

ПРИЛОЖЕНИЕ НА МЕТОДА НА КРАЙНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ УСТОЙЧИВОСТТА НА БОРДОВЕТЕ НА ОТКРИТИ РУДНИЦИ ФУ ШУН (КИТАЙ) И МАРИЦА-ИЗТОК (БЪЛГАРИЯ)

Ксиаолинг Ли-Щерева

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, lixiaoling@abv.bg

РЕЗЮМЕ: Методът на крайните елементи (МКЕ) е числен метод, който възниква и се развива бурно, заедно с появата и развитието на компютрите. Методът е подходящ за изследване състоянието и прогнозиране поведението на скалния масив и в случаите, когато други методи, например аналитични, са неприложими. Първоначално МКЕ се прилага за решаване на линейната задача на теория на еластичността, но много скоро са конструирани три итеративни подхода за решаване на физически нелинейни задачи. Такива са задачите за изследване на напрегнатото и деформирано състояние на слаби скали. Тук се разисква приложението на МКЕ за изследване устойчивостта на бордовете на открити рудници Фу Шун и Марица – изток, изградени предимно от глинести разновидности. Получените резултати и направеният анализ са в съгласие с тези, получени посредством традиционните методи, широко прилагани в нашата практика и сега. Допълнителната информация, получена по МКЕ, във всяка точка от скалния масив позволява да се получи по-пълна представа за напрегнатото и деформирано състояние на бордовете и следователно за тяхната устойчивост.

Ключови думи: Метод на крайните елементи (МКЕ), устойчивост на бордовете

APPLICATION OF THE FINITE ELEMENTS FOR TESTING THE SLOPE STABILITY OF FU SHUN (CHINA) AND MARITZA-IZTOK OPEN PITS (BULGARIA)

Xiaoling Li-Shtereva

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, lixiaoling@abv.bg

ABSTRACT: The Finite Element Method (FEM) is a numerical method that appeared and has developed rapidly with the emergence and evolution of computers. The method is suitable for studying the condition and predicting the behavior of rock mass and is used where other methods, such as analytical ones are inapplicable. Initially, FEM was applied to solve the problem of linear elasticity theory but very soon three iterative approaches for solving nonlinear physical tasks were developed. Such are the tasks for the study of the stress and strain state of weak rocks. This paper discusses the application of FEM for slope stability analysis of Fu Shun and Maritsa-Iztok open pits built mostly of clay varieties. The results obtained and the analyses are consistent with those obtained by traditional methods which are widely used in our current practice. Additional information obtained by FEM at each point of the rock mass allows gaining a full picture of the stress and strain state of the slopes and their stability.

Keywords: Finite element method (FEM), slope stability

Въведение

Методът на крайните елементи (МКЕ) е подходящ за изследване състоянието и прогнозиране поведението на скалния масив и в случаите, когато други методи, например аналитични, са неприложими. Първоначално МКЕ се прилага за решаване на линейната задача на теория на еластичността, но много скоро са конструирани три итеративни подхода за решаване на физически нелинейни задачи. Такива са задачите за изследване на напрегнатото и деформирано състояние на слаби скали. Тук се разисква приложението на МКЕ за изследване устойчивостта на бордовете на открити рудници Фу Шун и Марица – изток, изградени предимно от глинести разновидности. Получените резултати и направеният анализ са в съгласие с тези, получени посредством традиционните методи, широко прилагани в нашата практика и сега. Допълнителната информация, получена по МКЕ, във всяка

точка от скалния масив позволява да се получи по-пълна представа за напрегнатото и деформирано състояние на бордовете и следователно за тяхната устойчивост.

Основни положения на метода на крайните елементи (МКЕ)

Характерна особеност на МКЕ е, че непрекъснатата среда се разглежда като съставена от краен брой отделни елементи. Естествено, всяко непрекъснато тяло, разделено на елементи, би притежавало значителна податливост, което ще доведе до съществени грешки при определяне на напреженията и деформациите. Затова се въвеждат определени принципи и предпоставки, които позволяват при дискретизация на средата, решението на задачата да бъде с приемлива за практиката точност.

