

ИЗПОЛЗВАНЕ ТЕОРЕМАТА НА ШОКЛИ-РАМО ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ЗАРЯДА НА ЕДИНИЦА ДЪЛЖИНА НА СТРУНЕН НЕУТРАЛИЗАТОР

Стефан Стефанов¹, Иван Милев², Иван Проданов³

^{1,2,3} Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

РЕЗЮМЕ. В статията се разглежда конструкция на индукционен струнен неутрализатор на електростатични заряди. Предлага се методика за неговото оразмеряване. Чрез използване на теоремата на Шокли-Рамо се извежда израз, с който се определя линейната плътност на заряда на единица дължина и интензитета на електрическото поле на разрядния електрод, представляващ опъната струна (проводник).

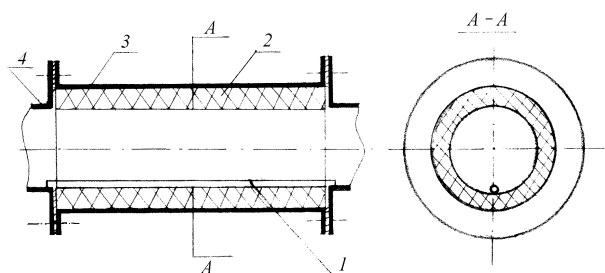
USE OF THE SHOCKLY-RAMO THEOREM FOR DETERMINATION OF THE STRING NEUTRALIZER CHARGE PER UNIT OF LENGTH

Stefan Stefanov¹, Ivan Milev², Ivan Prodanov³

^{1,2,3} University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

ABSTRACT. Design of an inductive string neutralizer of electrostatic charges is treated in the system. A methodology for its dimensioning is proposed. An expression for determination of the charge linear density per unit of length and the electric field strength of the discharge electrode representing astringed wire (string) is worked out by the Shockly-Ramo theorem.

Едно от средствата за понижаване плътността на заряда на наелектризиран нефтопродукт е използването на индукционен неутрализатор със заземен разряден електрод във вид на проводник с малък диаметър (струнен неутрализатор) (фиг.1).



Фиг.1

Работата на такъв неутрализатор се основава на увеличаване проводимостта на течността под действие на електрическото поле, възникващо в областта на разряден електрод, създадено от преминаващата течност. Колкото по-силно е полето в областта около електрода, толкова по-ефективно е действието на неутрализатора.

Интензитетът на полето около електрода до голяма степен се определя от дебелината на диелектричната вложка (2) и диаметъра на разрядния електрод (1). Ако са зададени проходният диаметър на неутрализатора, диаметърът на разрядния електрод, входната плътност на заряда и желаният коефициент на ефективност, задачата за изчисляване на неутрализатора се свежда до

определяне на оптималния външен диаметър на диелектричната вложка и дължината на разрядния електрод.

Редът на изчисляване се състои в следното: определяне на тока на отрязък от разрядния електрод с дължина Δl_1 , за който интензитетът на електростатичното поле се приема за постоянен; изчисляване на заряда в следващия по дължината участък на неутрализатора Δl_2 с отчитане на изтичащия заряд по дължината Δl_1 и т.н.

Резултантната дължина на разрядния електрод е

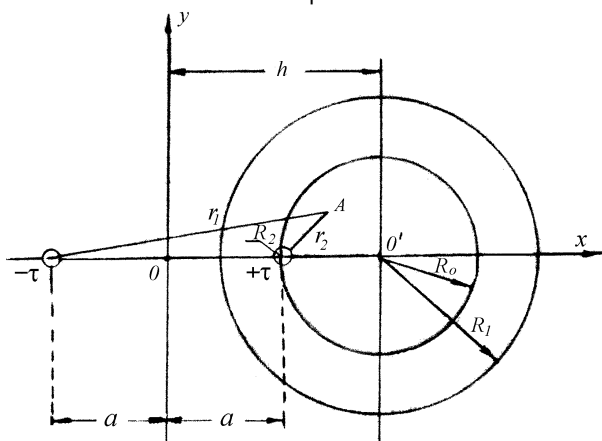
$$l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots + \Delta l_n, \quad (1)$$

при която се достига зададеният коефициент на ефективност. Количеството на заряда, изтичащ в земята от участъка Δl на разрядния електрод се определя от интензитета на полето, вида на течността и диаметъра на разрядния електрод. Интензитетът на полето, създадено от електрода, се определя от индуктирания върху него заряд на единица дължина τ в зависимост от входната плътност ρ на заряда в неутрализатора.

