

ЕДИН МЕТОД ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИТЕ СВОЙСТВА НА СТОХАСТИЧЕСКАТА ЗЕМНА СРЕДА НА КАНДАУРОВ

Мариана Трифонова Драганова

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700, София, E-mail: trifonova_m@mail.bg

РЕЗЮМЕ. Въз основа на теорията на Кандауров-Димек с метода на функцията на Грин, е решена правата задача в механиката на мулдата. Въз основа на полученото аналитично решение и измерванията на вертикалните премествания на земната повърхност с оптимизационни методи са намерени търсените параметри на средата на Кандауров.

A METHOD FOR DETERMINATION OF PHYSICAL AND MECHANICAL CHARACTERISTICS OF KANDAUROV'S EARTH STOCHASTIC MEDIUM

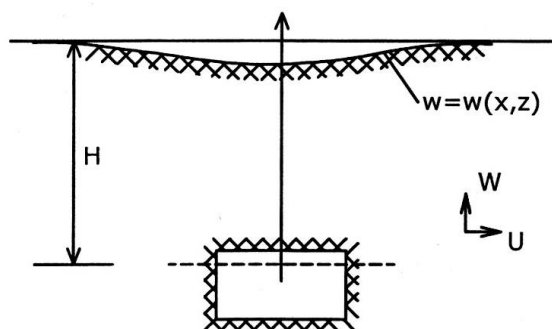
Mariana Trifonova Draganova

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700, E-mail: trifonova_m@mail.bg

ABSTRACT. The direct problem of the mining subsidence mechanics is solved using Green function method and based on Kandaurov-Dymek theory. Using optimization methods the parameters of Kandaurov's earth medium are found on the base of obtained analytical solution and the measuring of earth surface vertical displacement.

1. Въведение

Подземната строителна или минна дейност са причината за появата на депресия (мулда) на земната повърхност (фиг. 1).

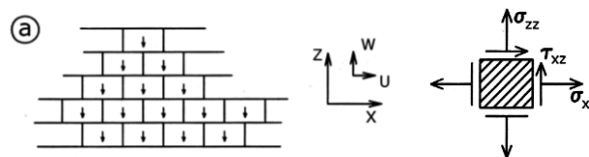


Фиг. 1.

Съществуват много теории за определяне на уравнението на мулдата ($w = w(x, z)$). Тук ние ще се основаваме върху стохастическата механика на Кандауров [Кандауров И. И. 1966] в интерпретацията на Димек [Димек Ф. 1997] като нашата основна цел е да дадем метод за определяне физическите параметри на земната среда.

2. Теория на Кандауров и решение на основната задача за мулдата

За безразпорната среда на Кандауров [Кандауров И. И. 1966] (Фиг. 2) в случая на равнинна деформация



Фиг. 2.

основните уравнения имат вида

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \frac{1}{2\alpha_x} \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial x^2}$$

$$\sigma_{zz} = E \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \sigma_{xx} = \frac{1}{4\alpha_x^2} \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial x^2}, \quad (E = \text{const}) \quad (1')$$

$$\tau_{xz} = -\frac{1}{2\alpha_x} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x}, \quad u = \frac{1}{4\alpha_x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z},$$

където u и w са преместванията, съответно по осите x и z .

Следвайки Димек [Димек F. 1997] (1') записваме във вида

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{2\alpha_x} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial z}$$

$$\sigma_{zz} = E \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \sigma_{xx} = \frac{1}{4\alpha_x^2} \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial x^2}, \quad (E = \text{const}) \quad (1'')$$

$$\tau_{xz} = -\frac{1}{2\alpha_x} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x}, \quad u = \frac{1}{4\alpha_x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

Върху (1'') прилагаме интегралната трансформация и ретрансформация на Фурие [Sneddon I. 1951][Димек F. 1997]

$$\bar{w}(\alpha, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(x, z) e^{i\alpha x} dx \quad \text{и т.н.}, \quad (2)$$

$$w(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}(\alpha, z) e^{-i\alpha x} d\alpha \quad \text{и т.н.}, \quad (3)$$

(α - параметър) и получаваме

$$\frac{d^2 \bar{w}(\alpha, z)}{dz^2} + \frac{\alpha^2}{\alpha_x} \frac{d\bar{w}(\alpha, z)}{dz} = 0, \quad (4)$$

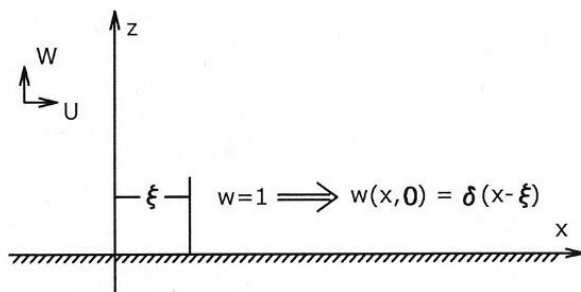
чието общо решение има вида

$$\bar{w}(\alpha, z) = A + B e^{-\frac{\alpha^2 z}{2\alpha_x}}, \quad (5)$$

(A и B са интеграционните константи).

