

ПРОЯВЛЕНИЕ НА СПЕЦИФИЧНАТА ЕЛЕКТРОПРОВОДИМОСТ В ЗАВИСИМОСТ ОТ СТЕПЕНТА НА АНИЗОТРОПИЯ НА СКАЛИТЕ

Стефан Димовски

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София; dimovski@mgu.bg

РЕЗЮМЕ. За скали със слоеста текстура е възможно проявлението на електрическа анизотропия, тоест специфичното електрическо съпротивление се отличава във възможните посоки на измерване. С цел изследване влиянието на степента на анизотропия на скалите върху тяхната специфична електропроводимост е използван разработен подход и методика за изследване на специфичното електрическо съпротивление чрез съставяне на еквивалентни електрически схеми. За създадените модели са изведени изрази за стойностите на електричното съпротивление ρ_n по нормалата към равнината на анизотропия и на електричното съпротивление ρ_t паралелно на равнината на анизотропия. Извършен е обобщен анализ на получените резултати от изследването на основните параметри, които характеризират двукомпонентната анизотропна среда (нормираното средно геометрично съпротивление ρ_m/ρ_1 и коефициентът на анизотропия λ).

ANALYZING THE SPECIFIC ELECTRICAL CONDUCTANCE OF ANISOTROPIC ROCKS

Stefan Dimovski

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia; dimovski@mgu.bg

ABSTRACT. A dissimilarity in the vertical and horizontal resistivity within a formation and at the scale of the resistivity measurement is typical for stratified rocks. For them the resistivities measured parallel and perpendicular to bedding are different. The developed approach and methodics for studying rocks specific electrical resistance by designing equivalent electrical circuits are applied for analyzing the electrical conductivity of anisotropic rocks. For the presented models are derived equations for calculating the electrical resistivity in the directions both parallel ρ_t and perpendicular ρ_n to bedding. The basic parameters that characterized a two-component anisotropic media (the normalized mean geometric resistivity ρ_m/ρ_1 and the anisotropy coefficient λ) are studied and the obtained results are analyzed.

За скали със слоеста текстура е възможно проявлението на електрическа анизотропия, тоест специфичното електрическо съпротивление се отличава във възможните посоки на измерване. Прието е да се използват две базови специфични съпротивления: ρ_n – напречно (нормално) специфично електрично съпротивление, по нормалата към равнината на анизотропия (равнината на слоестост); ρ_t – надлъжно (тангенциално) специфично електрично съпротивление, успоредно на равнината на анизотропия.

Анизотропната среда се характеризира освен със специфичните съпротивления ρ_n и ρ_t и със следните параметри:

средно геометрично съпротивление ρ_m

$$\rho_m = \sqrt{\rho_n \rho_t}$$

коефициент на анизотропия λ

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_t}}$$

В общия случай електричното съпротивление за анизотропна среда се определя от израза :

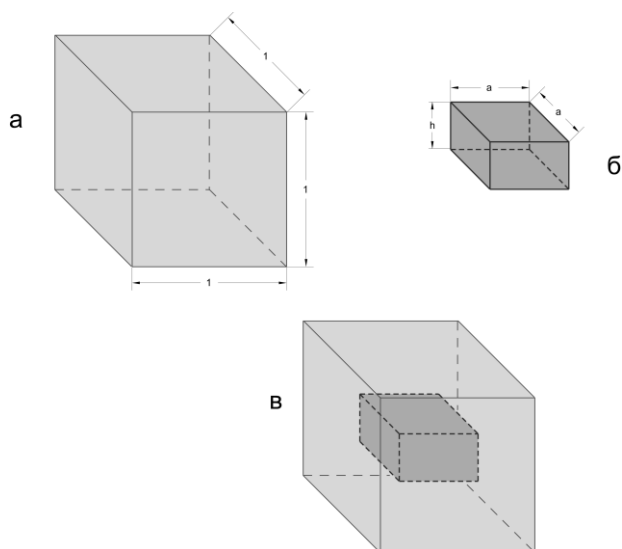
$$\rho = \frac{\rho_m}{\sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \cdot \cos^2 \theta}},$$

където θ е ъгъла между нормалата към равнината на анизотропия и посоката на измерване.