Правят се следните допускания: краевият ефект на участъка от разрядния електрод Δl не се отчита, което позволява да се реши равнинна задача; поради малкия диаметър на разрядния електрод интензитетът на полето

по повърхността му се приема за равномерен; относителната диелектрична проникваемост на диелектричната вложка и на нефтопродукта, се приемат за постоянни; при изчисляването не се отчита влиянието на заряда на течността, отложен върху стените на диелектричната вложка, което значително опростява решението, а възникваща грешка води до занижаване на изчислените стойности за ефективността на неутрализатора в сравнение с истинските.

Стойността на заряда τ , индукиран на единица дължина на разрядния електрод, се определя в съответствие със схемата на фиг. 2.



Фиг.2. 1 – разряден електрод; 2 – диелектрична вложка; 3 – корпус; 4 – тръбопровод

Предвид малкия радиус на разрядния електрод R_2 се приема, че неговият център е разположен на разстояние R_0 от оста на сечението на неутрализатора R_0 е вътрешният радиус на диелектричната вложка).

В съответствие с теоремата на Шокли-Рамо [1] зарядът, индукиран на един от електродите, следствие на заряда Q създаващ поле, се определя с израз

$$Q_{\text{инд}} = Q \cdot \varphi_A, \quad (2)$$

където φ_A е потенциалът на фиктивно лапласово поле в точката, в която се намира зарядът Q , който възниква, ако на електрода, на който се определя заряда е зададен потенциал равен на единица, а на останалите електроди потенциалите са равни на нула.

Следователно, върху разрядния електрод зарядът е:

$$\tau = \iint \rho \cdot \varphi_A \cdot ds, \quad (3)$$

където S е площта на сечението на неутрализатора, запълнено с наелектризираната течност.

Лапласовият потенциал φ_A се определя по методика за изчисляване на електрическо поле в система на коаксиални цилиндри [2]:

$$\varphi_A = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (4)$$

Потенциалите на цилиндрите с радиуси R_1 и R_2 са:

$$\varphi_1 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \ln \frac{a + (h - R_1)}{R_1}, \quad a \quad (5)$$

$$\varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \ln \frac{2a}{R_2}. \quad (6)$$

По условието на теоремата на Шокли-Рамо

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 1,$$

следователно

$$\frac{\tau}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \ln \frac{2a}{R_2} - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \ln \frac{a + (h - R_1)}{R_1} = 1,$$

откъдето

$$\tau = \frac{2\pi\epsilon_o\epsilon_r}{\ln \frac{R_2}{a + (h - R_1)}} = \frac{2\pi\epsilon_o\epsilon_r}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}}. \quad (7)$$

Замествайки (7) в (4) се получава

$$\varphi_A = \frac{1}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}} \cdot \ln \frac{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}. \quad (8)$$

Зарядът на единица дължина на разрядния електрод е

$$\tau = \frac{\rho}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}} \iint \ln \frac{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} dx \cdot dy.$$

Точка O' (фиг.2) е с координати: $O'(a + R_0, 0)$, а $x \in [a, 2R_0]$.

От уравнението за окръжност

$$(x - a - R_0)^2 + y^2 = R_0^2$$

се определя: $y_1(x) = -\sqrt{R_0^2 - (x - a - R_0)^2}$ и

$$y_2(x) = +\sqrt{R_o^2 - (x - a - R_o)^2}.$$

При това

$$\tau = \frac{\rho}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}} \int_a^{a+2R_o} \int_{-\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}^{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}} \ln \sqrt{\frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}} dx dy. \quad (9)$$

Ако се положи $A = \frac{\rho}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}}$, изразът (9) добива вида:

$$\tau = \frac{1}{2} A \int_a^{a+2R_o} \int_{-\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}^{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}} \left\{ \ln[(x+a)^2 + y^2] - \ln[(x-a)^2 + y^2] \right\} dx dy \quad (10)$$

След интегриране по части, по отношение на променливата y , от (10) се получава:

$$\begin{aligned} \tau = A & \left\{ \int_a^{a+2R_o} \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x+a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] - \right. \\ & - 2\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} + 2(x+a) \cdot \arctg \frac{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}{(x+a)} - \\ & - \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x-a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] + \\ & \left. + 2\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} - 2(x-a) \cdot \arctg \frac{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}{(x-a)} \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

