

МОДЕЛЪТ КОНТЕ МАРЛО

Митко Димов¹, Мария Каменарова², Златин Съръстов³

¹ Минно Геоложки Университет „Св.Иван Рилски“, 1700 София, E-mail: dimov_mgu@abv.bg

² „Амфора Капитал“ АД, 1113 София, ул. „Акад. Методи Попов“, №22А, E-mail: maria.kamenarova@amphoracap.com

³ Университет за национално и световно стопанство, 1700 София, E-mail: zlatin.sarastov@amphoracap.com

РЕЗЮМЕ. Конте Марло е опростена версия на широко известния модел Монте Карло. Той е редуциран и опростен, за да бъде възможно приложението му в известните програми за електронни таблици. Моделът е интуитивен, лесен за модифициране и прилагане към всяка ситуация, която включва оценяване на проекти в минната индустрия или др. Разпределението на входните параметри са унифицирани и стандартни. Моделът извежда оценка и доверителен интервал.

THE CONTE MARLO METHOD

Mitko Dimov¹, Maria Kamenarova², Zlatin Sarastov³

¹ University of Mining and Geology "St.Ivan Rilsky", 1700 Sofia, E-mail: dimov_mgu@abv.bg

² Amphora Capital JSC, 1113 Sofia, 22A Acad. Methodi Popov Str., E-mail: maria.kamenarova@amphoracap.com

³ University of National and World Economy, 1700 Sofia, E-mail: zlatin.sarastov@amphoracap.com

ABSTRACT. Conte Marlo is a simple and intuitively easy version of the widely used Monte Carlo method. It is simplified and reduced to be able to perform with known spreadsheet programs. The model is intuitive, easy to modify, play with and tailor to any situation when valuing projects in the mining industry or elsewhere. The distributions of the input parameters are optionally uniform or standard. The model produces valuation and range of confidence.

Въведение

Съвременната финансово-икономическа литература [8] предлага разнообразни модели за определяне стойността на предприятията, които обаче имат общ недостатък – те са сложни и често генерират проблеми при интерпретиране на резултатите. Това ни ориентира към разработването на опростен модел с елементи на случайност за определяне на стойността на хипотетично предприятие по метода на сконтираните парични потоци, както и оценка за колебанието на тази стойност [4]. Стремехът е моделът да се прилага чрез използването на наличните и наложили се в практиката таблични програмни продукти (Microsoft Excel), което ще осигури широката му достъпност от практикуващите инженери и икономисти.

Поставената задача предполага на първо място да бъде съставен абстрактен модел на икономиката на хипотетично предприятие, която да съдържа само съществени фактори, които определят стойността му. Интуитивно избираме факторите, които пораждат

несигурност (риск) и тези които са детерминистични. Следваме критерия за степен на контролируемост от страна на ръководството на предприятието. Така например, цената на произвежданата и продаваната стока или услуга при условия на идеална конкуренция зависи предимно от пазара. Ръководството не може да определи самостоятелно конкретно ниво на цената, а в най-добрия случай да зададе вероятностно пространство, в което тази величина да заема стойности. Аналогичен е случаят с обема на реализираните продажби. Тези две величини се приемат за случайни в определени граници и се моделират като такива. Противно на това размерът на инвестициите в дълготрайни активи в голяма степен подлежи на управленческа дискреция и можем да считаме стойността на тази величина като подлежаща на определяемост и да ѝ зададем конкретен размер.

Като следваме този подход изграждаме динамичен модел на предприятието във времето, който се описва със система от уравнения съдържащи детерминистични и случайни величини както и константни параметри при определени ограничителни условия. Резултативните

продажби, оперативни печалби и функционално изведените свободни парични потоци заемат формата на случайни процеси. Ще изследваме поведението им след описанието и приложението на модела. Крайната ни цел е определяне на стойността на разглежданото предприятие V , нейните вариативност и разпределение.

