

## СИГНАЛНИТЕ ГРАФИ И ИЗПОЛЗВАНЕТО ИМ ЗА РЕШАВАНЕ НА ВЪПРОСИ ОТ ЕЛЕКТРОБЕЗОПАСНОСТТА В ТРИФАЗНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ

**Стефан Стефанов, Иван Проданов**

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

**РЕЗЮМЕ.** Методите на симетричните съставки и на възловите потенциали намират широко приложение за решаването на въпроси за електробезопасността. Те са трудоемки при изчисляването на сложни електрически вериги. В доклада се използват сигналните графи за изследване на електробезопасността на човека при различни режими на работа на трифазни електрически вериги.

### SIGNAL GRAPHS AND THEIR IMPLEMENTATION FOR RESOLVING ISSUES REGARDING ELECTRICAL SAFETY IN THREE-PHASE ELECTRICAL CIRCUITS

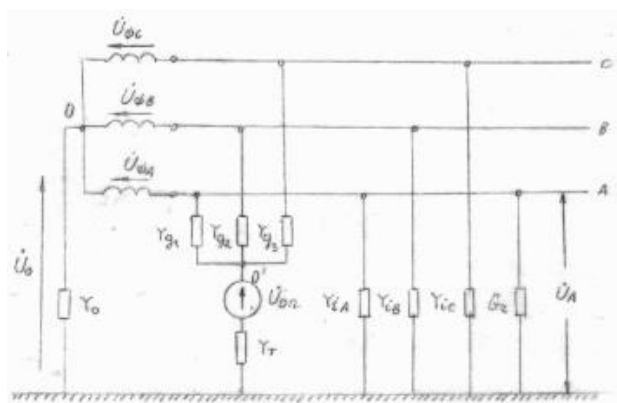
**Stefan Stefanov, Ivan Prodanov**

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

**ABSTRACT.** The methodologies of symmetrical components and nodal analysis are widely applicable for the purpose of resolving issues regarding electrical safety. These methods are labor-intensive in process of calculating complex electrical circuits. This report encompasses signal graphs for the study of electrical safety of man during various operational modes of three-phase electrical circuits.

Понастоящем за решаването на въпроси на електробезопасността намират широко приложение методите на симетричните съставки и на възловите потенциали. Тези методи са свързани с решаването на алгебрични уравнения, затова за изчисляването на сложни електрически вериги се изисква много време и труд.

В доклада се използват сигналните графи за изследване на електробезопасността на човека при различни режими на работа на трифазна електрическа верига. Схемата на такава електрическа верига е дадена на фиг. 1.



Фиг. 1.

С  $U_{\Phi A}, U_{\Phi B}, U_{\Phi C}$  са означени комплексните фазови напрежения на хранящия източник;

$U_{OP}$  - комплексното напрежение на източник за оперативен ток с непромишлена честота;

$Y_O$  - комплексната проводимост на клоната между нулевата точка на хранящия източник (т.  $O$ ) и земя;

$Y_{g1}, Y_{g2}, Y_{g3}$  - комплексните проводимости, посредством които се създава изкуствена нулева точка (т.  $O'$ ) за свързване между нея и земя на датчик на устройството за контрол и защита;

$Y_T$  - комплексната проводимост на датчика, включен между изкуствената нулева точка  $O'$  и земя;

$Y_{iA}, Y_{iB}, Y_{iC}$  - комплексните проводимости на изоляцията на фазите спрямо земя;

$G_r$  - проводимостта на човешкото тяло.

Определяме тока през човека при еднофазно земно съединение в зависимост от параметрите и режима на работа на мрежата, от параметрите на устройството за контрол и защита и зависимостта на входния сигнал на това устройство от тока във веригата на човека.

