

МЕТОД ЗА ПОСТРОЯВАНЕ НА ВИСОКОТОЧНИ ЛОКАЛНИ ГЕОИДИ

Стоян Авдев, Християн Цанков, Ради Радичев, Стефан Димовски, Атанас Кисьов

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София; stoyan_avdev@abv.bg, ch.tzankov@gmail.com

РЕЗЮМЕ. Предмет на настоящия доклад е една нова технология за построяване на геоида с висока точност и детайлност. В нейната първа част се търсят и намират еднозначни и устойчиви модели на масите в ядрото, мантията и кората на Земята (обратна гравиметрична задача), а във втората, чрез пряко изчисляване потенциала на оптимизирания модел, се построява повърхнината на геоида (права гравиметрична задача). Използваните модели са от краен брой точкови маси, а изходните гравиметрични данни – абсолютни стойности на силата на тежестта върху земната повърхност. Оптимизацията се извършва по метода на Гаус-Нютон с добавени регуляризиращи процедурата елементи. Технологията е апробирана с гравиметрични данни от сателит GRACE (модел GGM02C). Намерени са оптимални модели с повече от сто и петдесет точкови маси, позволяващи изчисляването на повърхнината на европейския геоид в мрежа $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ със средноквадратична точност 150 cm. С няколкократно увеличение броя на точковите маси в модела, съвременната точност на височините на геоида не само ще бъде достигната, но и надмината по един относително прост и икономичен начин. Единствената пречка това да стане бързо е необходимостта от по-мощни компютри.

METHOD FOR MODELLING OF HIGH-RESOLUTION GEOIDS

Stoyan Avdev, Christian Tzankov, Radi Radichev, Stefan Dimovski, Atanas Kisiov

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia; stoyan_avdev@abv.bg, ch.tzankov@gmail.com

ABSTRACT. The main topic of the report is to present a new technique for creating geoids of high resolution and precision. The first step is to find unique and stable models of the mass distribution in Earth's core, mantle and crust (inverse gravity problem). This is followed by computation of the gravity potential of the optimized models which are used to find the geoid's surface (direct gravity problem). The created models consist of finite number of point-masses and the initial data are the absolute values of the gravity acceleration on Earth's surface. The Gauss-Newton method combined with an additional regularization algorithm is used in order to fulfil the optimization. The approach is tested upon gravity data taken from the GRACE Gravity Model 02 (GGM02C) released October 29, 2004 and published to the public on <http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>. Currently, the optimized models enclose more than 150 point-masses. This gave us the opportunity to compute the European geoid on a $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ grid with 150 cm accuracy. It's obvious that by a continuous increment of the number of point-masses the method will not only reach but overtake the current geoid heights accuracy on a relatively simple and economical way. The only obstacle for the method is the higher computational cost of the procedure.

Въведение

Геоидът е земна, математическа (физическа) екипотенциална повърхнина, на която всички точки имат нулеви физически (надморски) височини. Неговото физико-математическо определяне е теоретически и практически сложна задача, която се решава с привличането на астрономични, гравиметрични, нивелачни, сателитни и GPS измервания. Поради неравномерност на гравиметричната и на другата информация, точността, с която се определя неговата форма е различна. Това е пречка за привързването на GIS и различните видове карти към локални, регионални и глобални височинни системи и за точното определяне на надморските височини на терена.

В настоящата статия се предлага един относително прост и технологичен метод за построяване на геоида, който позволява постигането на висока точност в негови локални части. В основата му е решаването на обратната гравиметрична задача по данни за абсолютните стойности

на силата на тежестта. Първата стъпка е оптимизационно търсене на точкови модели на източниците на гравитационното поле в ядрото, мантията и кората на Земята, а втората – построяване на геоида чрез пряко изчисление на неговата екипотенциална повърхнина.