Описание на модела

Моделираме предприятието като система от зависими случайни процеси и детерминистични величини във времето за периода $[t_0, t_n]$, където t_0 е последният отчетен период (в нашия случай – последната отчетна година), а t_i при $i \in [1, n]$ и $n \in \mathbb{N}$, е i -ти прогнозен период. За нашите цели работим с дискретни случайни процеси и непрекъснати случайни величини [2] [3]. Това е удачно, защото в практиката планирането и отчитането на дейността се извършва по периоди, а не непрекъснато във времето.

Дефинираме стойността на предприятието като сбор от настоящата стойност на скотираните във времето със скотови проценти r_i свободни парични потоци (F_i) за периодите $t_1, t_2, \dots, t_n$ и настоящата стойност на свободните парични потоци отвъд хоризонта t_{n+1} , зададени като перпетуитет по следната формула:

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+r_i)^i} + \frac{F_{n+1}}{r_{n+1}(1+r_i)^n} \quad (1)$$

При дефиниране на свободните парични потоци за всеки един от периодите $i = 1, 2, \dots, n$, следваме методологията на Копланд (1995)[1]:

$$F_i = N_i - C_i + \Delta W_i + D_i \quad (2)$$

където:

F_i е свободният паричен поток;

D_i са амортизационните разходи;

$N_i = (P_i - D_i) \cdot (1-T)$ е обложената оперативна печалба след данъци, където T е данъчната ставка, а P_i е оперативна печалба преди данъци и амортизация;

C_i са капиталовите инвестиции;

ΔW_i е изменението (инвестициите) на нетния оборотен капитал $W_i - W_{i-1}$.

Нека с S_i обозначим продажбите, като S_0 са продажбите за изходния, последен реализиран и отчетен период, а S_i , $i=1, 2, \dots, n$ са прогнозните продажби за бъдещите периоди от t_1 до t_n .

Приемаме, че мащаба на дейността, представен посредством размера на приходите от продажби (S) е определящ за всяка една от величините в дясната част на равенството (2). Следователно тези величини могат да бъдат представени като функционално зависими от приходите от продажби. Приемаме, че тези функционални зависимости са линейни от следния вид:

$$P_i = m_i S_i \quad (3)$$

$$C_i = c_i S_i \quad (4)$$

$$D_i = d_i S_i \quad (5)$$

$$W_i = w_i S_i \quad (6)$$

където m_i е коефициента на оперативната рентабилност, c_i е коефициента на капиталови инвестиции, d_i е коефициента на амортизационните разходи, а w_i е коефициента на инвестиции в оборотен капитал.

Следователно паричните потоци можем да представим като функция от приходите от продажби (S_i), коефициента на оперативната рентабилност (m_i), коефициента на амортизациите (d_i), коефициента на капиталовите инвестиции (c_i) и коефициента на оборотен капитал (w_i) като заместим (3)-(6) в (2):

$$F_i = m_i(1-T)S_i + w_i S_i - d_i T S_i - c_i S_i - w_{i-1} S_{i-1} \quad (7)$$

Приходите от продажби можем да представим като времева редица, в която:

$$S_i = S_{i-1}(1+g_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

където g_i е ръстът или съответно спадът на продажбите в съответния период. Интуитивната обосновка за това е, че в практиката продажбите за всеки един период се различават, но не с много от тези през предходния период. Основа за проекцията е S_0 , последната отчетна величина, която считаме за известна, тъй като е реализирана, а не очаквана.

Можем да приемем, че коефициента на оборотния капитал е константна величина, $w = w_1 = w_2 = \dots = w_n$.

След опростяване на (7) и заместване на (8) в него следва:

$$F_i = S_i \left[(1-T)m_i + w_i - d_i T - c_i - \frac{w_{i-1}}{1+g_i} \right] \quad (9)$$

Предвид (8) е валидна следната формула:

$$S_i = S_0 \prod_{j=1}^i (1+g_j) \quad (10)$$

Следователно:

$$F_i = S_0 \left[(1-T)m_i + w_i - d_i T - c_i - \frac{w_{i-1}}{1+g_i} \right] \prod_{j=1}^i (1+g_j) \quad (11)$$

Така дефинирани паричните потоци във всеки един период са поставени във функционална зависимост от продажбите от последния отчетен период S_0 и продукта от периодните им изменения g_j за всички предходни проектни периоди и текущия период t_i , умножени по маржа за оперативна рентабилност за периода, намалени с коефициента на корпоративния данък (T), към които са прибавени некасовите разходи и капиталовите инвестиции.

