

## ДИНАМИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ЗАДВИЖВАЩАТА СИСТЕМА НА КОНУСНА ИНЕРЦИОННА ТРОШАЧКА ТИП КИД-300

**Симеон Савов<sup>1</sup>, Петко Недялков<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София, ss.ss@abv.bg

<sup>2</sup> Технически университет – София, 1756 София, nedpetko@tu-sofia.bg

**РЕЗЮМЕ.** Целта на настоящата разработка е създаването на динамичен (механо-математичен) модел на задвижващата система на конусна инерционна трошачка тип КИД-300. За целите на симулационното изследване на работния режим на трошачката е създаден ротационен тримасов модел с три степени на свобода на задвижващата система на машината. Този модел представлява теоретично приближение към натурния модел на задвижващата система на машината и същевременно описва динамиката на тази многомасова система. За създаването на динамичния модел са направени нужните идеализации и постановки, както и последващо параметриране на модела. Получена е амплитудно-честотната характеристика на системата при единично въздействие и максимални стойности на инерционните параметри на системата, както и времето за развъртане на системата при най-тежкия пусков режим на машината.

### DYNAMICAL MODELING OF DRIVER SYSTEM OF CONE INERTIAL CRUSHER (KID-300)

**Simeon Savov<sup>1</sup>, Petko Nedyalkov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, ss.ss@abv.bg

<sup>2</sup> Technical University – Sofia, 1756 Sofia, nedpetko@tu-sofia.bg

**ABSTRACT.** The paper describes a synthesis of dynamical model for a driver system of one cone inertial crusher (KID-300). The first step of dynamical modeling is synthesis of three mass rotational model with three degrees of freedom. This model is theoretical approximation to the natural model and driver system of the crusher. The paper presents idealization way, schemes and parameters of the system. One of results presented amplitude – frequency characteristic of the system, when the heaviest parameters are used. Also there is analyzed the starting process of the machine and there is resulted the time of the starting process witch is very important for electrical driver check and calculation choice.

### Въведение

Динамичното моделиране представлява етап от създаването на теоретична основа за определянето на работните параметри на активните части на КИД-300. С цел изследване на взаимовръзките между динамичните и технологичните параметри на КИД-300 е необходимо да бъдат създадени динамични (механо-математични) модели. Поради свързаността на динамичните и технологичните параметри на КИД-300 създаването на адекватни динамични модели е важен етап от цялостното описание на работните процеси на машината. За целите на симулационното изследване на работния режим на КИД-300 е създаден ротационен тримасов модел с три степени на свобода на задвижващата система на машината. Ротационният модел описва динамиката на многомасовата система, но при ротационно движение на телата само около една ос. Ротационният многомасов модел е теоретично приближение към натурния модел на задвижващата система на вътрешния конус на КИД-300 при спазване на следните постановки:

– разглеждане на движението на модела само около една ос;

– налагане на ограничения в степените на свобода на системата.

### Идеализации и приемания

Динамичният модел се изгражда, като тримерните тела се представят само с инерционните си моменти. За опростяване на теоретичното изследване на ротационния модел се използват следните идеализации:

– системата извършва само ротационно движение около една ос (ротация около вертикалната ос  $z$ );

– кинетичната енергия на системата има само ротационни съставляващи;

– разглеждат се само линейни съпротивителни сили, представени чрез дисипативната функция на Релей, пренебрегват се силите на Кулоново триене и съпротивленията от по-висока от първа степен на скоростта;

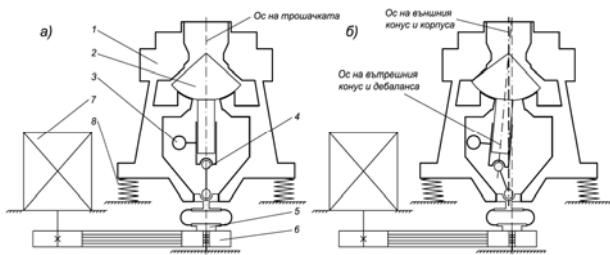
– разглеждат се само малки завъртания на системата, около оста на ротация;

– направено е обединяване на някои елементи от задвижването на вътрешния конус (въртящи се с еднаква ъглова скорост) в цели тела, а именно: 1. ротора на задвижващия електродвигател заедно със задвижващата

ремъчна шайба; 2. въртящите се части на опорния блок заедно с карданния вал и с дебалансния вибратор;  
 – съпротивленията от триене в лагерите не се моделират, а се представят с един общ съпротивителен момент.