В най-общ вид идеите заложили в горната задача бяха формулирани и дълги години подробно разработвани от Димитър Зидаров (Zidarov 1962; 1964; 1968; 1986; 1990). Практическите резултати от реализацията на оригиналната идея за търсене на оптимални модели от точкови маси с четири неизвестни параметъра (три координати и маса) обаче бяха скромни и не надхвърляха рамките на кратки научни съобщения. Единичните опити за оптимизации на такива модели за Земята като цяло най-често приключваха с прости комбинации от четири точкови маси (Zhelev, Georgiev, 1985; Avdev, Kostyanov, 1999; Avdev, Kostyanov, 1999; Avdev et al., 2000). Основната причина за това беше липсата на ясна и работеща технология за оптимизация на сложни модели със стотици

неизвестни параметри, която да позволява намирането на сложни еднозначни и устойчиви решения. Други причини бяха силно ограничените изчислителни възможности в близкото минало, недостатъчния обем и незадоволителното качество на използваните гравиметричните измервания. Развитието на компютърната техника през последните години, по-лесния достъп до големи масиви от данни и натрупаният опит в решаването на некоректни обратни геофизични задачи (Zidarov, Avdev, 1984; 1985; Avdev 1988; 1989), направиха реалистично разработването на липсващата технология.

Разработван през последните години (Avdev, Tzankov, 2010), представеният по-долу метод за построяване на високоточни локални геоиди понастоящем се доусъвършенства от научен колектив, включващ специалисти от катедра "Приложна геофизика" – МГУ "Св. Иван Рилски" и Централната лаборатория по висша геодезия – БАН. Съвместната научна дейност се осъществява по силата на договор с фонд "Научни изследвания" към МОМН с ръководител доц. д-р Ст. Димовски. Основна цел на проекта е построяването на национален квазигеоид чрез оптимизирани модели от краен брой точкови маси, който да е съпоставим със съществуващите съвременни европейски квазигеоиди.

Описание на оптимизационната процедура

Описанието на геопотенциала чрез модели от точкови маси има големи преимущества. Той е универсален (апроксимира произволни, достатъчно гладки функции на разпределение на масите), изразителен (позволява с краен брой параметри да се описват както основните, така и второстепенните елементи на сложно разпределени маси) и гъвкав (създава възможност за бързо преминаване от едни към други, различни по сложност модели).

Намирането на многопараметрични източникови модели на земното гравитационно поле може да се извършва само чрез метода на подбора, изграден на оптимизационна основа. От гледна точка на различните минимизационни методи, абсолютно предимство имат квадратичните. За тях е доказана сходимостта на итерационната процедура в точката на глобалния минимум, където полето на модела от точкови маси апроксимира наблюдаваното поле по възможно най-добрия начин. Последното означава, че моделът в тази точка е единственият в избора на моделен клас. Следователно, достигането до точката на глобалния минимум ще е един от критериите за оценка качеството на решенията.

Обратната гравиметрична задача може да се формулира така: Дадени са данни за абсолютната

стойност на земното ускорение $g(P_i)$ в точки от земната повърхност P_i , $i=1, n$ и връзката между $g_m(P_i)$ и параметрите на модела m . Търси се еднозначен и устойчив модел m , чието поле минимално да се отличава от полето на реалния геоложки обект (Земята).

Дадените стойности на земното ускорение образуват една извадка от данни y и определят n -мерния вектор Y . Функцията $g(P_i)$ е операторът за решаване на правата

задача Φ . Моделът m е функция на параметрите q_j , $j=1, s$. За да може на основата на извадката y_i да се намери еднозначен и устойчив модел m^* , трябва да се намери оператор Φ^{-1} , обратен на Φ . За решаването на задачата ще приложим метода на автоматичния подбор, при който необходимия обратен оператор ще бъде минимизационната процедура върху следната целева функция:

$$U = \sum_{i=1}^n [g(P_i) - g_m(P_i)]^2, \quad (1)$$

Минимизацията на целевата функция U се извършва по метода на най-малките квадрати (Гаус-Нютоновия метод за минимизация) с демпфериране на поправките по разработен от нас метод, който се родее с методите на Льовенберг и Маркуърд.

