

МАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ И ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЦЕЛЕВА ФУНКЦИЯ ЗА КАЧЕСТВО НА ГОТОВ ПРОДУКТ ПОЛУЧЕН ПРИ РАБОТА С КИД-300

Симеон Савов¹, Петко Недялков², Иван Минин³

¹Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София, E-mail: ss.ss@abv.bg

²Технически университет – София, 1756 София, E-mail: nedpetko@tu-sofia.bg

³Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София, E-mail: minin@dir.bg

РЕЗЮМЕ. Докладът представя създаването на математичен статистически модел на целева функция за качество на готов продукт, получен при работа с конусна инерционна трошачка тип КИД-300. Направен е избор на управляващи фактори, оказващи влияние върху целевата функция за качество на готовия продукт. Формулирана е целева функция за качеството на готовия продукт. Проведен е експеримент и е направен статистически анализ на получените експерименталните резултати. Представени и анализирани са резултатите от статистическия анализ на функцията за качество на готовия продукт. Въз основа на получения регресионен модел са построени триизмерни диаграми за отчитане влиянието на управляващите фактори върху целевата функция. Получените резултати ще се използват като основа за оптимизация на процеса трошене от гледна точка на качеството на получавания продукт в трошачки тип КИД.

Ключови думи: КИД-300, математично моделиране, статистически анализ, целева функция, качество на готов продукт

MATHEMATICAL MODELING AND RESEARCH OF PURPOSE FUNCTION FOR PRODUCT QUALITY IN KID-300 OPERATION

Simeon Savov¹, Petko Nedyalkov², Ivan Minin³

¹University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail: ss.ss@abv.bg

²Technical University – Sofia, 1756 Sofia, e-mail: nedpetko@tu-sofia.bg

³University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail: minin@dir.bg

ABSTRACT. This paper deals with methodic and results of synthesis and analysis of mathematical statistical model of purpose function for product quality for output of one cone inertial crusher KID-300. There are presented the choice of governing factors affecting on the purpose quality function and also a formulation of purpose quality function. Analysis is made over the experimental results from native experiment with KID-300 and their statistical multivariable regression analysis. Regression model is used to visualize in 3D diagrams the influence of governing factors over the purpose quality function. The results will be used for formulation of optimization function and methodic of the crushing process in terms of product quality in crushers type KID.

Key words: KID-300, mathematical modeling, statistical analysis, purpose function, quality of produced product

Въведение

Трошачките тип КИД са конусни трошачки, при които вътрешният конус се задвижва от инерционен дебалансен вибратор. При въртене на дебаланския вибратор възниква кръгова центробежна сила, принуждаваща вътрешния конус да се търкаля по вътрешната повърхност на външния конус, като се притиска към него с голяма сила и по този начин натрошава материала, намиращ се между двата конуса. Този вид конусни трошачки нямат постоянен разтоварен отвор и големината на ексцентрицитета на вътрешния конус зависи от дебелината на слоя материал, намиращ се в камерата на трошене, и от стойността на силата на трошене. Трошачките тип КИД имат възможност за регулиране на широчината на разтоварния отвор, честотата на въртене и масовия статичен момент на дебаланския вибратор, като по този начин се изменя големината на силата на трошене. С КИД-300 може да се получава продукт, който е характерен както за трошачка за дребно трошене, така и за мелница за грубо смилане. Изменението на честотата на въртене на дебаланския

вibrator на КИД-300 разширява възможностите на машината да произвежда продукти с разнообразен зърнометричен състав (Савов и др., 2013; Савов, 2014).

Избор на управляващи фактори

При описанието на процеса трошене в трошачка КИД могат да се дефинират и изследват няколко целеви функции, като зърнометричният състав на готовия продукт (качество) е една от тях. Докато производителността характеризира процеса само откъм количествената му страна зърнометричният състав характеризира процеса трошене откъм качествената му страна. Зърнометричният състав има ясен физически смисъл и може точно и лесно да бъде определен най-вече с помощта на ситовия анализ. Зърнометричният състав и производителността са две еднакво значими функции за процеса трошене, като не може да бъде даден приоритет на никоя от двете.

Механичните параметри, които могат да бъдат променени при трошене в трошачка тип КИД-300, основно са:

- широчина на статичния разтоварен отвор на машината, като максимално може да достигне до 18 mm;
- масов статичен момент на дебалансния вибратор, вибраторът е регулируем и има 19 степени, чрез които се определя стойността на масовия му статичен момент;
- честотата на въртене на дебалансния вибратор при КИД-300 не може да бъде изменяна, но за целите на настоящото изследване ще бъде променяна чрез предавателното число на клиноремъчната предавка на машината.

