгъла на огъване за всяко едно напречно сечение от изпитвания вал за шести случай



Фиг. 4.36 Графики на огъващите моменти и възникващите напрежения от огъване за шести случаи на изследване от изпитвания вал



Фиг. 4.37 Радиални усилия и срязващи напрежения, действащи върху вала



Фиг. 4.38 Диаграма на усукващия момент и графични зависимости на изменението на динамичния и статичния коефициент на сигурност за изпитвания вал за шести случай

4.6. Анализ на получените резултати от софтуерното изследване на вал в MITCalc

При софтуерното пресмятане на вала са получени множество графични зависимости и диаграми, характеризиращи напрегнатото и деформационното състояние на системата. От анализа на резултатите се установява следното:

- 1) Най-големите сили действат в зоните под регулируемите тежести.
- 2) Максималните напрежения са концентрирани в изтънения участък на вала и са със стойности, посочени в табл. 4.8.

3) Най-големи деформации се наблюдават в края на конзолния участък и в изтънената част на вала.

4) Огъващите, усукващите, резултантните и еквивалентните моменти достигат максимални стойности съгласно данните в табл. 4.8 и са разпределени основно в участъка между двете лагерни опори.

5) Статичният и динамичният коефициент на сигурност се изменят в зависимост от режима на натоварване, като в определени случаи достигат стойности извън допустимите граници.

В табл. 4.8 са систематизирани резултатите, получени при софтуерното изследване в програмната среда MITCalc.

Таблица 4.8

7.4	Maximum deflection	y	0,0092	0,0092	0,0958	0,0456	0,0092	0,1290
7.5	Maximum angular deflection	φ	0,3600	0,2495	0,3600	0,2495	0,6095	0,6095
7.6	Angular deflection in R1	ϑ	0,0058	0,0058	0,0574	0,0198	0,0058	0,0736
7.7	Angular deflection in R2	ϑ	0,0004	0,0004	0,0338	0,0167	0,0004	0,0507
7.8	Max. bending stress	σ_z	42,2	42,2	47,2	80,9	42,2	128,4
7.9	Max. stress in shear	τ_x	1,9	1,9	4,6	1,7	1,9	3,4
7.10	Max. stress in torsion	τ_t	52,7	84,8	52,7	84,8	84,8	84,8
7.11	Max. stress in tension/compression	σ_z	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7.12	Max. equivalent stress	σ_r	91,7	156,0	94,4	170,2	156,0	199,6
7.13	Min. static safety	SF _{st}	2,69	1,59	2,61	1,47	1,59	1,27
7.14	Min. dynamic safety	SF _d	3,01	1,88	2,27	1,66	1,88	1,36
7.15	Critical speed (A)	n_c	15514,8	15514,8	15514,8	15514,8	15514,8	15514,8
	Critical speed (B)	n_c	15576,0	15576,0	15576,0	15576,0	15576,0	15576,0
	Critical speed (C)	n_c	12846,1	12846,1	12846,1	12846,1	12846,1	12846,1

6) От диаграмите и графичните зависимости се установява влиянието на геометрията на вала, начина на лагериране и характера на натоварването върху неговото поведение.

7) Числено и графично са определени всички основни параметри, характеризиращи якостно-деформационното състояние на изследвания вал.

4.7 Изводи от софтуерното пресмятане на изследвания вал в MITCalc

1. При зададената геометрия изследваният вал не удовлетворява изискванията за работоспособност при част от разглежданите режими на натоварване, представени в табл. 4.7 и табл. 4.8.

2. Анализът на резултатите показва, че най-неблагоприятно е натоварването в шестия случай, при който върху вала действат две тежести с несиметрична конфигурация на регулируемите маси. В този случай инерционните моменти са най-големи и водят до възникване на допълнителни неуравновесени периферни сили.

3. Най-критични по отношение на якостта са изтъненият участък, конзолният участък и зоните на стъпалните преходи, където възниква концентрация на напрежения. Подобни участъци следва да бъдат избягвани или допълнително уякчавани чрез конструктивни и технологични мерки, както и чрез използване на материали с по-високи механични характеристики и подходящи химико-термични обработки.

4.8 Заключение

При зададената геометрия и приложените силово-кинематични натоварвания се установява, че при по-тежките режими на работа валът не е в състояние да понесе възникващите напрежения и деформации в допустимите граници.

За предотвратяване на неблагоприятни последици като интензивни вибрации, недопустими пластични деформации и разрушаване на вала е необходимо да бъдат предприети следните мерки:

- 1) Намаляване на големината на действащите усилия.
- 2) Увеличаване на напречните сечения (диаметрите) на вала.
- 3) Подходящ избор на материал и прилагане на подходяща химико-термична обработка.
- 4) Намаляване или избягване на концентраторите на напрежение.
- 5) Ограничаване дължината на конзолните участъци.
- 6) Оптимизиране на натоварващите режими на работа.

4.9 Софтуерно изчисляване и графично визуализиране на якостно-деформационното състояние на силово натоварен вал с известна геометрия в CAD средата на Inventor

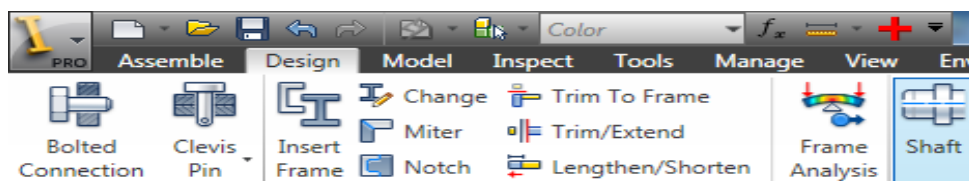
За създаването на модела на изследваната механична система вал–маси е използван специализираният CAD софтуерен продукт за машиностроене Autodesk Inventor. В съответствие с логиката на програмната среда е разработен алгоритъм за изграждане на CAD модел на изпитвания вал, неговото установяване в предвидените опори и натоварването му със силите и моментите, възникващи в процеса на работа.

Съгласно поставената цел е извършено якостно и деформационно изследване на вал с известна конструкция и зададено работно натоварване в специализирана софтуерна среда, като получените резултати са сравнени с резултатите от аналогични пресмятания.

Стъпките на алгоритъма, по който са извършени софтуерните изчисления, са представени последователно по-долу.

Стъпка I:

От менюто *Design* на програмата се избира модулът за генериране на валове *Shaft* (фиг. 4.39).

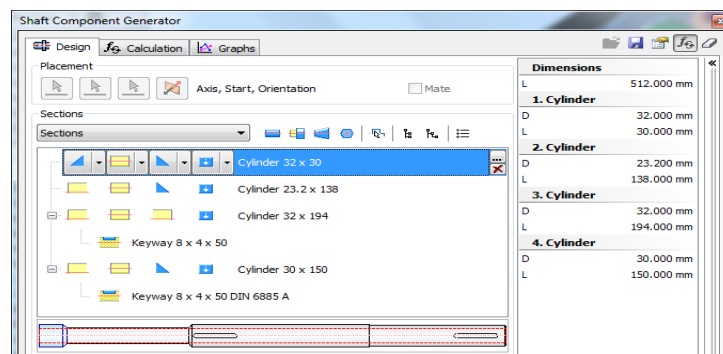


Фиг. 4.39 Стартиране на изчислителния модул за генериране и пресмятане на валове в средата на Inventor

След стартиране на модула се отваря специализирана работна среда за твърдотоно моделиране на вала, в която се задават геометричните параметри, материалът и съответното силово натоварване. Основните действия в тази среда са разгледани в следващите стъпки.

Стъпка II:

В прозореца *Shaft Component Generator* са обособени три основни раздела – *Design*, *Calculation* и *Graphs*. В раздела *Design* се създава геометрията на вала (фиг. 4.40).



Фиг. 4.40 Създаване на необходимата геометрия на вала

В същия раздел валът се визуализира схематично, като всички характерни размери се задават в съответните параметрични полета. От секцията *Placement* се определят положението на вала и ориентацията на координатната система, спрямо която се извършват изчисленията.

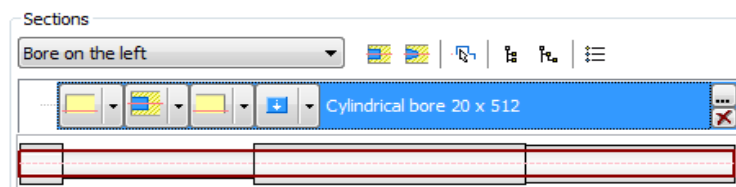
Стъпка III:

От секцията *Sections* се задава външната форма на отделните стъпала, както и характерните канали и отвори в тях (фиг. 4.40). Въвеждат се необходимите размери и видът на свързаността с останалите елементи от сглобената единица.

В разглеждания случай валът е конструиран с четири цилиндрични стъпала, чиито размери са зададени в дясната част на прозореца *Shaft Component Generator* (фиг. 4.40).

Стъпка IV:

От секцията *Bore on the left/right* се избира видът на концентричния осов отвор и се задават неговите размери. Формата и размерите на отвора на проектирания вал са показани на фиг. 4.41.

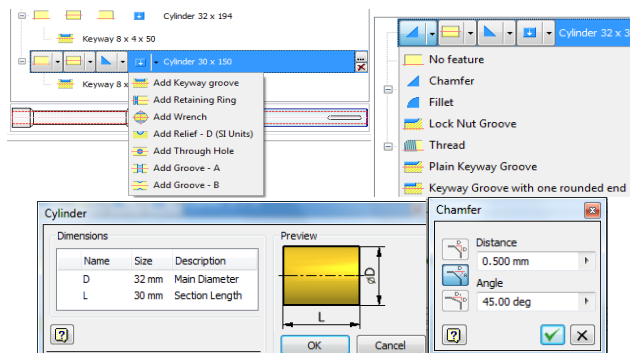


Фиг. 4.41 Построяване на концентричен цилиндричен проходен отвор в модела на вала

Стъпка V:

Видът и размерите на каналите, както и големините на скосяванията и закръгленията в преходните участъци, се задават в същия прозорец чрез избор на съответния участък от вала

(фиг. 4.42). След въвеждане на необходимите параметри конструктивните особености автоматично се визуализират в CAD модела.



Фиг. 4.42 Построяване на специфични форми, повърхнини и канали в конструкцията на проектирания вал

Стъпка VI:

В раздела *Calculation* на прозореца *Shaft Component Generator* са обособени пет стойностно-графични секции, чрез които се въвеждат и визуализират основните данни за изследвания вал.

1 секция – „Material“

Секцията съдържа четири полета. В първото поле се избира материалът на вала. В разглеждания случай е избрана въглеродна конструкционна стомана. В останалите полета програмата автоматично извежда основните механични характеристики на материала – модул на еластичност E , модул на срязване G и плътност ρ , показани на фиг. 4.43.

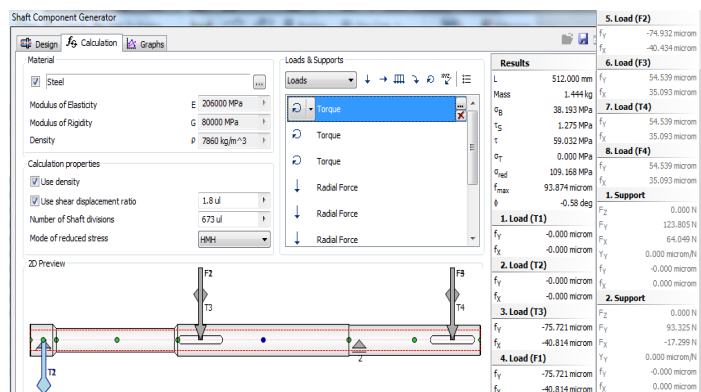
При необходимост стойностите могат да бъдат променяни от потребителя.

2 секция – „2D Preview“

В тази секция конструираният в предходните стъпки вал се визуализира схематично (фиг. 4.43). При въвеждане на данни за натоварването и опорите върху изображението автоматично се отразяват съответните сили, моменти и опорни реакции.

3 секция – „Calculation properties“

В секцията се задават основни геометрични и кинематични параметри на системата вал–маси, както и методът за изчисляване на редуцираните напрежения (фиг. 4.43). Конкретните стойности са посочени в съответните параметрични полета.



Фиг. 4.43 Пресмятане на вала по зададени стойности „натоварване-материал-плътност“

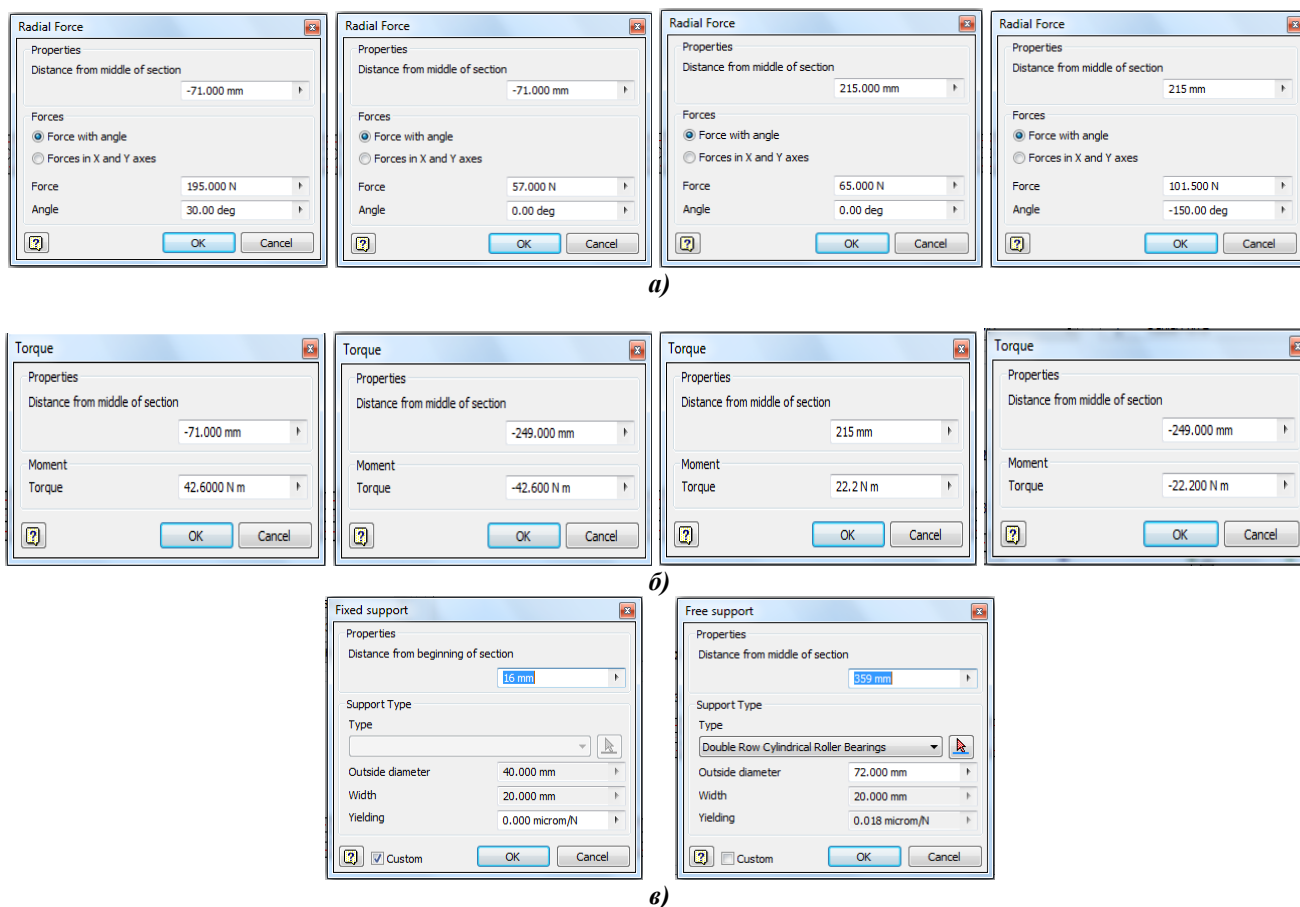
4 секция – „Loads & Supports“

В тази секция се задават видът, ориентацията, местоположението и стойностите на приложените натоварвания и на опорите, в които е установен валът (фиг. 4.43).