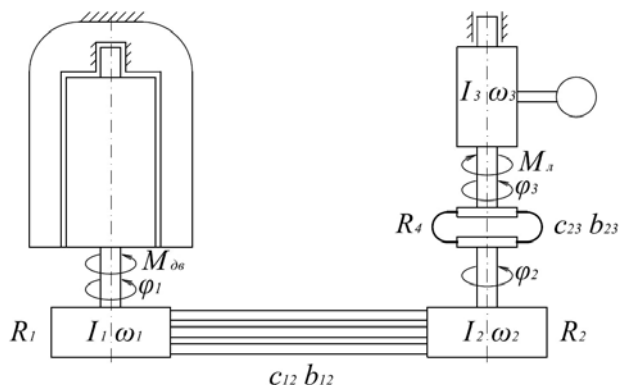
## Постановка на динамичното моделиране

На фигура 1 е представена кинематичната схема на задвижването на конусната инерционна трошачка КИД-300, като на фиг. 1. а) трошачката е в статично положение, а на фиг. 1. б) е в динамично (работно) състояние. Задвижването на вътрешния конус (2) става посредством задвижващ асинхронен електродвигател (7), клиноремъчна предавка (6), еластичен гумен съединител (5), карданен вал (4) и регулируем дебалансен вибратор (3). Външният конус е монтиран неподвижно в корпуса на машината (1), който е поставен върху четири гумени тампона (8). В статично състояние на машината осите на симетрия на трошачката, на външния конус и корпуса и на вътрешния конус и дебаланса съвпадат, докато в работен режим това не е така.



Фиг. 1. Кинематична схема на задвижващата система на КИД-300

Въз основа на направените идеализации и приемания, системата представена на фигура 2 може да се приеме за напълно линеаризирана.



Фиг. 2. Линеаризиран ротационен динамичен модел – тримасова схема на взаимодействие между отделните тела на задвижването на вътрешния конус на КИД-300

Означенията на фигура 2 представляват съответно:

$I_1$  – инерционен момент на тяло №1 (ротор на задвижващия електродвигател заедно със задвижващата ремъчна шайба);

$I_2$  – инерционен момент на тяло №2 (задвижвана ремъчна шайба);

$I_3$  – инерционен момент на тяло №3 (опорен блок заедно с карданен вал и дебалансен вибратор);

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$  – ъглови скорости на трите тела;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – ъгли на ротация на трите тела;

$c_{12}$  – еластична връзка между тяло №1 и №2 (еластична връзка между ремъчните шайби на клиноремъчната предавка – ремъци);

$c_{23}$  – еластична връзка между тяло №2 и №3 (еластична връзка между задвижваната ремъчна шайба и опорния блок – еластичен съединител);

$b_{12}$  – дисипативна връзка между тяло №1 и №2, моделираща дисипативните свойства на клиноремъчната предавка;

$b_{23}$  – дисипативна връзка между тяло №2 и №3, моделираща дисипативните свойства на еластичния съединител;

$M_{дв}$  – задвижващ въртящ момент на електродвигателя;

$M_{л}$  – общ съпротивителен момент от плъзгащите и търкалящите лагери;

$R_1$  – радиус на задвижващата ремъчна шайба;

$R_2$  – радиус на задвижваната ремъчна шайба;

$R_4$  – радиус на еластичния съединител;

$k_R = R_2/R_1$  – коефициент на пропорционалност.

