ELECTROTHERMAL MECHANISM FOR MEASURING CURRENT

Angel Zabchev

University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski“, 1700 Sofia, angel.zabtchev@mgu.bg

ABSTRACT. The paper describes the construction and operation of a mechanical electrothermal device for measuring and controlling the effective value of the current. A resistive thread extends when heated by the current flowing through it, thus driving a metal roll with a pointer. The analysis is based on elementary theory of conic sections, specifically for the ellipse. Based on the obtained calculations, after experimentally establishing a relationship between the current and the extension of the thread, a device for measuring or controlling the current can be constructed.

Key words: electrothermal device, electric resistance thread, metal roll, conical sections

ЕЛЕКТРОТОПЛИНЕН МЕХАНИЗЪМ ЗА ИЗМЕРВАНЕ НА ТОК

Ангел Зъбчев

Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София

Резюме. В работата са описани конструкцията и движението на механично електротоплинно устройство за измерване и контрол на ефективната стойност на тока. Електросъпротивителна нишка се удължава при загряване от протичащия през нея ток, при което задвижва метална ролка със стрелка. Анализът се основава на елементарна теория на конични сечения, конкретно за елипса. На основа на получените изчисления след опитно установяване на връзка между тока и удължението на нишката може да се реализира устройство за измерване или контрол на ток.

Ключови думи: електротоплинно устройство, електросъпротивителна нишка, метална ролка, конични сечения

Въведение

В статията се предлага механизъм за измерване на ток, който е в състояние да превърне стойността на тока, протичащ през електросъпротивителна метална нишка в ъгъл на завъртане на метална ролка, опъваща нишката, посредством топлинното удължаване на нишката.

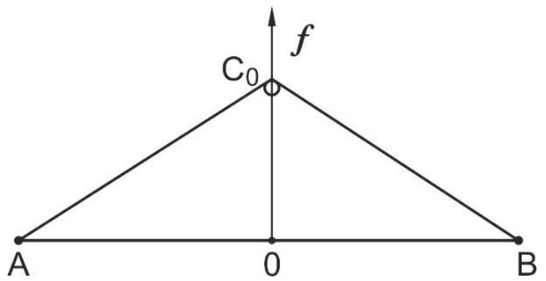
Описание на устройството

Електросъпротивителна метална нишка е закрепена в двата си края в точки A и B, които са неподвижни.

Дължината на нишката ℓ е по-голяма от разстоянието между точките A и B. Нишката е опъната от малка, въртяща се ролка C, върху която действа пружинна сила f с посока право нагоре по ос Y. Ако пренебрегнем диаметъра на ролката и я изобразим като точка C_0, при посока на опъващата сила f право нагоре, тази точка лежи на симетралата на отсечка AB (фиг.1).

Следователно $AC_0 = BC_0$ и дължината на нишката ℓ може да се определи като

$$\ell = AC_0 + BC_0$$



Фиг. 1. Закрепване на нишката

При промяна на посоката на f, точка C_0 ще опише участък от елипса с фокуси точките A и B и параметри:

$$a = \frac{\ell}{2}, \quad c = \frac{AB}{2}, \quad b = \sqrt{a^2 - c^2},$$

където 2a е големият диаметър, а 2b е малкият диаметър на елипсата.

При протичане на ток през съпротивителната нишка тя се нагрява и удължава до $\ell_1 = \ell + \Delta\ell$.

Относителното удължение $\frac{\Delta\ell}{\ell}$ е пропорционално на квадрата на тока и зависи от коефициента на топлинно разширение, съпротивлението, размерите на нишката и условията на охлаждане.

За да следим завъртането на ролката, върху нея прикрепваме стрелка и приемаме, че движението е без приплъзване.

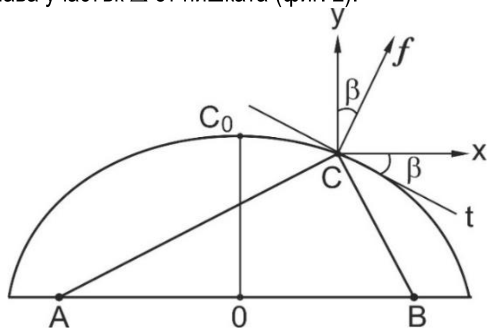
След като нишката се удължи, ролката ще се движи по нова, по-голяма елипса със същите фокуси (точките A и B) и параметри:

$$a_1 = \frac{\ell_1}{2}, \quad c_1 = c = \frac{AB}{2} = \text{const}, \quad b_1 = \sqrt{a_1^2 - c_1^2}.$$

Изместване на ролката от симетралата чрез посоката на силата *f*

Като зададем посока на опъващата сила f чрез ъгъл β между вектора $\overline{f}$ и оста Y можем да изместим ролката от симетралата на AB. Това е необходимо, тъй като при движение по симетралата ролката не се върти, т.е. изходният параметър (ъгъл γ) ще бъде нула, независимо от удължението на нишката.

Позицията на стрелката в точка C_0 приемаме за нула. При движение без приплъзване от C_0 до C ролката изминава участък Δ от нишката (фиг. 2).



