

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА МИГРАЦИОННИТЕ ПАРАМЕТРИ С ОТЧИТАНЕ НА РЕГИОНАЛНАТА ХИДРОДИСПЕРСИЯ ПРИ ИМПУЛСЕН ИЗТОЧНИК

Николай Т. Стоянов

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София; nts@mgu.bg

РЕЗЮМЕ. Предложеният метод за определяне на миграционните параметри на пореста среда отчита количествено регионалната хидродисперсия (макрохидродисперсията) на вещество, като разсейването на постъпилия във водоносния пласт индикатор се разглежда като функция на мащаба на опита. Процесът се описва с аналитично решение на частното диференциално уравнение на миграцията при импулсен източник и допускане, че дисперсивността α зависи експоненциално от дължината x на преминатия от замърсителя (индикатора) път. В програмната реализация на метода е включена оптимизационна процедура, използваща алгоритъма на Levenberg-Marquardt. Идентификацията на миграционните параметри се базира на автоматизирано сравняване на опитните данни със серия от теоретични криви. С компютърната програма могат да се обработват данни от по-едромащабни миграционни опити с импулсен източник по две схеми – водочерпателни опити и опити в естествен поток. По този начин се определят миграционните параметри активна порестост n_0 , надлъжна дисперсивност $\alpha_{L\infty}$ при $x \rightarrow \infty$, характеристична дължина на надлъжната дисперсивност L_{CL} и коефициент на елиминиране γ .

ESTIMATION OF MASS TRANSPORT PARAMETERS TAKING INTO ACCOUNT THE REGIONAL HYDRO-DISPERSION IN CASE OF AN IMPULSE INPUT OF TRACER

Nikolay T. Stoyanov

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia; nts@mgu.bg

ABSTRACT. The proposed method for estimation of mass transport parameters of porous medium takes quantitatively into account the regional hydro-dispersion (macro hydro-dispersion) of the substance, i.e. the dispersion of the tracer that entered the aquifer is regarded as a function of the scale of the experiment. The process is described by the analytical solution of the partial differential equation for the migration in case of a pulse source and the assumption that dispersivity α depends exponentially on the length x of the track passed by the pollutant (tracer). An optimization procedure based on the Levenberg-Marquardt algorithm is included in the program realization of the proposed technique. The identification of the mass transport parameters is based on an automatic comparison between test data and a set of theoretical curves. The developed computer program can be used for processing of data from large-scale experiments performed with impulse input of tracer in case of two test schemes - pumping tests and tests when natural flow is present. In such a way are estimated the mass transport parameters active porosity n_0 , longitudinal dispersivity $\alpha_{L\infty}$ in case $x \rightarrow \infty$, characteristic length of longitudinal dispersivity L_{CL} , and decay constant γ .

Въведение

В представените в различни литературни източници идентификационни методи за обработка на резултатите от индикаторни тестове обикновено се приема априори, че коефициентът на дисперсивност е постоянна величина ($\alpha = \text{const}$), характеризираща геометрията на поровото пространство, която не зависи от дължината на преминатия от индикатора път (Гълъбов, Пенчев, 1984; Sauti, Kinzelbach, 1988; Bear, 1979; Freeze, Cherry, 1979; Стоянов, 2006; 2012; и др.). От това следва, че и хидродисперсията или разсейването на индикатора във водоносния пласт не зависи от мащаба (размерността) на провеждания експеримент. Подобно разбиране за хидродисперсията е напълно приемливо при локален мащаб на разглеждане. Съвсем различни са, обаче, условията за развитие на процеса в регионален мащаб.

Въз основа на анализа на резултатите от голям брой практически изследвания за определяне на надлъжната дисперсивност α_L редица автори (Neuman, 1990; Adams, Gelhar, 1992; Gelhar et al., 1992; и др.) установяват ясно отличима връзка между мащаба на конкретното изследване (L_s) и определените стойности за коефициента на надлъжна дисперсивност α_L . Според същите автори мащабът на изследване се определя от разстоянието, което е изминал изследваният индикатор в хода на провеждания опит. Установено е, че дисперсивността нараства с увеличаването на L_s и това противоречи на закономерностите, установени в локален мащаб на изследване, където подобна зависимост не съществува.