В разглеждания случай върху вала действат четири радиални сили – две, ориентирани по координатните оси, и две, разположени в общо положение в равнината *Oxy*. Техните стойности, местоположение и ориентация са показани на фиг. 4.44а.

По оста на вала действат и два усукващи момента с определени стойности и местоположение, показани на фиг. 4.44б.

Разположението и видът на опорите са представени графично в полето *2D Preview* на фиг. 4.44, а числените им параметри са дадени на фиг. 4.44в.



Фиг. 4.44 Стойности за силовото натоварване и лагерните опори на вала: а) стойности на приложените върху вала сили; б) стойности за действащите върху вала усукващи моменти; в) стойности за упорите, в които е установен валът

5 секция – „Results“

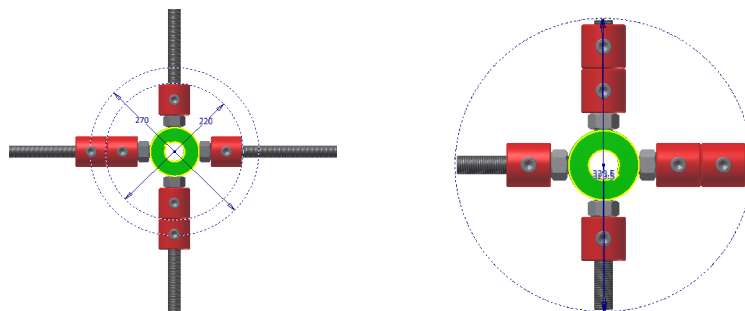
Секцията съдържа основните резултати от извършеното якостно-деформационно пресмятане на вала. В нея са изведени стойности за:

- общата дължина и масата на вала;
- якостта на опън и границата на провлачване;
- максималните напрежения от усукване;
- опъновите и редуцираните напрежения;

- максималното провисване;
- ъгъла на усукване.

В полетата от $F1$ до $F4$ и от $T1$ до $T4$ са дадени стойности за провисването на вала по съответните координатни оси в учащите под приложените сили и моменти. В последните две полета са изведени реакциите и преместванията в опорите

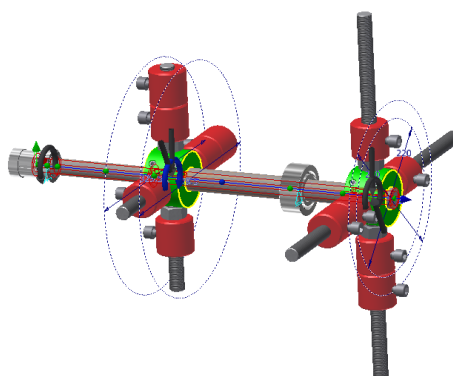
3D CAD моделите на двете конфигурируеми тежести от системата вал–маси са проектирани допълнително (фиг. 4.46). След това те са сглобени към вала, а валът е установен в две опори. Сглобяването е извършено в отделен файл и не е предмет на подробно разглеждане в настоящия труд.



Фиг. 4.45 Силово натоварващи тежести с настройваема геометрична конфигурация

Сглобената CAD система вал–маси с приложеното натоварване и опорите е представена на фиг. 4.46.

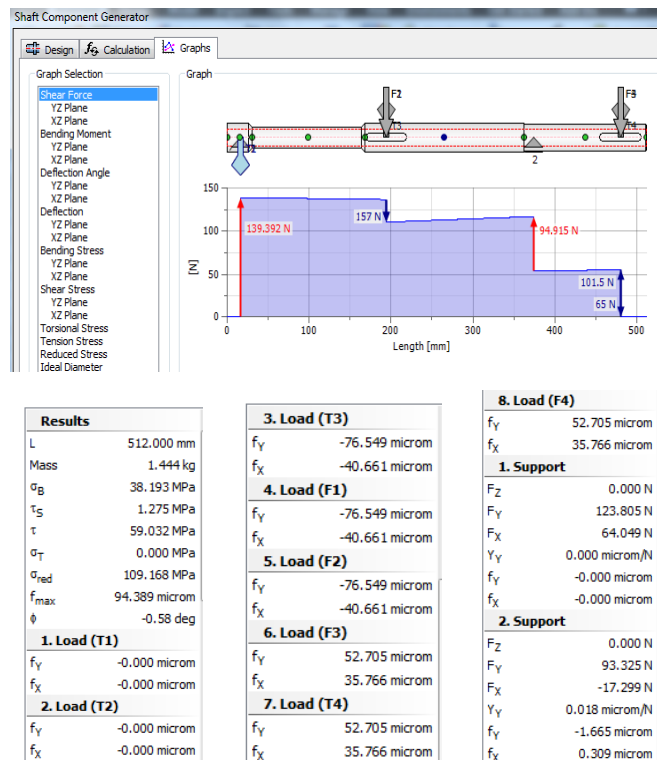
Използваната координатна система е дясно ориентирана, като оста Oz съвпада с геометричната ос на вала, а положителната посока е ориентирана от неподвижната към подвижната опора.



Фиг. 4.46 механо-математичен CAD модел на механична система вал-маси, моделирана в софтуерната среда на Autodesk Inventor

Стъпка VII:

В раздела *Graphs* на прозореца *Shaft Component Generator* са обособени три основни секции – *Graph Selection*, *Graph* и *Results*, чрез които се извършва графичното представяне на резултатите (фиг. 4.47).



Фиг. 4.47 Графично визуализиране на получените резултати

➤ В секцията *Graph Selection* се избира кои от изчислените параметри да бъдат визуализирани графично в съответната координатна равнина. Възможно е представянето на: срязващи усилия; огъващи моменти; ъгъл на усукване; провисване на вала; напрежения от огъване, срязване и усукване; редуцирани напрежения; идеална форма на вала.

➤ В секцията *Graph* се визуализират избраните зависимости, диаграми на моменти и идеализирани форми на деформирания вал.

➤ В секцията *Results* се извеждат числените стойности от извършените якостни и деформационни пресмятания.

На следващите фигури (фиг. 4.48) са представени обобщените резултати от изследването на изпитвания вал, проведено по описаната методика при зададени геометрия и натоварване в софтуерната среда на Inventor.

Material

Material	Steel
Modulus of Elasticity E	206000 MPa
Modulus of Rigidity G	80000 MPa
Density ρ	7860 kg/m ³

Calculation Properties

Include		
Yes	Density ρ	7860 kg/m ³
Yes	Shear Displacement Ratio β	1.800 ul
	Number of Divisions	673 ul
	Mode of reduced stress	HMH

☐ Loads

Index	Location	Radial Force				Bending Moment			Continuous Load				Axial Force	Torque	Deflection				Deflection Angle
		Y	X	Size	Direction	Y	X	Size	Direction	Y	X	Size	Direction		Y	X	Size	Direction	
T1	16 mm													-22.200 N m	-0.000 microm	-0.000 microm	0.000 microm	180.00 deg	0.06 deg
T2	16 mm													-42.600 N m	-0.000 microm	-0.000 microm	0.000 microm	180.00 deg	0.06 deg
T3	194 mm													42.600 N m	-76.549 microm	-40.661 microm	86.678 microm	207.98 deg	0.02 deg
F1	194 mm	168.875 N	97.500 N	195.000 N	30.00 deg										-76.549 microm	-40.661 microm	86.678 microm	207.98 deg	0.02 deg
F2	194 mm	57.000 N		57.000 N											-76.549 microm	-40.661 microm	86.678 microm	207.98 deg	0.02 deg
F3	480 mm	65.000 N		65.000 N											52.705 microm	35.766 microm	63.695 microm	34.16 deg	0.04 deg
T4	480 mm													22.200 N m	52.705 microm	35.766 microm	63.695 microm	34.16 deg	0.04 deg
F4	480 mm	-87.902 N	-50.750 N	101.500 N	-150.00 deg										52.705 microm	35.766 microm	63.695 microm	34.16 deg	0.04 deg

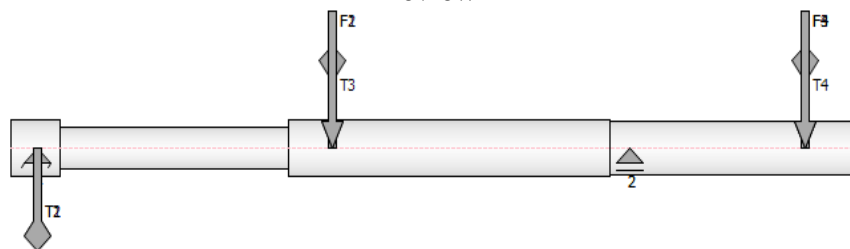
☐ Supports

Index	Type	Location	Reaction Force				Yielding	Type	Deflection				Deflection Angle
			Y	X	Size	Direction			Y	X	Size	Direction	
1	Fixed	16 mm	123.805 N	64.049 N	139.392 N	27.35 deg		User	-0.000 microm	-0.000 microm	0.000 microm	180.00 deg	0.06 deg
2	Free	374 mm	93.325 N	-17.299 N	94.915 N	349.50 deg	0.018 microm/N	Deep Groove Ball Bearings	-1.665 microm	0.309 microm	1.693 microm	169.50 deg	0.03 deg

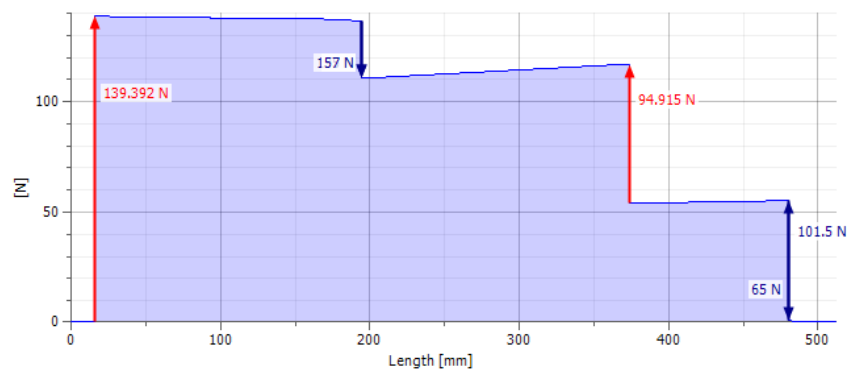
☐ Results

Length	L	512.000 mm
Mass	Mass	1.444 kg
Maximal Bending Stress	σ_B	38.193 MPa
Maximal Shear Stress	τ_S	1.275 MPa
Maximal Torsional Stress	τ	59.032 MPa
Maximal Tension Stress	σ_T	0.000 MPa
Maximal Reduced Stress	σ_{red}	109.168 MPa
Maximal Deflection	f_{max}	94.389 microm
Angle of Twist	φ	-0.58 deg