Нека най-напред разгледаме задачата за мулдата в неограничена полуравнина с начални условия

$$w(x, 0) = \delta(x - \xi), \quad w(x, +\infty) = 0 \quad (6)$$



Фиг. 3.

Тук ще приложим метода на Функцията на Грин [Димек F. 1997]. Съгласно този метод, ако знаем Функцията на Грин $G(x, \xi, z)$, то решението на задача с начални условия

$$w(x, 0) = \varphi(x) \quad (7)$$

може да бъде записано във вида

$$w(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, \xi, z) \varphi(\xi) d\xi \quad (8)$$

И така, най-напред трябва да определим Функцията на Грин за задачата (6), като след това ще я приложим към основната задача, която ще формулираме по-долу.

Въз основа на (4), (2), (3) и началните условия (7) можем да намерим

$$G(x, \xi, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\alpha^2 z}{2\alpha_x}} \cos(\alpha(x - \xi)) d\alpha =$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha_x}{2\pi z}} e^{-\frac{\alpha_x(x - \xi)^2}{2z}} \quad (9)$$

Сега за основната задача за определяне уравнението на мулдата при начални условия (фиг. 4)

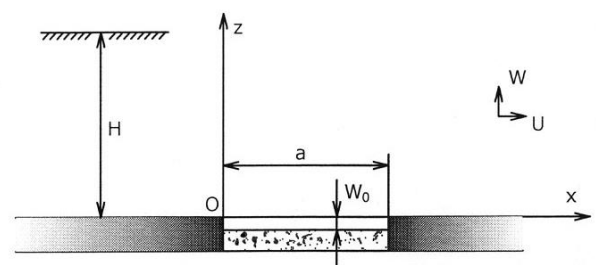
$$w(x, 0) = \begin{cases} -w_0 = \text{const}, & x \in (0, a) \\ 0 & x \notin (0, a) \end{cases} \quad (10)$$

$$w(x, +\infty) = 0$$

написваме

$$w(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, \xi, z) w(\xi, 0) d\xi =$$

$$= \int_0^a G(x, \xi, z) (-w_0) d\xi \quad (11)$$



Фиг. 4.

Значи

$$w(x, z) = -\frac{w_0}{2} \left[\Phi\left(\sqrt{\frac{\alpha_x}{2}} x\right) - \Phi\left(\sqrt{\frac{\alpha_x}{2}} (x - a)\right) \right] \quad (12)$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}\lambda^2} d\lambda, \quad \Phi(+\infty) = 1$$

Уравнението (12) е търсеното уравнение на мулдата за произволно z .

3. Определяне физическите параметри на средата

Въвеждаме означението $w(x, H) = w(x)$ и образуваме функцията

$$F(\alpha_x) = \sum_{j=1}^m \left\{ -\frac{w_0}{2} \left[\Phi \left(\sqrt{\frac{\alpha_x}{H}} x_j \right) - \Phi \left(\sqrt{\frac{\alpha_x}{H}} (x_j - a) \right) \right] - w(x_j) \right\}^2 \quad (13)$$

където $w(x_j)$ е измереното слягане на земната повърхност w в точките x_j .

Сега търсим решението на задачата

$$F(\alpha_x) = \sum_{j=1}^m \left\{ -\frac{w_0}{2} \left[\Phi \left(\sqrt{\frac{\alpha_x}{H}} x_j \right) - \Phi \left(\sqrt{\frac{\alpha_x}{H}} (x_j - a) \right) \right] - w(x_j) \right\}^2 \rightarrow \min \quad (14)$$

4. Числен пример

Да се реши задачата (14), т.е. да се определи α_x при следните данни:

- дълбочина на излягане на иззетия пласт (прокарания тунел) $H=500\text{м}$;
- ширина на иззетото пространство (тунела) $a=150\text{м}$;
- слягане на непосредственото горнище $w_0=1.5\text{м}$.

Препоръчана за публикуване
от катедра "Информатика", МЕМФ

Ролята на данни за измерванията *in situ* ще "играе" решението на горната задача съгласно теорията на Балс:

$$w(x) = \int_0^a \frac{-w_0}{H^2 + (x - \xi)^2} d\xi \quad (15)$$

Въз основа на (14) и (15) получаваме $\alpha_x = 0.033371$.

5. Заключение

Методът за определяне физико-механическите параметри на стохастическата среда на Кандауров е оригинален и съществено се отличава от този, към който ни насочва дефиницията на α_x , дадена от Кандауров [Кандауров И. И. 1966].

Литература

- Димова В. Ив. 1995. *Механика на мулдата*, Издателска къща МГУ, София.
- Кандауров И. И. 1966. Механика зернистых сред и её применения в строительстве, С И, Л. – М.
- Bunday B. 1994. Basic optimization methods, *Edward Arnold*, London.
- Dymek F. 1997. Pewne rozwiazania dla osrodka stochastycznego, *ZN AGH*, t. 14, z. 4,
- Hooke R., T. A. Jeeves, Direct search solution of numerical and statistical problems, *J. Assn. Comp. Mach.*
- Sneddon I. 1951. Fourier transform, *N.Y. – Toronto – London*.