Така описаният механизъм на регионалната хидро-дисперсия (макрохидродисперсия) черпи практически доказателства от проведените продължителни опити в полеви условия, при които е определяна концентрацията

на изследваните ингредиенти в голям брой точки от миграционното поле. Христоматийни примери са продължителите с години опити в района на:

- Бордън, Онтарио, Канада (Maskay et al., 1986; Freyberg, 1986);
- Кейп Код, Мазачузетс, САЩ (LeBlanc et al., 1991; Garabedian et al., 1991);
- Военно-въздушна база "Колумбия", Мисисипи, САЩ (Adams, Gelhar, 1992; Boggs et al., 1992).

Главният извод от тези мащабни изследвания е, че дисперсивността е функция на пространствените координати и нараства с увеличаването на пътя, изминат от съответния индикатор. Основните практически следствия са: (1) Разсейването (дисперсията) на индикатора се увеличава във времето много по-интензивно и скоростта на миграция е значително по-висока, в сравнение с класическите представи за процеса на хидродисперсия. (2) При импулсно постъпване на индикатора, зоната с максимална концентрация се движи със скорост по-ниска от тази на конвективния пренос.

Предложеният метод за идентификация на миграционните параметри на пореста среда отчита процесите на макрохидродисперсия. С него могат да се обработват данни от едромасщабни миграционни тестове, изпълнени по схемата водочерпателен опит или по схемата опит в естествен поток. Разработената компютърна програма включва аналитично решение на уравнението на едномерната миграция в случая на импулсен източник и при допускането, че надлъжната дисперсивност зависи експоненциално от дължината на преминатия от индикатора път. Алгоритъмът за идентификация на търсените параметри включва автоматичното сравнение на опитните данни с теоретични зависимости. В програмата е имплементирана и една от най-добрите оптимизационни процедури – алгоритъма на Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1961).

Основни опитни схеми

Основните опитни схеми за провеждане на едромасщабни полеви индикаторни тестове с импулсно постъпване на индикатора са: опит в условията на естествен филтрационен поток; водочерпателен опит с постоянен дебит.

Опитите в условията на естествен поток са подходящи за водоносни пластове и зони, характеризирани се с несложна структура на филтрационното поле и относително висока скорост на подземното течение. Експерименталните участъци включват два или повече сондажа, които са разположени така, че пуснатият индикатор в един от сондажите (пускателен сондаж), да мигрира под влияние на естествения поток и да достигне до останалите сондажи (наблюдателни сондажи). При произволна конфигурация на сондажите, протичащите по време на опита филтрационните и миграционни процеси, са двумерни. Ако, обаче, сондажите са разположени по една токова линия, е напълно допустимо процесите да се разглеждат като едномерни.

Водочерпателната опитна схема съкращава значително продължителността на експеримента и е препоръчително

да се използва в случаи на по-сложна структура на филтрационното поле или при ниски скорости на подземния поток. Опитният участък включва три сондажа – пускателен, наблюдателен и водочерпателен, които са разположени по една права линия. Водочерпенето се провежда с постоянен дебит, т.е. опитът протича в условията на едномерна радиална филтрация. Често водочерпателният сондаж се използва и като наблюдателен, но това не е много коректно, тъй като в близост до него структурата на филтрационния поток е силно нарушена.

Предложеният метод за обработка на резултатите от индикаторни тестове по описаните опитни схеми е базиран на следните допускания:

- филтрационната среда е порест тип, хомогенна и изотропна;
- филтрационното поле е стабилизирано и едномерно;
- скоростта на филтрация v е постоянна;
- фоновата концентрация на индикатора c_0 е постоянна;
- индикаторът постъпва импулсно, като за много кратък период определено количество от него с маса ΔM се инжектира в пусковия кладенец;
- концентрационното поле е нестабилизирано и едномерно, като концентрацията на индикатора c се описва с функцията $c = f(x, t)$;
- в хода на опита в наблюдателния сондаж се следи изменението на концентрацията на индикатора $c(t)$.

