

СЪЗДАВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА ПРОЦЕСА СМILАНЕ НА МАТЕРИАЛИ В БАРАБАНИ ТОПКОВИ МЕЛНИЦИ С ЦЕЛ ИЗСЛЕДВАНЕ НА ОТНОСИТЕЛНИЯ ИМ ЕНЕРГОРАЗХОД В ПРОМИШЛЕНИ УСЛОВИЯ

Иван Минин

МГУ "Св. Иван Рилски", 1700 София E-mail: minin@dir.bg

РЕЗЮМЕ. Създаден е математичен модел на процеса смилане в барабанна топова мелница. Определени са управляващите фактори и целевата функция – относителен енергоразход. Направен е пасивен експеримент в обогатителна фабрика преработваща медни руди. Експериментът е върху барабанни топови мелници тип МТЦ 4,5х6. Резултатите от експеримента са подложени на регресионен анализ посредством програмите Excel, Sigma Plot и Mathematica и е получена функционална зависимост между целевата функция и управляващите фактори. Резултатите са показани графично.

ESTABLISHING A MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESS OF GRINDING IN BALL MILLS WITH THE PURPOSE OF EXAMINING THEIR RELATIVE ENERGY CONSUMPTION IN INDUSTRIAL CONDITIONS

Ivan Minin

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700, Sofia E-mail: minin@dir.bg

ABSTRACT. This paper establishes a mathematical model of the process of grinding in tumbling ball mills. It defines the control factors and the target function – relative energy consumption. A passive experiment is made in a factory processing copper ores. The experiment is based on tumbling ball mills type 4,5х6. The results of the experiment have been subjected to regression analysis through Excel, Sigma Plot and Mathematica. A functional dependence has been established between the target function and the control factors. The results are shown in the form of a graph.

Създаване на математичен модел на процеса смилане на материали в барабанни топови мелници с цел изследване на относителния им енергоразход в промишлени условия

Математичен модел на процеса смилане на материали с барабана топова мелница (БТМ)

Процесът на моделиране на всеки многофакторен обект представлява сложна задача, която се решава като се използват строги математико-статистически методи, а така също и редица неформализирани методи. На блок схема 1 са показани етапите за решаване на тези задачи, като в правоъгълниците съкратено са указани етапите на моделирането по реда на изпълнението им като с плътни стрелки се посочва основната последователност, а с тънки обратните връзки.

Първата задача, пред която се изправяме е моделирането на барабанни топови мелници /БТМ/ и ясно формулиране на целта. Като се има предвид бедната информация за обекта на изследване и голямата сложност на изследването, става ясно, че този етап е един от трудните и в същото време един от най отговорните етапи.

Целевата функция трябва да отговаря на някои изисквания.

1. Целевата функция трябва да се характеризира количествено т.е. за всяка комбинация от стойности на входните фактори да се характеризира с число. Множеството от стойности, които целевата функция може да приема се нарича област на нейното определение. Тази област може да бъде ограничена или неограничена, непрекъсната или дискретна.

2. Целевата функция трябва да бъде единствена.

В много случаи това изискване се изпълнява автоматично т.е. целта е поставена строго конкретно и характеристиката ѝ е една. Най-често такива са икономическите целеви функции (себестойност, енергоразход и др.).

Избор на цел и целеви функции

Както бе посочено целта на настоящата работа е да се създаде математичен модел на процеса на смилане на материали в барабанна топова мелница, който да позволят да се отразяват основните явления, които протичат в нея. Създадения математичен модел може да обслужва проектирането и експлоатацията на машини от този тип.

За целеви функции приемаме - енергоразход за единица готов продукт - $E(kWh/t)$ - количеството разходвана електроенергия за производство на единица готов продукт.

За избраната целева функция можем да кажем следното:

Относителният енергоразход е количеството енергия, която е вложена за получаване на единица готов продукт. Относителния енергоразход характеризира процеса на смилане откъм неговата енергийна страна.



Блок схема 1. Етапи на моделирането.