За извеждане на основното уравнение на Метода на крайните елементи, тялото е разделено на краен брой елементи с еднаква форма (например тетраедри). Ако е необходимо, тялото може да бъде разделено на елементи с различна форма, което усложнява изчислителната работа, но води до повишаване на точността на решението.

Приема се, че всички действащи сили са приложени във върховете на елементите.

Потенциалната енергия на деформациите може да се представи като функция от втора степен на неизвестните $u_i, v_i, w_i, i = 1, 2, \dots, n$:

$$U_{(u,v,w)} = \frac{1}{2} \sum_i^n [\alpha_i u_i^2 + \beta_i v_i^2 + \gamma_i w_i^2 + 2(\delta_i u_i v_i + \tau_i u_i w_i + \xi_i v_i w_i)]. \quad (1)$$

Неизвестните коефициенти $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i, \tau_i, \xi_i$ се определят в зависимост от деформационните показатели на средата и координатите на върховете на елементите.

Аналогично, работата на външните сили ще се изрази така

$$A_{(Q,P)} = \sum_i^n [(F_x)_i u_i + (F_y)_i v_i + (F_z)_i w_i], \quad (2)$$

където $(F_x)_i, (F_y)_i, (F_z)_i, i = 1, 2, \dots, n$ са координатите на силите, приложени във върховете на елементите.

Съгласно вариационния принцип, за да се намери минимумът на общата потенциална енергия на системата в пространството от избраните базисни функции, е необходимо производните да се приравнят на нула, т. е.

$$\frac{\partial W}{\partial u_i} = 0, \frac{\partial W}{\partial v_i} = 0, \frac{\partial W}{\partial w_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

След диференцирането се получава системата линейни (алгебрични) уравнения

$$\begin{cases} 0u_1 + \dots + \alpha_1 u_1 + \dots + 0u_n + 0v_1 + \dots + \delta_1 v_1 + \dots + 0v_n + 0w_1 + \dots + \xi_1 w_1 + \dots + 0w_n = (F_x)_1 \\ 0u_1 + \dots + \delta_1 u_1 + \dots + 0u_n + 0v_1 + \dots + \beta_1 v_1 + \dots + 0v_n + 0w_1 + \dots + \tau_1 w_1 + \dots + 0w_n = (F_y)_1 \\ 0u_1 + \dots + \xi_1 u_1 + \dots + 0u_n + 0v_1 + \dots + \tau_1 v_1 + \dots + 0v_n + 0w_1 + \dots + \gamma_1 w_1 + \dots + 0w_n = (F_z)_1 \end{cases} \\ i = 1, 2, \dots, n$$

Тази система в матричен вид се записва така

$$[K]\{u\} = \{F\}. \quad (4)$$

Полученото равенство (4) представлява основното матрично уравнение на метода на крайните елементи.

При нелинейна зависимост между напрежения и деформации се говори за физически нелинейна задача. В механиката на твърдото тяло такива се явяват задачи от пластичност, пълзене и други сложни реологични явления,

които са налице и при глините от Източно-маришкия басейн. В много случаи тези задачи могат да се изследват без да се изменя тяхната постановка, т.е. на основа на същите вариационни принципи, както и линейните задачи.

Задачата на линейната теория на еластичността в премествания винаги се свежда до решаване на системата уравнения (4). При извода ѝ бе използван законът за линейна еластичност (обобщен закон на Хук) във вида

$$\{\sigma\} = [D](\{\xi\} - \{\xi_0\}) + \{\sigma_0\}. \quad (5)$$

Тук $\{\xi\}$ са деформациите, $\{\sigma\}$ са напреженията, $[D]$ е матрицата на еластичните константи, $\{\xi_0\}$ са началните деформации, $\{\sigma_0\}$ са началните напрежения.

При решаване на задачи при малки деформации, в които се използват други, възможно и нелинейни определящи уравнения, следва да се измени само равенство (5). Новата зависимост може да се запише във вида

$$F(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}) = 0 \quad (6)$$

при едни и същи стойности на напреженията и деформациите. Полученото решение ще бъде търсеното.