Математически модел на миграцията с отчитане на регионалната хидродисперсия при импулсен източник

Едномерната миграция на индикатор в еднороден водоносен пласт с отчитане на конвективния пренос, сорбцията, необратимото елиминиране и дисперсията (при условие, че $\alpha_L = \text{const}$), т.е. за локален мащаб на разглеждане, се описва с представеното в (Стоянов, 2012; и др.) частното диференциално уравнение от вида:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\alpha_L v}{n_S} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{v}{n_S} \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma c \quad (1)$$

където: c – концентрация на индикатора в течната фаза, ML^{-3} ; v – скорост на филтрация (по Darcy), LT^{-1} ; α_L – коефициент на надлъжна дисперсивност, L ; n_S – сорбционна порестост, без дименсия; γ – коефициент на елиминиране, T^{-1} ; x – пространствена координата, L ; t – времева координата, T .

Следва да се отбележи, че ако индикаторът е инертен, т.е. не взаимодейства с филтрационната среда, сорбционната порестост n_S в уравнение (2) следва да се замени с активната порестост n_0 (също без дименсия).

В предложения от Pickens и Grisak (1981) класически подход за оценка на регионалната хидродисперсия се приема, че надлъжната дисперсивност α_L зависи експоненциално от дължината x на преминатото от

замърсителя (индикатора) разстояние. За количествено определяне на тази връзка те предлагат зависимостта:

$$\alpha_L(x) = \alpha_L \infty (1 - \exp(-x/L_C)) \quad (2)$$

където: $\alpha_L \infty$ – коефициент на макродисперсивност (стойност на надлъжната дисперсивност α_L , която се достига при $x \rightarrow \infty$), L ; L_C – характеристична дължина на надлъжната дисперсивност, L .

За регионален мащаб на разглеждане едномерната миграцията на индикатора в еднороден водоносен пласт, в съответствие с уравнение (1) и формула (2) може да се опише с частното диференциално уравнение:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\alpha_{L\infty} (1 - \exp(-x/L_C))v}{n_S} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{v}{n_S} \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma c \quad (3)$$

В хидрогеоложката литература са представени голям брой аналитични решения на уравнение (1) в различни негови модификации и изведени при различни начални и гранични условия. Най-общото от тях е получено за произволно изменение на концентрацията в точката на постъпване на замърсителя (Гълъбов, 1979). Решенията за източници с постоянна концентрация при непрекъснато, пакетно или импулсно постъпване на замърсители са цитирани и прилагани от много автори (Hunt, 1978; Bear, 1979; Freeze, Cherry, 1979; Kinzelbach, 1986; Гълъбов, Пенчев, 1986; Sauti, Kinzelbach, 1988; Стоянов 2006; 2012; и др.). Някои от тях са изведени за импулсен източник и при експоненциално изменение на дисперсивността (Sauti, Kinzelbach, 1988; и др.). Аналитичното решение на уравнение (3) за импулсен източник след незначителни преобразования, съобразени с вече направените, има вида:

$$c(x,t) = \frac{\Delta M}{F n_S \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{4\alpha_{L\infty} v t}{n_S} \left(1 + \frac{n_S L_C}{v t} \left(\exp\left(\frac{-vt}{n_S L_C}\right) - 1 \right) \right)}} \times \exp\left(-\frac{\left(\frac{x - vt}{n_S} \right)^2}{\frac{4\alpha_{L\infty} v t}{n_S} \left(1 + \frac{n_S L_C}{v t} \left(\exp\left(\frac{-vt}{n_S L_C}\right) - 1 \right) \right)} \right) \exp(-\gamma t) \quad (4)$$

където: $c(x,t)$ – концентрация на индикатора в наблюдателния сондаж в момент t от началото на опита, ML^{-3} ; ΔM – маса на постъпилния замърсител, M ; F – площ на сечението, през което мигрират замърсителите, L^2 ; x – разстояние между пусковия и наблюдателния кладенец, L .

Предлаганият метод за обработка на резултатите от полеви тестове с импулсно постъпване на индикатора и при отчитане на регионалния мащаб на експеримента се базира на напълно автоматизирано сравняване на опитните данни със серия от теоретични криви, всяка от които се описва с уравнение (4). Големият брой теоретични криви се получават чрез вариране на

търсените параметри n_0 , n_S , $\alpha_{L\infty}$, L_C и γ , които присъстват като константи в същото уравнение.