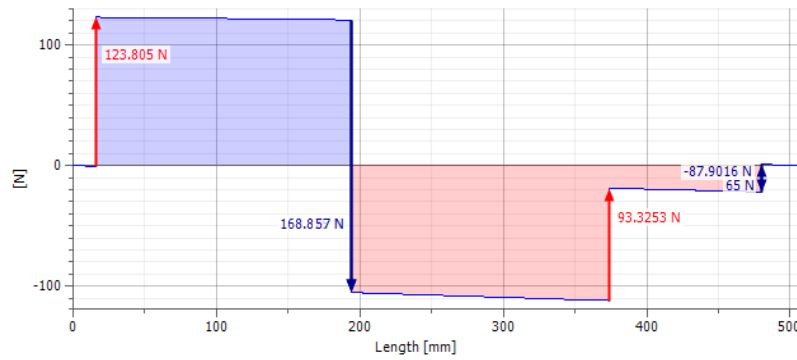
☐ Preview



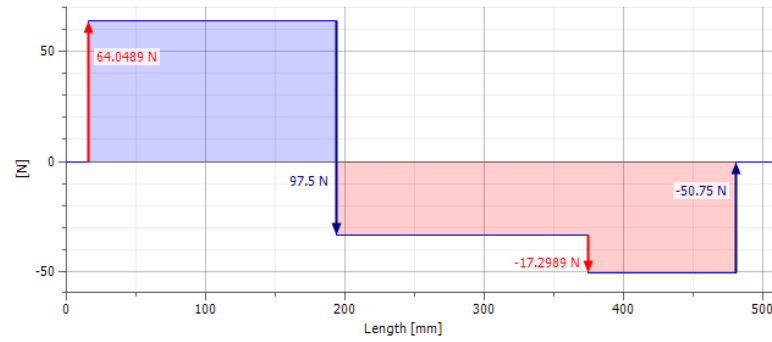
☐ Shear Force



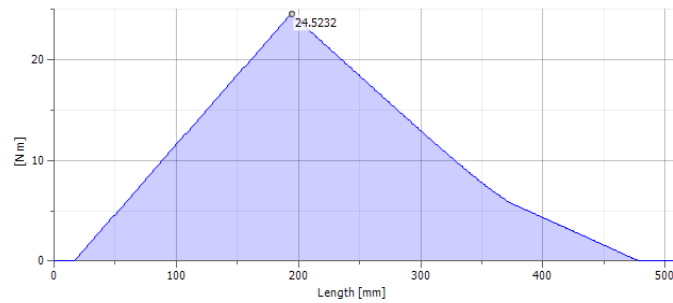
Shear Force, YZ Plane



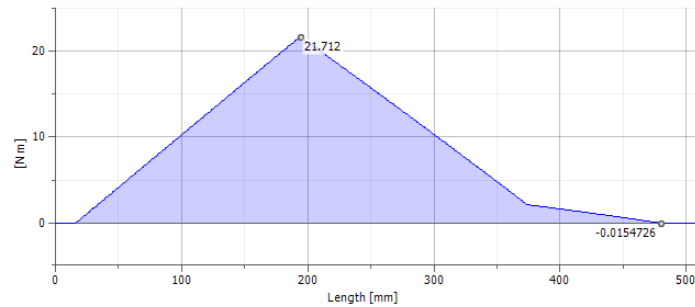
Shear Force, XZ Plane



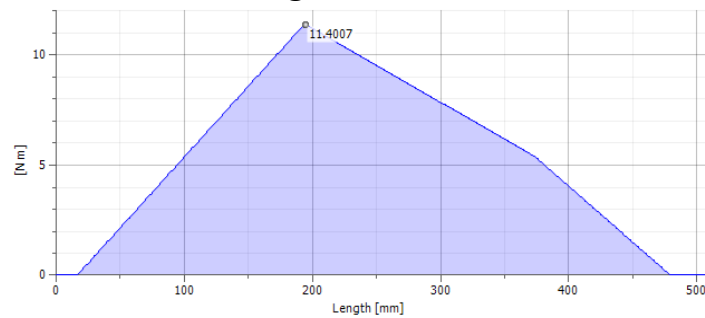
Bending Moment



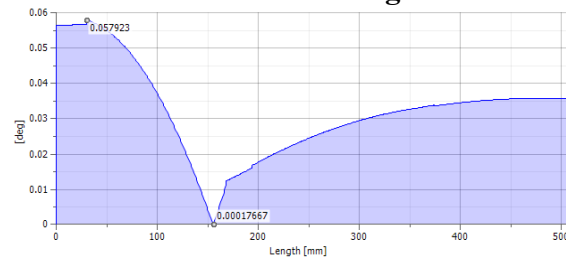
Bending Moment, YZ Plane



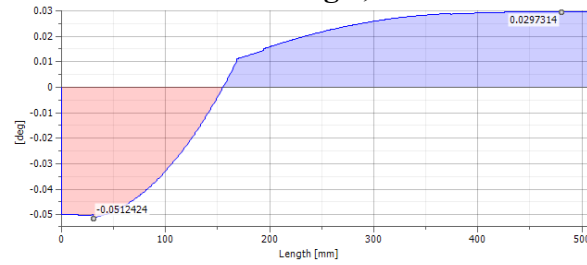
Bending Moment, XZ Plane



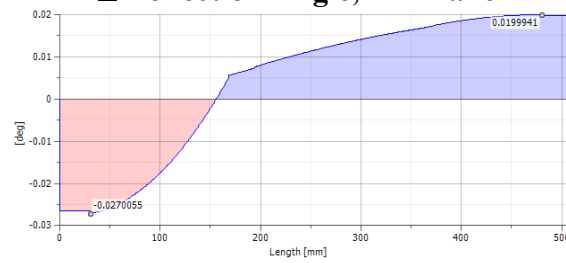
Deflection Angle



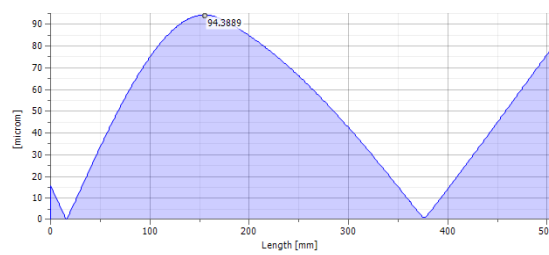
Deflection Angle, YZ Plane



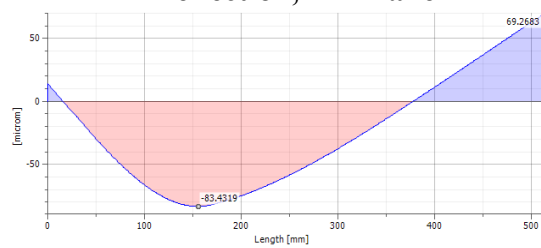
Deflection Angle, XZ Plane



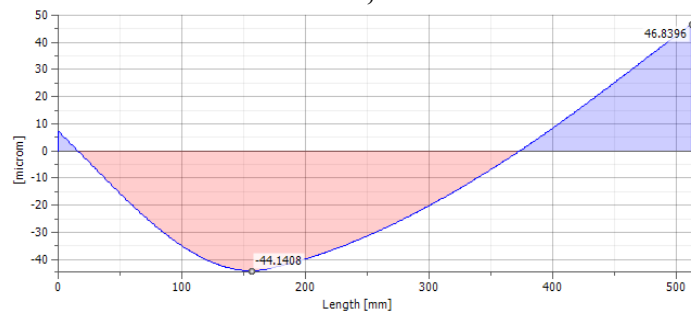
Deflection



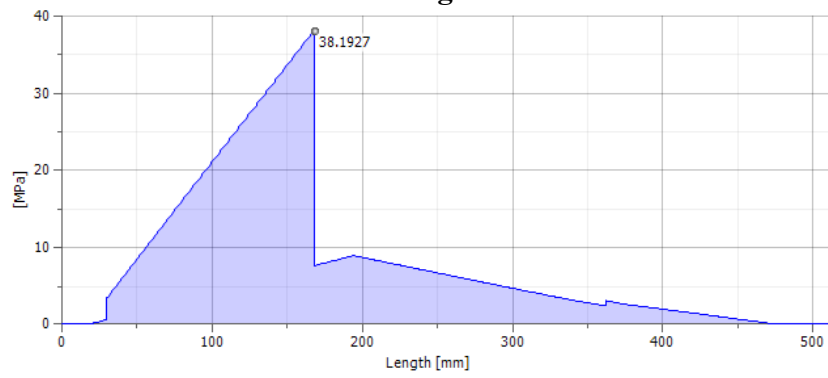
Deflection, YZ Plane



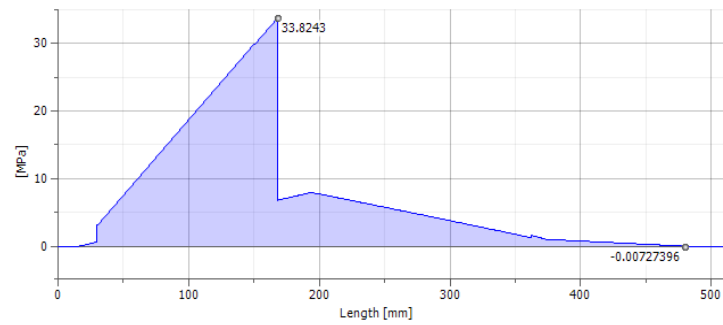
Deflection, XZ Plane



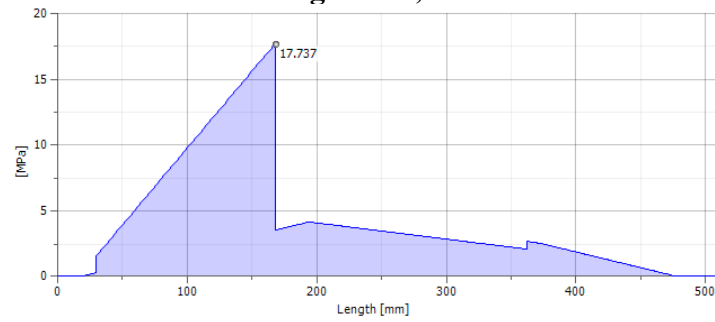
☐ Bending Stress



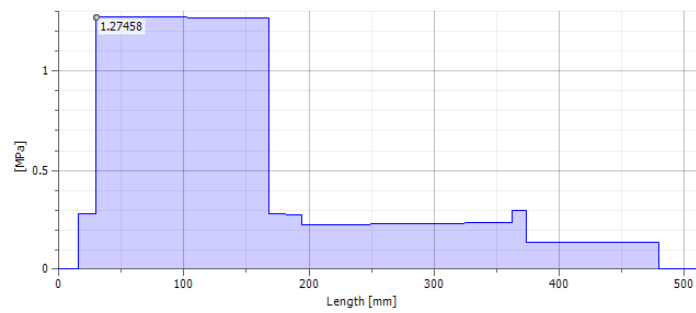
☐ Bending Stress, YZ Plane



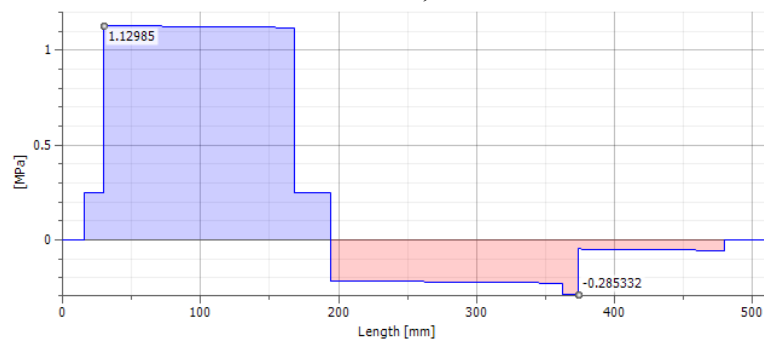
☐ Bending Stress, XZ Plane

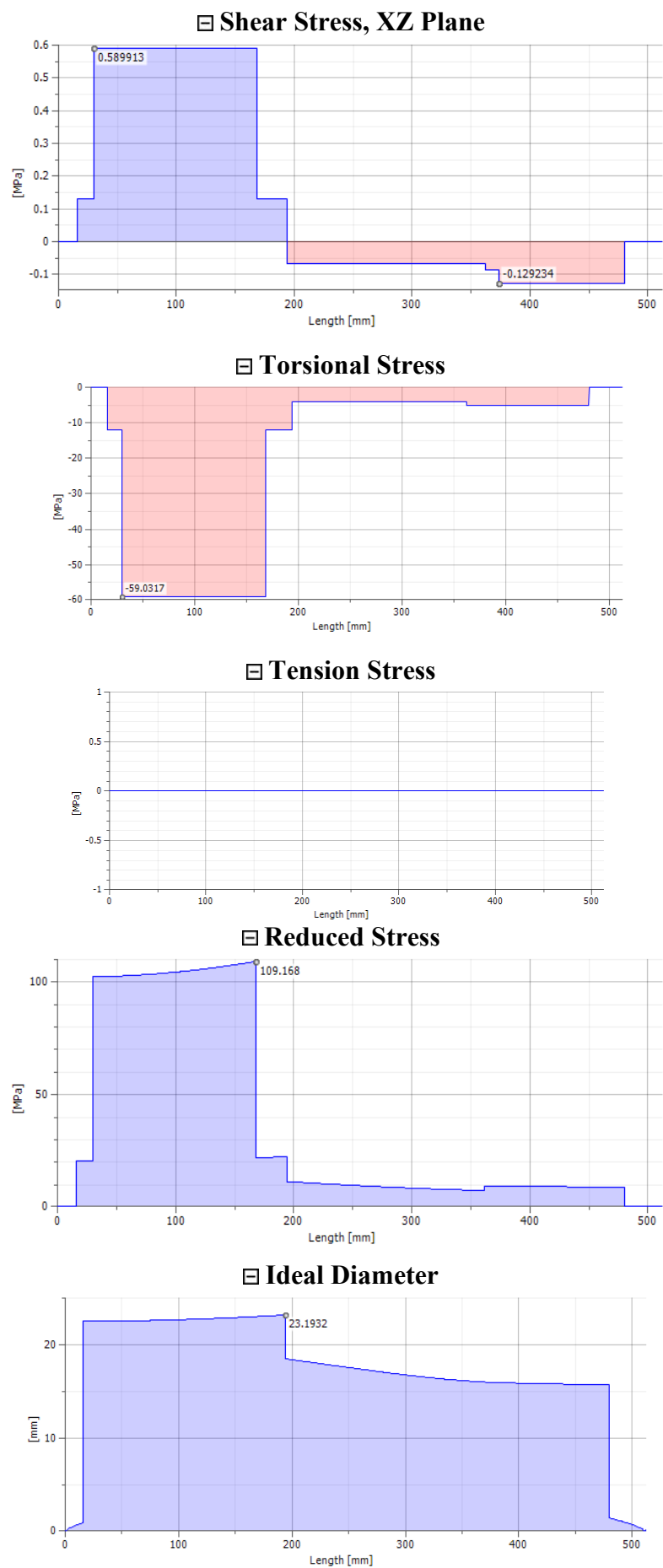


☐ Shear Stress



☐ Shear Stress, YZ Plane





Фиг. 4.48 Диаграми, получени от софтуерното изчисляване на изпитвания вал в софтуерната среда на Inventor

4.10 Анализ на получените резултати

След анализ на резултатите от пресмятането на вала в софтуерната среда на **Inventor** са установени следните закономерности:

1. Най-натоварен е изтъненият участък на вала между опората, чрез която се предава задвижването, и първата приложена сила.
2. Най-големи стойности на провисването се наблюдават в зоните под приложените сили между двете опори и в края на конзолния участък. Тези области съответстват на максималните амплитуди на възникващите огъващи и усукващи трептения.
3. Получените резултати в значителна степен съвпадат с резултатите от пресмятането на вала в софтуерната среда на **MITCalc**.

4.11 Изводи

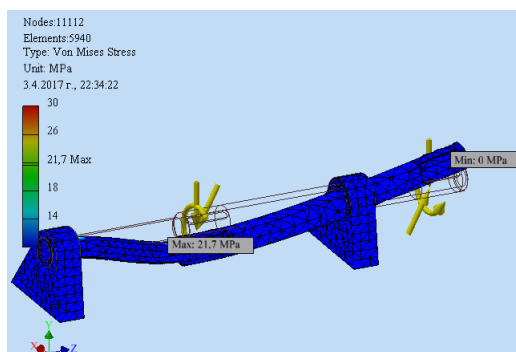
1. Резултатите, получени от двата независимо използвани софтуерни продукта за якостно и деформационно изчисляване на валове, потвърждават достоверността на проведеното изследване. Това се потвърждава както от аналитичните изчисления, така и от проведения експеримент.
2. Възникващите в процеса на работа механични трептения на системата вал–маси водят до допълнително натоварване на вала. В резултат значително се увеличават вътрешните напрежения, което намалява неговата работоспособност и експлоатационен ресурс.
3. Отслабването на напречното сечение на вала, дори при отсъствие на изразени концентратори на напрежение, оказва неблагоприятно влияние върху неговата товароносимост.
4. В конзолния участък на вала възникват по-големи еластични деформации в сравнение с участъка между двете опори, независимо че този участък е по-слабо натоварен, с по-малка дължина и с по-голямо напречно сечение.

4.12 Заключение

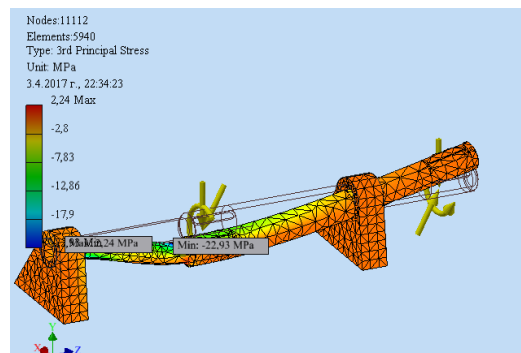
1. Съпоставянето на резултатите, получени чрез различни методи за пресмятане на валове, е необходимо условие за гарантиране на работоспособността на вала и надеждността на машината като цяло, особено при тежко натоварени и отговорни машини, каквито са машините в минната механизация.
2. Големината на възникващите трептения при силово натоварени валове следва да бъде максимално ограничавана, тъй като те оказват неблагоприятно влияние върху експлоатационния ресурс както на вала, така и на свързаните с него възли и механизми.
3. Конзолните участъци на валове трябва, доколкото е възможно, да бъдат с минимална дължина и минимално натоварване, за да се гарантира надеждната работа на конструкцията.