Стратегия на оптимизацията

За да бъдат намерени конкретни физически, а и геоложки съдържателни модели, трябва се преодолеят многозначие и неустойчивостта на така формулираната задачата. За целта трябва да се изяснят два важни въпроса: „Как да се определи максималния брой на точковите маси?“ и „Как да се намерят еднозначни и устойчиви решения в избора на клас модели?“.

Очевидно е, че колкото броят на точковите маси е по-голям, толкова по-точна ще бъде апроксимацията на гравитационното поле от полето на модела. Ясно е също, че информация за източниците на полето в използваните изходни данни не е безкрайна и всяко усложняване на точковия модел трябва да има граница. Намирането ѝ става чрез последователно увеличаване на броя на параметри на модела докато се стигне до моделен клас, при който не съществува еднозначно и устойчиво решение. Достигането на тази сложност на модела ще означава, че от данните е изчерпана цялата полезна информация, а намереният оптимален многоточков модел, ще е възможно най-простия модел, който ще описва гравитационното поле с най-висока точност.

Пределната сложност на оптималния модел за даден набор от данни практически се определя чрез анализ на остатъчното поле при всяко ново увеличаване броя на неизвестните параметри. Ако броят на точковите маси в модела стане достатъчно голям, а грешката на апроксимация на гравитационното поле на Земята – достатъчно малка, разликата $g(P_i) - g_m(P_i)$ ще бъде случайна нормално разпределена величина.

Определяне на екипотанциалната повърхнина на геоида

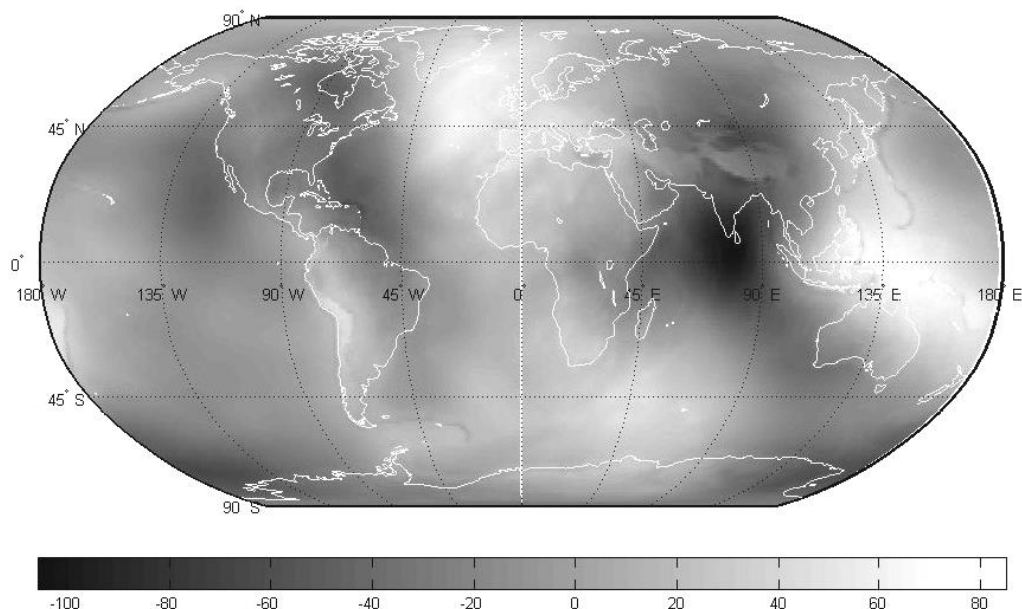
Параметрите на точковите маси (пространствени координати и маса) получени при оптимизацията се използват за изчисляване на гравитационния потенциал по повърхността на елипсоида, след което получените стойности W_{PM} се сравняват с приетата константна стойност на гравитационния потенциал върху геоида W_0 . При наличие на разлика между двете стойности по-голяма от $1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$, по специално създаден алгоритъм, при който последователно се променя котата на всяка точка

върху елипсоида, се преизчислява уравнението за гравитационния потенциал на точковите маси в модела. Тази операция се повтаря докато се достигне избраната минимална разлика, така че да се изпълнява условието $W_0 - W_{PM} \rightarrow \min$. По този начин аналитично се построява повърхността на геоида в съответната моделна мрежа.

