

ИЗСЛЕДВАНЕ СЪСТАВНОТО ДВИЖЕНИЕ НА ТОЧКА С MATHCAD

Асен Стоянов

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

РЕЗЮМЕ: Прилагането на компютърни технологии при изследване движението на точка помага за нагледното представяне кинематиката на нейното движение и предоставя възможност за определяне на кинематичните параметри за произволен момент от време, като се избягват трудоемките аналитични изчисления. Изследването на сложното движение на материална точка с пакета MathCAD демонстрира своята изчерпателност, бързина, простота при получаване, както и възможността за анализ на крайните резултати.

EXPLORE THE COMPLEX MOVEMENT OF A POINT WITH MATHCAD

Asen Stoyanov

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, E-mail: asen_dragomirov@mail.bg

ABSTRACT: The application of computer technology in the research of the point movement, helps to visualize the kinematics of her movement and provides an opportunity for the determination of kinematic parameters for random point of time, avoiding the laborious analytical calculations.

Study the complex movement of a material point package MathCAD, demonstrates its comprehensiveness, speed, simplicity in getting and the opportunity for analysis of final results.

Въведение

Решението на задачи за съставно движение на точка по класическия начин е свързано с извършване на трудоемки и еднообразни математически операции. Представява проблем и визуализирането на изменението на скоростите и ускоренията при „ръчно решение“.

Всичко това се преодолява при:

- представяне на движението във векторна форма;
- използване на квадратна матрица 3×3 за линейно преобразуване координатите на точката;
- използване на системата MathCAD.

Формулиране на задачата, определяне траекторията, преносната, релативната и абсолютната скорост на точката

В кораво свързания канал към оста AB се движи точка M . Оста AB е подпряна шарнирно в точките A и B (фиг. 1).

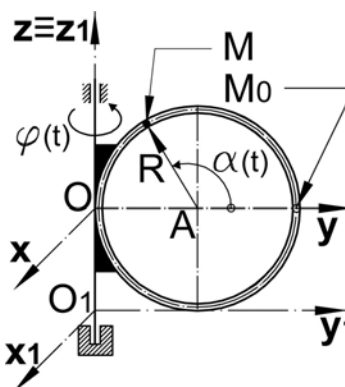
Избраните координатни системи на фиг. 1. са както следва: $Oxyz$ – неинерциална и $Ox_1y_1z_1$ – инерциална.

Зададени са:

- радиусът на оста на канала – $R = 10\text{ cm}$;
- законът за преносно движение на канала – $\varphi(t) = 4 \cdot t - 0,2 \cdot t^2 \text{ rad}$;
- законът за относително движение на т. M спрямо

$$\text{канала} - S(t) = R \cdot \frac{\pi}{7} \cdot t^2, \text{ cm}$$

Да се изобразят графично закономерностите в измененията на скоростите и ускоренията на точката, а крайните резултати от изследването да се проверят.



Фиг. 1. Изчислителна схема

Решение:

Алгоритъмът на решението включва следните етапи:

- I. Построяване траекторията на сложното движение на точката и контура на оста на канала;
- II. Визуализиране закономерностите в изменението на ъгловите скорости и ускорения;
- III. Визуализиране закономерностите в изменението на скоростите и ускоренията на точката;
- IV. Съпоставка на получените резултати.

Eman I^{bu}

Системата MathCAD и векторната форма за представяне движението на т. *M* дават възможност нагледно да се изобразят:

- нейното положение за началния и произволен момент от време;
- описаната от нея траектория;
- контурът на оста на канала и неговия център.

Линейното преобразуване на координатите на т. *M* се извършва чрез квадратната матрица $L1(t)$ 3×3 , фиг. 2.

Изчислителните и графични резултати от I^{виз} етап на решението са показани на фигури 2 и 3.