## Създаване на динамичния модел

Целта на създаването на динамичен модел (механоматематичен) е да се използват възможностите за теоретично изследване на динамичните параметри на системата с математически средства, като за улеснение се ползват компютърни приложения (Лазов, 2008; Недялков, 2009). Динамичният ротационен многомасов модел може да се изгради, съгласно принципа на Даламбер или чрез използване на диференциалните уравнения на Лагранж. Този модел е изграден на база диференциалните уравнения на Лагранж от втори род при използване на следните формулировки:

Диференциални уравнения на Лагранж от втори род:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial(E_k - E_p)}{\partial \dot{\varphi}_i} - \frac{\partial(E_k - E_p)}{\partial \varphi_i} = Q_i - \frac{\partial E_d}{\partial \dot{\varphi}_i}, \quad i = 1 \div s \quad (1)$$

където:

$E_k = E_k(\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dots, \dot{\varphi}_s)$  – кинетична енергия на системата;

$E_p = E_p(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s)$  – потенциална енергия на системата;

$E_d = E_d(\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dots, \dot{\varphi}_s)$  – дисипативна енергия на системата.

Линеаризираната система диференциални уравнения се опростява до:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{\varphi}_i} = Q_i, \quad i = 1 \div s \quad (2)$$

Кинетичната енергия на системата ще бъде:

$$E_k = \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} I_3 \dot{\varphi}_3^2 \quad (3)$$

Потенциалната енергия на системата ще бъде:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot c_{12} \cdot R_1^2 \cdot (\varphi_1 - k_R \cdot \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot c_{23} \cdot R_4^2 \cdot (\varphi_2 - \varphi_3)^2 \quad (4)$$

Дисипативната енергия на системата ще бъде:

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot b_{12} \cdot R_1^2 \cdot (\dot{\varphi}_1 - k_R \cdot \dot{\varphi}_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot b_{23} \cdot R_4^2 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3)^2 \quad (5)$$

Системата диференциални уравнения за движението на тримасовия ротационен модел, съответно се получава:

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + c_{12} \cdot R_1^2 \cdot (\varphi_1 - k_R \cdot \varphi_2) + b_{12} \cdot R_1^2 \cdot (\dot{\varphi}_1 - k_R \cdot \dot{\varphi}_2) = M_{\text{дв}} \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - k_R \cdot c_{12} \cdot R_1^2 \cdot (\varphi_1 - k_R \cdot \varphi_2) + c_{23} \cdot R_4^2 \cdot (\varphi_2 - \varphi_3) - \\ - k_R \cdot b_{12} \cdot R_1^2 \cdot (\dot{\varphi}_1 - k_R \cdot \dot{\varphi}_2) + b_{23} \cdot R_4^2 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) = 0 \\ I_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 - c_{23} \cdot R_4^2 \cdot (\varphi_2 - \varphi_3) - b_{23} \cdot R_4^2 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) = -M_{\text{л}} \end{cases} \quad (6)$$

Матричният запис на тази система диференциални уравнения, съответно се получава:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{12} \cdot R_1^2 & -k_R \cdot b_{12} \cdot R_1^2 & 0 \\ -k_R \cdot b_{12} \cdot R_1^2 & k_R^2 \cdot b_{12} \cdot R_1^2 + b_{23} \cdot R_4^2 & -b_{23} \cdot R_4^2 \\ 0 & -b_{23} \cdot R_4^2 & b_{23} \cdot R_4^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{12} \cdot R_1^2 & -k_R \cdot c_{12} \cdot R_1^2 & 0 \\ -k_R \cdot c_{12} \cdot R_1^2 & k_R^2 \cdot c_{12} \cdot R_1^2 + c_{23} \cdot R_4^2 & -c_{23} \cdot R_4^2 \\ 0 & -c_{23} \cdot R_4^2 & c_{23} \cdot R_4^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{\text{дв}} \\ 0 \\ -M_{\text{л}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

## Параметриране на динамичния модел

Инерционните и дисипативните параметри на модела, както и параметрите на еластичните елементи са представени в таблица 1 заедно с техните размерности.