4.13 Резултати от извършения якостно-динамичен анализ в Inventor с МКЕ

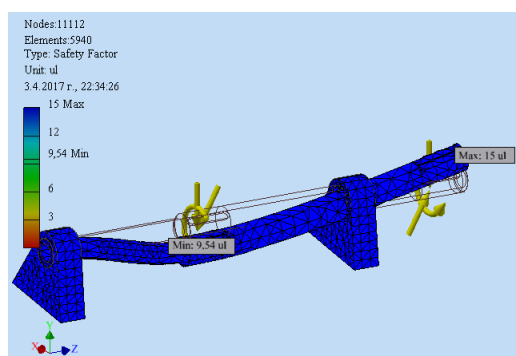
На следващите фигури са визуализирани резултатите от проведения якостно-деформационен анализ на вала чрез метода на крайните елементи (МКЕ). Представени са разпределенията на възникващите напрежения, деформации и коефициенти на сигурност при зададеното натоварване.



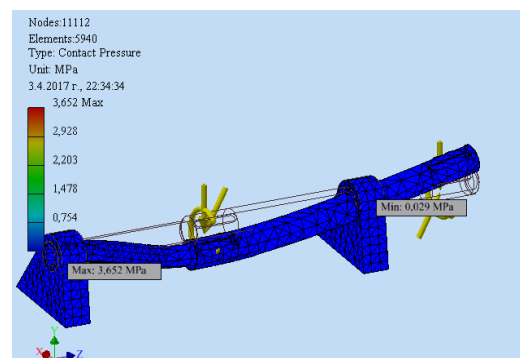
Фиг. 4.49 Напрежения по “Von Mises”



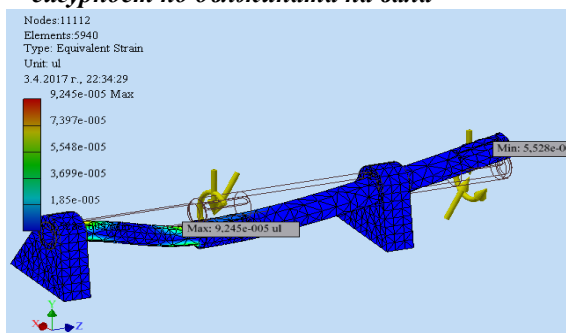
Фиг. 4.50 Възникващи напрежения по трета якостна теория



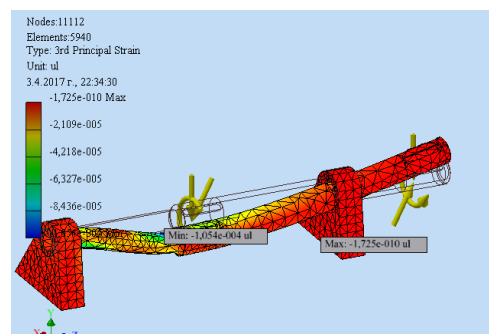
Фиг. 4.51 Изменение на коефициента на сигурност по дължината на вала



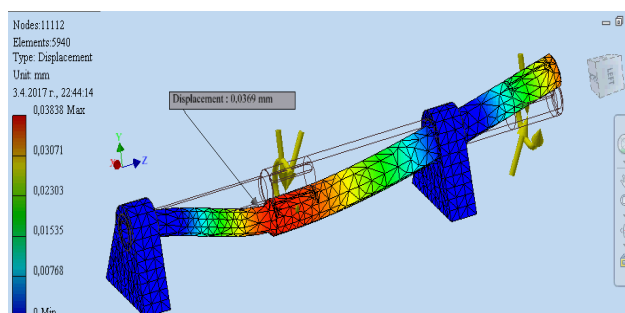
Фиг. 4.52 Контактно налягане в натоварените зони



Фиг. 4.53 Еквивалентна деформация на вала в характерните зони по неговата дължина



Фиг. 4.54 Деформация на вала в характерните зони по трета якостна теория

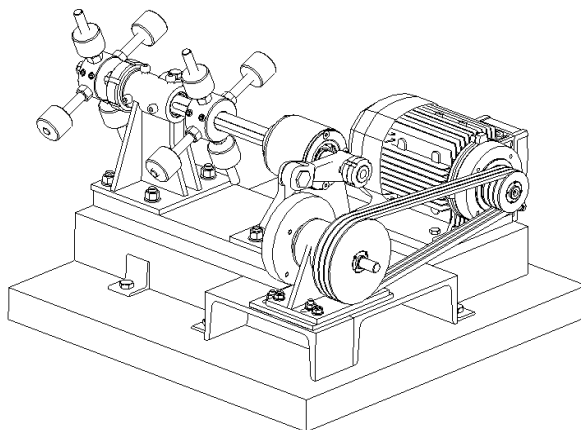


Фиг. 4.55 Големина на линейното провисване (линейна деформация) на вала в милиметри

ГЛАВА 5 ПРОЕКТИРАНЕ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЕН СТЕНД ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА ОГЪВАЩИТЕ И УСУКВАЩИТЕ ТРЕПТЕНИЯ ПРИ ДИНАМИЧНО НАТОВАРЕНИ ВАЛОВЕ

5.1 Относно проектирането на експериментален стенд

В настоящата глава е разгледано проектирането и изработването на експериментален стенд за изпитване на валове, представен на фиг. 5.1. Разработен е прецизен 3D CAD модел на стенда, въз основа на който е изготвена пълна техническа документация. По тази документация е реализиран реален изпитателен стенд, позволяващ последващо надграждане и разширяване на функционалните му възможности.



Фиг. 5.1 Стенд за изпитване на динамично натоварени валове [35a]

Предназначението на стенда е да осигури условия за якостно и деформационно изследване на динамично натоварени валове. Особен интерес представлява анализът на възникващите усукващи и огъващи трептения и тяхното влияние върху работоспособността, надеждността и експлоатационния живот на валовете.

Конструкцията на стенда позволява изпитването на валове с разнообразна конфигурация — гладки, стъпални, плътни, кухи, както и валове с различни концентратори на напрежение. Такива могат да бъдат технологични и функционални канали, отвори, преходни радиуси, остри ръбове и други конструктивни особености, характерни за реалните машинни елементи.

Проектирането на стенда е извършено в специализирана софтуерна среда, което позволява предварително софтуерно изследване на изпитваните валове и последващо сравнение между числените и експериментално получените резултати.

В използваната CAD среда моделите на валовете могат да бъдат установявани по различни начини — чрез ограничаване на степени на свобода или чрез задаване на различни видове ставни връзки: цилиндрични, сферични, плъзгащи или твърди връзки. Това позволява симулиране на реални условия, характерни за машинните конструкции и механичните системи.

Софтуерната среда предоставя възможност за натоварване на валовете чрез задаване на място, посока, направление и големина на приложените сили и моменти. Натоварванията могат

да бъдат равнинни или пространствени, съсредоточени или разпределени. Възникващите напрежения, деформации и изменения на формата на вала се визуализират автоматизирано в графичен вид.

Особен интерес в разглежданото изследване представлява динамичната симулация на механичната система, при която се получава реална представа за характера на възникващите напрежения, деформации и трептения при експлоатационни режими на работа.

5.2 Устройство и принцип на работа на стенда

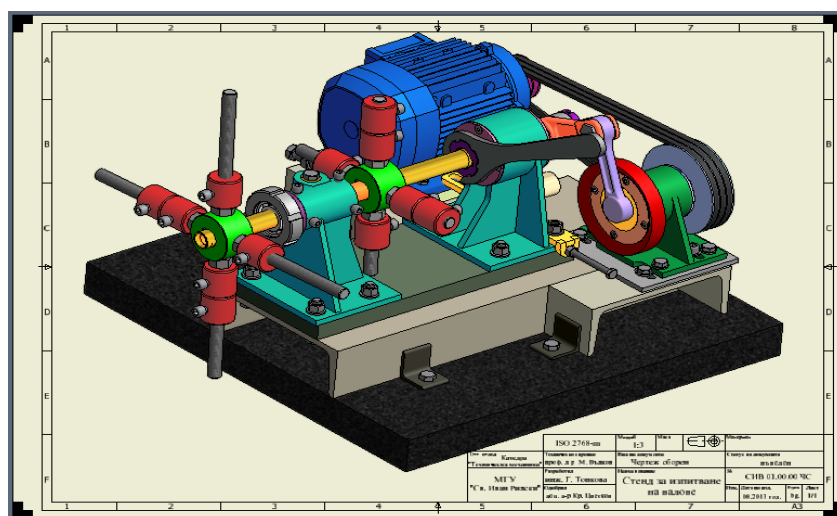
Експерименталният стенд, показан на фиг. 5.2 е съставен от няколко основни части:

- 1) Механична част, включваща трансмисионни предавки, кинематично-трансформиращ механизъм, четиризвене шарнирен механизъм, приспособления за разширяване възможностите на стенда, фиксатори и регулируеми конзоли;
- 2) Електрическа част, предназначена за задвижване и осигуряване на необходимите движения на изпълнителното звено;
- 3) Електронна система за управление, защита и контрол на електрическата част и за реализиране на необходимите кинематични параметри;
- 4) Измервателна апаратура, включваща АЦП система, виброметър и тензометрична апаратура.

Към електрическата част принадлежи задвижващият електродвигател. В разглеждания случай е избран трифазен асинхронен електродвигател (ТАЕД), монтиран на лапи, с мощност $P=2,2\text{ kW}$, честота на въртене $n=1420\text{ min}^{-1}$ и въртящ момент $T_{\text{дв}}=9550.P/n\text{ [Nm]}$.

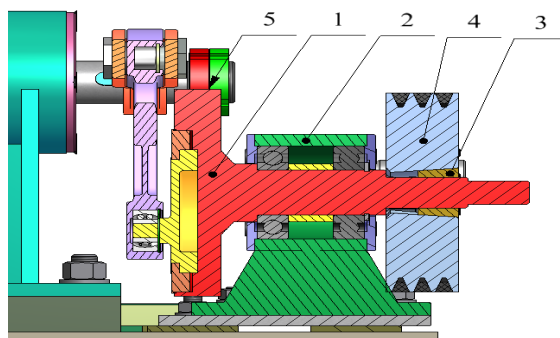
Изборът на този тип двигател е обусловен от възможността за управление чрез честотен регулатор, позволяващ плавно изменение на кинематичните параметри. Допълнително предимство представляват сравнително високият въртящ момент, добрите експлоатационни характеристики, ниската цена и сравнително малкото тегло.

Механичната част на стенда включва конструкцията, представена на фиг. 5.2.



Фиг. 5.2 Документиран CAD модел на експериментален стенд

Един от най-натоварените елементи е валът 1, установен в междинния възел 2 на КТМ (фиг. 5.3). Неговото предназначение е да предава движението от електродвигателя към изпълнителното звено посредством ремъчни предавки и механизми.

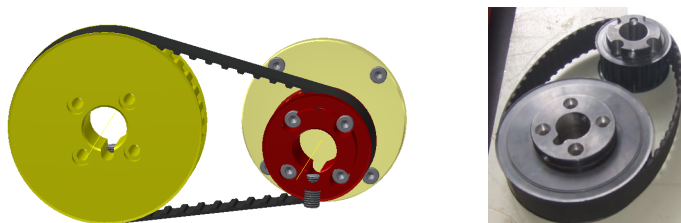


Фиг. 5.3 Кинематичен трансформиращ механизъм (КТМ)

На входящия край на вала чрез бързосменна втулка 3 се монтира ремъчна шайба 4 с определен диаметър d_p . При необходимост шайбата може да бъде заменяна с друга, което позволява промяна на честотата на въртене на изпитвания образец.

Изследваният вал е двустранно лагериран в междинния възел на експерименталния стенд. Изходящият край завършва с масивен фланец 5, посредством който движението се предава към изпитвания вал по два начина.

Първият начин е чрез зъбноремъчна предавка (фиг. 5.4), осигуряваща степенно изменение на предавателното отношение при промяна на местата на ремъчните шайби или при използване на комплект сменяеми шайби с различен диаметър. Предавката се използва за реализиране на еднопосочно ротационно движение с постоянна ъглова скорост.



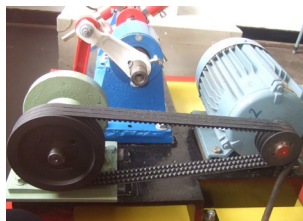
Фиг. 5.4 Зъбноремъчна предавка за трансформиране на въртеливото движение от КТМ към изпитвания вал

Вторият начин е чрез четиризвнен шарнирен механизъм с регулируем ексцентрицитет (фиг. 5.5). Чрез него се осигурява реверсивно ъглово движение с определена големина на ъгъла на завъртане и променлива ъглова скорост в рамките на един работен цикъл.



Фиг. 5.5 Шарнирен четиризвнен механизъм

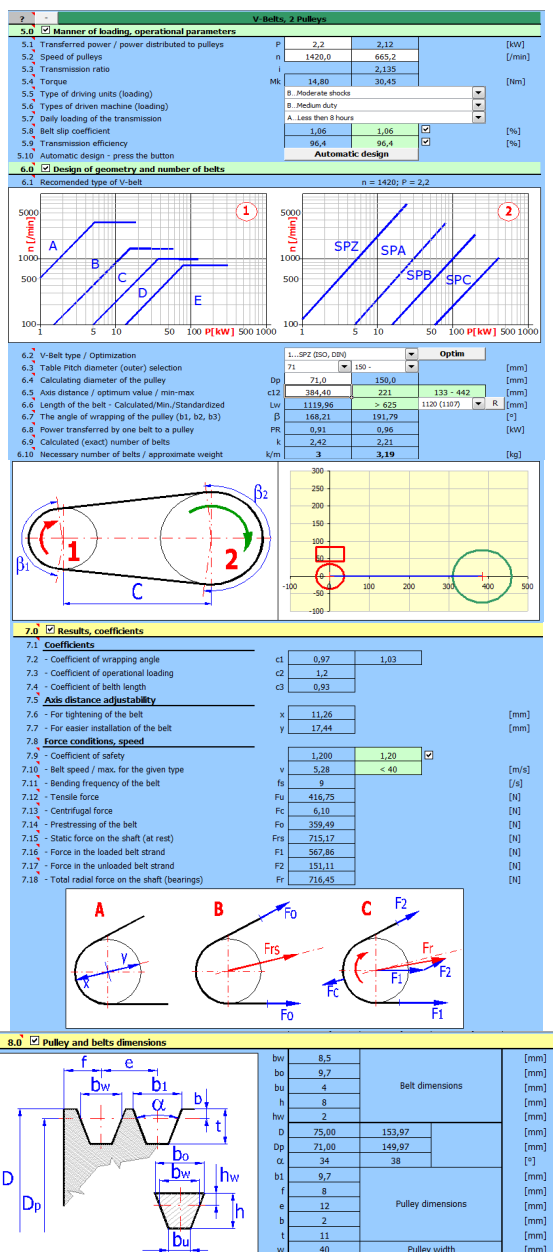
Съществен елемент от механичната част представлява клиноремъчната предавка (фиг. 5.6), която е пресметната в софтуерната среда на MITCalc и впоследствие моделирана в Inventor.