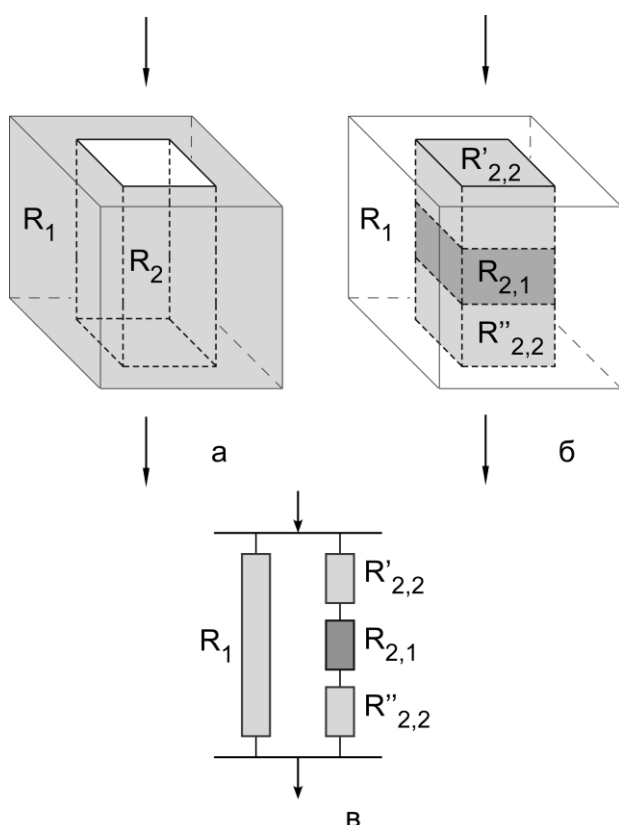
Примерен модел за изследване на специфичното електрично съпротивление на двукомпонентна анизотропна среда чрез съставяне на еквивалентна електрическа схема може да се представи чрез поместване в куб с ръб $b_0=1$ (съответно $L=1$ и $S=1$) на симетрично разположено включение с форма на паралелепипед с квадратна основа с ръб a и височина h , и със специфично електрическо съпротивление ρ_2 . Пространството между основния куб и включението – паралелепипед е запълнено от компонента със специфично електрично съпротивление ρ_1 (фиг. 1).

Еквивалентната схема за определяне на електричното съпротивление R на двукомпонентната среда по нормалата към квадратната основа на паралелепипеда включва електрически съпротивления, дефинирани в

съответствие с взаимното разположение на двете компоненти (фиг. 2):



Фиг. 1. Модел на анизотропна среда, формиран чрез вместване в основен куб (а) на включение с форма на паралелепипед (б), което е симетрично разположено (в)

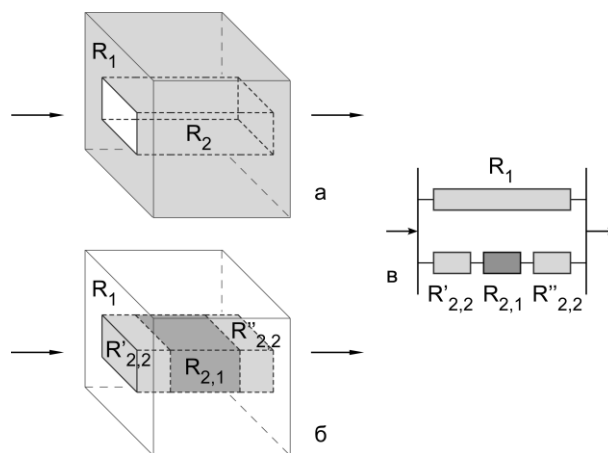


Фиг. 2. Примерен вариант за съставяне на еквивалентна електрическа схема за определяне на електричното съпротивление на двукомпонентната среда по нормалата към квадратната основа на паралелепипеда (фиг. 1): а – формиране на еквивалентните електрически съпротивления R_1 и R_2 ; б – формиране на еквивалентно съпротивление R_2 чрез последователно включване на три компоненти; в – еквивалентна електрическа схема

Въз основа на съставената еквивалентна схема се достига до следния обобщен израз за стойността на електричното съпротивление ρ_n по нормалата към равнината на анизотропия:

$$\rho_n = \frac{\rho_1 + h(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 + h(1 - a^2)(\rho_2 - \rho_1)} \rho_1 \quad (1)$$

Еквивалентната схема за определяне на електричното съпротивление R на двукомпонентната среда по тангентата спрямо квадратната основа на паралелепипеда отново включва електрически съпротивления, дефинирани в съответствие с взаимното разположение на двете компоненти (фиг. 3):