Таблица 1. Параметри на динамичния модел

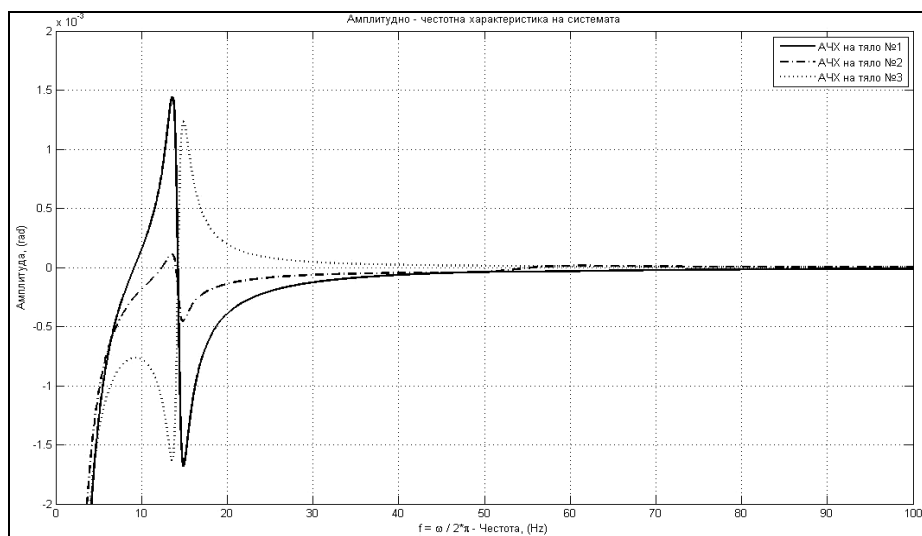
Инерционни параметри на модела		
Параметър	Стойност	Размерност
$I_1$ ( $D_{\text{рш}}=156$ mm)	0,0597	kg.m <sup>2</sup>
$I_1$ ( $D_{\text{рш}}=208$ mm)	0,1116	kg.m <sup>2</sup>
$I_1$ ( $D_{\text{рш}}=260$ mm)	0,1874	kg.m <sup>2</sup>
$I_1$ ( $D_{\text{рш}}=300$ mm)	0,2411	kg.m <sup>2</sup>
$I_2$	0,0781	kg.m <sup>2</sup>
$I_3$	0,4109	kg.m <sup>2</sup>
Дисипативни параметри на модела		
Параметър	Стойност	Размерност
$b_{12}$	150,2	N.s/m
$b_{23}$	523,06	N.s/m
Параметри на еластичните елементи		
Параметър	Стойност	Размерност
$c_{12}$	277357,8	N/m
$c_{23}$	426137,4	N/m
Геометрични параметри на модела		
Параметър	Стойност	Размерност
$R_1$	0,098	m
$R_4$	0,08	m
$k_R$ ( $D_{\text{рш}}=156$ mm)	0,735	–
$k_R$ ( $D_{\text{рш}}=208$ mm)	1	–
$k_R$ ( $D_{\text{рш}}=260$ mm)	1,265	–
$k_R$ ( $D_{\text{рш}}=300$ mm)	1,47	–

При изследване на режима на развъртане на дебалансния вибратор  $M_{\text{дв}}$  има смисла на пусков въртящ момент. Максималният пусков въртящ момент съответно е  $M_{\text{п}}^{\text{max}} = 159,37$  Nm. Стойността на общия съпротивителен момент от плъзгащите и търкалящите лагери в задвижващата система, съответно е  $M_{\text{л}} = 58,31$  Nm.