Автоматичното сравнение на опитните данни с теоретичните криви се извършва посредством оптимизационна процедура, включваща алгоритъма на Levenberg-Marquardt. Тази процедура е подробно описана в литературата (Marquardt, 1961; Brown, Dennis, 1972; Стоянов, 2004; и др.).

Реализация на метода в програма TT1DMI-E

Предлаганият метод е реализиран в алгоритъма на програма TT1DMI-E. Разработена е на C++ за операционна система WINDOWS. Програмата включва четири модула.

Модул за въвеждане и редактиране на входните данни

Входните данни включват:

- разстояние между пусковия и наблюдателния кладенец x , m ;
- скорост на филтрация v , m/d ;
- фонова концентрация c_b , g/l ;
- относителна маса на индикатора $\Delta M/2F$, g/m^2 ;
- текстов файл с данни за изменението на концентрацията в наблюдателния кладенец $c_i = f(t_i)$ в g/l , където t_i е времето в min от началото на опита до i -тото измерване.

Данните за x , v , c_b и $\Delta M/2F$ се въвеждат в диалогов режим. Измерените в наблюдателния кладенец стойности на концентрацията c_i в моменти t_i се въвежда от предварително създаден външен файл с разширение *.xls. Допълнително като входни данни се задават начални стойности на търсените параметри (n_0 , n_S , $\alpha_{L\infty}$, L_C и γ) и възможните граници на тяхното изменение. При обработването на данни от опити с индикатори, които не се разпадат или утаяват, идентификацията се изпълнява след изключване на параметъра γ .

Модул за минимизация

Този модул търси минимума в разликите между опитните данни и теоретичните криви при различни стойности на n_0 , n_S , $\alpha_{L\infty}$, L_C и γ , като използва алгоритъма на Levenberg-Marquardt. Програмата позволява визуално да се следи степента на несъответствието между измерените стойности и теоретичните криви. Установените разлики се редуцират чрез вариране на границите на изменение на търсените параметри.

Модул за моделиране на миграцията

Модулът изчислява теоретичните стойности на концентрациите в наблюдателния кладенец c_i по предварително зададени стойности на търсените параметри. Изчисленията се правят по уравнение (4).

Модул за извеждане на крайните резултати

Този модул прави запис на крайните резултати в два външни текстови файла. Първият изходен файл съдържа получените стойности на n_0 , n_S , $\alpha_{L\infty}$, L_C и γ , а във втория са записани данните от реалните измервания и тези от апроксимиращата ги теоретична крива. За визуализацията на резултатите може да се ползват някои от стандартните програми за графична обработка на 2D данни.

Компютърна програма TT1DMI-E работи в графична среда под управление на операционна система WINDOWS, където става визуализацията на междинните и окончателните резултати във вид на графики и таблици.

Тестване на програмата

Програма TT1DMI-E е тествана за оценка на: грешката при идентификацията на миграционните параметри от теоретични криви, определени при предварително задаване на техните стойности; шумоустойчивостта на решението.

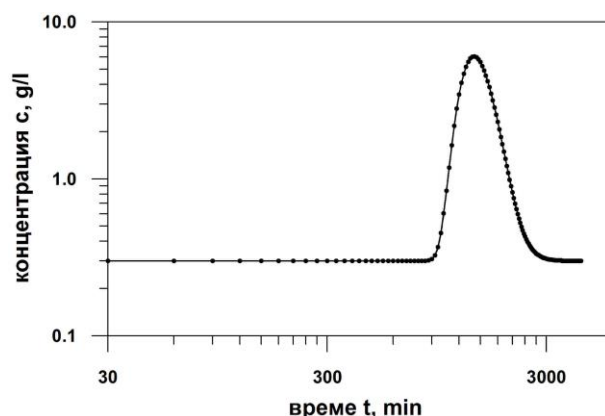
Първата проверка е направена като по предварително зададени стойности на n_s , $\alpha_{L\infty}$, L_c и γ са изчислени стойностите на концентрацията на индикатора в наблюдателния кладенец c_i в определени моменти t_i . При изчисленията се приема, че разстоянието между пусковия и наблюдателния кладенец е $x = 10$ m, скоростта на филтрация е $v = 1$ m/d, фоновата концентрация е $c_b = 0.3$ g/l, масата на постъпилния индикатор е $\Delta M = 25$ g, а напречното сечение е $F = 10$ m. След това е направена идентификация на параметрите n_s , $\alpha_{L\infty}$, L_c и γ като изчислените при горните условия стойности на зависимостта $c_i = f(t_i)$ са обработени с програма TT1DMI-E.