Един от технологичните параметри, който лесно може да бъде променен по време на експеримента, е едрината на изходния материал, като съществува ограничение за максималния му размер от 20÷25 mm.

Избраните управляващи фактори, влияещи върху зърнометричния състав на готовия продукт получен от КИД-300, са следните:

– Честота на въртене на дебалансния вибратор f , s^{-1} – този параметър зависи от предавателното число (i) на клиноремъчната предавка на машината. Предавателното число се изменя чрез използването на двигателни ремъчни шайби с различни диаметри. Използваните предавателни числа са 0,75; 1; 1,25 и 1,44.

– Масов статичен момент на дебалансния вибратор S_0 , kg.m – опитите са направени при минимална (1-ва), средна (10-та) и максимална (19-та) степен на дебалансния вибратор. Съответно S_0 приема следните стойности: 0,095 kg.m, 0,921 kg.m и 1,295 kg.m.

– Широчина на статичния разтоварен отвор на трошачката b , mm – поради опасност от недопустимо нарастване на амплитудата на люлеене на вътрешния конус и респективно динамиката на машината се приема този параметър да има следните стойности: 4 mm, 6 mm и 8 mm.

– Среден диаметър на изходния материал D_{cp} , mm – опитите са направени с материал, който е с различна средна едрина, съответно по-дребен материал със среден диаметър на частиците 8,575 mm и по-едър материал със среден диаметър на частиците 16 mm.

Таблица 1. Управляващи фактори

Фактор означение	X_1			X_2		X_3			X_4		
Фактор	Ремъчна шайба			Дебаланс		Разтоварен отвор			Едрина на изходния материал		
Размерност	mm			брой		mm			mm		
Стъпка	52	52		9	9	2	2		7,425		
Означение	$D_{рш}$, mm			Степен, бр.		b , mm			D_{cp} , mm		
Стойност	156	208	260	1	10	19	4	6	8	8,575	16
Интервал	104			18		4			7,425		
Ниво	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1	0	1

Избраните управляващи фактори са лесно определими, могат да бъдат измерени в абсолютни единици и сравнително лесно могат да се изменят. В таблица 1 са представени управляващите фактори, както и техните интервалите и стъпки на изменение.

Формулировка на целевата функция за качество на готовия продукт

На базата на направен статистически анализ на получените зърнометрични характеристики на готовия продукт от КИД-300 представен в предишна публикация (Савов и Недялков, 2013) е установено, че зърнометричните характеристики се апроксимират и представят с висока точност, чрез експоненциална функция от вида:

$$\beta = A.e^{-d}, \quad \% \quad (1)$$

където:

A – коефициент;

d , mm – диаметър на частиците в готовия продукт.

Освен високата точност на апроксимация, такъв вид математически модел улеснява дефинирането на качествен показател и количественото му определяне. В повечето реални случаи математичните модели, определящи дадена целева функция, не са известни, а понякога са неподходящи поради голямата си сложност и се налага да се използва подходяща апроксимация. Именно тогава възниква трудната задача по определяне на структурата на модела. В най-простия случай математическият модел може да се избере във вид на линейна функция (Божанов и Вучков, 1973 и 1979; Митрев, 2005) от входните параметри:

$$f = \sum_{i=0}^n N_i \cdot x_i \quad (2)$$

За първоначално изследване на целевата функция за качество се приема линеен модел с включена константа (Савов и Недялков, 2013):

$$A = N_0 + N_1 \cdot x_1 + N_2 \cdot x_2 + N_3 \cdot x_3 + N_4 \cdot x_4 \quad (3)$$

където:

x_1 (f , s^{-1}) – честота на въртене на дебалансния вибратор;

x_2 (S_0 , kg.m) – масов статичен момент на дебалансния вибратор;

x_3 (b , mm) – широчина на статичния разтоварен отвор на трошачката;

x_4 (D_{cp} , mm) – среден диаметър на постъпващия за трошене материал;

N_0, N_1, N_2, N_3, N_4 – коефициенти на управляващите фактори.

В таблица 2 са представени размерностите на целевата функция и на управляващите факторите, както и на коефициентите на управляващите фактори при така дефинираната целева функция.