Фиг. 5.6 Модел на проектирана клиноремъчна предавка

5.2.1 Софтуерно пресмятане на клиноремъчна предавка

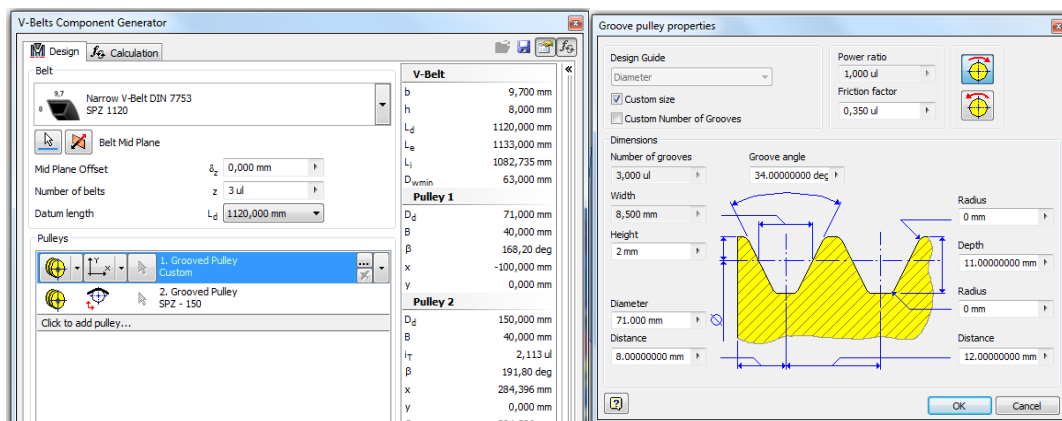
Резултатите от софтуерното пресмятане на клиноремъчната предавка са представени на фиг. 5.7. При изчисленията са определени основните геометрични, кинематични и силови параметри на предавката, необходими за правилното функциониране на системата.



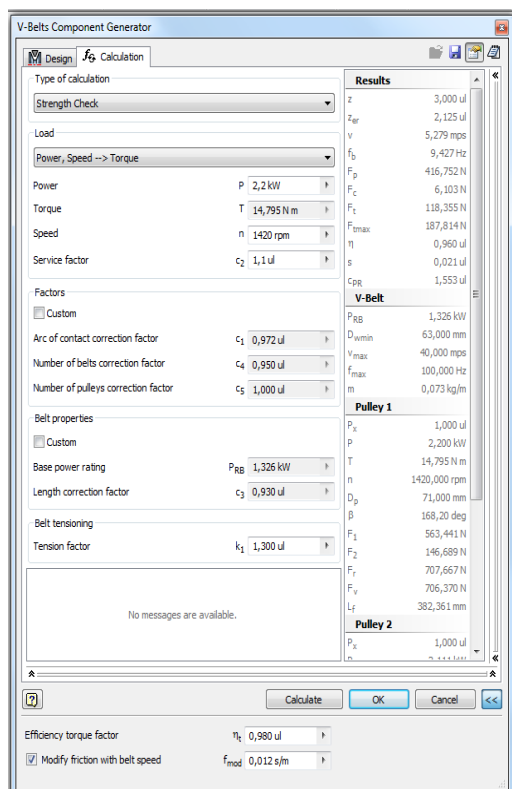
Фиг. 5.7 Резултати от пресмятането на клиноремъчна предавка

5.2.2 CAD моделиране на клиноремъчната предавка

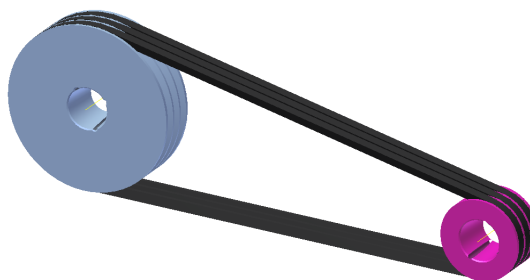
Моделирането на клиноремъчната предавка е извършено в софтуерната среда на Inventor. Получените CAD модели позволяват визуализация на конструкцията, анализ на взаимното разположение на елементите и последващо интегриране на предавката в цялостния модел на експерименталния стенд.



Фиг. 5.8 Якостно пресмятане и геометрично оразмеряване на клиноремъчна предавка



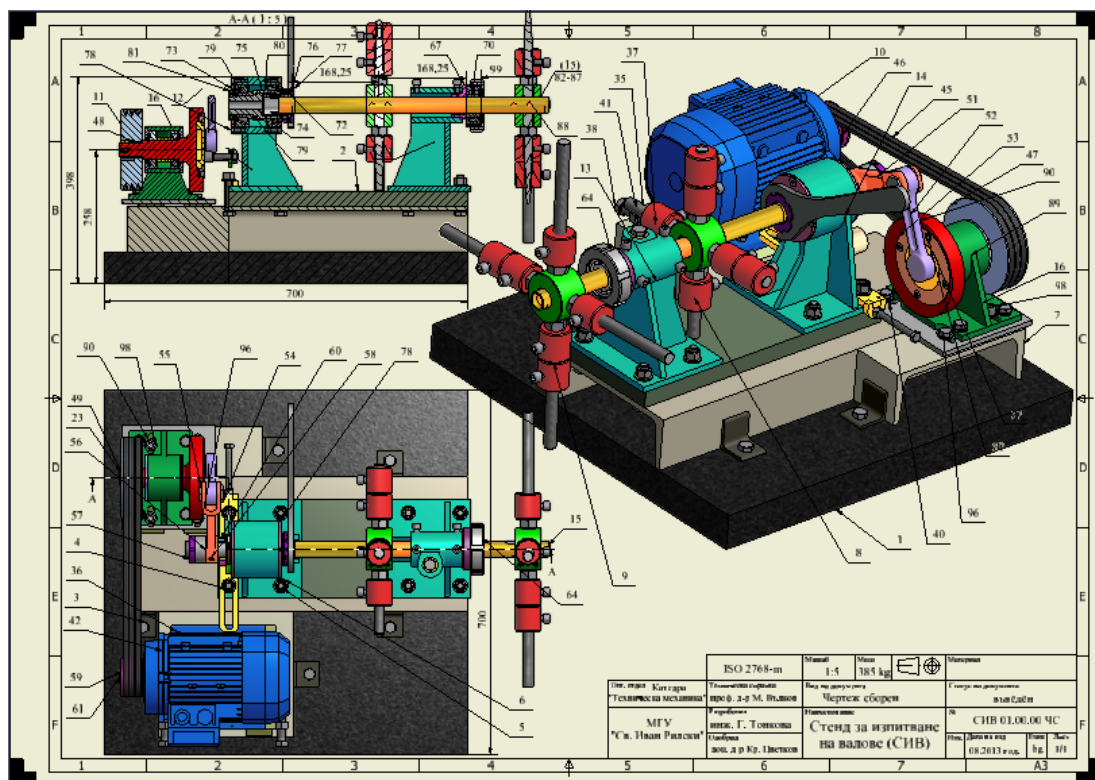
Фиг. 5.9 Кинематично и силово пресмятане на клиноремъчна предавка



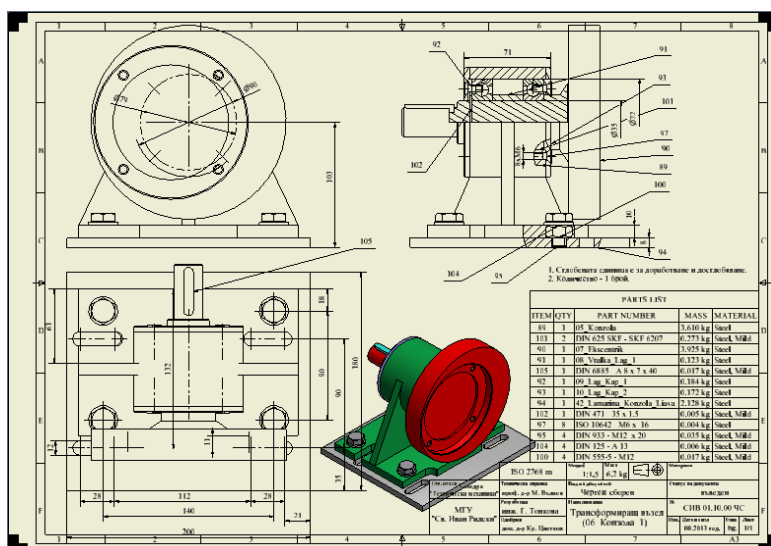
Фиг. 5.10 CAD модел на ремъчна предавка

5.3 Документация от проектирания стенд

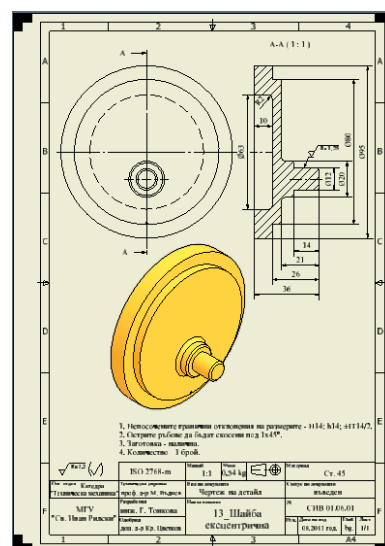
На следващите фигури е представена част от конструктивната документация на проектирания експериментален стенд. Документацията включва работни чертежи, сглобени единици и конструктивни решения, необходими за изработването и монтажа на отделните възли и механизми.



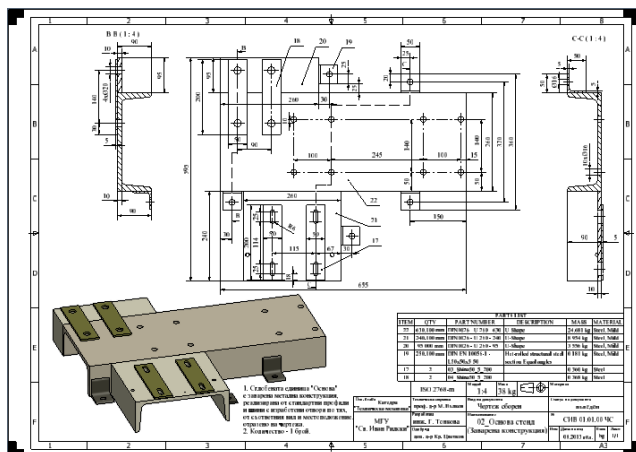
Фиг. 5.11



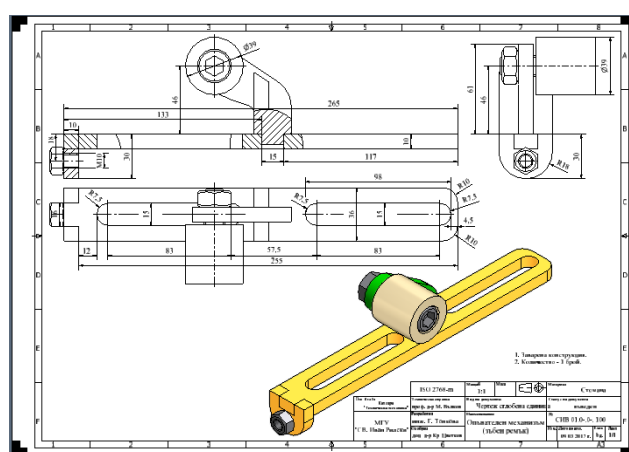
Фиг. 5.12 КТМ



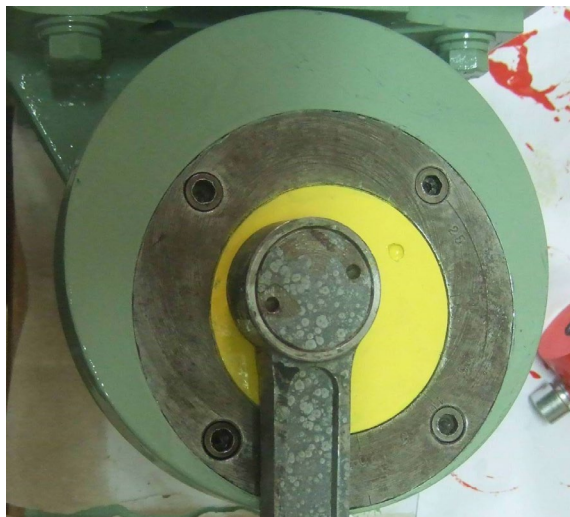
Фиг. 5.13 *Ексцентрична шайба*



Фиг. 5.14 Основа



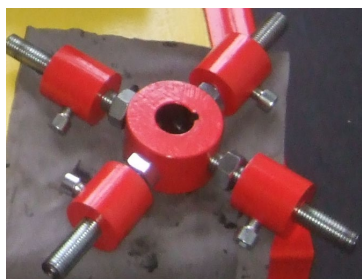
Фиг. 5.15 *Опъвателен механизъм*



Фиг. 5.21



Фиг. 5.22



Фиг. 5.23



Фиг. 5.24



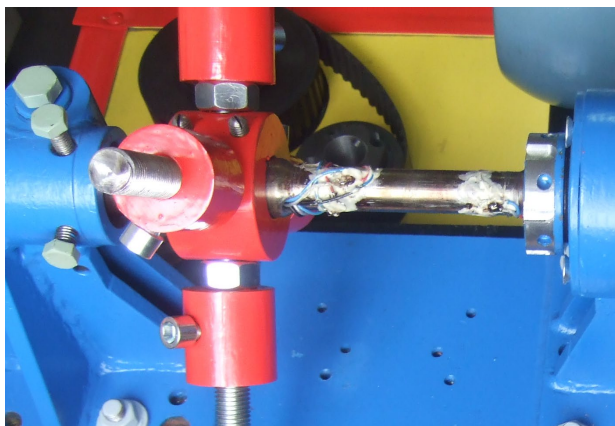
Фиг. 5.25



Фиг. 5.26



Фиг. 5.27



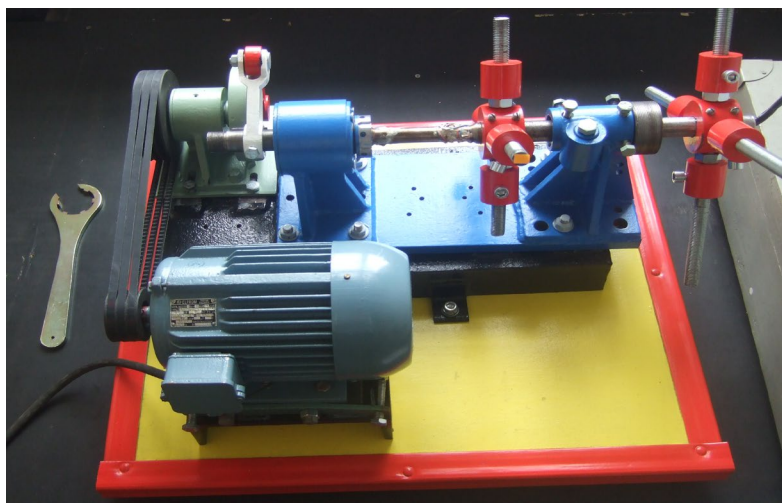
Фиг. 5.28

5.5 Извършени дейности по глава пета

Основните дейности, извършени в рамките на настоящата глава, могат да бъдат систематизирани по следния начин:

- 1) Проектиран и изработен е експериментален стенд за изследване на огъващи и усукващи трептения при гладки и стъпални валове (фиг. 5.29).
- 2) Експериментално са установени видовете трептения, възникващи при валове с различна конфигурация в зависимост от тяхната форма, размери, начин на закрепване, натоварване и кинематично задвижване.
- 3) Създаден е 3D CAD модел на експерименталния стенд, посредством който са проведени софтуерни изследвания на възникващите трептения в механичните системи.
- 4) Получените резултати са сравнени с аналитично определените зависимости. Обобщените изследвания имат практическа насоченост и могат да намерят приложение както в инженерната практика, така и в учебния процес.