Фиг. 2. Изместване на ролката от симетралата чрез посоката на силата *f*

От фиг. 2 определяме дължината на този участък

$$\Delta = AC - AC_0 = AC - a \tag{1}$$

Тъй като $a = \frac{AC + BC}{2}$ след заместване в (1) се получава

$$\Delta = \frac{AC - BC}{2} \tag{2}$$

За да намерим Δ, трябва да определим абсцисата x на точка C чрез уравнението на допирателната t към елипсата в тази точка. Силата f е перпендикулярна на t. Наклонът на допирателната в точка C(x, y) е:

$$K = -\frac{b^2}{a^2}.\frac{x}{y} \qquad \text{(Привалов, И. 1952)}$$

Същия наклон определяме от фиг. 2 като $K = -\text{tg}\beta$, тъй като ъгълът между правата t и оста X е равен на зададения $\sphericalangle\beta$ между силата f и оста Y (ъгли с взаимно перпендикулярни рамене).

Изравняваме двата израза за наклона и получаваме

$$\text{tg}\beta = \frac{b^2}{a^2}.\frac{x}{y} \tag{3}$$

Изразяваме y чрез x

$$y = \frac{b^2}{a^2\text{tg}\beta}.x \tag{4}$$

Заместваме y от (4) в уравнението на елипсата:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

и за x получаваме

$$x = \frac{a^2\text{tg}\beta}{\sqrt{a^2\text{tg}^2\beta + b^2}}.$$

Изключваме от този израз b^2 чрез $b^2 = a^2 - c^2$ и получаваме

$$x = \frac{a^2\text{tg}\beta}{\sqrt{\left(\text{tg}^2\beta + 1\right)a^2 - c^2}}.$$

Полагаме $\left(\text{tg}^2\beta + 1\right) = K$ и окончателно намираме x

$$x = \frac{a^2\text{tg}\beta}{\sqrt{K.a^2 - c^2}} \tag{5}$$

Сега използваме един израз от геометрията на елипсата:

$$AC - BC = 2.\varepsilon.x \tag{6}$$

където $\varepsilon = \frac{c}{a}$ е ексцентрицитетът, а x е абсцисата на точка C.

Заместваме стойността на x от (5) в (6) и чрез (2) определяме Δ.

$$\Delta = \frac{AC - BC}{2} = \varepsilon x = \frac{c}{a}.\frac{a^2\text{tg}\beta}{\sqrt{K.a^2 - c^2}}$$

Окончателно

$$\Delta = \frac{c.a.\text{tg}\beta}{\sqrt{K.a^2 - c^2}}, \tag{7}$$

където $K = \text{tg}^2\beta + 1$.

Стойността на Δ е разстоянието, което изминава периферията на ролката върху нишката при зададени ($a = \frac{\ell}{2}$, $c = \frac{AB}{2}$) и посока на силата f чрез ъгъл β.

При пропускане на ток, нагряване и удължаване на нишката, ролката ще се движи по друга по-голяма елипса с параметри $a_1 = \frac{\ell + \Delta\ell}{2}$ и $c_1 = c$.

Изразът (7) ще изглежда така:

$$\Delta_1 = \frac{c.a_1.tg\beta}{\sqrt{K.a_1^2 - c^2}} \tag{8}$$

Сега като извадим Δ_1 от Δ ще получим мярка за завъртането на ролката δ.

$$\delta = \Delta - \Delta_1 \tag{9}$$

δ е обобщена дъга, на която отговаря обобщен ъгъл γ, на който се завърта стрелката върху ролката. Ъгъл γ е крайният резултат, който ни интересува при тези движения.

От равенството $\frac{360°}{\gamma°} = \frac{\pi d}{\delta}$ определяме ъгъл γ

$$\gamma° = \frac{360°}{\pi d}.\delta \tag{10}$$

където d е диаметърът на ролката.

Така зададените величини *a*, *c*, *a1*, $\sphericalangle\beta$, *d* и изразите (7), (8), (9) и (10) ни позволяват да определим $\sphericalangle\gamma$ – завъртането на стрелката.

С един числен пример е попълнена следващата таблица.

Задаваме: a = 30 cm, c = 18 cm, $\sphericalangle\beta$ = 10°, d = 0,382 cm.

Диаметърът d е избран, така че $\gamma = 300\delta$ от (10).

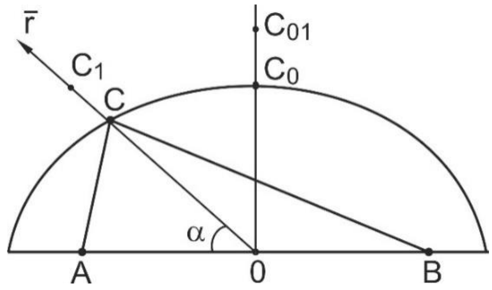
Таблица 1. *Определяне на $\sphericalangle\gamma$ при известно процентно удължаване на съпротивителната нишка*

Удължение	1%	2%	3%	4%	5%
a_1	30,3	30,6	30,9	30,12	30,15
Δ	3,870	3,870	3,870	3,870	3,870
Δ_1	3,850	3,830	3,812	3,794	3,777
δ	0,020	0,040	0,058	0,076	0,093
$\gamma°$	6°	12°	17,4°	22,8°	27,9°

Посоката на отклонение на стрелката е както при правата скала на измервателните уреди.