Таблица 2. Размерност на целевата функция, управляващите фактори и коефициентите им

Фактор		X_1	X_2	X_3	X_4
Означение		f	S_0	b	D_{cp}
Размерност		Hz	kg.m	mm	mm
SI		s^{-1}	kg.m	$m \cdot 10^{-3}$	$m \cdot 10^{-3}$
β	N_0	N_1	N_2	N_3	N_4
%	%	s	1/kg.m	1/mm	1/mm
A	N_0	N_1	N_2	N_3	N_4
–	–	s	1/kg.m	1/mm	1/mm

Експериментални резултати

С цел изследване на избраната целева функция е проведен непълнофакторен експеримент върху конусна инерционна трошачка тип КИД-300. Материалът, който е използван за трошене, е предварително промит, подсушен и пресят речен чакъл. Направени са общо 40 опита при „сух“ режим на работа на машината. В таблица 3 са представени управляващите фактори, които са изменени по време на експеримента, както и получените експериментални резултати за целевата функция за качество на готовия продукт.

Таблица 3. Експериментални резултати

№ на опита	X_1	X_2	X_3	X_4	Y
	F	S_d	b	D_{cp}	A
	s^{-1}	$kg.m$	mm	mm	$-$
1	17,82	1,295	4	16	87,71
2	17,75	1,295	6	16	91,80
3	17,70	1,295	8	8,575	93,97
4	17,80	0,921	4	8,575	94,97
5	17,73	0,921	8	16	95,83
6	17,83	0,095	6	8,575	136,82
7	17,85	0,095	8	16	0,00
8	24,48	0,921	7	16	82,48
9	24,50	0,921	6	16	80,60
10	24,52	0,921	6	16	83,23
11	24,52	0,921	6	16	85,45
12	24,52	0,921	6	16	81,54
13	24,53	0,921	6	16	81,50
14	24,53	0,921	6	16	83,09
15	24,55	0,921	6	8,575	84,41
16	24,78	0,095	4	8,575	114,78
17	24,78	0,095	6	16	136,73
18	24,78	0,095	8	16	135,92
19	24,38	1,295	6	8,575	82,99
20	24,40	1,295	8	8,575	81,71
21	24,57	1,295	4	16	85,89
22	30,90	0,095	4	8,575	117,05
23	30,90	0,095	4	16	118,36
24	30,93	0,095	6	16	131,05
25	30,92	0,095	8	8,575	144,39
26	30,48	0,921	4	16	77,56
27	30,37	0,921	6	16	79,61
28	30,03	0,921	8	8,575	80,77
29	30,22	1,295	4	8,575	74,78
30	30,05	1,295	6	8,575	75,02
31	29,97	1,295	6	16	74,78
32	29,85	1,295	8	16	77,57
33	35,92	0,095	4	8,575	103,19
34	35,87	0,095	4	16	102,79
35	35,95	0,095	6	16	129,20
36	35,98	0,095	8	8,575	143,17
37	35,17	0,921	4	16	69,61
38	34,42	1,290	6	16	71,79
39	33,72	1,290	8	8,575	82,73
40	34,35	1,290	4	8,575	73,03

Статистически анализ на експерименталните резултати

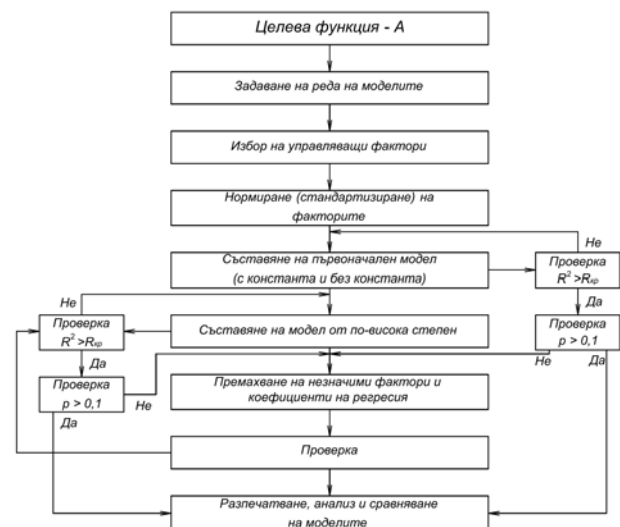
На базата на експерименталните данни, получени от 40-те опита при работа с КИД-300, са съставени регресионни математически модели за изследване на целевата функция за качество. Съставени са линейни модели с включена константа (и такива без константа) и нелинейни модели, като са търсени такива модели, които имат висока мярка за определеност (квадрат на коефициента на множествена

корелация R^2). Основните критерии за избор на подходящ модел са следните:

- максимална стойност на коефициент на множествена корелация R^2 ;
- максимална стойност на критерия на Фишер (F-Ratio) за съответния модел;
- минимални стойности на показателя за доверителна вероятност (P-Value) за модела;
- минимални стойности на показателите за доверителна вероятност (P-Value) за незначимост на регресионните коефициенти.