Конструкцията на стенда позволява разширяване на областта на приложение. Освен валове, могат да бъдат изследвани и греди, натоварени на огъване и усукване. В зависимост от предназначението им е възможно реализиране на различни схеми на закрепване — лагерно, конзолно или запънато установяване.



Фиг. 5.29

5.6 Експериментално изследване на динамично натоварен вал върху проектирания стенд

С помощта на проектирания стенд са проведени множество експериментални изследвания, потвърждаващи правилността на възприетите теоретични постановки и достоверността на резултатите, получени при аналитичното и софтуерното пресмятане на изпитвания вал.

Чрез изработения стенд са реализирани всички експериментални постановки, разгледани в глави 3 и 4. Получените резултати са анализирани и систематизирани в табличен и графичен вид (табл. 5.1), въз основа на което са формулирани съответните изводи.

Таблица 5.1

Поредност	Наименование	Измервателна величина	Стойност	Дименсия
1	Максимално провисване	$f(y)$	0,156	<i>mm</i>
2	Максимален ъгъл на усукване	φ	0,71	$^{\circ}$
3	Максимални огъващи напрежения	σ	156	<i>MPa</i>
4	Максимални усукващи напрежения	τ	98	<i>MPa</i>
5	Максимални еквивалентни напрежения	σ_{ekv}	218	<i>MPa</i>

7.4	Maximum deflection	y	0,0092	0,0092	0,0958	0,0456	0,0092	0,1290
7.5	Maximum angular deflection	φ	0,3600	0,2495	0,3600	0,2495	0,6095	0,6095
7.6	Angular deflection in R1	ϑ	0,0058	0,0058	0,0574	0,0198	0,0058	0,0736
7.7	Angular deflection in R2	ϑ	0,0004	0,0004	0,0338	0,0167	0,0004	0,0507
7.8	Max. bending stress	σ_e	42,2	42,2	47,2	80,9	42,2	128,4
7.9	Max. stress in shear	τ_s	1,9	1,9	4,6	1,7	1,9	3,4
7.10	Max. stress in torsion	τ_t	52,7	84,8	52,7	84,8	84,8	84,8
7.11	Max. stress in tension/pre	σ_a	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7.12	Max. equivalent stress	σ_r	91,7	156,0	94,4	170,2	156,0	199,6
7.13	Min. static safety	SF_{st}	2,69	1,59	2,61	1,47	1,59	1,27
7.14	Min. dynamic safety	SF_D	3,01	1,88	2,27	1,66	1,88	1,36
7.15	Critical speed (A)	n_c	15514,8	15514,8	15514,8	15514,8	15514,8	15514,8
	Critical speed (B)	n_c	15576,0	15576,0	15576,0	15576,0	15576,0	15576,0
	Critical speed (C)	n_c	12846,1	12846,1	12846,1	12846,1	12846,1	12846,1

5.7 Анализ на резултатите от глава пета

Анализът на експерименталните резултати показва, че получените стойности са близки до резултатите от софтуерното пресмятане. Установените напрежения при по-ниски режими на натоварване почти съвпадат с теоретично определените, като експериментално измерените стойности са незначително по-високи.

С увеличаване на натоварването разликата между експерименталните и софтуерно определените напрежения достига до около 12 %. Подобна закономерност се наблюдава и при деформационното състояние на изпитвания вал.

5.8 Извод от глава пета

По-високите стойности на напреженията и деформациите, получени при експерименталното изследване, се дължат основно на технологични отклонения при изработката и монтажа, както и на наличието на хлабини в механичните връзки на експерименталния стенд и изпитваните образци.

При софтуерното моделиране тези особености не се отчитат в пълна степен, тъй като CAD моделите са изградени при идеализирани геометрични форми, точни размери и отсъствие на реални монтажни отклонения и хлабини.

ОСНОВНИ РЕЗУЛТАТИ И ПРИНОСИ

НАУЧНО–ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

1) Извършен е задълбочен сравнителен анализ на широко използвани специализирани технически и CAD софтуерни продукти, като са изяснени техните функционални възможности, предимства и приложимост при инженерни изследвания. Систематизираната информация има както научно-приложен, така и учебно-методически характер и може да бъде използвана в обучението на студенти и специалисти в техническата област.

2) Разработен е изчислителен алгоритъм в програмната среда на MITCalc, посредством който е извършено софтуерно пресмятане и изследване на вал със зададена геометрия и определено силово-кинематично натоварване.

3) Разработен е софтуерен алгоритъм в CAD средата на Inventor, базиран на заложените в програмата инженерни методики, чрез който е реализирано многовариантно якостно-деформационно изследване на вал от механична система.

4) Създаден е механо-математичен CAD модел на механична система тип „вал–маси“, предназначен за софтуерно изследване на якостното и деформационното състояние на вал при зададена геометрия и динамично натоварване.

5) Извършено е комплексно съпоставяне между аналитично определени, софтуерно получени и експериментално установени резултати при изследване на динамично натоварени валове, с което е потвърдена достоверността на използвания подход.

ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

Проектиран и изработен е експериментален стенд за изследване на динамично натоварени валове, позволяващ изпитване при различни режими на огъване и усукване.

Разработеният стенд осигурява възможност за експериментално изследване на възникващите огъващи и усукващи трептения, както и за анализ на влиянието им върху напрегнатото и деформационното състояние на валове с различна конструкция и геометрия.

Създадена е възможност за провеждане на комплексни експериментални и софтуерни изследвания върху механични системи в динамична среда, което позволява практическо приложение както в инженерната практика, така и в учебния процес.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение, проведените аналитични, софтуерни и експериментални изследвания потвърждават същественото влияние на огъващите и усукващите трептения върху якостно-деформационното състояние на динамично натоварените валове. Чрез съчетаването на специализирани CAD и инженерни програмни среди с разработения експериментален стенд е извършено комплексно изследване на механичната система при различни режими на натоварване. Получените резултати показват значението на правилния избор на геометрия, материал и работни параметри за осигуряване на надеждна и дълготрайна експлоатация на валовете и машинните системи, в които те се използват.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнаудов К., И. Димитров, П. Йорданов, Л. Лефтеров. Машинни елементи. Техника, София, 1980.
2. Арнаудов К., С. Бъчваров. *Едночестотни принудени трептения на автоvlak при наличие на резонанс в двигателната система*, НАПС, списание „Селскостопанска техника”, т. XVIII, кн. 4, 1981, стр. 63-70.
3. Арнаудов К., С. Бъчваров. *Одночастотные вынужденные колебания „простого” автомобиля при наличии резонанса в двигательной системе*, Инженерный журнал „Механика твердого тела“, АН СССР, кн. II, 1982, Москва, стр. 46-56.
- 3а. Бабаков И.М. Теория колебаний- М.: Дрофа, 2004. - 591 с.
4. Бояджиев Г., С. Бъчваров. *Асимптотични едночестотни колебания на еластично математично махало с подвижна опора*, Годишник на ВТУЗ по Математика, т. IV, кн. II, 1967, стр. 69-82.
5. Бъчваров С., А. Джонджоров, Б. Чешанков, Н. Малинов. *Методично ръководство по Теоретична механика, част II, (Динамика)*, ВМЕИ-София, (офсетов печат), 1969.
6. Бъчваров С., А. Джонджоров, Б. Чешанков, Н. Малинов. *Методично ръководство за решаване на задачи по Теоретична механика, част II, (Динамика)*, II преработено и допълнено издание, ДИ „Техника”, София, 1991.
7. Бъчваров С. *Асимптотични едночестотни колебания при резонанс на еластично математично махало с подвижна опора*, Годишник на ВТУЗ по Приложна механика, т. IV, кн. II, 1970, стр. 135-143.
8. Бъчваров С., А. Джонджоров, К. Арнаудов, Л. Кунчев, К. Вълчев. *Генериране на шум при трептения на механични системи със съсредоточени и разпределени маси*, Списание по Теоретична и Приложна механика, БАН, год. XVIII, кн. 4, 1987, стр. 19-24.
9. Бъчваров С., В. Златанов, С. Николов, С. Делчева. *Стационарни трептения в двумасов машинен агрегат с линеен и нелинеен еластичен вал между ротиращите маси*, XI Национална НТК „Автоматизация на дискретното производство”, Научни известия на НТС по машиностроене, год. IX, бр. 2 (58), юни 2002, стр. 332-339.
10. Бъчваров С. З. Чернева, С. Банов. *Вибрации, виброзащита и шумозащита на машините*. Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, София, 1998.
11. Бъчваров С., Й. Йорданов. *Относно приблизителното определяне на основната собствена честота на усукващите трептения на многодисков вал*, Годишник на ВУЗ по Приложна математика, т. XIX, кн. 3, 1983, стр. 197-206.
12. Бъчваров С., Й. Йорданов. *Приложение на принципа на суперпозицията при апроксимиране на собствените форми на трептения на механични системи с разпределени и съсредоточени маси*, Годишник на ВУЗ по Приложна математика, т. XIX, кн. 4, 1983, 207-215.
13. Бъчваров С., К. Арнаудов, В. Пандов. *Резонансни трептения на машинен агрегат с едностъпален редуктор и изходящ еластичен вал при наличие на ексцентрицитет в зъбните колела*, Годишник на ВУЗ по Приложна математика, т. XXII, кн. 3, 1986, стр. 181-194.
14. Бъчваров С., К. Арнаудов. *Едночестотни принудени трептения на „прост” автомобил*, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XIII, кн. 3, 1978, стр. 85-97.
15. Бъчваров С., К. Арнаудов. *Едночестотни принудени трептения на управляем автомобил при наличие на резонанс в двигателната система*, Годишник на ВУЗ по Приложна математика, т. XVII, кн. 2, 1981, стр. 177-194.
16. Бъчваров С., К. Ганчев. *Свободни колебания на манипулационни системи с кулисни механизми*, XIII-ти Национален семинар по Динамика на механични системи, Варна, 15-17 септември 1988, Сборник доклади 1988, стр. 71-76.
17. Бъчваров С., Л. Кунчев, А. Джонджоров. *Моделиране на вертикалните трептения на системата на окачването в честотния обхват 50-200 Hz. I част*. Научна конференция MOTAUTO'96, Варна, 26-28. IX. 1996, (Automobiles, tractors and industrial cars), Proceedings, Volume II, pp. 5-10.

18. Бъчваров С., Л. Кунчев, А. Джонджоров. *Моделиране на вертикалните трептения на системата на окачването в честотния обхват 50-200 Hz. II част*. Научна конференция МОТАUTO'96, Варна, 26-28. IX. 1996, (Automobiles, tractors and industrial cars), Proceedings, Volume II, pp. 5-10.
19. Бъчваров С., Л. Кунчев, К. Вълчев. *Принудени трептения на кръгов пръстен под действието на съсредоточена хармонична смущаваща сила*, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XV, кн. 2, 1980, стр. 65-78.
20. Бъчваров С., Л. Кунчев, К. Вълчев. *Принудени трептения на кръгов пръстен на еластична основа с отчитане на силата на демпфиране и неподвижен център на окачване*, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XV, кн. 3, 1980, стр. 41-55.
21. Бъчваров С., Л. Кунчев, К. Вълчев. *Теоретическое исследование поведения пневматической шины при колебаниях*, Международная конференция по каучуку и резине, Москва 4-8, IX, 1984. Сборник докладов, Секция В: Механика резины и конструирование резиновых технических изделий, т. II, 1984.
22. Бъчваров С. *Механика, част I, (Статика, кинематика, динамика на точка)*, „Стандартизация принт” ЕООД, София, 2001.
23. Бъчваров С. *Механика, част II, (Динамика на механични системи. Аналитична механика. Динамика на идеално твърдо тяло)*. Академично издателство на УХТ, Пловдив, 2011.
24. Бъчваров С., М. Уали. *Върху динамиката на едномерни трептящи механични системи с нулев корен на характеристичното уравнение при отчитане на взаимодействието с двигателя в условията на резонанс*, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XIX, кн. 2, 1984-1985, стр. 59-71.
25. Бъчваров С., М. Уали, К. Арнаудов, А. Джонджоров. *Резонансни трептения на механични системи с периодична структура и дисипативни връзки при взаимодействие с двигателя и нулев корен на характеристичното уравнение*, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XX, кн. 2, 1985, стр. 33-45.
26. Бъчваров С., М. Уали, К. Арнаудов. *Резонансни трептения на едномерни механични системи с нулев корен на фундаменталното уравнение при отчитане на взаимодействието с двигателя и нелинейния характер на технологичното съпротивление*, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XX, кн. 1, 1985, стр. 47-66.
27. Бъчваров С., М. Уали. *Колебания механических систем с периодической структурой при учете взаимодействия с двигателем*, X Международная конференция по нелинейным колебаниям (ICNO-X), (Секционен доклад), Варна, 12-17.IX.1984, БАН, Сборник доклади, 1985, стр. 60-63.
28. Бъчваров С., М. Уали, Л. Кунчев. *Асимптотичният метод в задачата за нелинейните трептения на машинен агрегат с карданна предавка и отчитане взаимодействието с двигателя*, Годишник на ВУЗ по Приложна математика, т. XXII, кн. 1, 1986, стр. 195-208.
29. Бъчваров С., М. Уали, Л. Кунчев, К. Арнаудов. *Резонансни трептения на тримасов машинен агрегат с карданни предавки и еластични звена при отчитане взаимодействието с двигателя*, Годишник на ВУЗ по Приложна математика, т. XXII, кн. 3, 1986, стр. 191-198.
30. Бъчваров С. *Резонансни надлъжни едночестотни трептения на механични системи с периодична структура и дисипативни връзки*, Списание по Теоретична и Приложна механика, БАН, год. X, кн. 4, 1979, стр. 9-18.
31. Бъчваров С., С. Пулев. *Исследование вертикальных колебаний автомобиля, вызываемых работой двигателя*, Известия Академии наук РАН механика твдого тела, кн. 1, 1995, Москва, стр. 42-51.
32. Бъчваров С., Ц. Парасков. *Принудени надлъжни едночестотни трептения на механични системи от n- материални точки с отчитане на разсейването на енергията*, Списание по Теоретична и Приложна механика, БАН, год. VI, кн. 4, 1975, стр. 75-82.
33. Бъчваров С., Ц. Парасков. *Собствени надлъжни едночестотни трептения на системи от n-материални точки с отчитане разсейването на енергията*, Годишник на ВТУЗ по Приложна механика, т. II, кн. I, 1966, стр. 27-40.