По-нататък следва да се извърши интегриране на израза (11) по отношение на променливата x . Интегрирането само на първия член от този израз е:

$$\int_a^{a+2R_o} \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x+a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] dx.$$

Ако се положи $x - a - R_o = \vartheta$, то: при $x = a$, то $\vartheta = -R_o$, при $x = a + 2R_o$, то $\vartheta = R_o$, $x - a + a - a - R_o = \vartheta$, откъдето $x + a = \vartheta + 2a + R_o$.

Тогава

$$\int_a^{a+2R_o} \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x+a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] dx = \int_{-R_o}^{R_o} \sqrt{R_o^2 + \epsilon^2} \cdot \ln[(\epsilon+2a+R_o)^2 + R_o^2 - \epsilon^2] d\epsilon. \quad (12)$$

Решението на израза (12) се извършва, като се използва итерацията $\epsilon = R \sin \tau$. Следователно

$$\begin{aligned} & \int_{-R_o}^{R_o} \sqrt{R_o^2 + \epsilon^2} \cdot \ln[(\epsilon+2a+R_o)^2 + R_o^2 - \epsilon^2] d\epsilon = \\ & = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sqrt{R_o^2 (1 - \sin^2 \tau)} \cdot \ln(R_o \cdot \sin \tau + 2a + R_o^2 - R_o^2 \sin^2 \tau) R_o \cos \tau d\tau = \\ & = R_o^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \ln \left[(2a + R_o^2) \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right) \right] d\tau. \end{aligned}$$

По-нататък изразът $\ln \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right)$ се разлага в ред на Тейлор, или

$$\ln \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right) \approx \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right)^2.$$

Тогава

$$\begin{aligned} & R_o^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left[(2a + R_o^2) \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right) \right] d\tau = R_o^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^2 \tau \left[\ln(2a + R_o^2) + \frac{R_o^2}{2a + R_o^2} \cos^2 \tau + \frac{R_o}{2a + R_o^2} \sin \tau - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_o^2}{2a + R_o^2} \cos^2 \tau - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_o}{2a + R_o^2} \sin \tau \right] d\tau = R_o^2 \ln(2a + R_o^2) \frac{\pi}{2} + \\ & + \frac{R_o^4}{2a + R_o^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^4 \tau d\tau + \frac{R_o^3}{2a + R_o^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin \tau \cdot \cos^2 \tau d\tau = R_o^2 \ln(2a + R_o^2) \frac{\pi}{2} + \frac{3R_o^4}{4(2a + R_o^2)}, \end{aligned}$$

тъй като

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^4 \tau d\tau = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \tau d\tau = 2 \frac{(4-1)!!}{4!!} = 2 \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{4}, \quad \text{а} \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin \tau \cdot \cos^2 \tau d\tau = 0.$$

Интегрирането на останалите членове на израз (11) се извършва по аналогичен начин.

От фиг. 2 следва, че $h = a + R_o$.

Като се използва свойството $\frac{h+a}{R_1} = \frac{R_1}{h-a}$ [2] се получава

$$(h-a)(h+a) = (a+R_o-a)(a+R_o+a) = R_1^2, \text{ откъдето}$$

$$a = \frac{R_1^2 - R_o^2}{2R_o}, \quad h = \frac{R_1^2 + R_o^2}{2R_o}, \text{ а дебелината на стената}$$

на диелектричната вложка е $d = R_1 - R_o$.

При определен заряд τ на единица дължина на разрядния електрод интензитетът на полето е

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r R_2}.$$

Препоръчана за публикуване от
Катедра "Електротехника", МЕМФ

В заключение може да се направи изводът, че в доклада е направено теоретично изследване и е предложена методика, по която при зададени ρ, R_o, R_1, R_2 и при променливо d може да се построи зависимостта $E(\tau) = f(d)$, а от там да се избере ефективността на неутрализатора.

Литература

- Герштейн Г.М. Общий случай наведения токов при движении заряда и незаряженных проводников. Журн.техн.физ., 35, №5, 1963.
Даревский А.И., Е.С.Кухаркин. Теоретические основы электротехники, часть II, Основы теории электромагнитного поля, М., изд. "Высшая школа", 1965.