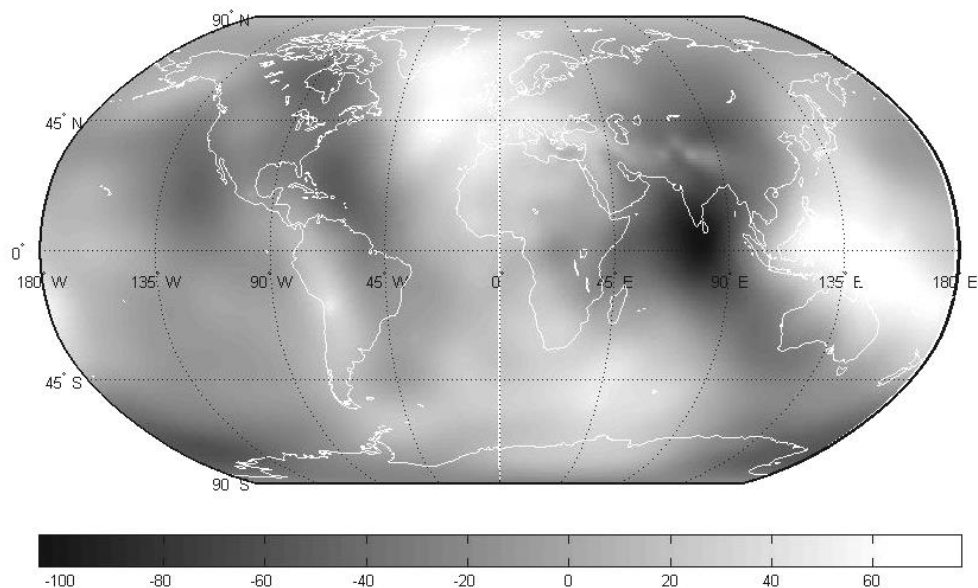
Числова апробация на метода

Предлаганият подход към обратната гравиметрична задача е апробиран с тестов пример върху извадка от данните за модела на геоида GRACE 2004 (модел GGM02C). По указания метод за оптимизация бяха последователно намерени еднозначни и устойчиви модели от последователно нарастващ брой точкови маси, като за

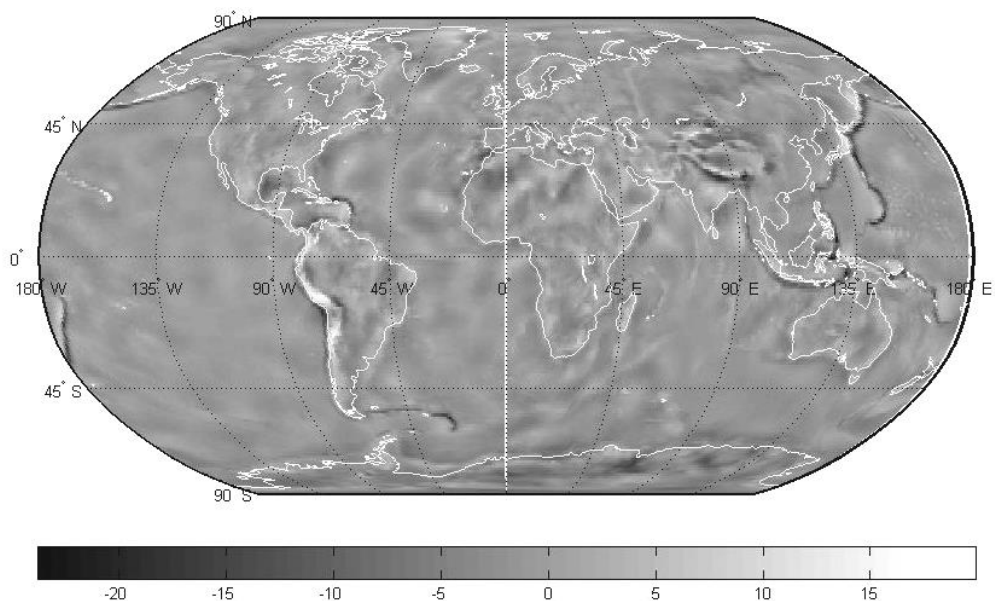
всеки един от тези точкови модели бе изчислен геоид, който бе сравнен с геоида GGM02C (фиг. 1). Най-добра апроксимация бе постигната при модел съставен от 159 точкови маси оптимизирани по гравиметрични данни в мрежа през 1° за цялата Земя (фиг. 2) и 0.5° за Европа (фиг. 6). Разликите между входните и изходните данни са илюстрирани на фиг. 3 и 7, а хистограмите на тяхното разпределение – на фиг. 4 и 8. С увеличаване броя на точковите маси и броя на стойностите на силата на тежестта, средната абсолютна разлика между данните от GRACE и геоида на оптималния точков модел постепенно намалява като при 159 точкови маси достига 2.0 m (фиг. 4), а за локалната територия на Европа (фиг. 8) – под 1.5 m.