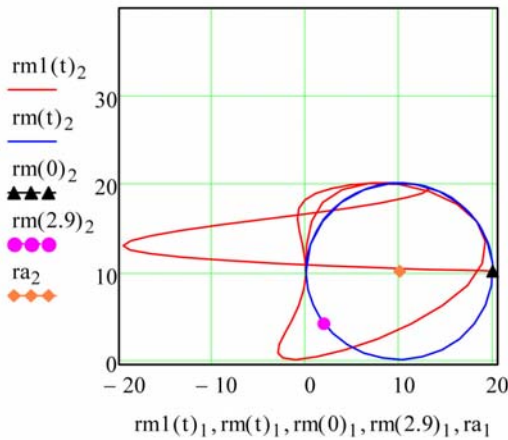
$$R := 10 \quad S(t) := R \cdot \frac{\pi}{7} \cdot t^2 \quad \varphi(t) := 4 \cdot t - 0.2 \cdot t^2 \quad \alpha(t) := \frac{S(t)}{R}$$

$$t0 := 4.6 \quad t := 0, \frac{t0}{72} + 0.01 \dots t0 + 0.01 \quad ra := (0 \ R \ R)^T$$

$$\rho(t) := R \cdot (0 \ \cos(\alpha(t)) \ \sin(\alpha(t)))^T \quad rm(t) := ra + \rho(t)$$

$$rm1(t) := (rm(t)^T \cdot L1(t))^T$$

Фиг. 2. Присвояване стойности на геометричните параметри; Формиране на изследвания интервал от време и неговата стъпка; Формиране радиус-векторите на точката.



Фиг. 3. Графично представяне на оста на канала върху Oy_z , траекторията на т. *M* върху Oy_1z_1 , началното положение на т. *M*, центъра на канала, положението на т. *M* за $t = 2,9s$

Eman II^{bu}

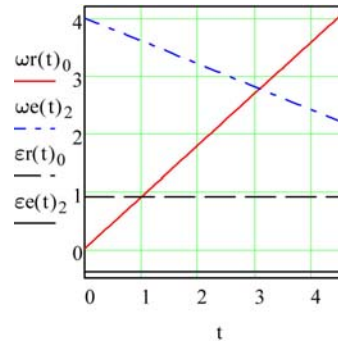
Вторият етап е показан на фигури 4 и 5.

$$\omega x(t) := \frac{d}{dt} \alpha(t) \quad \omega r(t) := (\omega x(t) \ 0 \ 0)^T$$

$$\omega z(t) := \frac{d}{dt} \varphi(t) \quad \omega e(t) := (0 \ 0 \ \omega z(t))^T$$

$$\epsilon r(t) := \left(\frac{d^2}{dt^2} \alpha(t) \ 0 \ 0 \right)^T \quad \epsilon e(t) := \left(0 \ 0 \ \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) \right)^T$$

Фиг. 4. Формиране векторите на релативната и преносната ъглова скорост, и релативното и преносното ъглово ускорение;



Фиг. 5. Графично представяне на релативната и преносната ъглова скорост и релативното и преносно ъглово ускорение.

Eman III^{mu}

Определянето и визуалното представяне на изменението на преносната, релативната и абсолютната скорост на т. *M* в зависимост от времето, както и техните големина са показани на фигури от 6 до 10.

