

ПОТЕНЦИАЛ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКОТО ПОЛЕ В ПРОИЗВОЛНА ТОЧКА В ЗЕМЯТА, СЪЗДАДЕН ОТ РАЗНОПОЛЯРНИ ЛИНЕЙНИ И ЛИНЕЕН И ТОЧКОВИДЕН ИЗТОЧНИЦИ НА ТОК

Стефан Стефанов¹, Теодора Христова², Любомир Атанасов³

¹Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, e-mail teodora@mgu.bg

²Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

³Технически университет 1700 София,

РЕЗЮМЕ. Разгледани са случаите, когато два разнополярни линейни източници и разнополярен линеен и точковиден източници на ток са поставени в тримерно проводящо пространство – „земя“, ограничено от безкрайна равнина на друго пространство – „въздух“, с безкрайно голямо съпротивление. Изведени са изрази, посредством които се определя потенциалът на произволна точка, разположена в проводящата среда (земята) за разглежданите два случая.

POTENCIAL OF ELECTRICAL FIELD IN ODD POINT IN EARTHQ CREATED BY HETERO-POLAR LINEAR SOURCES AND HETERO-POLED LINEAR POINT-FORM ELECTRICAL SOURCES

Stefan Stefanov¹, Teodora Hristova², Lubomir Atanasov³

¹University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail teodora@mgu.bg

²University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

³Technical UniversityQ1700 Sofia,

ABSTRACT. The paper discusses the situations when two hetero-polar linear sources and hetero-polar linear point-form electrical sources are found in three dimensional conductive areas – "earth" (restricted by indefinite surface of other area) - "air" (with indefinite great resistance). We deduct expressions through that the potential of odd point from the conductive area (earth) for two cases examined.

Увод

Съществен елемент на уредбите, с помощта на които се осъществява контакт между земята и захранващата (при катодна защита на подземните метални съоръжения от корозия) или измервателната (при определяне на специфичното съпротивление на почвата) вериги е електродът-заземител. Той може да е с различна форма: сферична, цилиндрична, дискова и т.н.

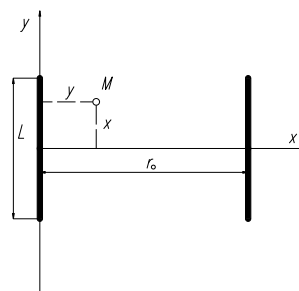
В [1] е разгледан случаят, когато точковидни (сферични) електрода, захранвани от източници на ток с полярност $+I$ и $-I$ са поставени в еднородна, изотропна и безгранична среда. Определени са интензитетът на стационарното електрическо поле и потенциалът в произволна точка, намираща се в проводящата среда (земята), и разпределението на плътността на тока, като функция от дълбочината, на която се намира разглежданата точка в проводящата среда.

В статията се разглеждат два случая и са решени част от проблемите при други условия, дефинирани в [1].

Първи случай

Стационарното електрическо поле е създадено от два разнополярни линейни източници на ток. Определя се

разпределението на потенциала на точки от площта на правоъгълник, от двете двете противоположни страни на който се намират двата линейни електрода, чрез които в земята постъпва ток със сила $+I$ и $-I$ (фиг.1).



Фиг.1

Началото на правоъгълната координатна система е поместено в средата на един от електродите, оста y е с посока, която съвпада с посоката определена от дължината на електрода, а оста x е перпендикулярна на нея. Предполага се, че съпротивлението на разтичане на тока за всеки от електродите по цялата им дължина е едно и също. Приема се, че елемент с дължина dL от електрода е еквивалентен на точковиден електрод,

захранван с ток със сила $\frac{I}{L} dL$. Потенциалът създаден

от този точковиден електрод, в която и да е точка М от правоъгълника с координати х и у е равен на:

$$dU = \frac{\rho \frac{I}{L} dL}{2\pi\sqrt{x^2 + (y - \eta)^2}} [1,2,3] (1),$$

където η е координатата на точковидния електрод.