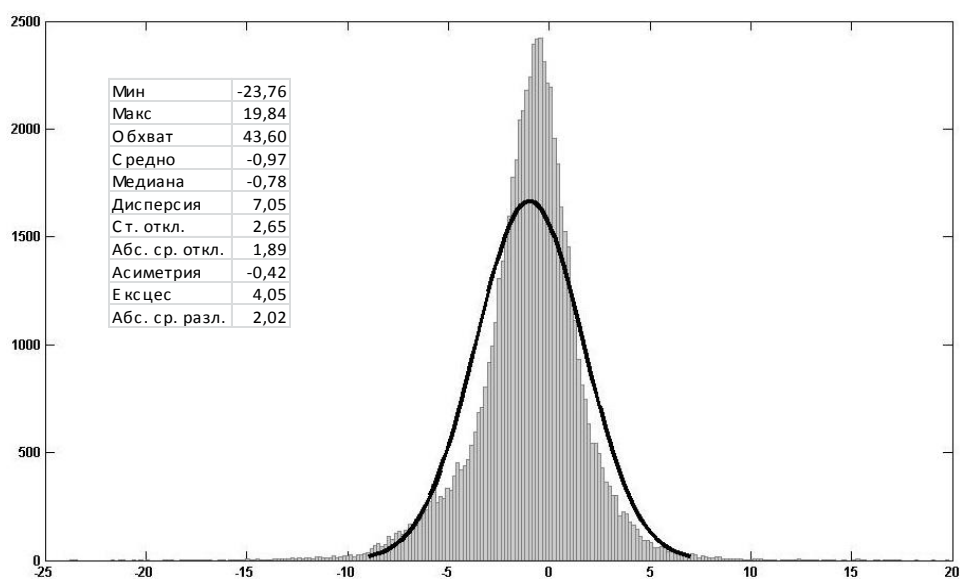
Фиг. 1. Ондулации (в метри) на геоида GRACE (модел GGM02C) при мрежа от данни $1^\circ \times 1^\circ$



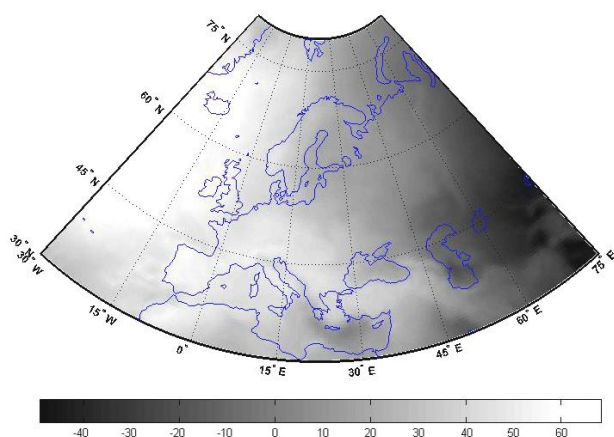
Фиг. 2. Ондулации (в метри) на геоида, съставен от оптимален 159-точков модел при изчислителна мрежа $1^\circ \times 1^\circ$