Изчислените концентрации на индикатора в наблюдателния кладенец c_i в моменти t_i са представени с точки на фиг. 1. На същата фигура с плътна линия е дадена и получената с програма TT1DMI-E идентификационна крива. Предварително зададените стойности на n_s , $\alpha_{L\infty}$, L_c и γ и резултатите от извършената с програмата идентификационна процедура са представени в таблица 1.

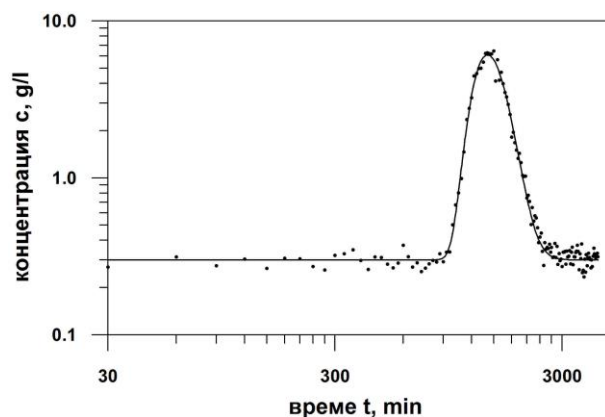
Резултатите от първата проверка показват, че идентифицираните с програма TT1DMI-E стойности за n_s , $\alpha_{L\infty}$ и L_c почти съвпадат и или са твърде близки (с вариации около 1-2%) до предварително приетите стойности на търсените параметри. Единствено идентификационната грешка за γ е малко по-голяма, но не достига 5 %. Това доказва голямата достоверност на решението до степен близка на точността на използваното в съответната програма аналитично решение.

Втората проверка дава оценка за шумоустойчивостта на полученото решение. За тази цел към теоретично определените стойности на концентрацията на индикатора в наблюдателния сондаж c_i е добавен случаен, нормално разпределен шум с отклонения от тези стойности с 1, 2.5, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 и 50 %. Добавянето на шума цели да моделира възможни грешки от различно естество, които могат да възникнат при практическото провеждане на експериментите. Така теоретичните стойности в тестовите примери ще се доближат максимално до реално измерваните в полеви условия концентрации. След зашумяването всяка от получените зависимости $c_i = f(t_i)$ е обработена с програма TT1DMI-E. На фигури 2, 3 и 4 са дадени с плътна линия получените идентификационни криви при зашумяване на теоретичните стойности с 10 %, 20% и 30%. На същата фигура зашумените стойности на функцията $c_i = f(t_i)$ са представени с точки.

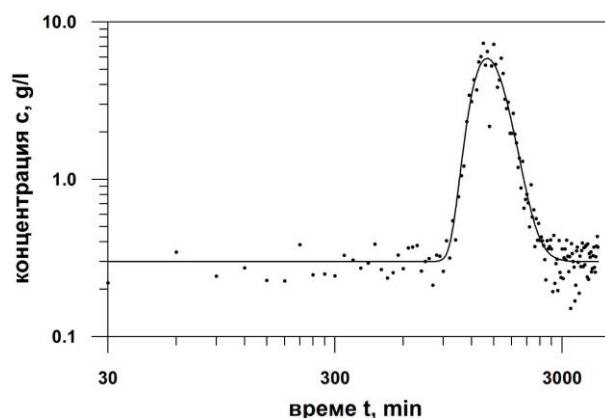
Стойностите на n_s , $\alpha_{L\infty}$, L_c и γ са, изчислени при различно ниво на шума са сравнени с тези, получени при незашумени входни данни. На фигури 5, 6 и 7 е представена връзката между % на грешката при идентифициране на параметрите и % на шума.