След интегриране на уравнение (1) по отношение на променливата η по цялата дължина на електрода от $-\frac{L}{L}$ до $+\frac{L}{L}$, се получава стойността на потенциала на целия електрод. Тъй като $dL = d\eta$, то

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{d\eta}{\sqrt{x^2 + (y - \eta)^2}} &= \int_{-\left(y + \frac{L}{2}\right)}^{-\left(y - \frac{L}{2}\right)} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau^2 + x^2}} = \ln \left| \tau + \sqrt{\tau^2 + x^2} \right| \Big|_{-\left(y + \frac{L}{2}\right)}^{-\left(y - \frac{L}{2}\right)} = \\ &= \ln \left[-\left(y - \frac{L}{2}\right) + \sqrt{\left(y - \frac{L}{2}\right)^2 + x^2} - \ln \left[-\left(y + \frac{L}{2}\right) + \sqrt{\left(y + \frac{L}{2}\right)^2 + x^2} \right] = \ln \frac{\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{L}{2}\right)}{\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{L}{2}\right)} \\ \text{а } U_+ &= \frac{\rho I}{2\pi L} \ln \frac{\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{L}{2}\right)}{\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{L}{2}\right)}. (2) \end{aligned}$$

След замяна на $+I$ с $-I$ и на x с $(r_0 - x)$ се получава стойността на потенциала U_- на целия втори електрод, захранван със сила на тока $-I$:

$$U_M = \frac{\rho I}{2\pi L} \ln \frac{\left[\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{L}{2}\right) \right] \left[\sqrt{(r_0 - x)^2 + \left(y + \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{L}{2}\right) \right]}{\left[\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{L}{2}\right) \right] \left[\sqrt{(r_0 - x)^2 + \left(y - \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{L}{2}\right) \right]}. (4)$$

Приемайки в израза (4) $U_M = const$, се намира уравнението на екипотенциалните линии на полето, създадено от линейни разнополярни източници на ток.

Втори случай.

Линейният източник на ток е електродът А с дължина L захранван със сила на тока $+I$. Точковидният източник на ток е електродът В, захранван със сила на тока $-I$, разположен на перпендикуляра от средата на електрода А, на разстояние r_0 (фиг.2).

$$U_+ = \frac{\rho I}{2\pi L} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{d\eta}{\sqrt{x^2 + (y - \eta)^2}}.$$

$$\text{Известно е, че } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + a^2} \right).$$

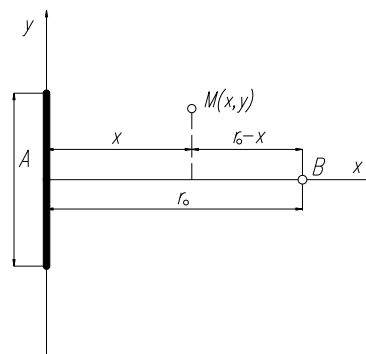
Полага се: $\eta - y = \tau$, откъдето $d\eta = d\tau$. При

$$\eta = -\frac{L}{2}, \tau = -\frac{L}{2} - y, \text{ а при } \eta = +\frac{L}{2},$$

$$\tau = -\frac{L}{2} - y. \text{ Тогава:}$$

$$U_- = \frac{\rho I}{2\pi L} \ln \frac{\sqrt{(r_0 - x)^2 + \left(y - \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{L}{2}\right)}{\sqrt{(r_0 - x)^2 + \left(y + \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{L}{2}\right)}. (3)$$

Потенциалът в точка М е равен на сумата от потенциалите U_- и U_+ и се определя по формулата:



Фиг.2

Потенциалът в точка М с координати x, y е равен:

- от линейния електрод А

$$U_+ = \frac{\rho I}{2\pi L} \ln \frac{\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{L}{2}\right)}{\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{L}{2}\right)};$$

- от точковидния електрод В

$$U_- = \frac{\rho I}{2\pi \sqrt{(r_0 - x)^2 + y^2}}.$$

Резултатният потенциал е равен:

$$U_M = U_+ + U_- = \frac{\rho I}{2\pi L} \ln \frac{\sqrt{x^2 + \left(y - \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y - \frac{L}{2}\right)}{\sqrt{x^2 + \left(y + \frac{L}{2}\right)^2} - \left(y + \frac{L}{2}\right)} - \frac{\rho I}{2\pi \sqrt{(r_0 - x)^2 + y^2}}. \quad (5)$$

Заклучение.

Изведени са формули за определяне на потенциала на произволна точка разположена в земята, създаден от два разнополярни линейни източници на ток (формула 4) и разнополярни линеен и точковиден източници на ток (формула 5).

Литература

Ст. Стефанов, Т. Христова, Л. Атанасов „Зависимост на плътността на ока създаден от разнополярни източници на ток във функция от разстоянието между тях и от дълбочината на разглежданата точка в земята”, МГУ, том 52, с.123-128.

Даревский А. И., Е. С. Кухаркин „Теоретические основы электротехники”, част II – „Основы теории электромагнитного поля”, изд. „Высшая школа”, Москва, 1965 г.

Ионкин П. А., А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин, В. Г. Миронов, Н. А. Мельников „Теоретические основы электротехники”, том II, изд. „Высшая школа”, Москва, 1976 г.

Препоръчана за публикуване от
Катедра «Електротехника», МЕМФ