Целевата функция е съставена и изследвана с компютърната програма за статистически анализ STATGRAPHICS Centurion XV. Тази програма позволява изследването на различни типове функции с една и с повече от една променливи, които са без или с функционална връзка между променливите. Също така програмата има възможности за оценка на променливите и на коефициентите им на взаимна корелация.

За целите на практическото изследване на работния процес са търсени модели и коефициенти на регресия, които могат да бъдат приети с нива на доверителна вероятност минимум 95 %, като се очаква, че допустимите нива на инженерна грешка от 5 % са приемливи за такъв тип машини каквито са конусните инерционни трошачки.



Фиг. 1. Блок схема на последователността на действията при теоретико-експерименталното изследване на целевата функция за качество на готовия продукт

Критичната мярка за определеност на моделите, според която те могат да бъдат приети или отхвърлени, зависи от броя на степените на свобода на модела и от приетото минимално ниво на значимост. В конкретния случай моделите са със сумарен брой на степените на свобода $\nu=40$ и ниво на значимост $\alpha=0,05$. Съгласно Стоянов (1993 – таблица П.3.2.) при $\nu=40$ и $\alpha=0,05$ критичният коефициент на определеност е $R_{кр}=0,304$ (за $\alpha=0,1$; $R_{кр}=0,257$). Моделите, при които стойностите на мярката за определеност е над посочената критична стойност, могат да бъдат приемани като статически определени. На фигура 1 е представена блок схемата, по която са съставяни, след което приемани или отхвърляни регресионните математически модели.

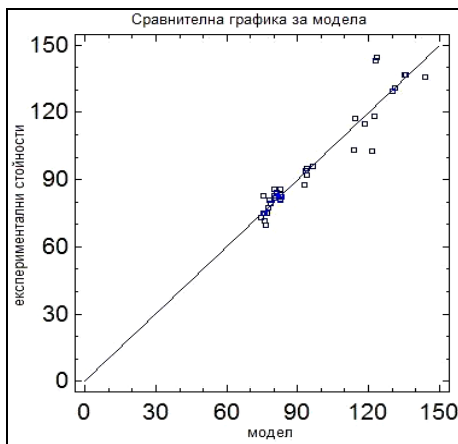
Най-подходящият получен модел за зърнометричния състав на готовия продукт е регресионен модел от първа степен на променливите без включена константа с изключени незначими променливи. Този модел съдържа в себе си всички управляващи фактори и е от следния вид:

$$A = \sum_{i=1}^n N_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n N_i \cdot \frac{1}{x_i} \quad (4)$$

За онагледяване на съпоставянето между модела и експерименталните стойности е приложена сравнителна графика (фиг. 2). Точките върху графиката представляват експерименталните стойности, а правата линия показва разположението на стойностите на функцията, получена от модела. Абсцисата и ординатата на тази графика са с еднаква размерност и това е размерността на изследваната функция. Сравнението между експеримент и модел е на визуална основа, като подреждането на точките в максимална близост до правата линия показва добра сходимост между експеримент и модел.

Таблица 4. Параметри на модела

Параметри на модела					
Parameter	Estimate	Standard Error	T	P-Value	
X_1	1.0061	0.105281	9.55629	0.0000	
$1/X_1$	1272.02	67.1942	18.9306	0.0000	
$1/X_2$	3.09485	0.522585	5.9222	0.0000	
$(X_1/X_2) \cdot X_3$	0.0256343	0.00655738	3.90923	0.0004	
Анализ на вероятностите					
Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
Model	374374,0	4	93593,5	1984,97	0,0000
Residual	1650,29	35	47,1512		
Total	376024,0	39			
Статистика на модела					
	$R^2 =$	99,5611	%		
	R^2 (adjusted for d.f.) =	99,5235	%		
	Standard Error of Est. =	6,86667			
	Mean absolute error =	3,89222			
	Durbin-Watson statistic =	2,0307			
	Lag 1 residual autocorrelation =	-0,0162723			