Фиг. 3. Примерен вариант за съставяне на еквивалентна електрическа схема за определяне на електричното съпротивление на двукомпонентната среда по тангентата спрямо квадратната основа на паралелепипеда (фиг. 1): а – формиране на еквивалентните електрически съпротивления R_1 и R_2 ; б – формиране на еквивалентно съпротивление R_2 чрез последователно включване на три компоненти; в – еквивалентна електрическа схема

Въз основа на съставената еквивалентна схема се достига до следния обобщен израз за стойността на електричното съпротивление ρ_t паралелно на равнината на анизотропия:

$$\rho_t = \frac{\rho_1 + a(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 + a(1 - ah)(\rho_2 - \rho_1)} \rho_1 \quad (2)$$

Стойностите на a и h могат да се представят чрез специфичното обемно съдържание ω_1 на средата в която се разполага включението под формата на паралелепипед (пластина):

$$\omega_1 = 1 - a^2 h \quad (3)$$

където $0 \leq \omega_1 \leq 1$ и за анизотропна среда:

$$h < a \quad (4)$$

За да се удовлетворява (4) за всяко ω_1 :

$$a > \sqrt[3]{1 - \omega_1}$$

При това:

$a_{\omega_1 \rightarrow 1} \rightarrow 0$ и $h_{\omega_1 \rightarrow 1} \rightarrow 0 \Rightarrow$ еднородна еднокомпонентна изотропна среда със специфично електрическо съпротивление ρ_1 ;

$a_{\omega_1 \rightarrow 0} \rightarrow 1$ и $h_{\omega_1 \rightarrow 0} \rightarrow 1 \Rightarrow$ еднородна еднокомпонентна изотропна среда със специфично електрическо съпротивление ρ_2 .

За стойността на h от (3) се получава:

$$h = \frac{1 - \omega_1}{a^2} \quad (6)$$

и съответно:

$$h_{a \rightarrow \sqrt[3]{1-\omega_1}} \rightarrow \left(\frac{1-\omega_1}{a^2} \right)_{a \rightarrow \sqrt[3]{1-\omega_1}} \rightarrow \sqrt[3]{1-\omega_1}, \text{ тоест}$$

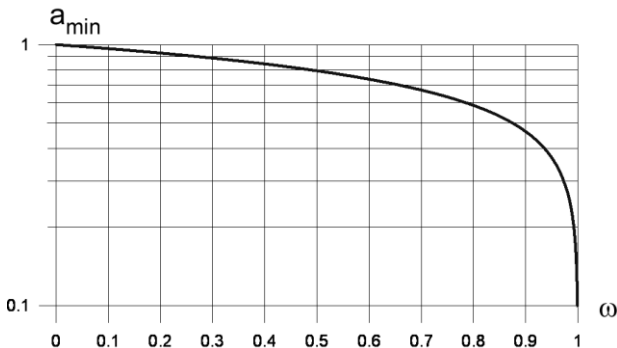
$$h_{a \rightarrow \sqrt[3]{1-\omega_1}} \rightarrow a \Rightarrow \text{двуконпонентна изотропна среда};$$

$$h_{a \rightarrow 1} \rightarrow \left(\frac{1-\omega_1}{a^2} \right)_{a \rightarrow 1} \rightarrow 1-\omega_1 \Rightarrow \text{двуконпонентна}$$

непрекъснато-слоеста анизотропна среда.

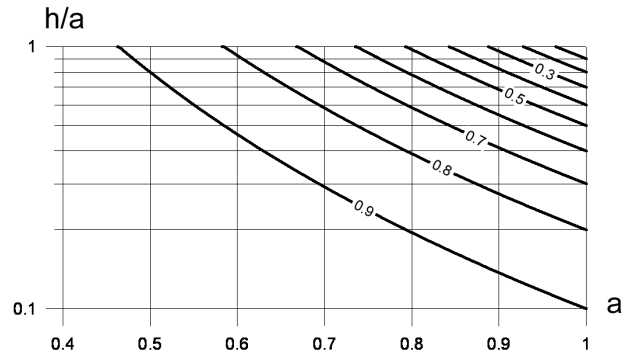
Зависимостите, дефинирани от (1), (2), (3), (5) и (6), представят възможните взаимовръзки между параметрите на съставения от нас синтетичен модел за изследване разпределението на електричното съпротивление в двуконпонентна анизотропна среда.

