

ЕЛЕКТРОМАГНИТНИ МОМЕНТИ, ДЕЙСТВАЩИ ВЪРХУ ФЕРОМАГНИТНО ТЯЛО ВЪВ ВИХРОВА МАШИНА

Константин Костов, Константин Тричков

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, costovs@yahoo.com

РЕЗЮМЕ. Изследва се магнитният момент, действащ на феромагнитна работна частица в хомогенно въртящо се магнитно поле на вихрова машина. За тази цел с помощта на програма, работеща по метода на крайните елементи, се изчислява полето във всяка точка, след което се намира максвеловият тензор на напреженията по контур, обграждащ тялото. Изчислява се резултантният момент за различни релативни ъгли скорости спрямо въртящото се магнитно поле. Отчитат се поотделно асинхронният и синхронният реактивен момент. Резултатите позволяват да се направи сравнение с получените по аналитичен път зависимости и да се оцени съотношението между отделните компоненти на електромагнитния момент.

ELECTROMAGNETIC TORQUES, ACTING ON A FERROMAGNETIC BODY IN A VORTEX MACHINE

Konstantin Kostov, Konstantin Trichkov

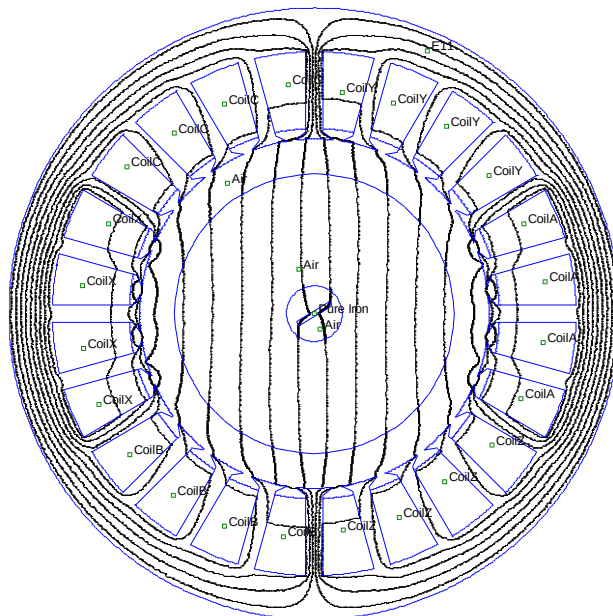
University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, costovs@yahoo.com

ABSTRACT. It is investigated the magnetic torque, acting on a ferromagnetic working particle placed in homogeneous rotating magnetic field of a vortex machine. For that purpose through a program, working with FEM every point of the field is calculated. Then Maxwell's Stress Tensor is evaluated on a contour, encircled the body. The resultant torque for various relative angular speeds toward the rotating magnetic field is calculated. The induced and reluctance torques are given separately. The results enable to compare with the obtained before analysis formulae and to estimate the proportion between the single components.

Във вихровата машина се задвижват множество цилиндрични феромагнитни работни частици с помощта на въртящо се магнитно поле. Тяхното движение предизвиква непрекъснати стълкновения с обработваемия материал. Това се използва за интензифициране на някои технологични процеси като смилане, емулгиране, смесване и др. Ефективността на последните зависи предимно от честотата на въртене на работните частици и от техния електромагнитен момент. В [Костов, 2004] и [Костов, 2005] са изведени аналитични зависимости за основните моменти, които действат на ротационен елипсоид – асинхронен (момент на вихровите токове) и синхронен реактивен. Пренебрегнат е хистерезисният момент, защото обикновено работните частици се изработват от магнитно мек материал. В настоящата работа се изследват електромагнитните моменти, действащи върху конкретна феромагнитна частица, с помощта на програма FEMM, работеща по метода на крайните елементи.

Формулиране на задачата

Приема се, че вихровата машина е безкрайно дълга и следователно нейното магнитно поле е плоскорадиално. Изследването на феромагнитен цилиндър в такова поле обаче е пространствена задача, а използваната тук програма FEMM не решава триизмерни проблеми. Налага се заменянето на реално използваното цилиндрично тяло



Фиг. 1. Картина на магнитното поле във вихрова машина в присъствие на правоъгълен феромагнитен паралелепипед

с правоъгълен паралелепипед с основа – квадрат. Дългата ос на паралелепипеда е успоредна на равнините на въртене на векторите на полето и сключва ъгъл β с оста на фаза А, чийто ток е максимален в началния момент. Последният е ориентиран ъгъл и е по-малката стойност, която се отчита от дългата ос на паралелепипеда към оста

на фаза А. Две от околните стени на паралелепипеда са в равнини, паралелни на равнините на въртене на векторите на полето, Фиг. 1. По този начин триизмерната задача се привежда към двумерна при известна неточност, поради крайния размер на тялото по оста на вихровата машина. Това обаче няма да повлияе на съотношението между асинхронния и синхронния момент, на зависимостта на синхронния момент от ъгъла β и на асинхронния – от честотата на въртене.