За построяването на сигналния граф на електрическата мрежа показана на фиг. 1 се съставят уравнения по първия закон на Кирхов:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_O \cdot Y_O &= \left( \dot{U}_{\Phi A} - \dot{U}_O - \dot{U}_{\text{ОП.}} - \dot{U}_T \right) \cdot Y_{g1} + \\
&+ \left( \dot{U}_{\Phi B} - \dot{U}_O - \dot{U}_{\text{ОП.}} - \dot{U}_T \right) \cdot Y_{g2} + \\
&+ \left( \dot{U}_{\Phi C} - \dot{U}_O - \dot{U}_{\text{ОП.}} - \dot{U}_T \right) \cdot Y_{g3} + \\
&+ \left( \dot{U}_{\Phi A} - \dot{U}_O \right) \cdot (Y_{iA} + G_r) + \\
&+ \left( \dot{U}_{\Phi B} - \dot{U}_O \right) \cdot Y_{iB} + \left( \dot{U}_{\Phi C} - \dot{U}_O \right) \cdot Y_{iC}, \\
\dot{U}_T \cdot Y_T &= \left( \dot{U}_{\Phi A} - \dot{U}_O - \dot{U}_{\text{ОП.}} - \dot{U}_T \right) \cdot Y_{g1} + \\
&+ \left( \dot{U}_{\Phi B} - \dot{U}_O - \dot{U}_{\text{ОП.}} - \dot{U}_T \right) \cdot Y_{g2} + \\
&+ \left( \dot{U}_{\Phi C} - \dot{U}_O - \dot{U}_{\text{ОП.}} - \dot{U}_T \right) \cdot Y_{g3},
\end{aligned} \tag{1}$$

където  $\dot{U}_O$  и  $\dot{U}_T$  са напреженията съответно върху  $Y_O$  и  $Y_T$ .

Отчитайки, че фазовите напрежения на захранващия източник на мрежата са симетрични, можем да напишем:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_{\Phi A} &= U_{\Phi}, \\
\dot{U}_{\Phi B} &= a^2 \cdot \dot{U}_{\Phi A} = a^2 \cdot U_{\Phi}, \\
\dot{U}_{\Phi C} &= a \cdot \dot{U}_{\Phi A} = a \cdot U_{\Phi},
\end{aligned} \tag{3}$$

където  $a$  е фазовият множител, а  $U_{\Phi}$  - модулът на фазовото напрежение.

След решаване на уравнения (1) и (2), с отчитане на (3) по отношение на  $\dot{U}_O$  и  $\dot{U}_T$  се получава:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_O \cdot (Y_O + Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3} + Y_{iA} + Y_{iB} + Y_{iC} + G_r) &= \\
= U_{\Phi} \cdot (Y_{g1} + a^2 \cdot Y_{g2} + a \cdot Y_{g3} + Y_{iA} + a^2 \cdot Y_{iB} + a \cdot Y_{iC} + G_r) - \\
- \dot{U}_{\text{ОП.}} \cdot (Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3}) - \dot{U}_T \cdot (Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3}),
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\dot{U}_T \cdot (Y_T + Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3}) &= U_{\Phi} \cdot (Y_{g1} + a^2 \cdot Y_{g2} + a \cdot Y_{g3}) - \\
- \dot{U}_O \cdot (Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3}) - \dot{U}_{\text{ОП.}} \cdot (Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3}).
\end{aligned} \tag{5}$$

За съкращаване на записването на уравнения (1) и (2) означаваме:

$$Y_1 = Y_O + Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3} + Y_{iA} + Y_{iB} + Y_{iC} + G_r, \tag{6}$$

$$Y_2 = Y_T + Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3}, \tag{7}$$

$$Y_3 = Y_{g1} + Y_{g2} + Y_{g3}, \tag{8}$$

$$Y_4 = Y_{g1} + a^2 \cdot Y_{g2} + a \cdot Y_{g3} + Y_{iA} + a^2 \cdot Y_{iB} + a \cdot Y_{iC} + G_r, \tag{9}$$

$$Y_5 = Y_{g1} + a^2 \cdot Y_{g2} + a \cdot Y_{g3}. \tag{10}$$

При това за  $\dot{U}_O$  и  $\dot{U}_T$  се получава:

$$\dot{U}_O \cdot Y_1 = U_{\Phi} \cdot Y_4 + \dot{U}_{\text{ОП.}} \cdot Y_3 + \dot{U}_T \cdot Y_3, \tag{11}$$