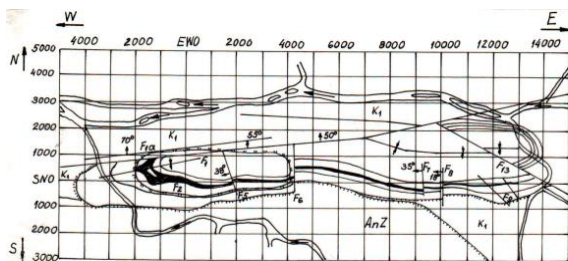
Очевидно, че при решаването е целесъобразно да се използват итерационни методи. Ако при итерациите се избере да се променя матрицата $[D]$, то се достига до известния метод на променливата коравина (променливите параметри). Ако се подбира подходящо $\{\varepsilon_0\}$ или $\{\sigma_0\}$, то съответните наименования са метод на началните деформации или на началните напрежения.

Методът на крайните елементи МКЕ (FEM) е популярен и утвърден метод. Използва се от 1967 г. за оценяване на напрегнатото и деформирано състояние на масива, а в момента е един от най-широко използваните методи.

В представената работа за обясняване на механизма на деформиране се използват компютърни програми за напрегнато състояние на масива. Компютърните програми са адаптирани към специфичните условия на Марица-Изток. Получените резултати ще бъдат сравнени с данните за напрегнатото състояние на китайския открит рудник „Фу-Шун“. Въз основа на тях ще се интерпретира напрегнатото и деформируемо състояние на борда.

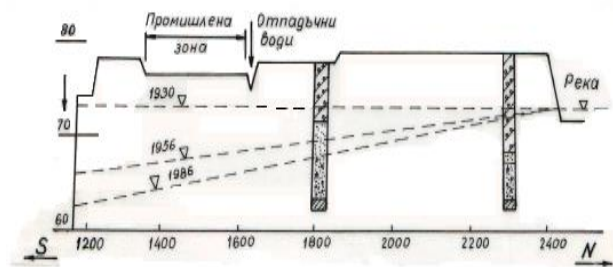
Приложение на МКЕ на Рудник „Фу-Шун“

Откритият рудник „Фу-Шун“ се намира в севроизточен Китай, район Лео Дун. Рудникът е разработен в плато с максимална кота 130 m. Експлоатират се възлища в западната част на платото с кота 80 m. Експлоатацията на рудника започва през 1914 г. До настоящия момент е получен голям изкоп с дължина 6.60 m, ширина 2.20 m (фиг. 1) и дълбочина 400 m. Ъгълът на генералния откос е 25 – 28°, а височината на стъпалата е 10 – 20 m.



Фиг. 1. Геоложка карта на открития въглищен рудник "Фу Шун"

В литоложко отношение надвъглищният комплекс е изграден главно от тънкослойни глинести седименти с циментационни структурни връзки (алевролити), които алтернират с меки глинести прослойки с ниски якостни свойства. Дебелината на тази част от комплекса е 420 m. Под тези литоложки разновидности се установяват глинести въглищни включения с дебелина около 116 m. Продуктивната част на въглищния комплекс е 55 m. В подвъглищния комплекс се установяват единични въглищни пластове, които се експлоатират частично. Целият подвъглищен комплекс представлява редуване на пясъчници и мергели с различна дебелина и различно статиграфско положение. Той има сумарна дебелина около 320 m. Описаните комплекси са с терциерна възраст. Подложката на терциерния басейн е представена от кредни пясъчници и кварцити с неясно изменяща се дебелина. Литоложката колонка завършва с палеозойски андезити. Целият район е засегнат от активна тектонска дейност, която обхваща както старите формации, така и терциерните отложения. Съществуват разсеци, които имат главно направление запад – изток и пресичат целия терциерен басейн. Второстепенните тектонски нарушения са коси на басейна (северозапад – югоизток). По разгледаните тектонски структури в подножието на платото са се формирали реки, които запазват общото направление на двете системи. В терциерния масив е формиран водоносен хоризонт от пукнатинни води, който се подхранва от инфилтрация на атмосферни води и от река Хун – Хъ (на север от платото). В резултат от дреннирането на открития рудник и изграждането на водопонизителни системи е установено от наблюденията, че нивото на подземните води се понижава: от 1930 г. до 1956 г. с около 8-9 m, а от 1956 г. до 1986 г. с около 3-4 m (фиг. 2). Наличието на тези води, независимо, че е понижено нивото, играе неблагоприятна роля за устойчивостта на откосите и стъпалата в открития рудник.