Избор на управляващи фактори

При избора на управляващи фактори трябва да се имат в предвид някои изисквания, които определят и до голяма степен техния избор:

1. Всеки управляващ фактор трябва да има определена област на определяне $(x_{\min}, x_{\max})$, в която да допуска еднозначно количество оценка т.е. да бъде контрулеруем.

2. Факторите трябва да бъдат управляеми. Това изискване означава факторите да се установят и поддържат на различни нива в дефиниционната им област.

3. Факторите трябва да се измерват с възможно най-висока точност. Предварително трябва да се отчете и факта, че факторите, които имат тесен интервал на изменение и които се очертават като най-съществени трябва да се измерват с максимално възможната точност. Неточностите от измерването могат да се изразяват чрез еквивалентното смущение, което по-принцип води до получаване на изместени оценки на коефициентите на модела.

4. Факторите трябва да бъдат независими – в цялото множество от фактори да няма функционално свързани фактори. При активен експеримент това изискване осигурява възможност за установяване на всеки фактор на определено ниво, независимо от нивата на останалите фактори.

5. Съвместимост на факторите – това изискване позволява да се реализират всички комбинации от нива на факторите и техните дефиниционни области, както когато се търси областта на съвместимост.

Броят на набелязаните първоначални управляващи фактори се съкращава съгласно по-горните изисквания,

след което се определят и отсяват съществените от несъществените управляващи фактори.

Като списък на управляващи фактори в настоящето изследване се посочват:

- ω – ъглова скорост на барабана, rad/s;
- ψ – относителна ъглова скорост, %;
- d_T – диаметър на топките, mm;
- ϕ – степен на запълване на барабана с топки, %;
- L – дължина на барабана, mm;
- D – вътрешен диаметър на барабана, mm;
- Q – натоварване на мелницата с руда, t/h;
- ρ_T – плътност на топките, kg/m³;
- ρ – плътност на материала, който ще се смилва, kg/m³;
- δ – дебелина на облицовките, mm;
- M_B – маса на барабана, kg;
- K_{-15} – съдържание на ситна класа в постъпващата руда, %;
- t – пробег на облицовките, h;
- d – диаметър на шийките на лагерите, mm.
- Q_B – дебит на постъпващата вода, l/h;
- ρ_n – плътност на пулпа, t/m³;
- $Q_{вх.-0,08}$ – количество смляна класа на входа на мелницата, t/h;
- $Q_{изх.-0,08}$ – количество смляна класа на изхода на мелницата, t/h;
- M_T – маса на смлящата среда, t.

Структура на математическия модел на процеса смилане на материали в БТМ

С избора на управляващите фактори $q, i = \overline{1, m}$ се определя "m" пространствено, с което трябва да се апроксимира регресионната зависимост $\Psi(q)$. Математически тази зависимост се формира като условно (по отношение на вектора на входните фактори) математическото очакване на целевата функция.

$$\Psi = M \left\{ \frac{Y}{q} \right\} = \Psi(q) \quad (1)$$

Най – често апроксимацията се извършва с краен брой суми от непрекъснати функции на входните фактори:

$$\Psi \approx \eta = \sum_{i=1}^k \beta_i f_i(q) \quad (2)$$

където:

- $f_i(q)$ – апроксимиращи функции;
- k – брой на тези функции;
- β_i – неизвестни коефициенти.

Обикновено функциите $f_i(q); (i = \overline{1, k})$ са непрекъснати функции на q и имат вида:

$$f_i(q) = q_1^{a_{i1}} \cdot q_2^{a_{i2}} \dots q_m^{a_{im}}; i = \overline{1, k}; j = \overline{1, 2, \dots, m} \quad (3)$$

Статистически анализ на получените резултати

Статистическия анализ на получените резултати може да се направи и обработи по два начина. Единият от които е чрез математично формулирани зависимости, които са доказали адекватността си [42,43,44,45,46,48,49,62,63] и др. Друг начин, е чрез използването на компютърни програми, в които е заложена теорията на по-горе споменатата литература. Програми в които е заложена теоретичната постановка са програмите Regression от Data Analysis на Excel, Sigma Plot и др.