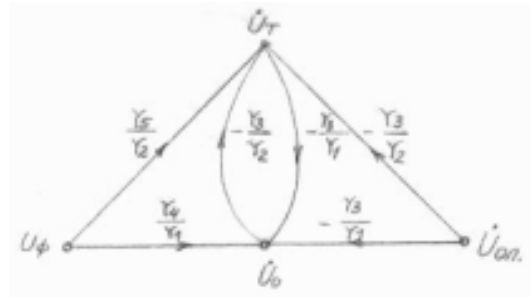
$$\dot{U}_T \cdot Y_2 = U_{\Phi} \cdot Y_5 + \dot{U}_O \cdot Y_3 + \dot{U}_{\text{ОП.}} \cdot Y_3, \tag{12}$$

откъдето:

$$\dot{U}_O = \frac{Y_4}{Y_1} \cdot U_{\Phi} - \frac{Y_3}{Y_1} \cdot \dot{U}_{\text{ОП.}} - \frac{Y_3}{Y_1} \cdot \dot{U}_T, \tag{13}$$

$$\dot{U}_T = \frac{Y_5}{Y_2} \cdot U_{\Phi} - \frac{Y_3}{Y_2} \cdot \dot{U}_O - \frac{Y_3}{Y_2} \cdot \dot{U}_{\text{ОП.}}. \tag{14}$$

На основание на уравнения (13) и (14) се осъществява прехода от разглежданата схема (показана на фиг. 1), към нейния сигнален граф, показан на фиг. 2.



Фиг. 2.

Формулата на Meson, която е основна при изчисляването на сигналните графи, ни дава възможност да определим предавателните коефициенти на всички клонове на графа, а следователно и на всички необходими величини за извършване на съответните изчисления.

След използване на формулата на Meson и принципа на наслагването за напрежението  $\dot{U}_O$  се получава:

$$\dot{U}_O = \frac{Y_4}{Y_1} - \frac{Y_3 \cdot Y_5}{Y_1 \cdot Y_2} \cdot U_{\Phi} + \frac{Y_3 \cdot Y_3}{Y_1 \cdot Y_2} - \frac{Y_3}{Y_1} \cdot \dot{U}_{\text{ОП.}}. \tag{15}$$

Входният сигнал на устройството, реагиращо на напрежението на оперативния захранващ източник, датчикът на което е свързан към изкуствената нулева точка  $o'$  и земя, се определя с изрази:

$$\dot{U}_T = \frac{Y_5}{Y_2} - \frac{Y_3 \cdot Y_4}{Y_1 \cdot Y_2} \cdot U_{\Phi} + \frac{Y_3 \cdot Y_3}{Y_1 \cdot Y_2} - \frac{Y_3}{Y_1} \cdot \dot{U}_{\text{ОП.}}. \tag{16}$$

Анализът на израз (16) показва, че входният сигнал  $\dot{U}_T$  е функция на: напрежението на мрежата, напрежението на оперативния захранващ източник, проводимостта на изолацията на мрежата по отношение на земя, проводимостта на елементите, посредством които е създадена изкуствената нулева точка  $O'$ , от проводимостите  $Y_O$ ,  $Y_T$  и проводимостта на веригата на човека  $G_r$ .

При еднофазно земно съединение (фиг. 1), токът през човека е равен на:

$$\dot{I}_r = \dot{U}_A \cdot G_r = \left( \dot{U}_{\Phi A} - \dot{U}_O \right) \cdot G_r = \left( \dot{U}_{\Phi} - \dot{U}_O \right) \cdot G_r, \quad (17)$$

където  $\dot{U}_A$  е напрежението на фазата, до която се е докоснал човека спрямо земя.

Следователно за определянето на тока  $\dot{I}_r$  е необходимо да се знае напрежението  $\dot{U}_O$  на сместване на неутралата.

След заместване на (15) в (17) за тока  $\dot{I}_r$  получаваме:

$$\dot{I}_r = \left[ \left( \frac{Y_4 - Y_3 \cdot Y_5}{Y_1 - \frac{Y_3 \cdot Y_3}{Y_1 \cdot Y_2}} \right) \cdot \dot{U}_{\Phi} - \frac{Y_3 \cdot Y_3 - Y_3}{1 - \frac{Y_3 \cdot Y_3}{Y_1 \cdot Y_2}} \cdot \dot{U}_{\text{ОП}} \right] \cdot G_r. \quad (18)$$

Величините  $\dot{I}_r$  и  $\dot{U}_T$  зависят преди всичко от режима на работа на звездния център на източника захранващ мрежата.