$$Vr(t) := \omega r(t) \times \rho(t)$$

$$Ve(t) := \omega e(t) \times rm(t)$$

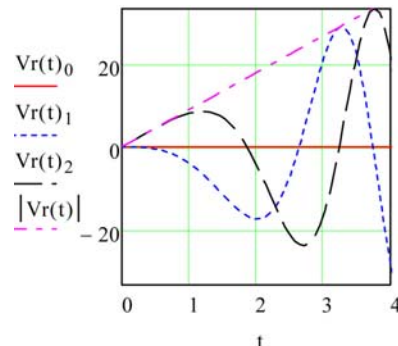
$$Ve1(t) := (Ve(t)^T \cdot L1(t))^T$$

$$Vr1(t) := (Vr(t)^T \cdot L1(t))^T$$

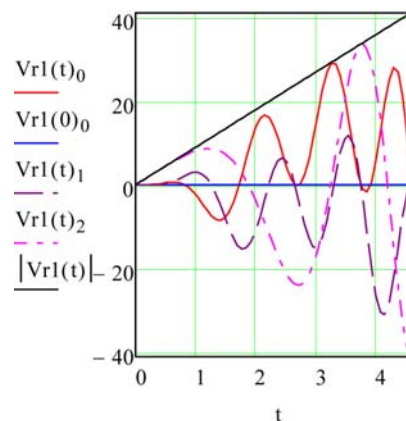
$$V(t) := Ve(t) + Vr(t)$$

$$V1(t) := Ve1(t) + Vr1(t)$$

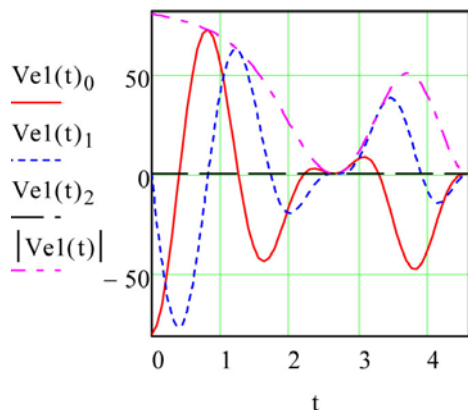
Фиг. 6. Релативната, преносната и абсолютната линейна скорост на т. *M*



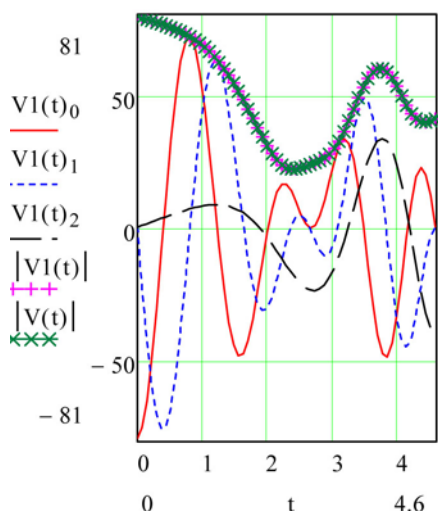
Фиг. 7. Закономерности в изменението на големината и проекциите на релативната скорост върху осите на $Ox_1y_1z_1$;



Фиг. 8. Закономерности в изменението на големината и проекциите на релативната скорост върху осите на $Ox_1y_1z_1$;



Фиг. 9. Закономерности в изменението на големината и проекциите на преносната скорост върху осите на $Ox_i y_i z_i$;



Фиг. 10. Закономерности в изменението на големината и проекциите на абсолютната скорост върху осите на $Ox_i y_i z_i$;
Извършена е и графична проверка (съпоставка) за верността на крайния резултат – съвпадение на големините на абсолютните скорости в $Ox_i y_i z_i$ и $Oxyz$;

Определянето и графичното представяне на измененията при преносното, релативното, кориолисовото и абсолютното ускорения на т. M , както и техните големина са представени на фигури от 11 до 14.

$$Ar(t) := \omega r(t) \times Vr(t) + \epsilon r(t) \times \rho(t)$$

$$Ar1(t) := (Ar(t)^T \cdot L1(t))^T$$

$$Ae(t) := \omega e(t) \times Ve(t) + \epsilon e(t) \times rm(t)$$

$$Ac(t) := 2 \cdot (\omega e(t) \times Vr(t))$$

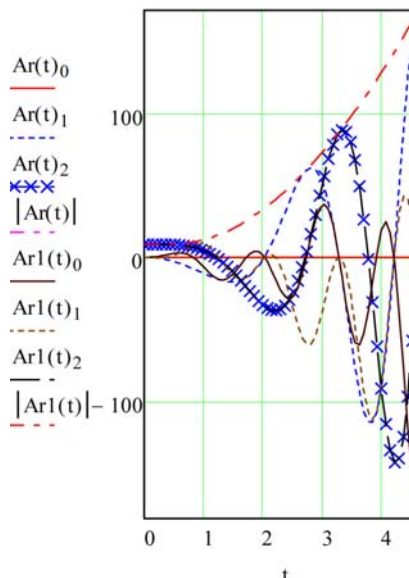
$$Ae1(t) := \omega e(t) \times Ve1(t) + \epsilon e(t) \times rm1(t)$$