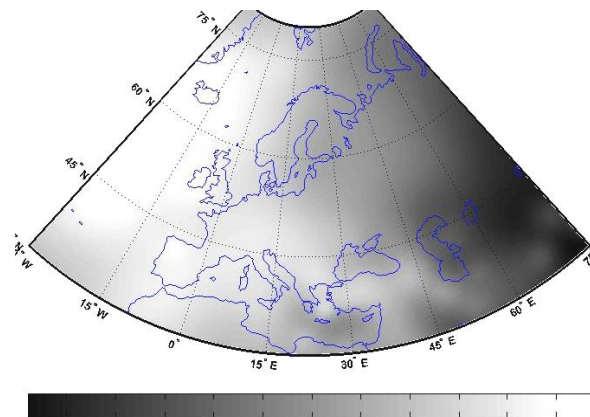
Фиг. 3. Разлики (в метри) между височините на геоида GRACE (модел GGM02C) и 159-точковия моделен геоид при изчислителна мрежа $1^\circ \times 1^\circ$



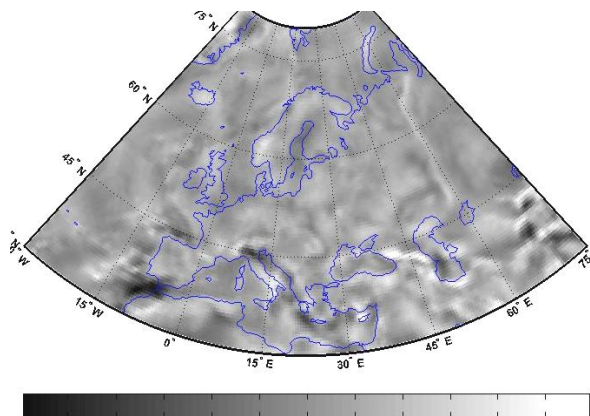
Фиг. 4. Хистограма на разпределение на разликите между височините на геоида GRACE (модел GGM02C) и тези на геоида, изчислени от оптимален 45 точков модел



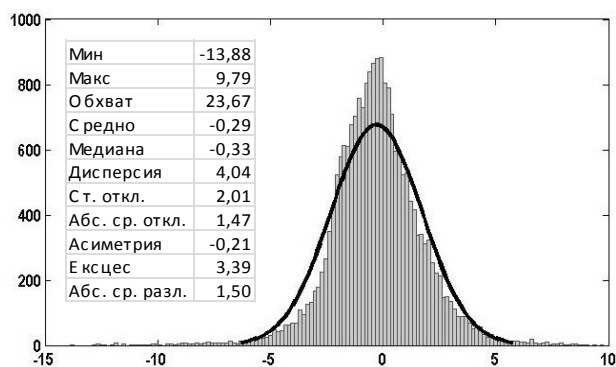
Фиг. 5. Ондулации (в метри) на геоида GRACE (модел GGM02C) за територията на Европа при мрежа от данни $0.5^\circ \times 0.5^\circ$



Фиг. 6. Ондулации (в метри) на европейския геоид, съставен от оптимален 159-точков модел при изчислителна мрежа $0.5^\circ \times 0.5^\circ$



Фиг. 7. Разлики в метри между височините от модела на GRACE (модел GGM02C) за територията на Европа и тези, изчислени за геоида от оптимален 159 точков модел



Фиг. 8. Хистограма на разпределение на разликите в метри между височините на геоида GRACE (модел GGM02C) за територията на Европа и тези, изчислени за геоида от оптимален 159 точков модел

Анализ и заключения

Илюстрираните примери показват, значително сходство между входните (GGM02C) и изчислените (159-точковия модел) данни. Основните разлики между двата модела се проявяват в загладеността на точковия геоид спрямо GGM02C, което се дължи на все още малкия брой (159) точкови маси. С увеличаване броя на точковите маси тези разлики се очаква да бъдат сведени до минимум.