Разглеждаме следните случаи:

1. Липсва датчик, включен между изкуствената нулева точка  $O'$  и земя, т.е.:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{ОП}} &= 0, \\ \dot{U}_T &= 0, \\ Y_T &= 0, \\ Y_{g1} = Y_{g2} = Y_{g3} &= Y_g = 0. \end{aligned}$$

При това уравнение (4) добива вида:

$$\begin{aligned} \dot{U}_O \cdot (Y_O + Y_{iA} + Y_{iB} + Y_{iC} + G_r) &= \\ = \dot{U}_{\Phi} \cdot (Y_{iA} + a^2 \cdot Y_{iB} + a \cdot Y_{iC}), \end{aligned} \quad (19)$$

Полагаме:

$$Y_6 = Y_O + Y_{iA} + Y_{iB} + Y_{iC} + G_r, \quad (20)$$

и

$$Y_7 = Y_{iA} + a^2 \cdot Y_{iB} + a \cdot Y_{iC} + G_r. \quad (21)$$

Получаваме:

$$\begin{aligned} \dot{U}_O \cdot Y_6 &= \dot{U}_{\Phi} \cdot Y_7, \text{ откъдето} \\ \dot{U}_O &= \frac{Y_7}{Y_6} \cdot \dot{U}_{\Phi}. \end{aligned} \quad (22)$$

При еднофазно земно съединение, токът през човека се определя, използвайки формула (17). В този случай след заместване на (22) в (17) получаваме:

$$\begin{aligned} \dot{I}_r &= \left( \dot{U}_{\Phi} - \dot{U}_O \right) \cdot G_r = \left( \dot{U}_{\Phi} - \frac{Y_7}{Y_6} \cdot \dot{U}_{\Phi} \right) \cdot G_r = \\ &= \left( 1 - \frac{Y_7}{Y_6} \right) \cdot G_r \cdot \dot{U}_{\Phi} = \frac{Y_6 - Y_7}{Y_6} \cdot G_r \cdot \dot{U}_{\Phi}, \end{aligned}$$

т.е.

$$\dot{I}_r = \frac{Y_O + (1 - a^2) \cdot Y_{iB} + (1 - a) \cdot Y_{iC}}{Y_{iA} + Y_{iB} + Y_{iC} + G_r} \cdot G_r \cdot \dot{U}_{\Phi}. \quad (23)$$

От израз (23) следва, че токът  $\dot{I}_r$  при земно съединение в разглеждания случай зависи от: проводимостта  $Y_O$ , от проводимостите на изолацията  $Y_{iA}, Y_{iB}, Y_{iC}$  спрямо земя, от проводимостта на човека  $G_r$  и от фазовото напрежение  $\dot{U}_{\Phi}$ .

2. Директно заземен звезден център на източника захранващ мрежата.

В този случай  $Y_O \gg Y_{iA}, Y_{iB}, Y_{iC}, G_r$ .

Нека  $Y_{g1} = Y_{g2} = Y_{g3} = 0$ ,  $\dot{U}_{\text{ОП}} = 0$  и  $Y_T = 0$ .

Тогава:

$$\dot{I}_r = G_r \cdot \dot{U}_{\Phi}. \quad (24)$$

Следователно случай токът  $\dot{I}_r$  зависи само от проводимостта на човека  $G_r$  и от фазовото напрежение  $\dot{U}_{\Phi}$ .

3. Изолиран звезден център на източника.

В този случай  $Y_O = 0$ . При  $Y_{g1} = Y_{g2} = Y_{g3} = 0$ ,

$\dot{U}_{\text{ОП}} = 0$  и  $Y_T = 0$ ,

$$\dot{I}_r = \frac{(1 - a^2) \cdot Y_{iB} + (1 - a) \cdot Y_{iC}}{Y_{iA} + Y_{iB} + Y_{iC} + G_r} \cdot G_r \cdot \dot{U}_{\Phi}. \quad (25)$$

Токът  $\dot{I}_r$  зависи от проводимостите на фазите спрямо земя  $Y_{iA}, Y_{iB}, Y_{iC}$ , от проводимостта на човека  $G_r$  и от фазовото напрежение  $\dot{U}_{\Phi}$ .