$$Ac1(t) := 2 \cdot (\omega e(t) \times Vr1(t))$$

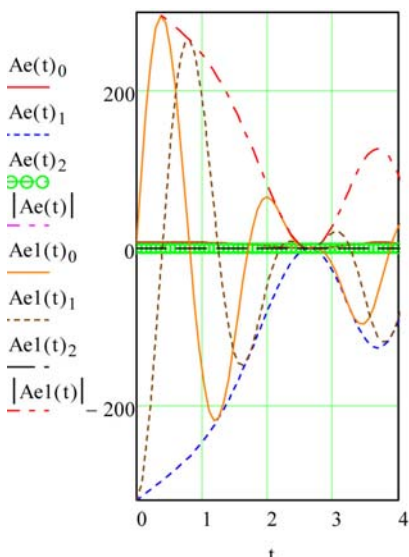
$$A(t) := Ar(t) + Ae(t) + Ac(t)$$

$$A1(t) := Ar1(t) + Ae1(t) + Ac1(t)$$

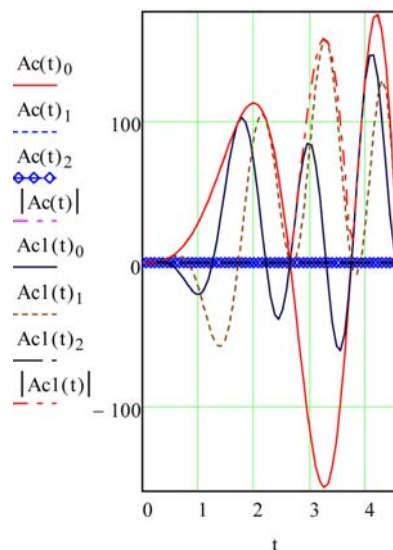
Фиг. 11. Формиране на вектори.



Фиг. 12. Графично представяне изменението на големината и проекциите на $Ar(t)$ и $Ar1(t)$;

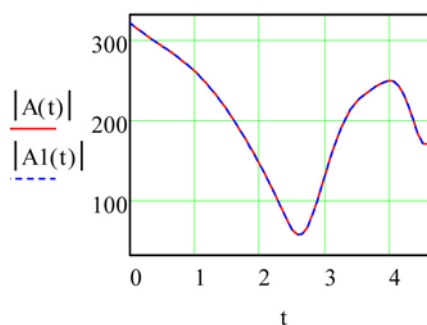


Фиг. 13. Графично представяне изменението на големината и проекциите на $Ae(t)$ и $Ae1(t)$;



Фиг. 14. Графично представяне изменението на големината и проекциите на $Ac(t)$ и $Ac1(t)$;

На фигура 15 са съпоставени двете изменения на модулите на абсолютните линейни ускорения във функция на времето "t" в пространствата на $Oxyz$ и $Ox_1y_1z_1$.



Фиг. 15. Графична проверка за големините на $A(t)$ и $A1(t)$;

Заклучение

Трудностите при „ръчното изследване“, свързани с изобразяване на траекторията на сложното движение на т. M в проекция върху Oy_1z_1 , изчезват при използване на пакета MathCAD.

Автоматизираният изчислителен процес и графичният

редактор на MathCAD позволяват да се проследява изменението както на компонентите така и на големините на изследваните величини, което от своя страна дава възможност за извършване на корекции в изходните данни с цел постигане на оптимални кинематични параметри.

Литература

- Бертяев В., 2005, Теоретическая механика на базе Mathcad - практикум, „БХВ-Петербург“, Санкт-Петербург, стр. 739
- Goranov P., V. Stancheva, G. Dinev, M. Jancheva, A conceptual model of internet oriented system for tolerance analysis of mechanical assemblies, Proc. Of Int. Conference, 2005, Sozopol, pp. 64-67.
- Стоянов А., 2014г. Изследване равновесието на тяло, натоварено с равнинна система сили, посредством Mathcad, XVI-та международна научна конференция „Управление и устойчиво развитие“ 21-23/03/2014г., Юндола.
- Стоянов А., 2014г. Изследване равновесието на равнинна система от две тела с Mathcad, XIV Международна научна конференция ВСУ'2014г., 5-6/06/2014г. С, стр. 39-43.

Статията е препоръчана за публикуване от кат. „Техническа механика“.