Статистическия анализ се извършва в следната последователност:

1. Определят се дисперсиите по редовете на спомагателната матрица J^*

$$S_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{r=1}^{n_j} (J_r - J_j); j = \overline{1, m} \quad (4)$$

2. Определя се дисперсията на единичния опит:

$$S^2(J) = \frac{\sum_{j=1}^m S_j^2 (\eta_j - 1)}{\sum_{j=1}^m (\mu_j - 1)} \quad (5)$$

3. Дисперсията на възпроизводимостта на средната стойност е:

$$S^2(J) = \frac{S^2(J)}{m} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\eta_j} \quad (6)$$

4. Дисперсиите на коефициентите на регресия са:

$$S^2(b_i) = \frac{S^2(\bar{J})}{m}; i = \overline{1, l} \quad (7)$$

5. Проверка на значимост на коефициентите по критерия на Стьудант при степен на свобода и ниво на значимост α :

$$f = \sum_{j=1}^m \mu_j - m \quad (8)$$

Условието за значимост е:

$$|b_i| > t.S\{b_i\}; i = \overline{1, l} \quad (9)$$

Ефектите на значимите фактори се изключват като всяка стойност на J_r , $r = \overline{1, N}$ се изважда стойността:

$$J_{b2} = \sum_{i=1}^{l'} b_i (\overline{q_{2i}} + 1) \quad (10)$$

където:

l' – броя на отделните съществени фактори;

q_{2i} – стойността на фактора в i -тия стълб и r –

тия ред на матрицата.

за $q_i = +1$:

$$J_{b2} = \sum_{i=1}^{l'} 2b_i \quad (11)$$

за $q_i = -1$:

$$J_{b2} = 0 \quad (12)$$

Като се повтаря аналогично изложената последователност от действия се ранжира цяла група от съществени фактори.

Дисперсията на J се определя от матрицата на случайния баланс:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{r=1}^N (J_r^i - \bar{J}^i)^2 \quad (13)$$

Като изключим значимите фактори дисперсията намалява и се изчислява с израза:

$$S_i^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{r=1}^N (J_r^i - \bar{J}^i)^2 \quad (14)$$

Относителния дял на всеки фактор ще се определя от отношението:

$$\frac{S^2 - S_i^2}{S_i^2} \cdot 100\% \quad (15)$$

Като тази теоретична постановка, както беше споменато по-горе е и заложена в изброените компютърни програми.

Изследване на относителният енергоразход на мелница тип МТЦ 4,5х6

В тази точка целта на проведеното изследване е да се опише с математически средства относителният енергоразход на барабанната топкова мелница. За целта бяха направени измервания върху мелници тип МТЦ 4500х6000 работещи в условията на "Елаците мед" - АД. Измерванията обхващат периода от 01.01.2004г. до 09.11.2005г. и се отнасят за 4 броя мелници с номера 4,6,7 и 8. Измерванията са сравнително ограничени по брой но това бе обосновано от факта, че те се правеха само при аварийно и планово-ремонтно спиране на мелниците през този период. Като управляващи фактори в изследването са определени следните параметри:

1. Работен обем на барабана на мелницата V_B, m^3 .

Обемът е определен посредством направени измервания на вътрешният диаметър и дължината на барабана на мелницата.

2. Коефициент на запълване на барабана със смилащи тела $\varphi, \%$. Този параметър се изчислява посредством измерване на височината между равнината получена от най-горния слой топки и най-високата точка на барабана на мелницата.

3. Маса на смилащата среда M_T, t . Този параметър се изчислява като работният обем на барабана се умножи по

коэффициентът на запълване с топки и полученото произведение се умножи по плътността на топките, която зависи от диаметъра им.

4. Натоварване на мелницата с руда $Q, t/h$. Този параметър е измерен посредством електронна везна монтирана на лентовия транспортьор захранващ мелницата.