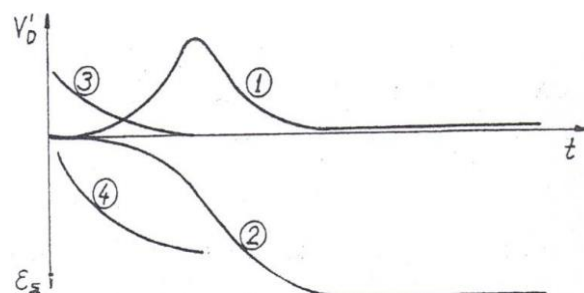


Фиг. 2. Изменение на повърхността на подземните води - северен борд W200

Устойчивостта на откосите на работните бордове на рудника и настъпилите впоследствие редица деформационни процеси представляват много голям интерес не само за експлоатацията на въглищата и сигурността на хората и машините в рудника, но и за запазване стабилността на няколко предприятия и жилищни блокове, построени на платото в съседство с открития рудник. Разширяването и задълбаването на рудника, от една страна, и разширяването по територия на заводите, от друга страна, доведе до големи деформации върху съоръженията (сгради, далекопроводи и др.), които завършиха с разрушения. Сложността на проблема се задълбочава от наличието на активни сеизмични процеси в района.

Различното положение на въглищния пласт в терциерния комплекс се обуславя от процесите на огъване и разсядане. При тези условия се е наложило, поради различните дълбочини на въглищата, експлоатацията да се извършва в открития рудник и в участъци с подземен начин на изземване в източната и западната части на рудника. Настъпилите деформации наложиха да се закрият подземните участъци. За стабилизация на бордовете в открития рудник се работеше с подсибяване на бордовете с откритката и изграждане на вътрешни насипища.

Извършените геодезични наблюдения върху повърхността отчитат съвместното влияние на подземния и открития рудник за развитие на деформациите във времето. Те отговарят на следния модел: скоростта на деформация е по-голяма в подземния рудник (фиг. 3, крива 1) отколкото в открития (фиг. 3, крива 3). Аналогично е развитието на сумарните деформации, представено на фиг. 3, крива 2 (в подземния рудник) и крива 4 (в открития рудник).



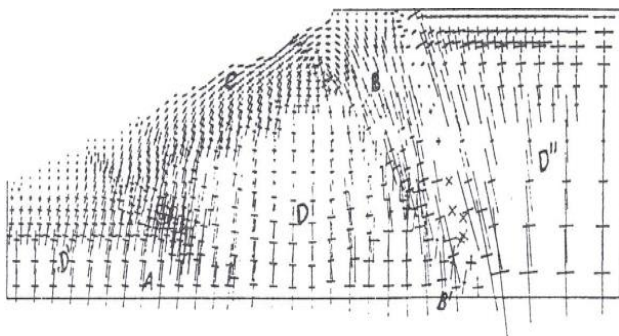
Фиг. 3. Зависимост на деформациите от времето в подземен и открит рудник

За да се обясни развитието на деформационния процес в подземния и открития рудник, както и съвместното влияние на деформациите от двата рудника върху земната повърхност, беше съставена компютърна програма по метода на крайните елементи. В програмата могат да се въкарат следните показатели: E - модул на еластичност, модул на Юнг; m - коефициент на Поасон; γ - обемна плътност; c - кохезия; F - ъгъл на вътрешно триене и S_{0n} - якост на опън (таблица. 1). От друга страна, всички параметри характеризират литоложките разновидности в дълбочина на масива.