4. Изолиран звезден център на източника,

$$Y_{g1} = Y_{g2} = Y_{g3} = Y_g, \quad U_{\text{ОП}} \neq 0 \quad \text{и} \quad Y_T \neq 0.$$

В този случай:

$$I_r = \frac{\frac{3Y_g}{Y_T} \cdot (Y_T + A) + (A + G_r)}{\frac{3Y_g}{Y_T} \cdot (Y_T + B) + B} \cdot G_r \cdot U_{\Phi} - \frac{Y_T}{Y_T + B + \frac{Y_T}{3Y_g} \cdot B} \cdot G_r \cdot U_{\text{ОП}}, \quad (26)$$

където:

$$A = (1 - a^2) Y_{iB} + (1 - a) Y_{iC},$$

$$B = Y_{iA} + Y_{iB} + Y_{iC} + G_r.$$

Токът  $I_r$  зависи от проводимостите  $Y_g, Y_T, Y_{iA}, Y_{iB}, Y_{iC}, G_r$ , от фазовото напрежение  $U_{\Phi}$  и от оперативното напрежение  $U_{\text{ОП}}$ .

Напрежението  $U_T$  определяме, като се използва уравнение (16).

Ако приемем  $Y_{iA} = Y_{iB} = Y_{iC} = Y$ ,  $Y_{g1} = Y_{g2} = Y_{g3} = Y_g$  и отчетем изрази (6) ÷ (10), получаваме:

$$U_T = \frac{-\frac{3Y_g \cdot G_r}{C} \cdot U_{\Phi} + \frac{3Y_g \cdot 3Y_g - 3Y_g}{1 - \frac{C \cdot D}{3Y_g \cdot 3Y_g}} \cdot U_{\text{ОП}}}{1 - \frac{C \cdot D}{3Y_g \cdot 3Y_g}} \cdot U_{\text{ОП}}, \quad (27)$$

където:

$$C = Y_O + 3Y_g + 3Y + G_r,$$

$$D = Y_T + 3Y_g.$$

Ако  $Y_O = 0$ , то:

$$U_T = -\frac{\frac{3Y_g \cdot G_r}{E} \cdot U_{\Phi} + \frac{3Y_g \cdot 3Y_g - 3Y_g}{1 - \frac{E \cdot D}{3Y_g \cdot 3Y_g}} \cdot U_{\text{ОП}}}{1 - \frac{E \cdot D}{3Y_g \cdot 3Y_g}} \cdot U_{\text{ОП}}, \quad (28)$$

където:

$$E = 3Y_g + 3Y + G_r.$$

Анализът на формули (27) и (28) показва, че при докосване на човек до фаза, входният сигнал  $U_T$  изменя своята стойност и предизвиква сработване на защитата, като чувствителността се определя от съотношението на проводимостите  $Y_O, Y_g, Y, Y_T$ .

При свързване на датчика между изкуствената нулева точка на мрежата  $O'$  и земя, устройството може да се реализира без оперативен източник на захранване. В този случай входният сигнал на устройството ще се определя от първото събираемо в зависимост (27). При симетрия на проводимостта на изолацията на фазите спрямо земя и симетрични проводимости на елементите на датчика до докосването на човек до фаза ( $G_r = 0$ ), входният сигнал е равен на нула. При докосване възниква входен сигнал и защитата сработва. Следователно, устройството реагира на несиметрията на фазовите напрежения спрямо земя (на напрежението с нулева последователност).

Обикновено за подобряване характеристиката на защитното устройство, то се изпълнява така, че проводимостта  $Y_g$  за тока с промишлена честота има неголяма стойност. В този случай първото събираемо в израз (28) има малка стойност и можем да не го отчитаме.

Тогава:

$$U_T = -3Y_g \cdot \frac{3Y + G_r}{E \cdot D - 9Y_g} \cdot U_{\text{ОП}}, \quad (29)$$

$$I_T = -\frac{3Y + G_r}{\frac{D}{Y_T \cdot 3Y_g} \cdot E + 1} \cdot U_{\text{ОП}}. \quad (30)$$

## Литература

Афанасьевич, П. И., А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин, В. Г. Миронов, Н. А. Мельников. 1967. Теоретические основы электротехники. Том I, „Висшая школа“, М.  
Сучилин, А. М. 1971. Применение направленных графов к задачам электротехники. „Энергия“, Ленинградское отделение.