5. Съдържание на класа -15 в постъпващата руда $K_{-15}, \%$. Този параметър е получен след ситов анализ на постъпващата в мелницата руда в момента на измерването на другите параметри. Това е отношението на класата - 15 към всичката постъпваща руда.

6. Ъглова скорост на барабана $\omega, rad/s$. При направените измервания имаме само две използвани скорости поради това, че изследваните мелници имат два вида предавателни отношения на зъбните им предавки. По точно казано разполагат с малки зъбни колела със 35 и 33 броя зъби.

7. Съдържание на шисти на постъпващата руда $K_{ш}, \%$.

Целевата функция относителен енергоразход, $E, kWh/t$ се получава като разделим измерената посредством датчици мощност на двигателя на мелницата на производителността на мелницата за единица време.

Тъй като няма априорна информация за процесите, които протичат в барабана на БТМ се налага формирането на следните изходни (целеви) параметри:

Y_1 – относителен енергоразход на мелницата, kWh/t .

Относителния енергоразход се получава като:

$$E = \frac{P}{Q_M}, kWh/t \quad (16)$$

където:

P - мощността изразходвана от двигателя на мелницата, kW ;

Q_M - производителността на мелницата, t/h .

Производителността на мелницата се изчислява по следната формула:

$$Q_M = Q - Q_C, t/h \quad (17)$$

където:

Q - натоварването на мелницата с руда, t/h ;

Q_C - количеството излизащо от мелницата не смлян продукт (скраб), t/h .

Резултатите от измерванията са показани в таблица 1 и таблица 2.

Таблица 1

№	$\varphi, \%$	U, m^3	$K_H, \%$	$Q, t/h$	$\omega, rad/s$	$K_{ш}, \%$	$E, kWh/t$
1.	38,5	81,8	88,9	146	1,74	19,2	14
2.	32,4	87,5	86,6	155	1,74	15,1	12,1

3.	33,1	88,3	89,2	147	1,74	19,1	13,9
4.	30,2	89,5	92,8	145	1,74	15,9	13,1
5.	34,4	89,7	91,3	154	1,74	36,6	13,5
6.	35,9	84,9	91,4	145	1,74	32,5	13,4
7.	26,7	90	87,2	142	1,74	29	13,4
8.	37,1	80,6	87,6	136	1,74	11,3	14,6
9.	33,3	82,5	84,2	132	1,74	25,5	14,8
10.	34,3	81,9	89	138	1,74	29,8	14,6
11.	36,1	85,9	89,5	152	1,74	30,1	13,5
12.	35,5	85,9	89,1	142	1,74	29,4	14,5
13.	33,8	87,2	89,4	145	1,74	39,9	14,3

Като разгледаме внимателно параметрите измерени в показаните таблици можем да определим следните управляващи фактори:

- φ - коефициент на запълване на барабана със смилащи тела, %;
- V - вътрешен обем на барабана, m^3 ;
- K_{-15} - съдържание на класа -15 във входящата руда, %;
- Q - натоварването на мелницата с руда, t/h ;
- ω - ъглова скорост на барабана, rad/s ;
- M_T - маса на смилащата среда, t ;
- $K_{ш}$ - съдържание на шисти в рудата, %.

Разглеждайки така определените управляващи фактори се вижда, че те се различават съществено от списъка приложен в глава 3. Това се налага по следните причини:

1. Експериментът направен в "Елаците-мед" – АД е пасивен, т.е. представени са параметри, които е възможно да бъдат измерени. По тази причина отпадат като управляващи фактори: $Q_{ex.-0,08}$, ρ_n , t .

2. Някои от параметрите не могат да бъдат променяни, затова за отстранени от списъка на управляващите фактори. Такива са: Q_B , d , ρ , M_B , ρ_T , d_T .

