

ВЪРХУ ЕДНА ПРЕДАВАТЕЛНА ФУНКЦИЯ

Симеон Гагов

Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, София

РЕЗЮМЕ: В работата се третира изводът на предавателната функция обвързваща ъгловата честота на платформата на роторен багер с изнасяща се стрела с ъгловата честота на изземане на забоя.

ABOUT A TRANSMISSION FUNCTION

Simeon Gagov

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

ABSTRACT: The article treats the deduce of transmission function connected angular speed to the rotor excavators platform with taking out jib and the angular speed of the face taking away.

В публикацията Математичен модел на роторния багер в процеса на автоматично копаене (Гагов Е., Автоматика и изчислителна техника кн.2, 1968), подробно е изведено уравнението на движение, обвързващо ъгъла на завъртане на платформата на роторен багер с изнасяща се стрела с ъгъла на изземане на забоя:

$$\ddot{\varphi}_{заб} + \frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0} \left[\delta_{\min} + \frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{T_0} (t - nT_0) \right] \dot{\varphi}_{заб} + \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0} \varphi_{заб} = \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0} \varphi_{нл} \quad (1)$$

където:

$\varphi_{заб}$ - ъгъл на изземане на забоя;

$\varphi_{нл}$ - ъгъл на завъртане на платформата;

k_{12} - коефициент зависещ от специфичното съпротивление на скалите при копаене;

ρ_1 - разстояние от върха на стрелата до оста на въртене;

S - хоризонтална проекция на пътя, изминат от лафета до оста на въртене;

J_0 - общ приведен инерционен момент на роторната стрела и съоръженията върху нея;

δ - дебелина на снеманата от една кофа стружка;

T_0 - дискретен интервал от време;

n - брой на излизащите от забоя кофи на роторното колело ($n = 0, 1, 2, \dots$ за всяко t кратно на T_0);

c - твърдост на стрелата.

След елементарни преобразувания израз (1) получава вида:

$$\ddot{\varphi}_{заб} + \frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0} [(n+1)\delta_{\min} - n\delta_{\max}] \dot{\varphi}_{заб} + \frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0} \frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{T_0} t \dot{\varphi}_{заб} + \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0} \varphi_{заб} = \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0} \varphi_{нл} \quad (2)$$

След като се положи:

$$\frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0} [(n+1)\delta_{\min} - n\delta_{\max}] = a_1$$

$$\frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0} \frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{T_0} = a_2$$

$$\frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0} = a_3,$$

диференцират се двете страни на уравнение (2) и като се знае, че $\dot{\varphi} = \omega$ се получава:

$$\frac{d^2 \omega_{заб}}{dt^2} + a_1 \frac{d\omega_{заб}}{dt} + a_2 t \frac{d\omega_{заб}}{dt} + (a_2 + a_3) \omega_{заб} = a_3 \omega_{нл} \quad (3)$$

Към израз (3) се прилага преобразуването на Лаплас, в резултат на което се получава:

$$p^2 \omega_{3a6}(p) + a_1 p \omega_{3a6}(p) + a_2 L \left\{ t \frac{d\omega_{3a6}}{dt} \right\} + (a_2 + a_3) \omega_{3a6}(p) = a_3 \omega_{нл}(p) \quad (4)$$

В израз (4)

$$L\{-t\dot{\omega}_{3a6}(t)\} = \int_0^\infty -t\dot{\omega}_{3a6}(t)e^{-pt}dt = -\int_0^\infty \frac{d}{dp} [\dot{\omega}_{3a6}(t)e^{-pt}]dt = -\frac{d}{dp} \int_0^\infty \dot{\omega}_{3a6}(t)e^{-pt}dt \quad (5)$$

След извършване на обозначения в израз (5) математически действия се получава:

$$L\{-t\dot{\omega}_{3a6}(t)\} = -\left[\omega_{3a6}(p) + p \frac{d\omega_{3a6}(p)}{dp} \right]$$

Въз основа на свойството адитивност на преобразуването на Лаплас следва:

$$L\{t\dot{\omega}_{3a6}(t)\} = \left[\omega_{3a6}(p) + p \frac{d\omega_{3a6}(p)}{dp} \right] \quad (6)$$

Като се отчете (6) израз (4) получава вида:

$$p \frac{d\omega_{3a6}(p)}{dp} + (p^2 + a_1 p + a_2 + a_3 + 1) \omega_{3a6}(p) = a_3 \omega_{нл}(p) \quad (7)$$

След полагане в (7) на

$a_2 + a_3 + 1 = a_4$ и след разделяне на двете му страни с p , се получава:

$$\frac{d\omega_{3a6}(p)}{dp} + \frac{p^2 + a_1 p + a_4}{p} \omega_{3a6}(p) = \frac{a_3}{p} \omega_{нл}(p) \quad (8)$$

Тъй като целта е да се намери предавателната функция на разглежданата система следва да се приеме:

$$\omega_{нл}(t) = \delta(t)$$

където $\delta(t)$ е функцията на Дирак.