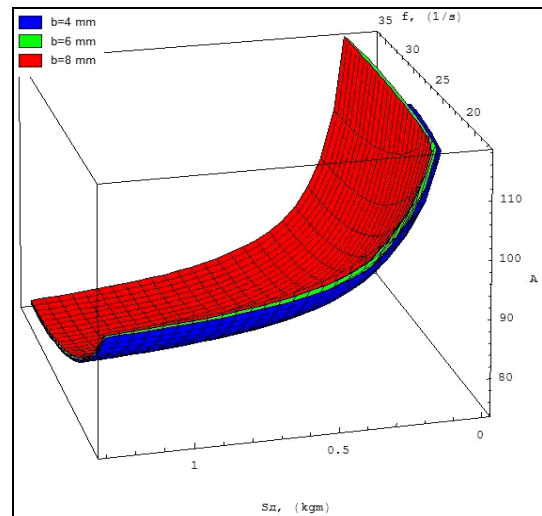
Фиг. 2. Сравнителна графика за модела

Уравнението на модела в натурални променливи, съгласно таблица 4, е:

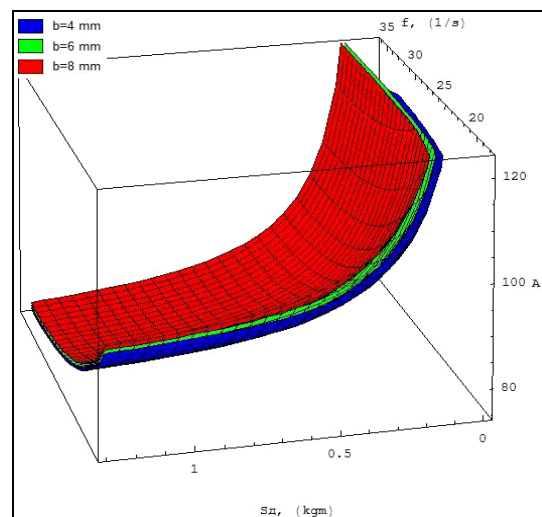
$$A = 1,0061 \cdot f + 1272,02 \cdot \frac{1}{f} + 3,09485 \cdot \frac{1}{S_o} + 0,0256343 \cdot \left(\frac{D_{cp}}{S_o} \right) \cdot b \quad (5)$$

Представеният в таблица 4 модел е с много висока адекватност. Коефициентите на множествена корелация R^2 и R^2 (adj) са над 99,5%. Показателят на Фишер е с много висока стойност, която е напълно достатъчна. Стойността на показателя на доверителна вероятност (P-Value) за модела и за регресорите е многократно под критичната стойност. Може да се приеме, че моделът и регресорите са адекватни с ниво на доверителна вероятност над 95%.

На базата на получения регресионен модел с помощта на програма Mathematica 5.2 са направени триизмерни диаграми. От тези диаграми може да се отчете влиянието на четирите управляващи фактора (f , S_o , b и D_{cp}) върху целевата функция за зърнометричен състав A на готовия продукт.



Фиг. 3. Коефициент A при $D_{cp}=8,575$ mm

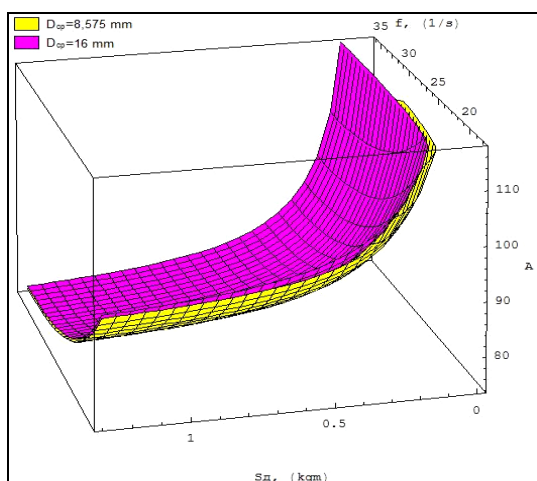


Фиг. 4. Коефициент A при $D_{cp}=16$ mm

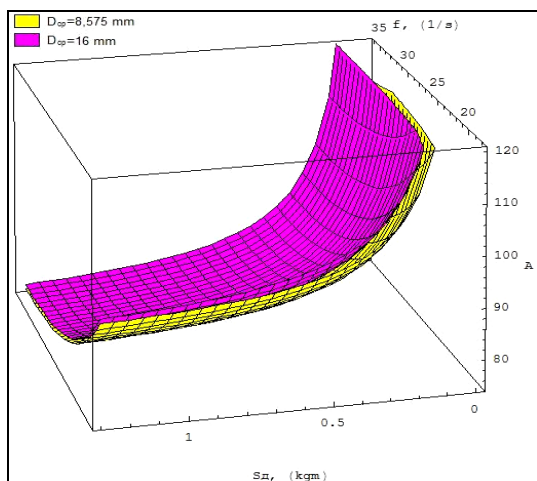
На фигура 3 при $D_{cp} = 8,574$ mm и на фигура 4 при $D_{cp} = 16$ mm са представени получените триизмерни диаграми за изменението на целевата функция в зависимост от масовия статичен момент на дебалансния вибратор, широчината на статичния разтоварен отвор и честотата на въртене на дебалансния вибратор.