## Резултати от симулационното изследване на развъртането на дебалансния вибратор на КИД-300

С помощта на така създадения ротационен тримасов модел е извършено симулационно изследване на развъртането на дебалансния вибратор в програмна среда на MatLab. Разгледан е най-тежкия случай на развъртане на вибратора, а именно:

- температура на работния флуид  $t=15$  °C (максимални съпротивления в лагерите);

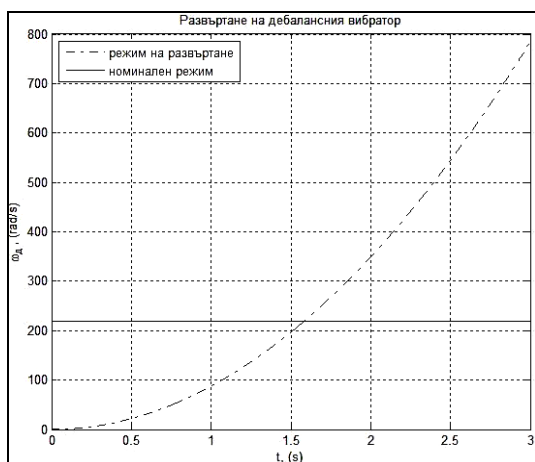


Фиг. 3. АЧХ на ротационния тримасов модел получена при максимални инерционни параметри

- максимален статичен инерционен момент на дебалансния вибратор  $S_0 = 1,2947 \text{ kgm}$ ;
- максимална номинална честота на въртене на дебалансния вибратор  $n_0 = 2088 \text{ об/мин}$  ( $D_{рш} = 300 \text{ mm}$  и съответно предавателно число на ремъчната предавка  $i = 1,44$ ).

На фигура 3 е представена амплитудно-честотната характеристика (АЧХ) на системата от три ротационни тела получена при единично въздействие в програмна среда на MatLab, получена съответно при максимални стойности на инерционните параметри и на честотата на въртене на тримасовата система ( $I_T = 0,2411 \text{ kgm}^2$ ,  $n_0 = 2088 \text{ об/мин}$ ,  $S_0 = 1,2947 \text{ kgm}$  и  $t = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

На фигура 4 са представени в графичен вид резултатите от направената симулация за развъртането на дебалансния вибратор при най-тежкия пусков режим на машината. От пресечната точка на двете характеристики на фиг. 4 може да се отчете времето, необходимо за развъртане на дебалансния вибратор от момента на пуска на задвижващия електродвигател до достигане на номинална ъглова скорост на дебалансния вибратор.



Фиг. 4. Определяне на времето за развъртане на дебалансния вибратор

Съгласно фигура 4 за най-тежкия пусков режим на машината необходимото време за развъртане на дебалансния вибратор (до номинална ъглова скорост  $\omega_0 = 218,7 \text{ rad/s}$ ) се получава  $t = 1,584 \text{ s}$ .

## Изводи от получените резултати

Въз основа на получените резултати от динамичното моделиране на задвижващата система на вътрешния конус на КИД-300 могат да се формулират следните изводи:

- Създаденият динамичен модел предоставя възможности за изследване на процеса на развъртане на дебалансния вибратор.
- Този модел може да се използва за динамично оразмеряване на задвижващата система при проектиране и конструиране на трошачки тип КИД.
- Моделът дава възможност да се симулира и изследва режима на развъртане на дебалансния вибратор при:
  - различни настройки на трошачката;
  - различни геометрични параметри и температурни режими на работа на плъзгащите лагери;
  - различни параметри на еластичните елементи (ремъци и еластичен съединител);
  - различни пускови характеристики на задвижващия електродвигател.

Крайният резултат от така създадения динамичен модел се явява възможността за оптимизация на избора на задвижващ електродвигател и намаляване на разхода на електроенергия.

## Литература

- Лазов Л. Н. 2008. *Изследване на работния процес и параметри на ударно-отражателна трошачка*. Дисертация, ТУ-София.
- Недялков П. Н. 2009. *Динамично моделиране и изследване на работния процес и параметри на вертикална вибро-импулсна мелница*. Дисертация, ТУ-София.
- Craig J. J. 1989. *Introduction to robotics, mechanics and control*. Addison-Wesley Longman, Boston, Second edition, USA.
- De Silva C. W. 2000. *Vibration: fundamentals and practice*. CRC Press Boca Raton, London New York Washington, USA.

Статията е препоръчана за публикуване от кат. „Механизация на мините“.