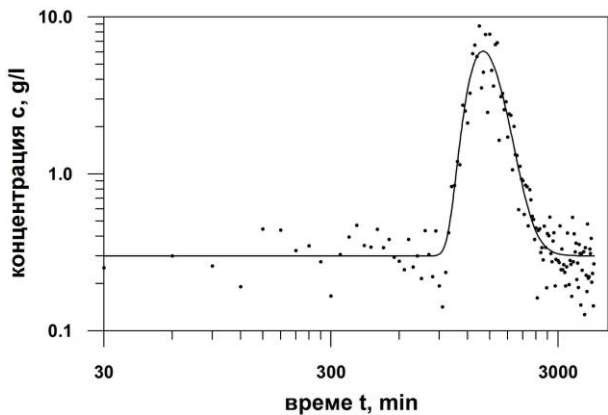
Фиг. 1. Тестов пример без шум



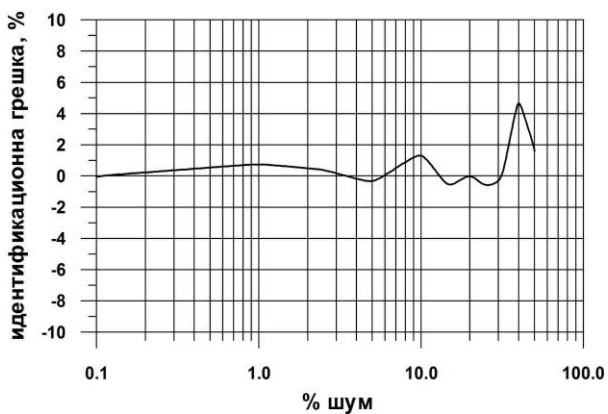
Фиг. 2. Тестов пример с 10% шум



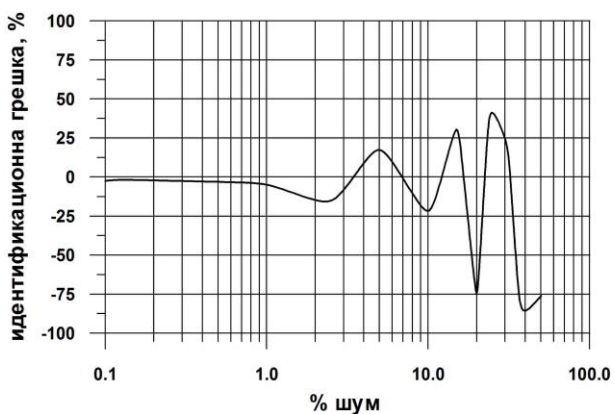
Фиг. 3. Тестов пример с 20% шум



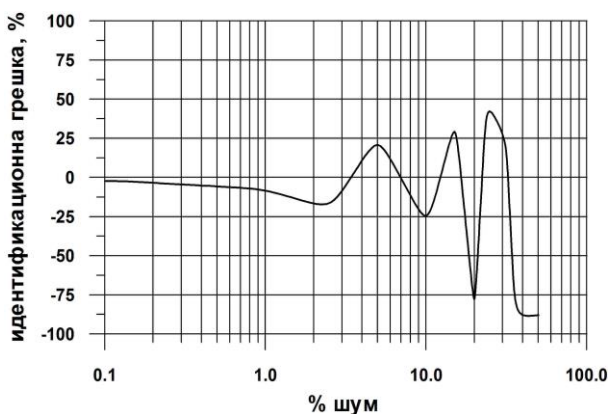
Фиг. 4. Тестов пример с 30% шум



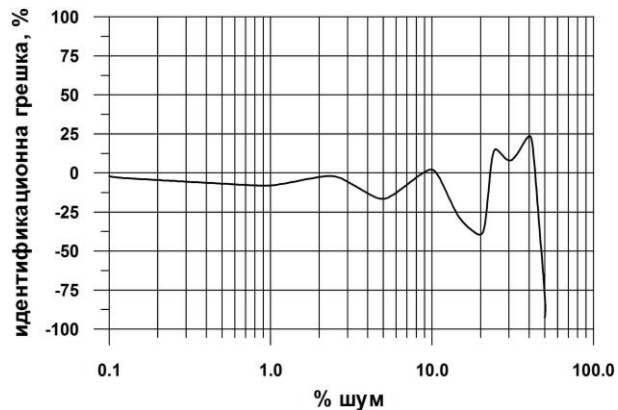
Фиг. 5. Идентификационна грешка при определяне n_s