На фигура 5 при $b = 4$ mm, на фигура 6 при $b = 6$ mm и на фигура 7 при $b = 8$ mm са представени получените триизмерни диаграми за изменението на целевата функция в

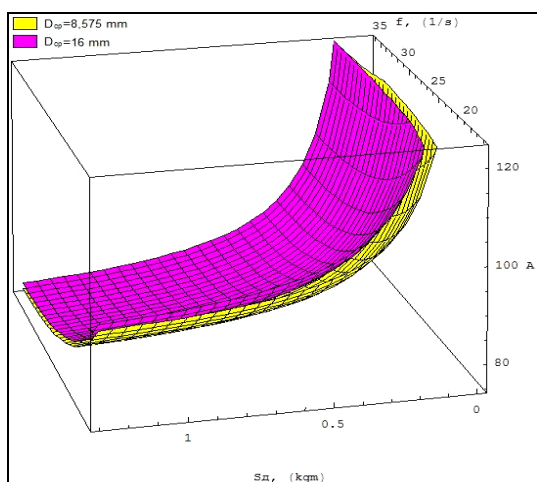
зависимост от масовия статичен момент на дебалансия вибратор, едрината на изходния материал и честотата на въртене на дебалансия вибратор.



Фиг. 5. Коэффициент А при $b = 4$ mm



Фиг. 6. Коэффициент А при $b = 6$ mm



Фиг. 7. Коэффициент А при $b = 8$ mm

Изводи

Изводите, направени въз основа на получените резултатите от статистическия анализ относно изследването на целевата функция за качество, могат да бъдат обобщени по следния начин:

- На базата на статистическия анализ е формулиран и изследван количествен показател „А“ за изследване на качеството на готовия продукт получен от КИД-300.

- Създаденият регресионен модел е с висока степен на адекватност и в него са включени всички управляващи фактори. Коэффициентите на определеност на регресорите и на модела са достатъчно високи за инженерната практика. Получена е съответната аналитична зависимост уравнение 5 за целевата функция (А), която характеризира качеството на готовия продукт.

- Въз основа на получения регресионен модел са построени триизмерни диаграми за отчитането на влиянието на четирите управляващи фактора (f , S_d , b и D_{op}) върху целевата функция. Тези диаграми могат да послужат като основа за оптимизация на процеса трошене в КИД-300 от гледна точка на качеството на получавания готов продукт.

Всички постановки при анализа на резултатите от теоретико-експерименталното изследване на целевата функция за качество на готов продукт, получен при работа с КИД-300, могат да се приемат за достоверни в указаните граници на изменение на управляващите фактори.

Литература

- Божанов Е., И. Вучков. *Статистически методи за моделиране и оптимизиране на многофакторни обекти*. С., Техника, 1973.
- Божанов Е., И. Вучков. *Статистически решения в производството и научните изследвания*. С., Техника, 1979.
- Митрев Р. Автоматизиран регресионен анализ в система за компютърна алгебра с общо приложение. *Годишник на педагогически колеж „Св. Иван Рилски“ – Дупница*, ТУ-София, 2005.
- Савов С. *Изследване на механични и технологични параметри на конусни инерционни трошачки тип КИД*. Дисертация, МГУ-София, 2014.
- Савов С., П. Недялков. Изследване на зависимостите в зърнометричните характеристики при работа на КИД-300. *Българско списание за инженерно проектиране*, брой 18, април 2013, стр. 129–135, ISSN 1313-7530.
- Стоянов С. *Оптимизация на технологични процеси*. С., Техника, 1993.
- Savov S., P. Nedyalkov, D. Mochev. Particle size distributions of one cone inertial crusher (KID-300) products. *Proceedings of XV Balkan mineral processing congress*, Vol. I, June 2013, Sozopol, Bulgaria, pp. 150–153.

Статията е препоръчана за публикуване от кат. „Механизация на мините“.