Връзката между минималната възможна дължина на ръба a на основата на включението под формата на паралелепипед (пластина) и специфичния обем ω на вместващата компонента се представя на фигура 4. Тази стойност при малък обем на вместващата среда е много голяма, доколкото паралелепипедът трябва да обхване голям специфичен обем $(1-\omega)$. Например за $\omega=0.1 \rightarrow a_{\min}=0.965$, а за $\omega=0.3 \rightarrow a_{\min}=0.888$. При увеличаване на специфичния обем на вместващата компонента стойността на $a_{\min}$ намалява с незначителен градиент до стойности на ω около 0.5, след което $a_{\min}$ бързо намалява като закономерно когато $\omega \rightarrow 1$, съответно $a_{\min} \rightarrow 0$.



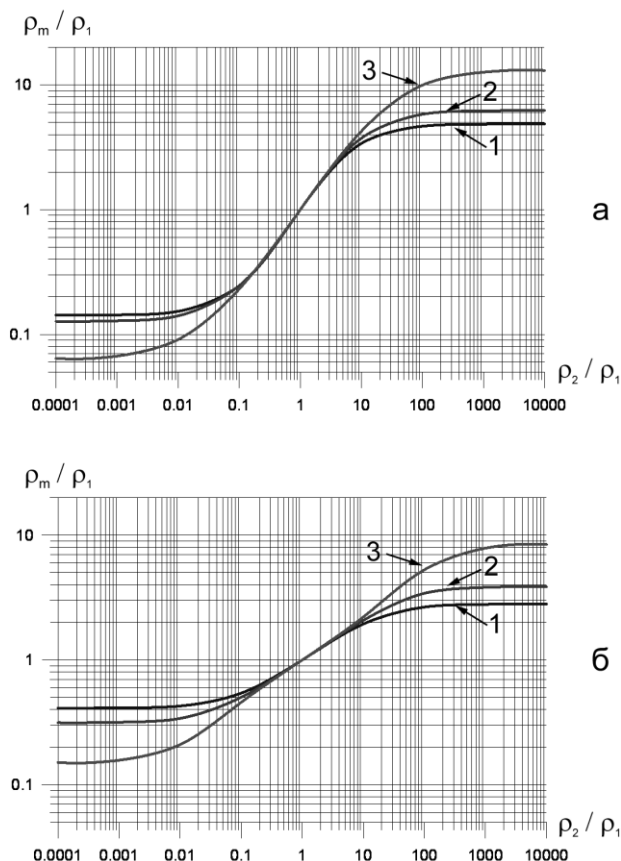
Фиг. 4. Връзка между минималната възможна дължина на ръба a на квадратната основа на включението под формата на паралелепипед (пластина) и специфичния обем ω на вместващата компонента с електрично съпротивление ρ_1

Интерес представлява връзката между дължината a на ръба на основата на паралелепипеда и неговата височина h . Отношението h/a определя степента на "сплеснатост" на паралелепипеда (пластината) и съответно обуславя разликите в изявата на електрическа анизотропия. На фигура 5 се представя зависимостта $h/a=f(a)$ за специфични обеми на вместващата компонента съответно $\omega=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ и 0.9 . При малък специфичен обем на вместващата компонента проявлението на електрическа анизотропия е ограничено, например за $\omega=0.1$ отношението h/a може да заема стойности в диапазона от 0.9 до 1, докато за $\omega=0.9$ отношението h/a варира в много по-широк диапазон (от 0.1 до 1). Следователно, за $a=\text{const}$, при увеличаване на специфичния обем ω на вместващата компонента, отношението (h/a) закономерно намалява и степента на електрическа анизотропия нараства.



Фиг. 5. Взаимовръзка между отношението h/a и дължината a на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина). Параметър на графиките е специфичния обем ω вместващата компонента с електрично съпротивление ρ_1

Графиките потвърждават и детайлизират закономерностите, отразени на фигура 4. Отношението h/a , което определя степента на "сплеснатост" на паралелепипеда (пластината), намалява както при увеличаване на специфичния обем на вместващата компонента, така също и при нарастване на дължината a на ръба на квадратната основа на включението. Потвърждава се изводът за бързото намаляване на минималната възможна дължина на ръба на основата на включението $a_{\min}$ при увеличаване на специфичния обем ω . Зависимостта на нормираното средно геометрично съпротивление ρ_m/ρ_1 от отношението между специфичните съпротивления на включението (ρ_2) и вместващата компонента (ρ_1) при дължини на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина) $a=0.9; 0.95$ и 0.99 се илюстрира (фиг. 6) за специфични обеми на вместващата компонента съответно $\omega=0.3$ (а) и $\omega=0.7$ (б). Графиките показват бързо нарастване (при $\rho_2 > \rho_1$) и респективно намаляване (при $\rho_2 < \rho_1$) на нормираното средно геометрично съпротивление при увеличаване на контраста между двете компоненти до около $\rho_2/\rho_1=10^3$ ($\rho_2/\rho_1=10^{-3}$), след което нормираното средно геометрично съпротивление се стабилизира и по-нататъшното увеличаване на контраста не води до негова забележима промяна.