Изоставяме възможността за последващо факторно разлагане на продажбите на обем продукция по средна цена, тъй като това би усложнило представянето, без да внесе допълнителни ползи от гледна точка на поставената задача. Подобно представяне би изисквало отделни предположения както за развитието на цените и на обемите, така и на взаимовръзката между тези две величини, която според икономическата теория е различна за конкретните стоки и пазари и зависи от еластичността на търсенето и предлагането.

Интуитивно приемаме, че изменението на продажбите g_i и оперативната рентабилност m_i са случайни дискретни процеси. Останалите променливи в дясната част на (11) приемаме за детерминистични променливи. В конкретното проиграване на модела Конте Марло, дори ще поставим допълнителното ограничение те да са константни параметри, близки до своите дългосрочни исторически средни стойности. По този начин залагаме в модела предположението, че инвестиционният процес в предприятието, както и управлението на оборотния капитал ще бъдат предопределяни от успеха на дейността, а именно реализацията на произвежданите стоки и услуги.

Ще разгледаме, няколко различни възможни сценария за поведение на избраните от нас случайни непрекъснати величини - ръст на продажбите и оперетивна рентабилност.

Нека първо приемем, че тези две величини са равномерно разпределени в определени интервали около дългосрочните им средни стойности:

$$\begin{aligned} g_i &\sim U(g_{\min}, g_{\max}), \quad i=1,2,\dots,n \\ m_i &\sim U(m_{\min}, m_{\max}), \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (12)$$

Провеждаме k на брой опита и въз основа на тях изчисляваме очакваната стойност $E(V)=\mu$, дисперсията σ^2 (стандартното отклонение σ) и другите значими моменти. Опитите ни дават представа за минималната и максималната стойност на предприятието, като също така можем да изследваме чувствителността на модела по отношение на една или повече от детерминистичните величини.

Полученото разпределение на стойността V е нормално, което може да се докаже формално, но не е предмет на настоящата разработка.

Сега нека приемем, че две тези величини са нормално разпределени и непрекъснати по следния начин:

$$\begin{aligned} g_i &\sim N(\mu_g, \sigma_g^2), \quad i=1,2,\dots,n \\ m_i &\sim N(\mu_m, \sigma_m^2), \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (13)$$

Отново провеждаме k на брой опита, и въз основа на тях изчисляваме $E(V)=\mu$ и дисперсията σ^2 (стандартното отклонение σ) и другите значими моменти. Полученото разпределение на стойността V и в този случай е нормално, за което не представяме доказателство, но ще демонстрираме посредством приложението на модела върху хипотетично предприятие.

Моделът позволява прилагането и на други разпределения – например фрактални [9]. Последните ще бъдат предмет на бъдещи изследвания.

Икономическа обосновка

Представеният модел се основава на подхода на Модилияни и Милър (1963), доразвит от Рапапорт и Стърн в практико-приложните му аспекти. Стойността на предприятието съгласно този подход е настоящата стойност на очакваните свободни парични потоци, сконтирани с норма съответстваща на системния риск на дейности с подобно равнище на системен риск. Настоящият модел реализира този подход и представя най-вече начин за оценка на очакваните свободни парични потоци, като ги поставя във функционална зависимост от два случайни дискретни процеса и няколко редици от детерминистични величини.

Възникват въпросите: как определяме кои са значимите величини, как определяме техните стойности във времето, как решаваме кои от тях са случайни, в какви граници и кои от тях са детерминистични, как решаваме какви да са процесите на случайност? Нямаме готови отговори на тези въпроси освен най-общо следване на интуицията и здравия разум. Така например при избора на това, кои величини да приемем за стохастични се основаваме на възможността да се осъществява управленчески контрол върху тях.