Фиг. 6. Идентификационна грешка при определяне на $\alpha_{L\infty}$



Фиг. 7. Идентификационна грешка при определяне на L_c



Фиг. 8. Идентификационна грешка при определяне на γ

Таблица 1. Резултати от идентификационната процедура

Миграционен параметър	n_s	$\alpha_{L\infty}$ m	L_c m	γ d^{-1}
Предварително зададена стойност	0.1	2.63	100	0.1
Идентифицирана с TT1DMI-E стойност	0.0999	2.5881	97.7	0.0953
Идентификационна грешка, %	0.1	1.6	2.3	4.7

Внимателния анализ на резултатите от направеното изследване за шумоустойчивост на идентификационните решения позволява да се направят следните по-важни обобщения и изводи:

- Сорбционната порестост n_s , респ. и активната порестост n_0 се идентифицират съвсем точно, като получените решения на практика не се влияят съществено от симулирания шум във входните данни. Идентификационната грешка не надхвърля 2% дори при стойности на шума до 20-30%, а при по-голямо зашумяване (около 50%) грешката остава под 5% (вж. фиг. 5).
- Твърде по-неустойчиво е решението за надлъжната макродисперсивност $\alpha_{L\infty}$ и свързаната с нея характеристична дължина L_c . Единствено при много нисък шум (под 1%) идентификационната грешка е съвсем незначителна – под 5%. При по-високи стойности на шума до (10-15%) грешката достига до 20-25%, без да надхвърля тези стойности (фиг. 6 и 7). Допълнителното нарастване на шума води до напълно неприемливо високи стойности на грешката.
- Подобна чувствителност към шума се установява и при решенията за коефициента на елиминиране γ . При шум до 10% идентификационната грешка е под 15%. По-голямото зашумяване на входните данни е причина за силно вариране на грешката, която е най-често в границите от 10 до 35-40%. При 45-50% шум грешката е вече над 90% (фиг. 8).

С разработената програма TT1DMI-E с достатъчна точност могат да се интерпретират резултатите от индикаторни тестове с импулсен източник, ако грешките при измерването на концентрациите при провеждане на

опитите не надхвърлят 10%. Точността на идентификацията ще се повиши многократно, ако грешките при полевите измервания са сведени под 1-2%. Ето защо, използване на програмата трябва да се предшества от добро планиране и изпълнение на опитната схема, от прецизен анализ на допуснатите в хода на теренните работи неточности и грешки и от внимателен подбор на опитните резултати.

Заклучение

Представените тестове и проверки за устойчивост на решението показват, че предложеният метод и разработената програма TT1DMI-E могат успешно да се използват за идентифициране на миграционните параметри активна порестост n_0 , сорбционна порестост n_s , коефициент на надлъжна макродисперсивност $\alpha_{L\infty}$ и коефициент на елиминиране γ по данни от едромасщабни полеви индикаторни опити при импулсен източник. Основни предимства на метода са в цялостната автоматизирана обработка на данните и в нагледната визуализация на полученото крайно решение.

Литература

- Бочевер, Ф. М., Н. Н. Лапшин, А. Е. Орадовская. 1979. *Защита подземных вод от загрязнения*. М., Недра, 254 с.
- Веригин, Н. Н. (ред.). 1977. *Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород*. М., Недра, 272 с.
- Гълъбов, М. М. 1979. Динамика загрязнителей в водоносном пласте при переменной интенсивности загрязнения на границе. – In: *Wissensch. Konf. Simul. Migration im Grundwasser, Dresden*, 94-100.
- Гълъбов, М. М., П. П. Пенчев. 1984. К методике определения гидрогеологических параметров массопереноса в водоносных пластах. – *Сп. Бълг. геол. д-во*, 3, 221-230.
- Гълъбов, М. М., П. П. Пенчев. 1986. *Решаване на приложни гидрогеоложки задачи с помощта на ЕИМ*. С., Техника, 374 с.
- Мироненко, В., В. Румынин. 1986. *Опытно-миграционные работы в водоносных пластах*. М., Недра, 238 с.
- Пенчев, П., Б. Великов. 1979. Методически особености на лабораторните определения на някои основни физикохимични и хидродинамични параметри на замърсителите в подземните води. – *Хидротехника и мелиорация*, 10, 22-24.
- Стоянов, Н. 2003. *Оценка и прогнозиране на замърсяването на подземните води от дела за твърди битови отпадъци*. Дисертация, С., МГУ “Св. Иван Рилски”, 215 с.
- Стоянов, Н. 2006. Идентификация на миграционните параметри на порестата среда по данни от лабораторни опити в колони – *Сп. “БУЛАКВА”*, 1, 36-41.
- Стоянов, Н. 2012. Идентификация на миграционните параметри на пореста среда по данни от тестове с