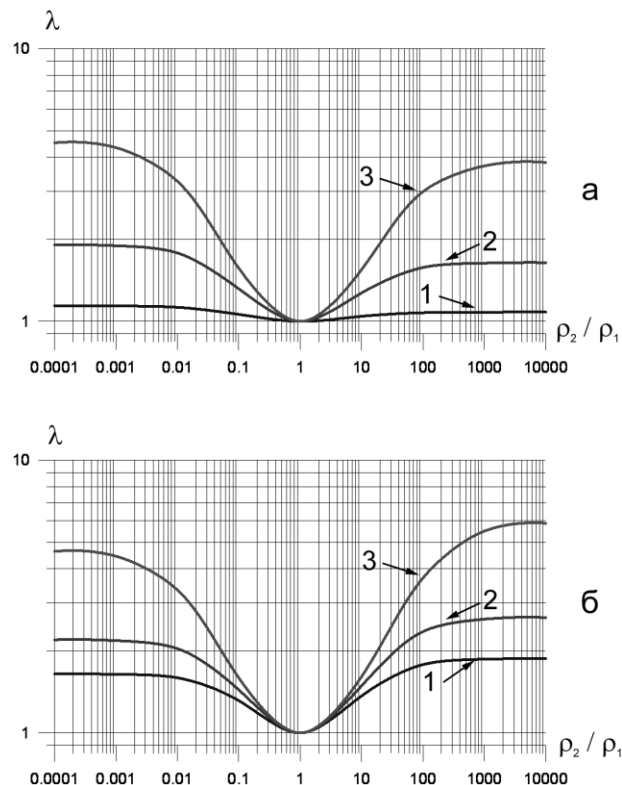


Фиг. 6. Графики на зависимостта на нормираното средно геометрично съпротивление ρ_m / ρ_1 от отношението ρ_2 / ρ_1 при дължини на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина) $a=0.9$ (графика 1); $a=0.95$ (графика 2) и $a=0.99$ (графика 3) за специфични обеми на вместващата компонента съответно $\omega=0.3$ (а) и $\omega=0.7$ (б).

Напълно закономерно, при увеличаване на специфичния обем на вместващата компонента нейното електрично съпротивление оказва все по-голямо влияние върху средно геометричното съпротивление. Например за $\rho_2 > \rho_1$ и $a=0.95$ при $\omega=0.3$, $\rho_m / \rho_1 \rightarrow 6$ (фиг. 6а, графика 2), а при $\omega=0.7$, $\rho_m / \rho_1 \rightarrow 4$ (фиг. 6б, графика 2).

Зависимостта на коефициента на анизотропия λ от отношението между специфичните съпротивления на включението (ρ_2) и вместващата компонента (ρ_1) при дължини на ръба на квадратната основа на включението (пластината) $a=0.9$; 0.95 и 0.99 се илюстрира на фигура 7 за специфични обеми на вместващата компонента съответно $\omega=0.3$ (а) и $\omega=0.7$ (б).

Коефициентът на анизотропия λ нараства при увеличаване на степента на контрастност между двете компоненти до около $\rho_2 / \rho_1 = 10^3$ ($\rho_2 / \rho_1 = 10^{-3}$), след което се стабилизира и по-нататъшното нарастване на контраста не води до негова забележима промяна. Градиентът на това увеличаване е толкова по-голям, колкото по-голяма е дължината a на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина).