Твърдението ни е, че избраните от нас случайни величини описват и обхващат над 80% от риска свързан с дейността и съответно вариативността на стойността на предприятието. Можем да включим и други случайни процеси в модела. Ефектът [6] от това обаче е излишно усложнение и загуба на аналитичен контрол върху модела.

При формулирането на подхода пренебрегваме корелацията между двата случайни процеса. Корелацията зависи от пазарната организация и може да бъде както положителна така и отрицателна. Тъй като целим модел в най-общия случай, пренебрегваме тази връзка.

Може да бъде поставен и въпроса: Защо капиталовите разходи са във функционална зависимост от продажбите? Отговорът е, че това е абстракция, която взема предвид, че не може да се осъществяват нови обеми продажби без

допълнителни инвестиции и тези инвестиции обикновено са пропорционални на продажбите, които се целят с тях.

Подобни аргументации можем да представим почти за всички функционални зависимости използвани в модела. Те обаче, никога няма да бъдат пълни и достатъчни. Поради тази причина, продължаваме да търсим, прилагаме и изпробваме вариации на този модел, като ще допълваме фамилията Конте Марло с модели, които се държат добре в конкретни практически ситуации.

Приложение в електронно-табличен продукт (Excel)

Съобразно поставената задача, целим относително опростено приложение на модела в електронни таблици, без да се налага писането на специален програмен код за отделните итерации (опити). Поради тази причина, изоставяме стандартното представяне във времето на величините от отчетите за приходите и разходите (ОПР), баланса и отчета за касовите потоци (ОКП) в масив, в който обикновено вертикално се представят отделните величини, а хоризонтално развитието им във времето. Вместо това развиваме всеки един прогностичен опит за проектиране на ОПР, баланс и ОКП в един единствен ред в електронната таблица по следния начин:

$S_0, S_1, S_2, \dots, S_n, g_1, g_2, \dots, g_n, P_0, P_1, P_2, \dots, P_n, m_1, m_2, \dots, m_n, \dots, F_0, F_1, F_2, \dots, F_n$

като например в клетката, съдържаща S_2 задаваме:

$$S_2 = (1 + g_2) S_1$$

съответно за g_2 задаваме:

- в случай, че е равномерно разпределена:

$g_2 = \text{RAND}() * (g_{\max} - g_{\min}) + g_{\min}$, като $g_{\max}$ и $g_{\min}$ са изходни параметри;

- в случай, че е нормално разпределена:

$$g_2 = \text{NORMSINV}(\text{RAND}()) * \sigma_g + \mu_g$$

Така зададена функцията $\text{NORMSINV}()$ генерира случайна стойност на отдалеченост от средната стойност μ_g в рамките на допустимите и приемливи за нормално разпределение интервали.

В клетката, съдържаща P_2 задаваме:

$$P_2 = S_2 * m_2$$

където:

$m_2 = \text{RAND}() * (m_{\max} - m_{\min}) + m_{\min}$ ако приемем че m_i е равномерно разпределена или

$m_2 = \text{NORMSINV}(\text{RAND}()) * \sigma_m + \mu_m$ ако приемем че m_i е нормално разпределена.

Продължаваме по този начин до пълното проектиране на всички позиции от ОПР, баланса и касовите потоци за n периода напред, като ги представяме обаче в един единствен ред на електронната таблица. След като приключим, можем да копираме реда $k-1$ на брой пъти в свободните редове в електронната таблица непосредствено под първия съставен от нас ред. По този начин, ще получим k на брой сценария или реализации на процеса. Стойността на предприятието за всеки един сценарий можем да изчислим като приложим (2) и поставим в клетка в началото или края на всеки от редовете. В резултат ще се получи колона от k на брой независими една от друга стойности на предприятието. Върху тази колона от стойности можем да приложим статистически анализ и други изчислителни манипулации.