34. Бычваров С., Ц. Парасков. *Собственные продольные одночастотные колебания систем из нескольких материальных точек с диссипативными связями*. Инженерный журнал Механика твердого тела, АН СССР, кн. I, 1967, Москва, стр. 50-57.
35. Василев, В. Минни машини. Техника, София, 1986
- 35а. Вълков М., Г. Тонкова. Определяне товароносимостта на вал от конструкцията на експериментален стенд. XV Международна научна конференция ВСУ'2015, сборник доклади, том II, ISSN: 1314-071X, стр. 71-76.
36. Григоров Б. *Autodesk Inventor 2012. Ръководство за работа*. София, 2012.
37. Гълъбов, В., Р. Долчинков, Н. Николов. *Машинознание*. Ирита, 2005.
38. Данов Г., С. Бъчваров. Влияние на контактния хистерезис върху контактната дължина при слабо взаимодействие, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XV, кн. 3, 1980, стр. 35-39.
39. Данов Г., С. Бъчваров. Теория и експеримент на контактния хистерезис, Четвърти национален конгрес по Теоретична и Приложна механика, Варна, септември, 1981, Годишник на ВУЗ по Техническа механика, т. XVI, кн. 2, 1981, стр. 35-41.
40. Дьяконов В. MathCAD. Санкт-Петербург, „Питер“, 2001.
41. Иванов И. Съпротивление на материалите-лекционни записки, 2006
42. Ишлинский А. Механика идеи, задачи, приложения. Москва, Наука, 1985.
43. Йорданов Й., С. Бъчваров. *Относно приложението на методите на Ритц и Галъоркин при определяне на собствените честоти и трептения на механични системи с разпределени и съсредоточени параметри*, Юбилейна научна сесия, посветена на 15-та годишнина на ВМЕИ Габрово, октомври, 1980, Сборник доклади, т. 5, „Механика и якост на машините“, 1980, стр. 29-36.
44. Йорданов Й., С. Бъчваров. *Относно приблизителното определяне на основната честота на усукващите трептения на многодисков вал*, Юбилейна научна сесия, посветена на 70-годишнината на ВНВМУ „Никола Й. Вапцаров“, Варна, Сборник доклади, т. III, 1979, стр. 266-273.
45. Костов К., Т. Мечикян, Т. Недев, А. Янев, Л. Андонова, Б. Борисов, И. Иванов. Избор на материали и якостно оразмеряване в машиностроенето. Техника, София, 1988.
46. Кунчев Л., С. Бъчваров, А. Джонджоров. *Моделно изследване на вертикалните трептения на системата на „гума-окачване“ в честотния обхват 50-200 Hz*. Научна конференция MOTAUTO'96, Варна, 26-28. IX. 1996, (Automobiles, tractors and industrial cars), Proceedings, Volume II, pp.55-61.
47. Куртев Н, Минчев Н. Нови уравнения на динамиката на нехолономни механични системи, Механика на машините № 45, 2003, стр.143-150
48. Куртев Н., Минчев Н. Динамика на въртяща се конзолна греда ч. I Устойчивост на относителното равновесно положение, Механика на машините № 61, 2005
49. Куртев Н., Минчев Н. Динамика на въртяща се конзолна греда ч. II Сравняване на максималните квадратични премествания и максималните осови премествания, Механика на машините № 69, стр.104 – 108
50. Лавендела Э. Вибрации в технике-том 1, 2, 3, 4. Москва, Машиностроение, 1981
51. Милков В. Съпротивление на материалите (теория, задачи и софтуер)-ТУ-Варна, 2008
52. Писарев А., Ц. Парасков, С. Бъчваров. Курс по теоретична механика II част. София, Техника, 1975
53. Писарев А., Теория на трептенията. София, Техника, 1967
54. Писарев А., Ц. Парасков, С. Бъчваров. *Записки по теоретична механика-II, (Динамика на материална точка)*, ВМЕИ-София, (офсетов печат), 1972.
55. Писарев А., Ц. Парасков, С. Бъчваров. *Курс по Теоретична механика, част II, (Динамика)*, ДИ „Техника“, София, 1975.
56. Писарев А., Ц. Парасков, С. Бъчваров. *Курс по Теоретична механика, част II, (Динамика)*, II издание, ДИ „Техника“, София, 1988.

57. Писарев А., Чешанков Б., С. Бъчваров. *Усукващи трептения в карданни валове*, Годишник на ВТУЗ по Приложна механика, т. IV, кн. I, 1968, стр. 13-22.
- 57а. Пулев С., Г. Тонкова. Усукващи трептения на вал при кинематично смущение от четиризвенов механизъм. Академично списание „Индустриални технологии“, ISSN: 1314-9911, том IV (1), Университет „Проф. д-р Асен Златаров“, Бургас, стр. 75-79, 2017.
- 57б. Пулев С., Г. Тонкова. Усукващи трептения на вал вследствие неточности в предавателния механизъм. Научно списание „Известия на Технически университет-Габрово“, бр. 55, ISSN: 1310-6686, Университетско издателство „Васил Априлов“ Габрово, стр. 25-29, 2017.
- 57в. Пулев С., Г. Тонкова. Изследване на напречните трептения на валове, използвани в тежката минна механизация. Специализирано периодично списание „Геология и минерални ресурси“, година XXIV, бр. 5-6, ISSN: 1310-2265, Издателство „Геология и минерални ресурси“ ООД, стр. 31-34, 2017.
58. Пулев С., С. Бъчваров, Л. Кунчев. *Динамичен модел на изследване на съвместните трептения на трансмисията и окачването*, Списание „Механика на машините“, год. I, кн. 1, 1993, стр. 81-84.
59. Пулев С. Изследване на трептенията на рудничен самосвал, предизвикани от пътните неравности. Годишник на МГУ „Св. Иван Рилски“ Том 55, Св. II, 2012, стр. 196-199.
60. Пулев С. Влияние на напречните ъглови трептения върху преобръщането на рудничен самосвал при завой. Годишник на МГУ „Св. Иван Рилски“ Том 55, Св. II, 2012, стр. 193-195.
61. Пулев С. Влияние на превозвания товар върху трептенията на рудничния самосвал. „Механика, транспорт, комуникации“ том 11, брой 1, 2013 г., статия № 0763.
62. Пулев С. Влияние на трептенията върху надлъжната устойчивост на рудничен самосвал. „Геология и минерални ресурси“ брой 4, 2013, стр. 9-11.
63. Пулев С. Регулиране на амплитудите на трептенията по дължината на вибрационните сита. Годишник на МГУ „Св. Иван Рилски“ Том 56, Св. II, 2013, стр. 155-158.
64. Пулев С., С. Сезонов. Определяне на центробежните сили при един екстремален режим на работа на центробежно-ролковите мелници. Годишник на МГУ „Св. Иван Рилски“ Том 56, Св. II, 2013, стр. 151-154.
65. Пулев С. Трептения на рудничния самосвал. Издателска къща на МГУ „Св. Иван Рилски“, София 2012, стр. 116.
66. Пулев С. Числено изследване на самовъзбуждащите се трептения в триещия съединител на автомобила. Машиностроене, № 1-2, 1998 г.
67. Стефанов С. Якостна дълготрайност в точка от реален обект, подложен на циклични и случайни несинхронни натоварвания. Докторска дисертация, ВМЕИ-София, 1980.
68. Тонкова Г., Г. Тонков. Изследване на якостно-деформационното състояние на силово натоварен вал в софтуерната среда на Inventor. Научно списание „Индустриални технологии“, ISSN 1314-9911, том IV (1), Университет „Проф. д-р Асен Златаров“, стр. 64-74, 2017.
- 68а. Тонкова Г. Изследване на влиянието на огъващи и усукващи трептения на валове, използвани в тежката минна механизация, защитен дисертационен труд за присъждане на образователна и научна степен „Доктор“, МГУ „Св. Иван Рилски“, София, 2017.
- 68б. Тонкова Г. Якостна оценка при симулация на еквивалентни натоварвания на механични детайли по детерминистичен метод и при статични променливи и случайни променливи циклични режими. I-част: Определяне на възникващите напрежения при симулация на статични, циклични и динамични натоварвания на конзолно запъната греда и греда на две опори. 10 МНТК по Авангардни материали и обработки, сборник доклади 2010, ISSN: 1313-4264, стр. 273-285.
- 68в. Тонкова Г., К. Цветков, Г. Тонков. Избор и анализ на специализиран софтуер за изследване на състоянието на силово натоварени елементи в конструкцията на машините. Списание „Българска наука“, бр. 98, ISSN: 1314-1031, май-2017, стр. 123-147.
69. Тонков Г. Математично моделиране на зъбни предавки с некръстосани оси. Докторска дисертация, ТУ – София, 2011.

70. Тонков Г., Д. Ралев, А. Хинков. Пособие за проектиране на машинни елементи. Пропелер, София, 2013 г. ISBN 978-954-392-127-0.
- 70а. Трифонова-Генова В., Вълков М., Стоянов А., Сезонов С., Съпротивление на материалите, Сборник от задачи и методични указания по Съпротивление на материалите, Изд. Къща на МГУ „Св. Ив. Рилски“, 2017.
71. Хинков А., Г. Тонков, Д. Ралев. Практическо ръководство. Проектиране на двустъпален цилиндричен редуктор с MITCalc. Пропелер, София, 2012г. ISBN 978-954-392-128-7.
72. Цветков, Х. Обогадителни машини. Техника, София, 1985
73. Шейретов, К. Минни машини. Техника, 1983
74. Ahmed A. Gubran, Jyoti K. Sinha. Shaft instantaneous angular speed for blade vibration in rotating machine. . Mechanical Systems and Signal Processing (2013)
75. Al-Badour F., M. Sunar, L. Cheded. Vibration analysis of rotating machinery using time-frequency analysis and wavelet techniques. Mechanical Systems and Signal Processing 25 (2011) 2083–2101
76. Al-Badour F., L. Cheded, B. Isayed, Vibration monitoring and fault detection using time-frequency techniques, in: 4th IEEE International Multi- Conference on Systems, Signals and Devices SSD07, Hamamet, Tunisia. (2007).
77. Al-Bedoor B. O., Dynamic model of coupled shaft torsional and blade bending deformations in rotors, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 169 (1999) 177–190.
78. ANSYS 13, *Section 3.12.7 on Limitations of Lumped Matrix Formulation with Beam, Pipe, or Shell Elements*, SAS IP, Cheyenne, Wyo, USA, 13th edition, 2010.
79. Antonino-Daviu J. A., M. Riera-Guasp, J. R. Folch, M. P. M. Palomares, Validation of a new method for the diagnosis of rotor bar failures via wavelet transform in industrial induction machines, IEEE Transactions on Industry Applications 42 (4) (2006) 990–996.
80. Bachschmid N., M. Mazza, E. Tanzi, Dynamic bending and torsion behavior of a cracked pump shaft, in: Proceedings of the Seventh International Conference on Rotor Dynamics, organized by the IFToMM in Vienna, Austria, September 2006 (Paper-ID 166).
81. Bachschmid N., P. Pennacchi, A. Vania, Identification of multiple faults in rotor systems, Journal of Sound and Vibration 254 (2002) 327–366.
82. Bachschmid N., P. Pennacchi, E. Tanzi. Some remarks on breathing mechanism, on non-linear effects and on slant and helicoidal cracks. Mechanical Systems and Signal Processing 22 (2008) 879-904
83. Bachschmid N., P. Pennacchi, Model based malfunction identification from bearing measurements, Proceedings of Seventh International IMechE Conference on Vibration in Rotating Machinery, Nottingham, 2000, pp. 571–580.
84. Boashash B., Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal-part I: fundamentals, Proceedings of IEEE 80 (1992) 520-538
85. Buchvarov S., A. Jonjorov, K. Arnaudov, L. Kunchev, K. Vulchev. *Vibrations of front suspension of a car*, Journal "The dynamics of vehicles on road and on tracks", Amsterdam, Holland, (Proceedings of 10-th LAVSD symposium held in Prague 24-28.VIII. 1987), Vol. 17, pp. 61-64, (Suppla).
86. Buchvarov S., L. Kunchev. Development of education "Vibrations, Vibroprotection and Noise protection" (Part II: "Nonlinear Vibrations") and "Dynamics of Vehicles, Second Symposium: TEMPUS JEP 3310: Education and Training in Applied Mechanics and System Theory with Computer Oriented Application, Varna, 29-31.07.1995, Proceedings, pp. 40-49.
87. Buchvarov S., L. Kunchev, S. Pulev. Theoretical Study on Vertical Vibrations of an Internal Combustion Engine. "Theoretical and Applied Mechanics", № 1-2, 1994-95.
88. Buchvarov S. *Mechanics (Part I). Statics*. МП Издателство на Техническия университет-София, 2006.
89. Buchvarov S. *Mechanics (Kinematics, Dynamics)*. Академично издателство на УХТ, Пловдив, 2010.
90. Buchvarov S., S. Karapetkov. *Self excited Vibrations of Lathe system considering the Dynamic Characteristics of Cutting Process (in Russian)*, 8-th World Congress of Theory of Machines and Mechanisms, 26-31.VIII. 1991, Prague, Proceedings tome II, pp. 1025-1027.