Таблица 1. Показатели на литоложките разновидности на рудник "Фу Шун"

Показатели Литолошко описание	Модул на еластичност E, МПа	Коефициент на Поасон μ	Обемно тегло γ , MN/M ³	Кохезия C, МПа	Ъгъл на вътрешно триене F°	Якост на опън σ_{on} , МПа
1. Пясъчници и варовици	5000	0.2	0.028	0.037	35.5	6
2. Въглища	1200	0.2	0.015	0.0289	34.72	1
3. Алевролити (тъкослоисти структурирани глини с цимент. връзки)	1700	0.2	0.021	0.2	33.13	3
4. Синьозелени глини с циментационни връзки	1240	0.24	0.023	0.05	27.0	2
5. Скални разновидности в разседна зона(със структурни дефекти)	600	0.35	0.019	0.03	18	0.1
6. Гранито-гнайси	10000	0.2	0.029	0.2	39	10
7. Пясъчници с глинесто-варовита спойка	5000	0.2	0.023	0.02	22	2

Получените резултати при използването на компютърната програма по отношение на б₁ и б₃ дават възможност да се установи следното (фиг. 4):



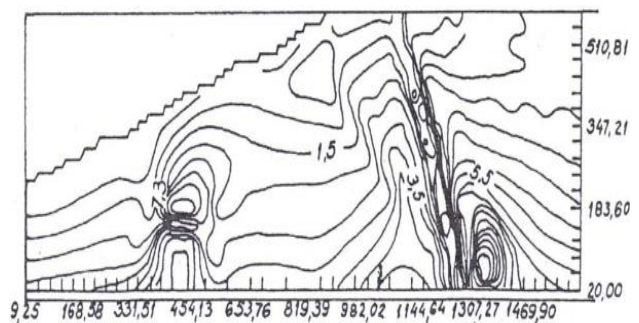
Фиг. 4. Разпределение на напрегнатото състояние след подземната разработка-W200

- Най-голямо влияние върху напрегнатото състояние на масива има в зоната на подземния рудник (зона А).

- Наличието на първа разседна зона F₁ (по-близо до откоса) е свързано с нарастване на напрегнатото състояние в дълбочина (зони В и В') при работа на двата рудника.

- Напрегнатото състояние в откоса се изменя от повърхността в дълбочина към потенциалната хлъзгателна повърхнина. Това изменение дава възможност да се очертае формата и мястото на потенциалната хлъзгателна повърхнина, от една страна, и от друга, да се установи вторичното влияние на подземния рудник и разседната зона F₁ върху хлъзгателната повърхнина.

Ясна представа за описаните по-горе процеси на напрегнатото състояние в масива се получава от изолините на напреженията (фиг. 5). На посочената фигура е дадено напрежението t_{max} в дълбочина около подземния рудник и в зоната на главния разсед F₁. Вижда се, че в ненарушената част на масива (фиг. 4, зони D, D', D'') разпределението на максималното сръзващо напрежение t_{max} (фиг. 5) е сравнително равномерно и влиянието на открития рудник не е много голямо.



Фиг.5. Изолини на напрегнатото състояние след подземната разработка - W200

Концентрация на напреженията се установява около подземния рудник (зона А). Тази концентрация дава възможност да се установи, че може да се наруши стабилитета на подземния рудник. Но разпределението на напрегнатото състояние около рудника показва възможността за неблагоприятно влияние на подземните минни работи върху отделни участъци на работните бордове на открития рудник. В разседната зона се установява концентрация на напреженията, които са най-големи по стойност и обхват в зона В'. Тази зона не се влияе от минните работи нито по открит, нито по подземен начин. Но тя се влияе вероятно от активната сеизмична дейност в района (в последните години са се проявили няколко земетресения в този район). Земетресенията не са били разрушителни, но фиг. 5 е доказателство за инициирани максимални сръзващи напрежения в описаната зона, които усложняват картината на представения модел.

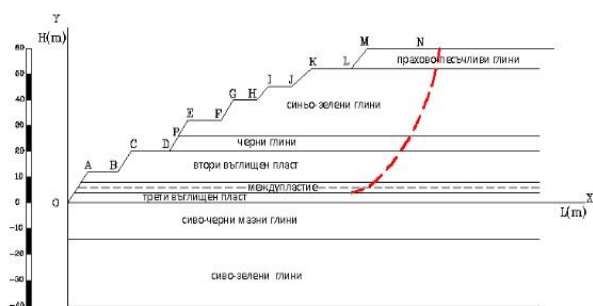
Приложение на МКЕ за рудник Трояново север - България.