Следователно:

$$\omega_{нл}(p) = 1$$

В резултат уравнение (8) получава вида:

$$\frac{d\omega_{3a6}(p)}{dp} + \frac{p^2 + a_1 p + a_4}{p} \omega_{3a6}(p) = \frac{a_3}{p} \quad (9)$$

Уравнение (9) е класическо линейно диференциално уравнение от първи ред. За решаването му се полага:

$$\omega_{3a6}(p) = u(p)v(p) \quad (10)$$

Следователно:

$$\frac{d\omega_{3a6}(p)}{dp} = \frac{du(p)}{dp} v(p) + u(p) \frac{dv(p)}{dp} \quad (11)$$

След заместване на (10) и (11) в (9) се получава:

$$u(p) \left[\frac{dv(p)}{dp} + \frac{p^2 + a_1 p + a_4}{p} v(p) \right] + v(p) \frac{du(p)}{dp} = \frac{a_3}{p} \quad (12)$$

Функцията $v(p)$ се избира по такъв начин, че да е изпълнено равенството:

$$\frac{dv(p)}{dp} + \frac{p^2 + a_1 p + a_4}{p} v(p) = 0,$$

от където следва:

$$\frac{dv(p)}{v(p)} = -\left(p + a_1 + \frac{a_4}{p} \right) dp \quad (13)$$

След интегриране на уравнение (13) се получава:

$$v(p) = \frac{1}{p^{a_4} e^{0.5(p+a_1)^2}} \quad (14)$$

Въз основа на (12) следва:

$$\frac{1}{p^{a_4} e^{0.5(p+a_1)^2}} \frac{du(p)}{dp} = \frac{a_3}{p} \quad \text{или} \quad \frac{du(p)}{dp} = a_3 p^{a_4-1} e^{0.5(p+a_1)^2} \quad (15)$$

След интегриране на (15) се получава:

$$u(p) = a_3 \int p^{a_4-1} e^{0.5(p+a_1)^2} dp + C \quad (16)$$

След заместване на (15) и (16) в (10) се получава:

$$\omega_{3a6}(p) = \frac{a_3 \int p^{a_4-1} e^{0.5(p+a_1)^2} dp + C}{p^{a_4} e^{0.5(p+a_1)^2}} \quad (17)$$

Тъй като както беше показано $\omega_{нл}(p) = 1$, то $\omega_{3a6}(p) = W(p)$:

$$W(p) = \frac{a_3 \int p^{a_4-1} e^{0.5(p+a_1)^2} dp + C}{p^{a_4} e^{0.5(p+a_1)^2}} \quad (18)$$

Израз (18) е предавателната функция на разглежданата система.

В този вид изразът е неизползваем. За да се получи удобен за работа вид на предавателната функция, следва да се реши интеграла в числителя и освен това да се елиминира $e^{0.5(p+a_1)^2}$

Посочените изисквания могат да бъдат изпълнени чрез използване на субституцията $(p + a_1)^2 = x$ от където

$$p = \sqrt{x} - a_1$$

следователно:

$$dp = d(\sqrt{x} - a_1)$$

Въз основа на тази субституция интегралът в числителя на израз (18) получава вида:

$$\int (\sqrt{x} - a_1)^{a_4 - 1} e^{0.5x} d(\sqrt{x} - a_1) \quad (19)$$

т.е

$$\int p^{a_4 - 1} e^{0.5(p+a_1)^2} dp = \int (\sqrt{x} - a_1)^{a_4 - 1} e^{0.5x} d(\sqrt{x} - a_1) \quad (20)$$

Следва да се реши интеграл (19)

$$\begin{aligned} \int (\sqrt{x} - a_1)^{a_4 - 1} e^{0.5x} d(\sqrt{x} - a_1) = \\ = \frac{1}{a_4} \left[e^{0.5x} (\sqrt{x} - a_1)^{a_4} - \frac{1}{2} \int (\sqrt{x} - a_1)^{a_4} e^{0.5x} dx \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Изразът $(\sqrt{x} - a_1)^{a_4}$ се развива в биномен ред както при цели така и при нецели стойности на степенния показател a_4 , т.е. в общ вид е полином на x . В общ вид интегралът

в средните скоби на израз (21) се записва като $\int P(x) e^{ax} dx$, чието решение в общ вид е:

$$\begin{aligned} \int P(x) e^{ax} dx = e^{ax} \left(\frac{P(x)}{a} - \frac{P'(x)}{a^2} + \dots + (-1)^n \frac{P^{(n)}(x)}{a^{n+1}} \right) + \\ + (-1)^{k+1} \frac{1}{k+1} \int e^{ax} P^{(k+1)}(x) dx \end{aligned} \quad (22)$$

От (18), (21) и (22) е ясно, че това решение на интеграла в числителя на предавателната функция гарантира елиминирането от окончателния ѝ вид, трансцендентната функция $e^{0.5(p+a_1)^2}$. Тук обаче следва да се отбележи, че посоченото решение на интеграл (22) има краен вид само при цели стойности на a_4 . При нецели стойности на степенния показател a_4 се получава безкраен ред (22), което налага допълнителни изследвания за уточняване на достатъчния брой членове на реда осигуряващи точност на предавателната функция. Тези допълнителни изследвания не са обект на настоящата работа.

Литература

- Гегов Е., Математичен модел на роторния багер в процеса на автоматично копаене, Автоматика и изчислителна техника кн.2, 1968.
- Штокало И., Операционное исчисление, Наукова думка, Киев, 1972.
- Матвеев Н., Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, Высшая школа, Минск, 1974.
- Ляшко И., А. Боярчук, Я. Гай, Г. Головач, Справочное пособие по математическому анализу, часть I, Вища школа, Киев, 1978.