Програмата FEMM не работи с движещи се обекти. Ето защо ще считаме за неподвижно тялото, а ще променяме честотата на въртене на полето. Тъй като тялото е твърде малко в сравнение с отвора на индуктора, в реални условия то практически не влияе на магнитното поле в статора и на токовете в намотката. Затова е необходимо за различни честоти и за различни стойности на ъгъл β полетата на достатъчно разстояние от тялото и статорните токове да са неизменни. При реални условия полето се върти с постоянна, а тук се задават различни ъглови скорости спрямо статора. На тях съответстват различни загуби в стоманата му. Поради това се приема, че специфичната проводимост на стоманата на статора $\sigma = 0$ и се пренебрегват хистерезисните й загуби, като се дава стойност нула за ъгъла на изоставане при хистерезис. Излишно е да се въвежда магнитната й характеристика, защото въздушната междина е много голяма и допускането, че относителната магнитна проницаемост μ_r е постоянна, води до незначителна грешка. При това, поради малките размери на тялото, грешката е почти еднаква за различни честоти и стойности на ъгъл β .

По този начин се формулира като плоскопаралелна следната задача.

Да се определят моментите, действащи на феромагнитен прав паралелепипед, поставен в магнитно поле, възбудено от статора на трифазна двуполусна машина с изваден ротор. Дадени са

- размери на паралелепипеда: дължина 22 мм и страна на основата 2,2 мм;
- магнитната характеристика на стоманата на паралелепипеда и специфичната й електрическа проводимост $10,44 \cdot 10^6 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$;
- геометрията на статора;
- относителната магнитна проницаемост на стоманата на статора $\mu_r = \text{const.} = 1000$.
- плътността, честотата и фазата на тока във всеки статорен канал.

Паралелепипедът е разположен така, че центърът на тежестта му съвпада с центъра на напречното сечение на статора.

Решение и анализ на резултатите

Присъствието на феромагнитна частица в магнитното поле го деформира така, че ако се обхване тялото с повърхнината, върху последната ще действат механични сили. Резултантната сила, както и нейният момент спрямо

центъра му на тежестта се изчисляват чрез максвеловия тензор на напреженията. Той представлява силата F_0 за единица площ, действаща върху повърхнината, обхващаща тялото. В текуща точка от повърхнината

$$\vec{F}_0 = \frac{1}{2} [\vec{H}(\vec{B}\vec{n}) + \vec{B}(\vec{H}\vec{n}) - (\vec{H}\vec{B})\vec{n}], \quad (1)$$

където

$\vec{n}$ – единичен вектор, нормален на повърхнината в интересувашата ни точка;

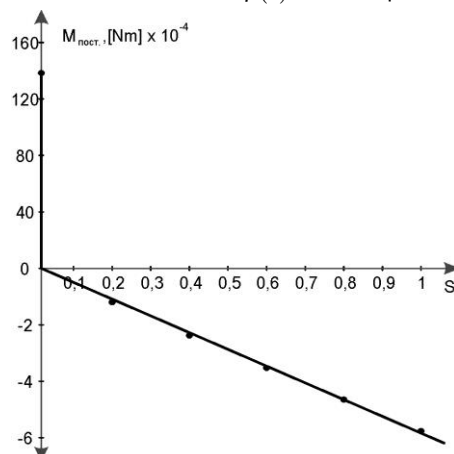
$\vec{B}$, $\vec{H}$ – индукция и интензитет в точката.

Сумарната сила върху тялото се получава чрез интегриране на силата по тази повърхнина.

В Таблица 1 са показани резултатите за електромагнитния момент в зависимост от честотата на статорния ток, при ъгли $\beta = 45^\circ$ и 60° . Тъй като полето е двуполусно, релативната честота на въртене на тялото е $n_p = f, [s]^{-1}$. При това се получават постоянни и променливи съставки на момента. При $n_p \neq 0$ синхронният реактивен момент няма постоянна компонента $M_{ном}$. Следователно $M_{ном}$ представлява средна стойност на асинхронния момент и е отрицателен, защото приетият фазов ред в пространството определя въртене на полето по часовниковата стрелка. Резултатите за $\beta = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$ напълно съвпадат при еднакви релативни честоти на въртене, което трябва да се очаква за средна стойност на асинхронен момент. От n_p се намира хлъзгането s за случай на анализ при движение на тялото и честота на захранване $f_0 = \text{const.} = 50 \text{ Hz}$:

$$s = f / f_0 = f / 50. \quad (2)$$

На Фиг. 2 е дадена зависимостта $M_{ном}$ във функция от хлъзгането за $\beta = 60^\circ$ при $\sigma = 10,44 \cdot 10^6 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$. Както се вижда, зависимостта $M = f(s)$ на асинхронния момент,