3. Отпаднали са някои параметри от списъка на управляващите фактори поради изискването за уникалност. Това означава, че те са взаимосвързани и трябва да се представляват от един фактор. Например дължината на барабана L , вътрешният му диаметър D и дебелината на облицовките δ , могат да бъдат представени от един фактор - V - вътрешен обем на барабана на мелницата, m^3 .

4. Към управляващите фактори е включен също и един случаен, а именно съдържание на шисти (трудносмилаеми частици) в рудата $K_{ш}, \%$.

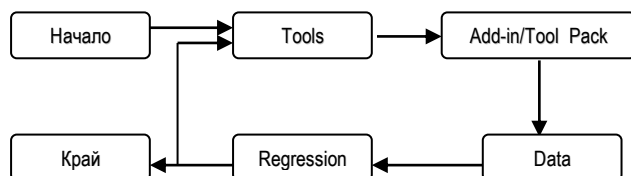
Таблица 2

№	φ , %	U , m ³	K_H , %	Q , t/h	ω , rad/s	$K_{ш}$, %	E , kWh/t
1.	37,9	88,5	86,9	145	1,64	15,2	14,5
2.	37,7	89,7	76,2	150	1,64	19,9	14,7
3.	36,5	83,1	89	138	1,64	29,8	15,8
4.	38,5	85,9	92,7	150	1,64	27,4	14
5.	38,6	86,8	91,1	0	1,64	35,5	0
6.	36,9	87,8	93	147	1,64	24,6	14,4
7.	35	89	92,4	148	1,64	45,7	14,1
8.	43,6	83,6	87	140	1,64	18,8	14,6
9.	40,3	86,1	85,8	138	1,64	41,6	15,4
10.	37,1	88,2	87,1	144	1,64	20,2	14,6
11.	38,3	88,2	93,2	130	1,64	32,6	16,3
12.	35	88,5	92,3	154	1,64	25	13,6
13.	36	89,2	92,9	155	1,64	28,5	13,9

В резултат на пасивния факторен експеримент параметрите се преобразуват в матрица показана в таблица 3.

Обработката на данните от таблица 3 се извършва, чрез статистически анализ. Обработка се цялостната матрица за относителния енергоразход.

Съставена е матрицата на Fisher. Резултатите от експеримента са обработени статистически, като се използва програма Regression от Data Analysis на Excel. Етапите за обработка на експериментални данни с Regression са дадени в блок-схема 2.



Блок-схема № 2.- Етапите за обработка на експериментални данни.

Таблица 3

№	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	Y_1
	φ , %	V , m ³	Q , t/h	M_T	ω , rad/s	K_{-15} , %	$K_{ш}$, %	E , kWh/t
1.	38.5	81.8	146	151.1	17.4	88.9	19.2	14
2.	32.4	87.5	155	136.2	17.4	86.6	15.1	12.1
3.	33.1	88.3	147	134.6	17.4	89.2	19.1	13.9
4.	30.2	89.5	145	129.8	17.4	92.8	15.9	13.1
5.	34.4	89.7	154	148.1	17.4	91.3	36.6	13.5
6.	35.9	84.9	145	146.3	17.4	91.4	32.5	13.4
7.	26.7	90	142	115.2	17.4	87.2	29.6	13.4
8.	37.1	80.6	136	143.4	17.4	87.6	11.3	14.6
9.	33.3	82.5	132	131.7	17.4	84.2	25.5	14.8
10.	34.3	81.9	138	134.8	17.4	89	29.8	14.6
11.	36.1	85.9	152	148.7	17.4	89.5	30.1	13.5