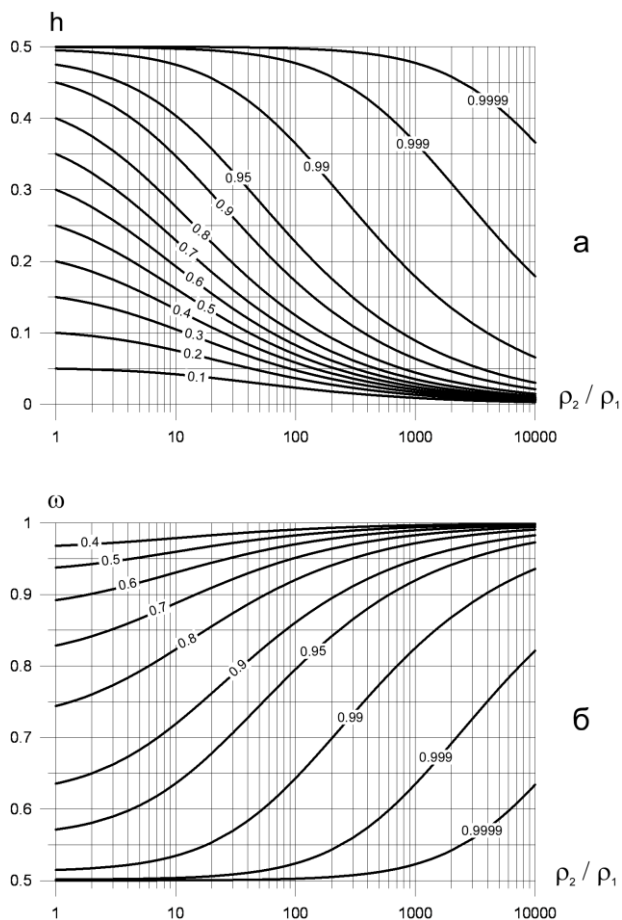
Фиг. 7. Графики на зависимостта на коефициента на анизотропия λ от отношението ρ_2 / ρ_1 при специфични обеми на вместващата компонента съответно $\omega=0.3$ (а) и $\omega=0.7$ (б). Параметър на графиките е дължината на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина), съответно $a=0.9$ (графика 1); $a=0.95$ (графика 2) и $a=0.99$ (графика 3)

Коефициентът на анизотропия λ нараства и при увеличаване на специфичния обем на вместващата компонента. Интерес представлява промяната в съотношението между коефициентите на анизотропия за една и съща степен на контрастност в зависимост от спецификата на отношението ρ_2 / ρ_1 . За специфични обеми на вместващата компонента до около $\omega=0.6$ коефициентът на анизотропия λ при една и съща степен на контрастност е по-голям когато $\rho_2 < \rho_1$. При стойности на ω по-големи от около 0.6 съотношението се променя и съответно коефициентът на анизотропия λ при една и съща степен на контрастност е по-голям когато $\rho_2 > \rho_1$.

Зависимостите $\lambda_{\max} = f(h, a, \rho_2 / \rho_1)$ и респективно $\lambda_{\max} = f(\omega, a, \rho_2 / \rho_1)$ се илюстрират отделно за двата типа контрастност, съответно когато $\rho_2 > \rho_1$ (фиг. 8) и когато $\rho_2 < \rho_1$ (фиг. 9). Анализът на графиките показва, че при тип на контрастност $\rho_2 > \rho_1$ (фиг. 8) влиянието на a , h (или ω) и ρ_2 / ρ_1 върху разположението на максималната стойност на коефициента на анизотропия λ зависи от разпределението на тези взаимно обвързани параметри:

(а) за дължини a на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина) по-малки от около 0.9 местоположението на максималната стойност на коефициента на анизотропия λ , в зависимост от степента на контрастност, отразява следните тенденции:

- при ниско ниво на контрастност (до около $\rho_2/\rho_1 = 50$), влиянието на a и h (или ω) е значимо. При увеличаване дължината на ръба на квадратната основа на включението, $\lambda_{\max}$ се разполага при по-голяма дължина на h (фиг. 8а) и респективно при по-малък специфичен обем ω (фиг. 8б). При това градиентът на разположението на представените графики плавно нараства при увеличаване на степента на контрастност.
- при относително средно и високо ниво на контрастност (стойности за ρ_2/ρ_1 по-големи от около 50), влиянието на дължината на ръба a е слабо изразено и $\lambda_{\max}$ се разполага при дължини на h , асимптотиращи към 0 (фиг. 8а) и респективно при специфични обеми ω , клонящи към 1 (фиг. 8б).