Минната (миннодобивната) промишленост в България се основава предимно на открития начин на добив на полезни изкопаеми. Устойчивостта на бордовете на рудниците е един от основните въпроси при разработването на находищата на полезни изкопаеми по открит начин.

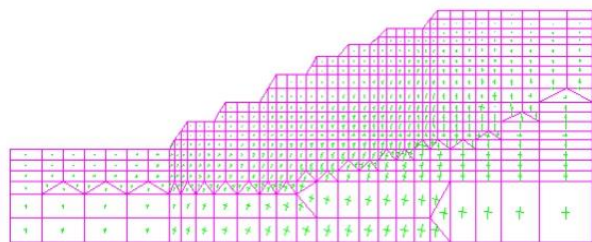
Таблица 2. Показатели на литоложките разновидности на рудник “Трояново-Север”

Показатели Литоложки разновидности	Модул на еластичност E, МПа	Коеф на Поасон μ	Обемна плътност γ , kN/m ³	Кохезия C, МПа	Ъгъл на вътрешно триене φ , °	Якост на опън $\sigma_{оп}$, МПа
II и III въглищен пласт, As=30%	61.50	0.45	12.50	0.340	11.0	0.279
Междупластие (сиво-зелени мазни глини)	12.50	0.30	16.70	0.075	1.0	0.047
Черни глини	7.22	0.21	16.50	0.203	15.0	0.219
Синьо-зелени глини	10.49	0.38	18.20	0.130	6.0	0.080
Прахово-песъчливи глини	6.63	0.28	20.20	0.140	20.0	0.290
Сиво-черни мазни глини	25-64	0.40	16.00	0.100	3.0	0.035
Сиво-зелени глини	11-32	0.36	18.20	0.120	3.0	0.130

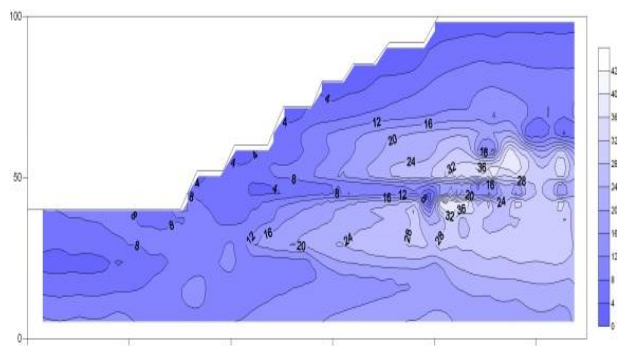
Разглежда се един профил на работен борд на рудник „Трояново-Север” (Фиг. 6). Показатели на литоложките разновидности на рудник “Трояново-Север”(Таблица 2).



Фиг.6. Профил на работен борд на рудник “Трояново-Север”



Фиг. 7. Разпределение на напрегнатото състояние на работен борд на рудник „Трояново-Север”



Фиг. 8. Изолинии на напрегнатото състояние (τ_{max}) на рудник “Трояново-Север”

Изчисления за оценка на устойчивостта на откоса са проведени със специализираната програма по метода на крайните елементи.

Получените резултати при използването на компютърната програма по отношение на b_1 и b_3 дават възможност да се установи следното (фиг. 7). Във фиг. 7 със зелен цвят са покани посоката и големината на b_1 и b_3 – големите са b_1 , а по-малките са b_3 .

Представа за описаните по-горе процеси на напрегнатото състояние в масива се получава от изолините на напреженията τ_{max} (фиг. 8).

Изследване на устойчивост по МКЕ за рудници ФУ ШУН (Китай) и Трояново север (България)

Оценката на степента на сигурност срещу загуба на устойчивост на естествени склонове и строителни откоси, извършвана по класическите (конвенционални) методи, се свежда до определяне на обобщения коефициент на сигурност при разрушение по предварително зададен модел на разрушение – в случая плъзгателна повърхнина (най-често права, кръгово-цилиндрична или произволно зададена в съответствие с конкретните теренни условия). Коефициентът на сигурност, представляващ отношението на задържащите към активните (плъзгащите) сили или моменти, дава оценка за стабилитета на склона (изкопа) за частния случай на разрушение по точно приетата плъзгателна повърхност. За да се изследва цялостно проблемът, е необходимо да се изследват всички възможни форми на разрушение. Полученият минимален коефициент на сигурност се сравнява с нормативно зададената допустима стойност.