Фиг. 2. Постоянна съставка на момента за $\beta = 60^\circ$

Таблица 1
 $\sigma = 10,44 \cdot 10^6 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$

f, Hz n_p, s^{-1}	S	$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		
		$M_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$\dot{M}_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$M_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$\dot{M}_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$\dot{M}_{\text{ас,ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$
0	0	157,0	0	138,6	0	0
2	0,04	-0,2477	154,8-j0,00319	-0,242	134,0-j77,4	j0,03
10	0,2	-1,210	154,7+j0,0530	1,204	133,9-j77,3	-0,10+j0,15
20	0,4	-2,382	154,4+j0,0943	-2,376	133,7-j77,1	-0,30+j0,31
30	0,6	-3,530	154,1+j0,1148	-3,529	133,5-j77,0	-0,54+j0,48
40	0,8	-4,658	153,8+j0,1189	-4,650	133,2-j76,8	-0,81+j0,64
50	1	-5,769	153,5+j0,1097	-5,760	132,9-j76,7	-1,09+j0,79

Таблица 2
 $\sigma = 0$

f, Hz n_p, s^{-1}	S	$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$	
		$M_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$\dot{M}_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$M_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$\dot{M}_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$
0	0	157,0	0	138,6	0
2	0,04	0,0033	154,8-j0,0237	0,0094	134,0-j77,5
10	0,2	0,0033	154,8-j0,0237	0,0094	134,0-j77,5
20	0,4	0,0033	154,8-j0,0237	0,0094	134,0-j77,5
30	0,6	0,0033	154,8-j0,0237	0,0094	134,0-j77,5
40	0,8	0,0033	154,8-j0,0237	0,0094	134,0-j77,5
50	1	0,0033	154,8-j0,0237	0,0094	134,0-j77,5

Таблица 3
 $f = 50 \text{ Hz}, S=1$

β°	$\sigma = 0$		$\sigma = 10,44 \cdot 10^6 [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$	
	$M_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$\dot{M}_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$M_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$	$\dot{M}_{\text{ном}} \times 10^{-4}, \text{Nm}$
0	0,000184	0,011+j154,7	-5,768	-0,12+j153,4
15	0,00713	77,4+j134,0	-5,761	76,6+j132,9
30	0,00753	134,0+j77,4	-5,761	132,8+j76,8
45	0,00333	154,8-j0,024	-5,769	153,5+j0,11
60	0,00945	134,0-j77,5	-5,760	132,9-j76,7
75	0,00188	077,4-j134,1	-5,756	76,8-j132,8
90	-0,00277	-0,009-j154,7	-5,776	0,095-j153,5

действащ на тялото, почти съвпада с права линия през началото на координатната система. При анализ на момента на вихровите токове в ротора на асинхронна машина, когато се пренебрегва размагнитващото им действие, се получава също линейна функция, [Вольдек, 1966]. Тъй като размерите на тялото са незначителни спрямо отвор на статора, тук на практика магнитното поле на вихровите токове не оказва влияние на полето във

въздушната междина. Затова резултатът е закономерен и не се получава характерният за асинхронна машина електромагнитен момент с максимум при критичното хлъзгане.

На същата фигура се вижда скокът в постоянната съставка на момента, когато тялото се синхронизира.

$M_{пост}$ сменя знака си за тази стойност на β , защото асинхронният момент е в посока на релативната скорост на полето спрямо тялото, а синхронният реактивен – в посока на намаляване на ъгъл β .

Може да се провери дали променливата съставка на момента представлява синхронен реактивен момент. Съгласно изведеното в [Костов, 2004],

$$M_{реакт} = M_{пвх} \sin(2\alpha_0 - 2\omega t), \quad (3)$$

където

α_0 – по-малкият ориентиран ъгъл между дългата ос на тялото и направлението на вектора на полето в началния момент. От дефинициите на α_0 и β следва, че ако фаза А е с максимален ток в началния момент, $\alpha_0 = \beta$ за тяло в определено положение.

$\omega = 2\pi f$ – ъгловата честота на захранващото напрежение. Равна е на ъгловата скорост на вектора на полето, когато считаме тялото неподвижно. При въртящо се тяло е релативната ъглова скорост на вектора на полето спрямо тялото.