- импулсно подаване на индикатора. – *Год. МГУ “Св. Иван Рилски”*, 55, Св. I, *Геол. геоф.*, 134-139.
- Adams, E. E., L. W. Gelhar. 1992. Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer: 2. Spatial moments analysis. *Water Resour. Res.*, 28, 12, 3292-3307.
- Bear, J. 1979. *Hydraulics of Groundwater*. McGraw-Hill, New York, 569 p.
- Boggs, J. M., E. E. Adams. 1992. Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer: 4. Investigation of adsorption and sampling bias. – *Water Resour. Res.*, 28, 12, 3225-2245.
- Brown, K. M., J. E. Dennis. 1972. Derivative free analogues of the Levenberg-Marquardt and Gauss algorithms for nonlinear least squares approximations. – *Numerische Mathematik*, 18, 289-297.
- Freeze, R. A., J. A. Cherry. 1979. *Groundwater*. Prentice-Hall, New Jersey, Englewood Cliffs, 604 p.
- Freyberg, D. L. 1986. A natural gradient experiment on solute transport in sand aquifer: 2. Spatial moments and the advection and dispersion of non-reactive tracers. – *Water Resour. Res.*, 22, 13, 2031-2046.
- Fried, J. J. 1975. *Groundwater Pollution*. Elsevier, New York, 330 p.
- Garabedian, S. P., D. R. LeBlanc, L. W. Gelhar, M. A. Celia. 1991. Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, Cape Cod, Massachusetts: 2. Analysis of spatial movements for a non-reactive tracer. – *Water Resour. Res.*, 27, 5, 911-924.
- Gelhar, L. W., C. Welty, K. R. Rehfeldt. 1992. A critical review of data on field-scale dispersion in aquifers. – *Water Resour. Res.*, 28, 7, 1955-1974.
- Hunt, B. 1978. Dispersive sources in uniform groundwater flow. – *J. Hydraulics Division, Am. Soc. Civil Eng.*, 104, 1, 75-85.
- Kinzelbach, W. 1986. *Groundwater Modelling. An introduction an sample programs in BASIC*. Elsevier, 333 p.
- LeBlanc, D. R., S. P. Garabedian, K. M. Hess, L. W. Gelhar, R. D. Quadri, K. G. Stollenwerk, W. W. Wood. 1991. Large-scale natural gradient tracer test in sand and gravel, Cape Cod, Massachusetts: 1. Experimental design and observed tracer movement. – *Water Resour. Res.*, 27, 5, 890-910.
- Mackay, D. M., D. L. Freyberg, P. V. Roberts, J. A. Cherry. 1986. A natural gradient experiment on solute transport in sand aquifer: 1. Approach and overview of plume movement. – *Water Resour. Res.*, 22, 13, 2017-2030.
- Marquardt, D. W. 1961. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. – *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 2, 431-441.
- Neuman, S. P. 1990. Universal scaling of hydraulic conductivities and dispersivities in geologic media. – *Water Resour. Res.*, 26, 8, 1749-1758.
- Pickens, J. F., G. E. Grisak. 1981. Modeling of scale-dependent dispersion in hydrogeologic systems. – *Water Resour. Res.*, 17, 5, 1701-1711.
- Sauty, J., W. Kinzelbach. 1988. On the identification of the parameters of groundwater mass transport. *Groundwater flow and quality modelling*. – *NATO ASI Series*, 33-56.