Анализ за устойчивостта на откоса по напрежение-деформация на МКЕ: според теорията на Mohr-Coulomb, коефициент на устойчивост F.O.S. (Таблица 3).

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{1i} + \sigma_{3i}}{2} + \frac{\sigma_{1i} - \sigma_{3i}}{2} \cos 2\alpha_i, \quad (7)$$

$$\tau_i = \frac{\sigma_{1i} - \sigma_{3i}}{2} \sin 2\alpha_i, \quad (8)$$

$$F.O.S. = \frac{\sum \left[\sigma_i L_i - YW(Hw_i + Hw_i + 1) \frac{Dr}{2} L_i \right] + g\varphi_i + C_i L_i}{\sum \tau_i L_i}. \quad (9)$$

Таблица 3. Коефициенти на устойчивост (по фиг. 4)

Коефициент на устойчивост F.	Решение с МКЕ F.O.S.	Класически методи	
		Janbu	sarma
	1,4	1,38	1,36

Заклучение и изводи

Получените резултати показват, че стойностите на коефициент на сигурност не се различават с повече от 5% за различните методи на решение. Недостатък на конвенционалните методи, в сравнение с решаването чрез МКЕ, е невъзможността за цялостното отчитане на напрегнато и деформирано състояние на изследвания масив. Проведените изчисления по класическите методи отразяват единствено напрегнатото състояние по предварително приетата плъзгателна повърхнина.

При използване на решения по МКЕ резултатите за коефициента на сигурност също не се различават съществено, но в голяма степен са преодоляни описаните недостатъци на класическите методи. Тук, на базата на напрегнато и деформирано състояние за целия масив се получава и възможност за разрушение повече действителните повърхнини (аналогични на плъзгателните) на разрушение.

В заключение може да се каже следното:

1. Представените модели, изработени чрез компютърна програма, съставени на основата на метода на крайните елементи, са приложени за условията на рудници "ФУ ШУН" и Марица-изток.

2. Установеното напрегнато състояние в масива дава възможност да се посочат зоните с най-неблагоприятното разположение на главните напрежения (b_1 и b_3), по които могат да се очертаят рисковите места.

3. Профилите с изолинии на максималните срязващи напрежения са меродавни при тълкуване на поведението на скалния масив, привързан към минните работи или към макроструктурни дефекти в масива (разседи, макропукнатини и т. н.).

4. По разпределението на напреженията b_1 и b_3 може да се очертава потенциалната хлъзгателна повърхнина в работните бордове на открития рудник и местата, в които могат да настъпят най-големи свлачищни деформации.

5. Работата със съвременни специализирани геотехнически програмни продукти, базирани на метода на крайните елементи, дава възможност за един по-различен подход при оценка устойчивостта на даден откос.

Литература

- He Man-chao, HUANG Run-qiu, WANG Jin-an. *Numerical modeling methods in engineering geology*. M, Beijing: Science Press. 2006. - 75-87.
- Nie Lei, Xiaoling Li, et al. *Under the influence of the well Fushun West Open Pit Mining Area North Slope Deformation and stability studies*, Changchun College of Geology, June 1993.
- Трапов, Г., Г. Михайлов. *Прилагане на метода на крайните елементи в условия на изменчивост на свойствата на скалите*. Год. МГУ, 52, 2, 2009. - 85-89.
- Zheng Yingren, Zhao Shangyi, Deng Chujian, Liu Mingwei, Tang Xiaosong, Zhang Liming. *Development of Finite Element Limit Analysis Method and Its Applications in Geotechnical Engineering*. *China Engineering Science*, December, 2006.

Статията е препоръчана за публикуване от кат. „Открито разработване на полезни изкопаеми и взривни работи“.