От представените статистически данни за 159-точковия геоид и извадката за територията на Европа (фиг. 4 и 8), в която входните данни са съгъстени е видно, че при уплътняване на информацията в дадени райони намалява грешката на апроксимация за тези области. Освен това, анализирайки координатите на оптимизирания точков маси се наблюдава известен ефект на „привличане“ на масите от областите със съгъстени данни за силата на тежестта. След добавяне към горните данни на още гравиметрични измервания на абсолютните стойности на силата на тежестта от Балканите, по аналогичен начин може бъде изчислен и локалният геоид за територията на нашата страна. Неговата точност ще зависи само от количеството и качеството на използваната гравиметрична информация и ще бъде практически много по-висока от съществуващата към момента.

Литература

- Avdev, S. 1988. About the approach to optimization of multiparametrical gravity models. – *33th International Geophysical Symposium*. Prague, Works, 264-269 (in Russian).
- Avdev, S. 1989. The method of automated selection of multipoint geoelectrical models for interpretation of natural electric field anomalies. – *34th International Geophysical Symposium*. Budapest, Works I, 22-31 (in Russian).
- Avdev, S. 1998. Solving the inverse gravity problem using non-reduced data. – *The Second National Geophysical Conference of BGGS*, 21-23 October. National Palace of Culture, Sofia, Abstract Book.
- Avdev, S., S. Kostyanov. 1999. Optimum point model of gravity field of Earth compiled on the basis of absolute values of gravity. – *IUGG XXII General Assembly*, 19-30 July, Birmingham, UK, Abstracts, 443 (Poster, 1610-48).
- Avdev, S., Ch. Tzankov. 2010. Presenting Earth's gravity field with optimized point-masses models. – *28th IUGG Conference on Mathematical Geophysics*, 7-11 June 2010. Pisa, Book of Abstracts, 100 (Poster S5-01).
- Avdev, S., S. Kostyanov, V. Stoyanov. 1999. Optimum point model of the Earth gravity field compiled on the basis of absolute gravity values. – *Geodynamics*, 1, 2, 7-10.
- Department Of Defense World Geodetic System 1984. 2000. Third Edition, Amend. 1, NIMA TR8350.2
- Tapley, B., Ries, J., Bettadpur, S., Chambers, D., Cheng, M., Condi, F., Gunter, B., Kang, Z., Nagel, P., Pastor, R., Pekker, T., Poole, S., Wang, F. 2005. GGM02 – an improved Earth gravity field model from GRACE. – *J. Geod.*, 79, 8, 467-478.
- Zhelev, Zh., Georgiev, Ch. 1985. Some preliminary results of representing the Earth's gravity field as a model of elementary sources. – *Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci.*, 38, 3, 315-317.
- Zidarov, D. 1962. Sur une nouvelle possibilité de solution du problème inverse gravimétrique et électrique. – *Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci.*, 15, 2.
- Zidarov, D. 1964. A solution of the inverse gravimetric (and magnetic) problem and its application to the study of the Earth structure. – *Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci.*, 17, 9.
- Zidarov, D. 1968. *About the solution of several inverse problems of the potential fields and their application in the matter of geophysics*. Publ. House Bulg. Acad. Sci., Sofia (in Russian).
- Zidarov, P. 1984. *Inverse Gravimetric Problem in Geoprospecting and Geodesy*. Publ. House Bulg. Acad. Sci., Sofia, 278 p. (in Bulgarian)
- Zidarov, D. 1990. *Inverse Gravimetric Problem in Geoprospecting and Geodesy*. Elsevier, Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo, 284 p.
- Zidarov, D., S. Avdev. 1984. Solving the inverse geoelectrical problem for the charged body method. – *29th International Geophysical Symposium*. Varna, Works I, 483-493 (in Russian).
- Zidarov, D., S. Avdev. 1985. Solution of inverse geoelectric problem at the mise-a-la masse method. – *Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci.*, 38, 1, 71-74.

Препоръчана за публикуване от
Катедра "Приложна геофизика", ГПФ