12.	35.5	85.9	142	146.2	17.4	89.1	29.4	14.5
13.	33.8	87.2	145	141.6	17.4	89.4	40	14.3
14.	37.9	88.5	145	160.9	16.4	89.9	15.2	14.5
15.	37.7	89.7	150	162.2	16.4	76.2	19.9	14.7
16.	36.5	83.1	138	145.7	16.4	89	29.8	15.8
17.	38.5	85.9	150	158.7	16.4	92.7	27.8	14
18.	38.6	86.8	148	160.7	16.4	91.1	35.5	14.3
19.	36.9	87.8	147	155.7	16.4	93	24.6	14.4
20.	35	89	148	151.5	16.4	92.4	45.7	14.1
21.	43.6	83.6	140	174.7	16.4	87	18.8	14.6
22.	40.3	86.1	138	166.5	16.4	85.8	41.6	15.4
23.	37.1	88.2	144	156.9	16.4	87.1	20.2	14.6
24.	38.3	88.2	130	162	16.4	93.2	32.6	16.3
25.	35	88.5	154	148.5	16.4	92.3	25	13.6
26.	36	89.2	155	154.3	16.4	92.9	28	13.9
27.	35.5	88.9	148	151.5	16.4	82.3	45.7	14.1

Резултати от статистическия анализ на относителния енергоразход са показани на таблица 4.

Таблица 4

SUMMARY OUTPUT					
Regression Statistics					
Multiple R	0.914326				
R Square	0.835992				
Adjusted R Square	0.775568				
Standard Error	0.398605				
Observations	27				
ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	7	15.38783	2.198261	13.83543	2.96E-06
Residual	19	3.01884	0.158886		
Total	26	18.40667			
	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%
Intercept	31.14172	12.08889	2.576061	0.018506	5.839368
X Variable 1	0.153725	0.299915	0.512562	0.614165	-0.474
X Variable 2	0.051715	0.121359	0.426129	0.674803	-0.20229
X Variable 3	-0.09165	0.014489	-6.32558	4.53E-06	-0.12197
X Variable 4	-0.01775	0.023061	-0.76968	0.450956	-0.06602
X Variable 5	-0.54962	0.263415	-2.08651	0.050648	-1.10095
X Variable 6	0.014123	0.00927	1.523471	0.144113	-0.00528
X Variable 7	-0.02121	0.07241	-0.29293	0.772748	-0.17277

Оценката на значимостта на коефициентите на регресия се извършва по критерия на Стьудент при ниво на значимост $\alpha = 0,05$ и 8 бр. на степени на свобода $\nu = 8$. В програмата тази процедура е известна като се оценява вероятността за значимост на коефициентите на регресия. Ако тази вероятност

$$P - \text{Value} < \alpha \quad (18)$$

то коефициента на регресия е значим (α - доверителна вероятност).

Аналогично се оценява и адекватността на уравнението посредством значимостта на критерия на Fisher. Ако значимостта на критерия е

$$\text{Significance } F < \alpha \quad (19)$$

то уравнението е адекватно.

Съставя се отново матрица на Фишер, в която се изключват незначимите фактори и анализът се повтаря отново. Окончателните резултати от статистическия анализ е даден в таблица 5.

За целевата функция Y_1 получаваме следното уравнение на регресия:

$$Y_1 = 16,03 + 0,135X_1 + 0,095X_2 - 0,1X_3 \quad (20)$$

Таблица 5

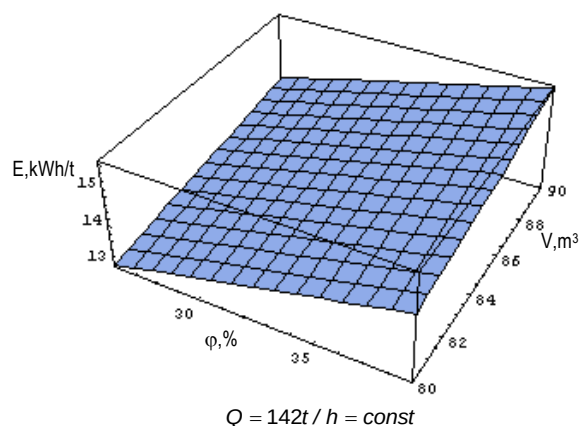
SUMMARY OUTPUT					
Multiple R	0.87916				
R Square	0.772922				
Adjusted R Square	0.743303				
Standard Error	0.426296				
Observations	27				
ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	3	14.22692	4.742305	26.09558	1.39E-07
Residual	23	4.179751	0.181728		
Total	26	18.40667			
	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%
Intercept	16.02611	3.290036	4.871104	6.42E-05	9.22016
X Variable 1	0.135448	0.027572	4.912532	5.79E-05	0.078411
X Variable 2	0.095201	0.037543	2.535795	0.018472	0.017538
X Variable 3	-0.10285	0.01471	-6.99175	3.99E-07	-0.13328