Хипотетичен пример и резултати

Прилагаме модела за хипотетично предприятие от минно-добивната индустрия, като приемаме характерни за сектора изходни параметри за (10). Приемаме за базова година 2010, която е последния отчетен период.

Конкретните стойности на изходните величини представяме в следващата таблица:

Таблица 1.

Изходни величини (лева)

Базова година	2010
Продажби	60,000
Оперативна печалба преди данъци и амортизации	14,600
Амортизации	2,800
Оперативна печалба	11,700
Нетен оборотен капитал	1,300
Нетна оперативна печалба след данъци	10,800
Капиталови инвестиции	(7,000)
Изменение на оборотния капитал	(1,400)

Предположенията за бъдещото развитие на дейността представяме в следващата таблица посредством задаване на случайни процеси:

Таблица 2.

Предположения за бъдещо развитие на дейността – случайни процеси

Ръст на продажбите			Оперативна рентабилност преди данъци и амортизация		
Сценарий 1: Нормално разпределение	Очаквана средна стойност	12%	Сценарий единствен: Нормално разпределение	Очаквана средна стойност	18%
	Стандартно отклонение	10%		Стандартно отклонение	6%
Сценарий 2: Равномерно разпределение в интервал	Минимална стойност	-5%			
	Максимална стойност	25%			

Предположенията за развитието на детерминистичните променливи във времето систематизираме в следната таблица:

Таблица 3.

Предположения за стойностите на детерминистичните параметри

Параметър	Обозначение	Стойност
Амортизация като % от продажбите	$d=d_i$	4%
Нетен оборотен капитал като % от продажбите	$w=w_i$	3.5%
Капиталови инвестиции като % от продажбите	$c=c_i$	4.5%
Корпоративен данък	T	10%
Скотов процент	$r=r_i$	15%
Брой прогнозни периоди (години)	n	15
Капитализационен коефициент на оперативната печалба в крайния прогнозен период*	k_{EBITDA}	8.0x
Ръст на нетната оперативна печалба след данъци в крайния и следващите периоди отвъд хоризонта на прогнозиране*	g_{NOPLAT}	4%

Бележка: * се използват за оценка на терминалната стойност на предприятието отвъд прогнозния период

Провеждаме 500 опита с приложения в електронна таблица с модел по Сценарий 1 и същия брой опити по Сценарий 2, както са представени в Таблица 2. Резултатите представяме в следната таблица:

Таблица 4.

Резултати

Резултати:	Сценарий 1	Сценарий 2
Очаквана средна стойност	148,162	125,291
Стандартно отклонение	44,105	30,228
Максимална стойност	365,897	263,446
Минимална стойност	49,830	58,829

Таблица 5.

Статистическо описание на разпределението на резултативната стойност на предприятието

Параметри	
Средна стойност	148,142.8972
Стандартна грешка	1,962.679081
Медиана	14,2041.3934
Mode	#N/A
Стандартно отклонение	43,886.83844
Дисперсия на извадката	1,926,054,588

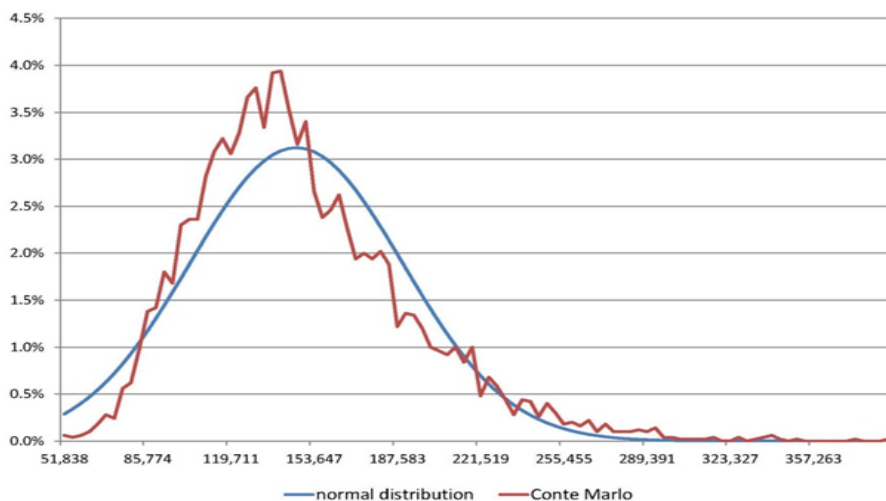
Продължение на таблица 5.