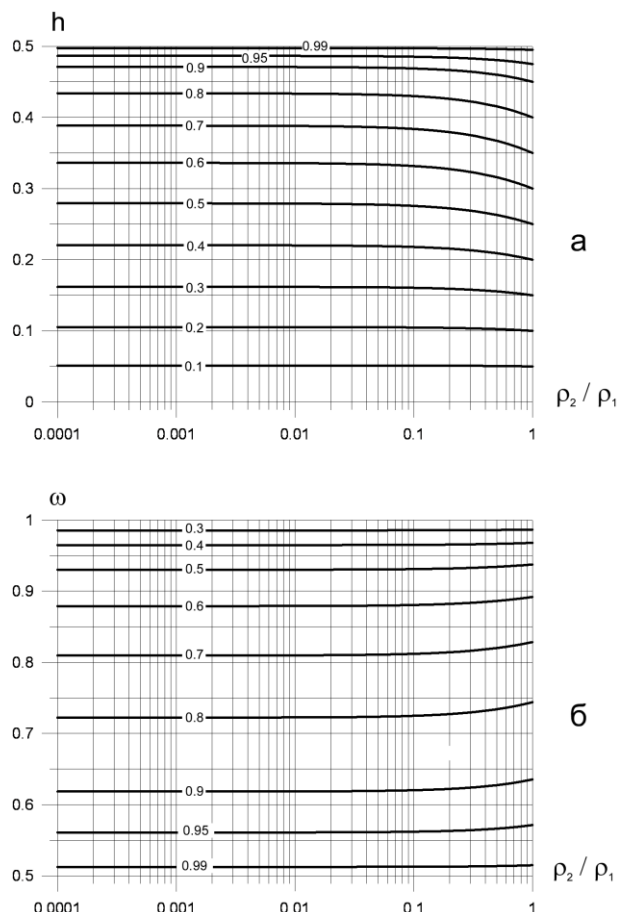


Фиг. 8. Графики на зависимостите $\lambda_{\max} = f(h, a, \rho_2/\rho_1)$ (а) и респективно $\lambda_{\max} = f(\omega, a, \rho_2/\rho_1)$ (б) при тип на контрастност $\rho_2 > \rho_1$. Параметър на графиките е дължината a на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина)

(б) за дължини a на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина) по-големи от около 0.9 разположението на максималната стойност на коефициента на анизотропия λ , в зависимост от степента на контрастност, отразява следните тенденции:

- при ниско ниво на контрастност ($\rho_2/\rho_1 \rightarrow 1$) $\lambda_{\max}$ се разполага при дължини на h в интервала 0.45-0.50 (фиг. 8а) и респективно при стойности за специфичния обем ω в интервала 0.50-0.65 (фиг. 8б).

- при високо ниво на контрастност, влиянието на a и h (или ω) нараства.
- при дължини на ръба на квадратната основа на включението $a \rightarrow 1$, както h , така и ω клонят към 0.5. Това е в съответствие с достигнатия извод, че при частния случай на двукомпонентна непрекъснато-слоеста анизотропна среда $\lambda_{\max}$ се достига за $h=0.5$ (респективно $\omega=0.5$) независимо от степента на контрастност между двете компоненти.



Фиг. 9. Графики на зависимостите $\lambda_{\max} = f(h, a, \rho_2/\rho_1)$ (а) и респективно $\lambda_{\max} = f(\omega, a, \rho_2/\rho_1)$ (б) при тип на контрастност $\rho_2 < \rho_1$. Параметър на графиките е дължината a на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина)

Анализът на графиките, илюстрирани на фигура 9 показва, че при тип на контрастност $\rho_2 < \rho_1$ влиянието на ρ_2/ρ_1 върху разположението на максималната стойност на коефициента на анизотропия λ е много слабо изразено, при това само за ниско ниво на контрастност (стойности за ρ_2/ρ_1 в интервала 0.1-1), след което практически отсъства. Влиянието на a и h е еднопосочно – при увеличаване дължината на ръба на квадратната основа на включението, максималната стойност на коефициента на анизотропия $\lambda_{\max}$ се разполага при по-голяма дължина на h (фиг. 9а). Влиянието на a и ω е разнопосочно – при увеличаване дължината на ръба, $\lambda_{\max}$ се разполага при по-малък специфичен обем ω (фиг. 9б).