Изводи

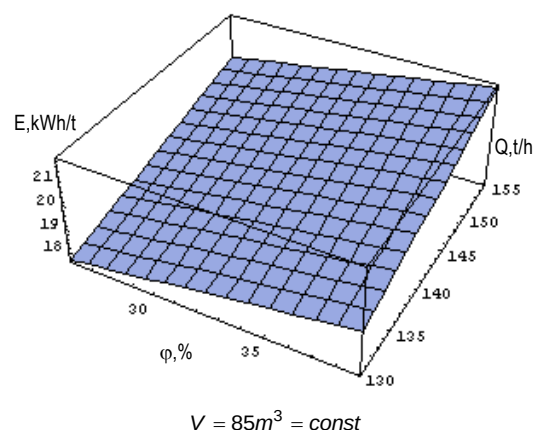
Относно получените резултати от измерванията и статистическия анализ на относителния енергоразход на мелницата можем да констатираме следното:

- относителният енергоразход се влияе най в голяма степен от три параметъра, а именно от коефициентът на запълване на мелницата със смилащи тела, вътрешният обем на мелницата и натоварването на машината с руда;
- при повишаване на коефициентът на запълване се повишава и относителният енергоразход на мелницата;
- при повишаване на натоварването на мелницата се намалява относителният енергоразход на машината;
- при повишаване на вътрешният обем на мелницата се повишава и относителният енергоразход на мелницата;
- пренебрегнати са някои от факторите поради фактът, че те не могат да бъдат променяни или измервани в промишлени условия. Такива са ъгловата и критичната ъглова скорост на мелницата.

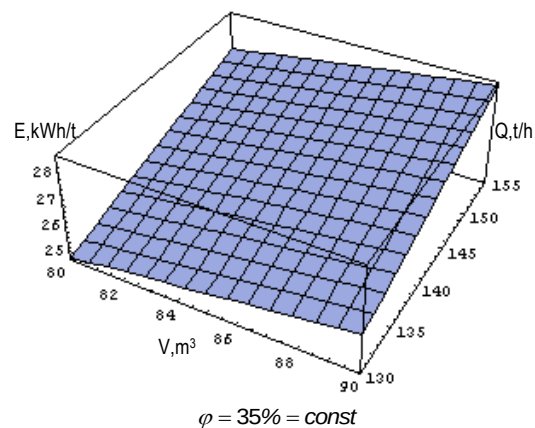
Посредством програма Matematika е показано в графичен вид влиянието на управляващите параметри, като един от тях е оставен да бъде постоянен и визуално се наблюдава влиянието на другите два върху целевата функция. Това е поради факта, че функцията е от три променливи и не е възможно да бъде показана в 3D пространството, а е възможно да бъдат показани само сеченията – фиг. 1, 2 и 3.



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Литература

Барский Л. А., Ю. Рубинтеин. 1972. Кибернетические методы в обогащении попутных ископаемых. М., Машиноведение.

Божанов Е. С., И. Вучков. 1973. Статистически методи за моделиране и оптимизиране на многофакторни обекти. С., Техника.

Величкова В.А., И. Кацарска. 1975. Приложение на регресионния и корелационния анализ при моделиране на икономически процеси. С., Техника.

Вучков И.А., С. Стоянов. 1980. Математическо моделиране и оптимизация на технологични обекти. С., Техника.

Димова В.С. 1979. Ръководство по статистическа обработка на опитни данни. С., ВМЕИ.

*Препоръчана за публикуване от
Катедра "Механизация на мините", МЕМФ*