91. Buchvarov S., S. Pulev, S. Kunchev. *A theoretical study on Vertical Vibrations of an Internal Combustion Engine*, Jour, of Theoretical and Applied Mechanics, BAS, Year XXV, book 1-2, 1994-1995, pp. 35-39.
92. Charles P., J. K. Sinha, F. Gu, A. D. Ball, Application of novel polar representation method for monitoring minor engine condition variations, *Mech. Syst. Signal Process.* 24 (3) (2010) 841-843.
93. Chen S., M. Geradin, Finite element simulation of non-linear transient response due to rotor-stator contact, *Eng. Comput.* 14 (6) (1997) 591-603.
94. Childs D. Fractional-frequency rotor motion due to nonsymmetric clearance effects, *J. Eng. Power* 104 (1982) 533-541.
95. Cho S., S. Han, C. Park, Y. Kim, "Noncontact torsional wave transduction in a rotating shaft using oblique magnetostrictive strips," *Journal of Applied Physics*, vol. 100, no. 10, pp. 104903-104906, 2006.
96. Chondros T., G. Labeas, Torsional vibration of a cracked rod by variational formulation and numerical analysis, *Journal of Sound and Vibration* 301 (3-5) (2007) 994-1006.
97. Chu F., W. Lu, Experimental observation of nonlinear vibrations in a rub-impact rotor system, *Journal of Sound and Vibration* 283 (2005) 621-643.
98. Darpe A. Dynamics of a Jeffcott rotor with slant crack, *Journal of Sound and Vibration* 303 (1-2) (2007) 1-28.
99. Darpe A., K. Gupta, A. Chawla, Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor, *Journal of Sound and Vibration* 269 (2004) 33-60.
100. Das A., J. Dutt, K. Ray. Active control of coupled flexural-torsional vibration in a flexible rotor-bearing system using electromagnetic actuator. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 46 (2011) 1093-1109
101. De Silva C. W., *Vibration: Fundamentals and Practice*, second ed., Taylor & Francis, 2007.
102. Dimarogonas A., S. Paipetis, *Analytical Methods in Rotor Dynamics*, Applied Science Publishers, London, 1983.
103. Dorfman L., M. Trubelja, "Torsional monitoring of turbine-generators for incipient failure detection," in *Proceedings of the 6th EPRI Steam Turbine/Generator Workshop*, pp. 1-6, St. Louis, Mo, USA, August 1999.
104. Gash R., R. Nordmann, H. Pfitzner, *Rotordynamik*, Springer, Auflage, Berlin, 2006.
105. Groll G., D. J. Ewins, A mechanism of low sub-harmonic response in rotor/stator contact-measurements and simulations, *Journal of Vibration and Acoustics* 124 (2002) 350-358.
106. Hachmann I., K. Popp, Ermittlung des Rißortes angerissener Wellen im ruhenden und rotierenden System, in: *Proceedings of the Fourth International Conference on Schwingungen in Rotierenden Maschinen Kassel, Germany, March 4-6, Vieweg-Verlag, 1997*, pp. 191-198.
107. Horrigan D. P. W., J. F. Williams, Z. A. Parszewski, A finite element model for transverse crack in rotors including some fracture mechanics aspects, in: *Proceedings of the International Conference on Rotating Machine Dynamics. Rotordynamics'92*, Springer, Venice, Italy, 1992, pp. 51-58.
108. Huang S., K. Ho, Coupled shaft-torsion and blade-bending vibrations of rotating shaft-disk-blade unit, *ASME J. Eng. Gas Turbines Power* 118 (1996) 100-106.
109. Hui Ma, Chaoyang Shi, Qingkai Han, Bangchun Wen. Fixed-point rubbing fault characteristic analysis of a rotor system based on contact theory. *Mechanical Systems and Signal Processing* 38 (2013) 137-153
110. Isayed B., L. Cheded, F. Al-Badour, Vibration monitoring and fault detection using wavelet techniques, *ISSPA 2007 International Symposium on Signal Processing and its Applications*, Dubai, UAE. (2007).
111. Ishida Y., T. Yamamoto, K. Hirokawa, Vibrations of a rotating shaft containing a transverse crack (major critical speed of a horizontal shaft), in: *Proceedings of the Fourth International IFToMM Conference on Rotor Dynamics*, Chicago, September, Vibration Institute, Willow brook, IL, USA, 1994, pp. 47-52.
112. Jing J., G. Meng, et al., On the non-linear dynamic behavior of a rotor-bearing system, *J Sound Vib* 274 (2004) 1031-1044.

113. Kicinski J., Rotor Dynamics, Institute of Fluid-Flow Machinery Publishers, Gdansk, 2006.
114. Knappett D., J. Garcia, Blade tip timing and strain gauge correlation on compressor blades, Proc. Inst. Mech. Eng. Part G: J. Aerosp. Eng. 222 (2008) 497–506.
115. Laboratory Handout, *Determination of Moment of Inertia*, Department of Mechanical Engineering, Dalhousie University, Halifax, NS, Canada, 2007.
116. Leng X., G. Meng, T. Zhang, Bifurcation and chaos response of a cracked rotor with random disturbance, Journal of Sound and Vibration 299 (3) (2007) 621–632.
117. Li L., L. S. Qu, X. H. Liao, Haar wavelet for machine fault diagnosis, Mechanical Systems and Signal Processing 21 (2007) 1773–1786.
118. Margenov S., S. Stoykov, Y. Vutov, Numerical Homogenization of Heterogeneous Anisotropic Linear Elastic Materials, 9th International Conference on "Large-Scale Scientific Computations", 3 - 7 June, 2013, Sozopol, Bulgaria.
119. Muszynska A., P. Goldman, Chaotic responses of unbalanced rotor-bearing-stator systems with looseness/rubs, Chaos, Solutions and Fractals 5 (1995) 1683–1704.
120. Muszynska A. Rotor-to-stationary element rub-related vibration phenomena in rotating machinery—literature survey, Shock Vib. Digest 21 (3) (1989) 3–11.
121. Marciniak Z., Fatigue life of structural steels under non-proportional bending with torsion, Doctoral Thesis, Opole University of Technology, 2005, p. 149 (in Polish).
122. Newland D. E., An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis, third ed., Dover Publications, 2005.
123. Ostachowicz W., M. Krawczuk, Coupled torsional and bending vibrations of a rotor with an open crack, Archive of Applied Mechanics 62 (1992) 191–201.
124. Papadopoulos C., A. Dimarogonas, Coupling of bending and torsional vibration of a cracked Timoshenko shaft, Ingenieur Archiv 57 (1987) 257–266.
125. Patel T., A. Darpe, Use of full spectrum cascade for rotor rub identification, Advances in Vibration Engineering 8 (2009) 1–13.
126. Peng Z., P. Tse, F. Chu, An improved Hilbert–Huang transform an disapplication in vibration signal analysis, Journal of Sound and Vibration 286 (2005) 187–205.
127. Pennacchi P., N. Bachschmid, A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines, Mechanical Systems and Signal Processing 20 (2006) 2112–2147.
128. Ping Z., H. Hong, S. Tao, L. Wei, Continuous wavelet grey moment approach for vibration analysis of rotating machinery, Mechanical Systems and Signal Processing 20 (2006) 1202–1220.
129. Popprath S., H. Ecker, Nonlinear dynamics of a rotor contacting an elastically suspended stator, J. Sound Vib. 308 (2007) 767–784.
130. Qi K., Z. He, Y. Zi, Cosine window-based boundary processing method for EMD an disapplication in rubbing fault diagnosis, Mechanical Systems and Signal Processing 21 (2007) 2750–2760.
131. Qin W., H. Su, Y. Yang, Grazing bifurcation and chaos in response of rubbing rotor, Chaos, Solutions and Fractals 37(2008)166-174.
132. Rao S. *Mechanical Vibrations*, Addison Wesley, New York, NY, USA, 1995.
133. Roques S., M. Legrand, et al., Development of beam-to-beam contact detection algorithms for rotor–stator rubbing application, in: Proceedings of the IDETC/CIE 2007-21st ASME Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Las Vegas, Nevada, 2007.
134. Rozumek D, Z. Marciniak. Control system of the fatigue stand for material tests under combined bending with torsion loading and experimental results. Mechanical Systems and Signal Processing 22 (2008) 1289-1296.
135. Rytter A., *Vibrational based inspection of civil engineering structures*, Ph. D. thesis, Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, Aalborg, Denmark, 1993.
136. Sinha K., K. Elbhah, A future possibility of vibration based condition monitoring of rotating machines, Mech. Syst. Signal Process. 34 (1-2) (2013) 231-240.
137. Sinha K., W. Hahn, K. Elbhah, G. Tasker, I. Ullah, Vibration investigation for low pressure turbine last stage blade failure in steam turbines of a power plant, GT2012-70129, in: Proceedings of

- the International Conference on Turbine Technical Conference and Exposition ASME TURBO EXPO, June 11-15, 2012, Copenhagen, Denmark.
138. Stojanović V., P. Ribeiro, S. Stoykov, A new p-version finite element method for non-linear vibration of damaged beams, ECCOMAS 2012, 10 - 14 September 2012, Vienna, Austria (abstract only).
 139. Stoykov S., P. Ribeiro, Stability of nonlinear periodic vibrations of 3D beams, Nonlinear Dynamics 66 (2011) 335-353.
 140. Stoykov S., P. Ribeiro, Nonlinear free vibrations of beams in space due to internal resonance, Journal of Sound and Vibration 330 (2011) 4574-4595.
 141. Stoykov S., P. Ribeiro, Nonlinear forced vibrations and static deformations of 3D beams with rectangular cross section: The influence of warping, shear deformation and longitudinal displacements, International Journal of Mechanical Sciences 52 (2010) 1505-1521.
 142. Stoykov S., P. Ribeiro, Periodic geometrically nonlinear free vibrations of circular plates, Journal of Sound and Vibration 315 (2008) 536-555.
 143. Stoykov S., S. Margenov, Nonlinear free vibrations of 3D composite beams, ICOVP 2013, 9 - 12 September 2013, Lisbon, Portugal.
 144. Stoykov S., S. Margenov, Nonlinear vibrations of rotating 3D tapered beams with arbitrary cross sections, COMPDYN 2013, 12 - 14 June 2013, Kos, Greece.
 145. Stoykov S., P. Ribeiro, Free and forced nonlinear vibrations of 3D beams with non-symmetrical cross section, ECCOMAS 2012, 10 - 14 September 2012, Vienna, Austria (abstract only).
 146. Stoykov S., P. Ribeiro, Modal interactions in nonlinear free vibrations of 3D rotating beams, 7th European Nonlinear Dynamics Conference, 24 - 29 July, 2011, Rome, Italy (abstract only).
 147. Stoykov S., P. Ribeiro, Response of 3D rotating Timoshenko beams to harmonic excitations, 7th European Nonlinear Dynamics Conference, 24 - 29 July, 2011, Rome, Italy (abstract only).
 148. Stoykov S., P. Ribeiro, Forced vibrations of 3D beams with large amplitudes, 7th International Conference on Numerical Methods and Applications, 20 - 24 August 2010, Borovetz, Bulgaria (abstract only).
 149. Stoykov S., P. Ribeiro, Modal interaction in free vibrations of 3D beams, ECCM 2010, 16 - 21 May 2010, Paris, France (abstract only).
 150. Stoykov S., S. Margenov, Nonlinear forced vibration analysis of elastic structures by using parallel solvers for Large-Scale Systems, 9th International Conference on "Large-Scale Scientific Computations", 3 - 7 June, 2013, Sozopol, Bulgaria.
 151. Stoykov S., P. Ribeiro, Internal resonances and modal interactions of nonlinear free and forced vibrations of 3D rotating beams, 7th PhD Seminar on Wind Energy in Europe, 27 - 28 October 2011, Delft University of Technology, The Netherlands.
 152. Stoykov S., P. Ribeiro, Vibrations of rotating Timoshenko beams by the p-version finite element method, ESMC 2009, 7 - 11 September 2009, Lisbon, Portugal (abstract only).
 153. Stoykov S., P. Ribeiro, On the influence of warping, shear and longitudinal displacements on the nonlinear vibrations of beams, COMPDYN 2009, 22 - 24 June 2009, Rhodes, Greece.
 154. Stoykov S., P. Ribeiro, Geometrically non-linear free vibrations of circular plates using hierarchic basis functions, Euromech Colloquium 483, 9 - 11 July 2007, Porto, Portugal.
 155. Stoykov S., P. Ribeiro, Comparative analysis of direct integration methods of differential non-linear equations of motion, Euromech Colloquium 483, 9 - 11 July 2007, Porto, Portugal.
 156. Stringer D. Geared Rotor Dynamic Methodologies for Advancing Prognostic Modeling Capability in Rotary-Wing Transmission Systems, PhD Thesis, University of Virginia, 2008.
 157. Szolc T., P. Tuzowski, R. Stocki, J. Knabel. Damage identification in vibrating rotor-shaft systems by efficient sampling approach. Mechanical Systems and Signal Processing 23 (2009) 1615-1633
 158. Szolc T., T. Bednarek, I. Marczewska, A. Marczewski, W. Sosnowski, Fatigue analysis of the cracked rotor by means of the one-and three-dimensional dynamical model, in: Proceedings of the Seventh International Conference on Rotor Dynamics, organized by the IFToMM in Vienna, Austria, September 2006 (Paper-ID 241).

159. Tejas H. Patel, Ashish K. Darpe. Coupled bending-torsional vibration analysis of rotor with rub and crack. *Journal of Sound and Vibration* 326 (2009) 740-752
160. Tlaisi A., A.S.J. Swamidas, M. R. Haddara, and A. Akinturk. Modeling and Calibration for Crack Detection in Circular Shafts Supported on Bearings Using Lateral and Torsional Vibration Measurements. Hindawi Publishing Corporation *Advances in Mechanical Engineering* Volume 2012, Article ID 519471, 18 pages
161. Tonkov G., Tonkova G., Teofilova M. PLM-Technologies - correct planning and governance of industrial production, economics, ecology and business. *Journal of International Scientific Publication: Economy & Business*, Volume 3, Part 1 (page 226-234). ISSN 1313-2555.
162. Varbanov S., S. Stoykov, B. Bontchev, Software agents in a serious business game - the PRIME project case, *Learning with Games* 2007, 24 - 26 September 2007, Sophia Antipolis, France.
163. Wu X., M. I. Friswell, J. T. Sawicki and G. Y. Baaklini, Finite element analysis of coupled lateral and torsional vibrations of a rotor with multiple cracks, in: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2005 Gas Turbine Technology: Focus for the Future*, Reno (NV), Jun 6-9, vol. 4, 2005, pp. 841-850.
164. Yanli Lin, Fulei Chu. The dynamic behavior of a rotor system with a slant crack on the shaft. *Mechanical Systems and Signal Processing* 24 (2010) 522-545
165. Zhao M., Z. Luo, A convenient method for diagnosis of shafting crack, in: *Proceedings of the 12th Biennial ASME Conference on Mechanical Vibration and Noise*, ASME, Rotating Machinery Dynamics, DE, vol. 18-1, Montreal, Canada, 1989, pp. 29-34.
166. Zlatanov V., S. Buchvarov, Sn. Atanasova. *Vibration of a load suspended for elastic beam through another load*. *Journal "Machine Design"*, Volume 4 (2012), № 1, Нови Сад, pp. 33-42.
167. <http://bg.wikipedia.org/wiki/AutoCAD> - 2014.
168. <http://else.uctm.edu/users/3/books/Iliev2-OET.pdf> – 2012
169. <http://ivivanov.orgfree.com/MehMat.pdf> – 2012
170. <http://ivivanov.orgfree.com/MehRazrUmora.pdf> - 2012
171. <http://memh.vtu.bg/me/GLAWA4.htm> - 2012
172. <https://www.slideshare.net/sladakstz/ss-13595330> - 2012
173. www.autodesk.com – 2014.
174. www.cadpoints.com - 2014.
175. www.labview.com – 2014.

Гергана Запрянова Тонкова

**ОГЪВАЩИ И УСУКВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ НА ВАЛОВЕ В МИННАТА
МЕХАНИЗАЦИЯ
*МОДЕЛИРАНЕ, АНАЛИЗ И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ***

Българска
Първо издание

Рецензент: доц. д-р инж. Стефан Николаев Пулев

Научен редактор: проф. д-р инж. Михаил Василев Вълков

ISBN 978-954-353-508-8

Издателска къща „Св. Иван Рилски“
София, 2026



**МИННО-ГЕОЛОЖКИ
УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. ИВАН РИЛСКИ“**

**Отпечатано в Издателска къща „Св. Иван Рилски“
на МГУ „Св. Иван Рилски“, София**

mgu.bg