Параметри	
Ексцес (кюртозис)	1.708710447
Асиметричност	0.937056389
Размах	316,935.1921
Минимум	60,221.13687
Максимум	377,156.329
Сума	74,071,448.6
Брой	500
Интервал на доверителност (95.0%)	3,856.133276

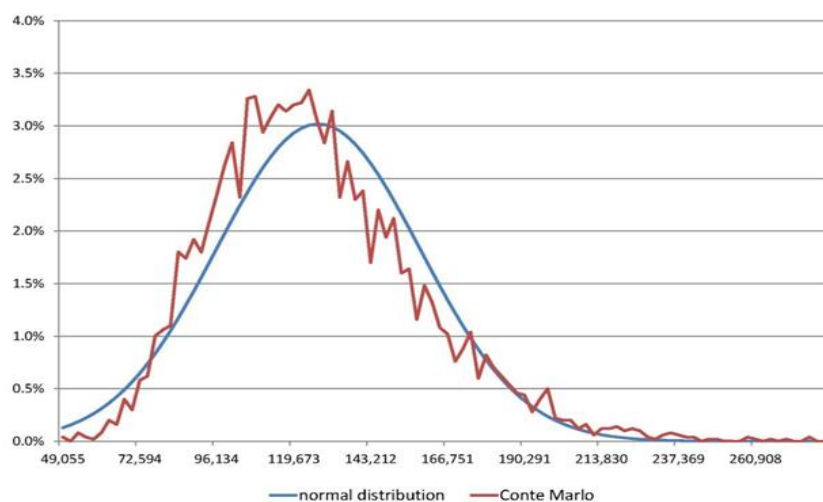
Нека приложим инструментариума на дескриптивната статистика върху стойностите на предприятието получени в следствие на приложението на сценарий 1. (Таблица 5)

От анализа е видно, че разпределението на стойността е близко до нормалното с повишено струпване (ексцес) около средната стойност. Следните графики изобразяват

реалната крива, получена чрез подреждане на стойностите и разпределянето им в интервали (хистограма) и графиката на нормално разпределена величина със средна стойност и дисперсия, получени по-горе при нашия опит. Приликата в двете криви е аналогична и при пресмятане на сценарий 2.



Фиг. 1. Разпределение на стойността при сценарий 1



Фиг. 2. Разпределение на стойността при сценарий 2

Заклучение

Създаденият модел демонстрира поведение близо до предписаното в нормативната икономическа теория. Получените разпределения на стойността са нормални независимо от това дали използваме нормално или равномерно разпределение на изходните случайни величини. Моделът се държи аналогично и при други произволни нива на детерминистичните величини. Поради своята простота и софтуерно приложение в електронна таблица моделът може относително лесно да се използва в практиката както в минно-добивния сектор така и в други области от икономиката изложени на пазарен риск.

Литература

- Антикаров, В. и Копланд, Т. 2002. Реални опции
- Божинов, Н. 2002. Математика: втора част за УНСС
- Димитров, М. 2002. Теория на вероятностите
- Damodaran, A. 2002. Investment Valuation
- Gleick, J. 1987. Chaos - the amazing science of the unpredictable
- Herz, D. 1997. Risk analysis in capital investment
- Jacques, I. 1999. Mathematics for economics and business, 3rd edition
- Koller, T. 2005. Valuation - measuring and managing the value of companies. 4th edition
- Mandelbrot, B. 2004. The (Mis)Behavior of markets – a practical view of risk, ruin and reward