Множителят 2 показва, че при въртенето на вектора на полето се повтаря на всеки 180° взаимното му положение с тялото, но спрямо другия край на дългата ос. Пред $2\omega t$ има знак минус, защото в дадения случай векторът на полето се върти в пространството по часовниковата стрелка.

За $\alpha_0 = 60^\circ$

$$M_{реакт} = M_{пвх} \sin(120^\circ - 2\omega t) = M_{пвх} \cos(-30^\circ + 2\omega t). \quad (4)$$

Електромагнитният момент се състои единствено от синхронен реактивен, когато в тялото няма вихрови токове. При релативна скорост $\omega_p \neq 0$ това е възможно, ако се приеме, че специфичната електрическа проводимост на стоманата на тялото $\sigma = 0$, Таблица 2. Променливият момент, получен чрез програмата FEMM в този случай е равен на реактивния. Представен е като комплекс $\dot{M}_{пром}$ с указание, че е с двойна честота. Моментната му стойност се намира чрез реалната част на $\dot{M}_{пром} e^{j2\omega t}$:

$$M_{пром} = \operatorname{Re}[\dot{M}_{пром} e^{j2\omega t}] = |\dot{M}_{пром}|^* \cos(-30^\circ + 2\omega t) \approx 0,01548 \cos(-30^\circ + 2\omega t) \quad (5)$$

Тук пред $2\omega t$ знакът е плюс, защото комплексният образ на момента се върти в положителна посока.

За $\sigma = 0$ при релативна скорост $\omega_p \neq 0$ се получава $M_{пост} \approx 0$. Стойностите са различни от нула поради неминимални изчислителни грешки. При $\omega_p = 0$ асинхронният момент се анулира. Същевременно в този случай средната стойност на реактивния момент е различна от нула и е почти равна на модула на $\dot{M}_{пром}$ за $\omega_p \neq 0$.

Интересно е да се интерпретира разликата между $\dot{M}_{пром}$ за $\sigma = 10,44 \cdot 10^6 [\Omega \cdot m]^{-1}$ и $\dot{M}_{пром}$ за $\sigma = 0$. Очевидно тя е равна на променливата съставка на асинхронния момент $\dot{M}_{ас,пром}$. Дължи се на различието в тялото по двете му оси и се изменя както променливата съставка на реактивния момент – с ъглова честота, равна на удвоената релативна ъглова скорост. В Таблица 1 е показан $\dot{M}_{ас,пром}$ за $\beta = 60^\circ$. Вижда се, че подобно на средната стойност на асинхронния момент и $\dot{M}_{ас,пром}$ е приблизително пропорционален на релативната скорост. Разбира се, намирането му като разлика между две близки по големина величини, води до значителни грешки.

В Таблица 3 са показани $M_{пост}$ и $\dot{M}_{пром}$ в зависимост от ъгъл β за честота $f = 50 \text{ Hz}$. Както и трябва да се очаква, за $\sigma = 10,44 \cdot 10^6 [\Omega \cdot m]^{-1}$ асинхронният момент $M_{пост} \approx \text{const}$. Лесно се установява, че реалната част на $\dot{M}_{пром}$, която представлява стойността на реактивния момент в началния момент, е пропорционална на $\sin 2\beta$.

Изводи

Получените резултати потвърждават правилността на изведените в [Костов, 2004] и [Костов, 2005] формули за синхронен реактивен и за средната скорост на асинхронен момент. Установи се, че амплитудата на синхронния реактивен момент $M_{реакт, макс}$ е много по-голяма от средната стойност на асинхронния. Последният има максимум $M_{ас, макс}$ за хлъзгане $s = 1$. Съотношението между максималните им стойности е

$$\frac{M_{реакт, макс}}{M_{ас, макс}} \approx \frac{0,01548}{5,77 \cdot 10^{-4}} \approx 26,8.$$

Амплитудата на променливата стойност на асинхронния момент за всички хлъзгания $s \neq 0$ е приблизително 25% от съответната средна стойност на асинхронния момент и е нищожен в сравнение с реактивния момент.

Средната стойност на асинхронния момент е линейна функция на хлъзгането.

Литература

- Вольдек, А. И. 1966, Електрически машини. – М., Энергия, 502-503.
Костов, К. Н. 2004, Ротационен феромагнитен елипсoid във въртящо се магнитно поле. – Год. МГУ "Св.Ив.Рилски", т. 47, св. III, Мех. електриф., 105-107.
Костов, К., С. Пулев, К. Тричков. 2005, Анализ на движението на ротационен феромагнитен елипсoid във въртящо се магнитно поле. – Год. МГУ "Св. Ив. Рилски", т.48, св. III, Мех. електриф., 79-84.