Обобщеният анализ на получените резултати от изследването на основните параметри, които характеризират двукомпонентната анизотропна среда (нормираното средно геометрично съпротивление ρ_m/ρ_1 и коефициентът на анизотропия λ), позволява да се направят някои основни изводи:

- Нормираното средно геометрично съпротивление ρ_m/ρ_1 и коефициентът на анизотропия λ зависят от следните фактори: контраста между специфичното електрическо съпротивление на вместващата среда ρ_1 и специфичното съпротивление на включението с формата на паралелепипед (пластина) ρ_2 (този фактор се извява под две форми: като степен на контрастност – стойност на отношението ρ_2/ρ_1 и като тип на контрастност – $\rho_2 > \rho_1$ или $\rho_2 < \rho_1$); степента на “сплеснатост” на включението, представена за изследвания синтетичен модел чрез отношението между височината h на паралелепипеда (пластината) и дължината a на ръба на квадратната му основа (h/a); съотношението между специфичния обем на вместващата компонента ω_1 (приет за базов и обозначаван със символа “ ω ”) и специфичния обем на включението ω_2 ($\omega_2 = 1 - \omega_1$); дължината a на ръба на квадратната основа на включението – паралелепипед (пластина).

- Факторът “контрастност”, който се извява под две форми е напълно независим.

- Останалите три фактора са взаимно свързани и изменението на всеки един от тях в една или друга степен допринася за изменения на останалите два:

- за дължината a на ръба на основата на включението съществува възможна минимална стойност $a_{\min}$ за всяко конкретно съотношение между обемите на двете компоненти. Тази стойност при малък обем на вместващата среда е много голяма, доколкото включението трябва да обхване голям специфичен обем. Например за $\omega = 0.1 \rightarrow a_{\min} = 0.888$. При увеличаване на специфичния обем на вместващата компонента стойността на $a_{\min}$ намалява с незначителен градиент до стойности на ω около 0.5, след което градиентът нараства и закономерно когато $\omega \rightarrow 1$, съответно $a_{\min} \rightarrow 0$;

- степената на “сплеснатост” (отношението h/a) при малък специфичен обем на вместващата компонента е слабо изразено, например за $\omega = 0.1$ отношението h/a може да заема стойности в диапазона от 0.9 до 1. Следователно за $a = \text{const}$ при увеличаване на специфичния обем ω на вместващата компонента отношението h/a закономерно намалява с различен градиент и степента на електрическа анизотропия нараства.

- Параметърът “контрастност” (ρ_2/ρ_1) влияе напълно еднозначно върху формираната електрическа анизотропия: при увеличаване на степента на контрастност нормираното средно геометрично съпротивление нараства при $\rho_2 > \rho_1$ и намалява при $\rho_2 < \rho_1$ като нарастването (респективно намаляването) се констатира за контрастност около 10^3 (10^{-3}), след което средно геометричното съпротивление се стабилизира и по-нататъшното увеличаване на контраста не води до забележима промяна; при увеличаване на степента на контрастност коефициентът на анизотропия също нараства до стойности на ρ_2/ρ_1 около 10^3 (10^{-3}) след което се стабилизира.

- При увеличаване на специфичния обем ω на вместващата компонента средно геометричното съпротивление закономерно нараства (при $\rho_2 < \rho_1$) и намалява (при $\rho_2 > \rho_1$).

- За тип на контрастност $\rho_2 > \rho_1$ при увеличаване на специфичния обем на вместващата компонента коефициентът на анизотропия първо нараства до определена максимална стойност ($\lambda^{(+)}_{\max}$), след което намалява като за $\omega \rightarrow 1$, $\lambda \rightarrow 1$. При тип на контрастност $\rho_2 < \rho_1$ графиките на зависимостта $\lambda = f(\omega)$ имат параболичен вид.

- Влиянието на дължината на ръба на квадратната основа съответно влиянието на степента на “сплеснатост” върху нормираното средно геометрично съпротивление и коефициента на анизотропия е малко до около $a = 0.9$. За по-големи дължини на ръба ($a > 0.9$) ρ_m/ρ_1 нараства (или намалява) и коефициентът на анизотропия се увеличава с градиент пропорционален на степента на контрастност.

Литература

- Димовски, С. 2009. Изследване на специфичното електрическо съпротивление на скалите чрез съставяне на еквивалентни електрически схеми. – Год. МГУ, 53, Св. I, *Геология и геофизика*, 149-154.
- Димовски, С. 2010. Проявление на специфичната електропроводимост в зависимост от типа на рудната минерализация. – Год. МГУ, 53, Св. I, *Геология и геофизика*, 143-148.
- Кобранова, В. Н. 1986. *Петрофизика*. М., Недра, 392 с.
- Справочник геофизика. Физические свойства горных пород и полезных ископаемых*. 1989. М., Недра, 527 с.
- Introduction to Wireline Log Analysis*. 1995. Western Atlas International, Inc., Houston, Texas, 312 p.

Препоръчана за публикуване от
Катедра “Приложна геофизика”, ГПФ