Движение на ролката, определено от радиус вектора $\overline{r}$

Точката С е пресечна точка на правата, зададена чрез ъгъл α (фиг. 3) и елипсата.



Фиг. 3. Движение на ролката по радиус вектора $\overline{r}$ (ОС)

Уравнението на правата е:

$$y = -tg\alpha.x \tag{11}$$

Уравнението на елипсата е:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{12}$$

Повдигаме y на квадрат от (11), заместваме го в (12) и определяме x^2

$$x^2 = \frac{a^2b^2}{a^2tg^2\alpha + b^2},$$

След изключване на b^2 и коренуване, за x се получава:

$$x = -\frac{ab}{\sqrt{n.a^2 - c^2}}, \tag{13}$$

където $n = tg^2\alpha + 1$.

Тъй като точка С се намира във II квадрант, нейната абсциса x е с отрицателна стойност.

Сега определяме Δ така, както го изчислихме в предишната точка

$$\Delta = \frac{AC - BC}{2} = \varepsilon.x = -\frac{c}{a}.\frac{ab}{\sqrt{n.a^2 - c^2}}$$

$$\Delta = -\frac{c.b}{\sqrt{n.a^2 - c^2}} \tag{14}$$

$$\Delta_1 = -\frac{c.b_1}{\sqrt{n.a_1^2 - c^2}} \tag{15}$$

От (9) $\delta = \Delta - \Delta_1$. Ъгълът на завъртане на стрелката γ е

$\gamma = 300.\delta$ по посока на часовниковата стрелка.

Според фиг. 3 стрелката е на нулата когато ролката е в точка С.

След удължаването на нишката, ролката попада в точка C_1, която лежи върху по-голяма елипса с параметри a_1 и c. При това движение на ролката от точка C до точка C_1, стрелката се завърта на ъгъл γ.

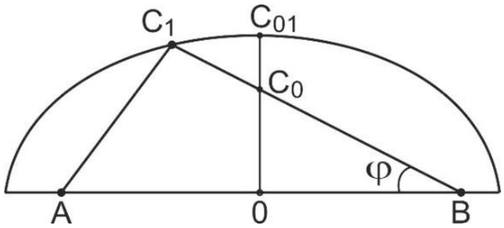
В таблица 2 са изчислени всички стойности за този случай на движение на ролката по дължината на правата OC при зададени стойности на величините: a = 30 cm, c = 18 cm, $\sphericalangle\alpha = 60°$, $n = tg^2 60 + 1 = 4$; d = 0,382 cm.

Таблица 2. *Изчисляване на $\sphericalangle\gamma$ при движение на ролката по радиус вектора OC*

Удължение	**1%**	**2%**	**3%**	**4%**	**5%**
a_1	30,3	30,6	30,9	30,12	30,15
$-\Delta$	7,547	7,547	7,547	7,547	7,547
$-\Delta_1$	7,582	7,616	7,647	7,677	7,707
δ	0,035	0,069	0,10	0,13	0,16
$\gamma°$	10,5°	20,7°	30°	39°	48°

Движение на ролката по правата BC_0

На фиг. 4 е начертана по-голямата елипса след удължаването на нишката, с параметри a_1, b_1, c. Точката C_0 е върху симетралата на AB и принадлежи на основната елипса с параметри a, b, c.



Фиг. 4. Движение на ролката по права BC_0

Ролката първоначално е в точка C_0 и при удължаване на нишката се придвижва до точка C_1. При това движение тя се завърта на ъгъл γ, който искаме да определим.

Ще използваме уравнението на елипсата в полярни координати, където:

$$BC_1 = \frac{P}{1-\varepsilon_1.\cos\varphi}\,, \tag{16}$$

$$P = \frac{b_1^2}{a_1^2} \quad \text{и} \quad \varepsilon_1 = \frac{c}{a_1}\,.$$

От триъгълник BOC_0 определяме $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{BO}{BC_0} = \frac{c}{a}\,.$$

Заместваме тези изрази в (16) и получаваме

$$BC_1 = \frac{a.b_1^2}{a.a_1 - c^2} \tag{17}$$

Пътят, който ролката ще измине върху нишката е δ

$$\delta = BC_1 - BC_{01} = BC_1 - a_1$$

$$\delta = \frac{a.b_1^2}{a.a_1 - c^2} - a_1 \tag{18}$$

При зададени стойности на: a = 30 cm, c = 18 cm и d = 0,382 cm от (18) изчисляваме $b_1^2 = a_1^2 - c^2$ и попълваме таблица 3.

Таблица 3. *Изчисляване на $\sphericalangle\gamma$ при движение на ролката по BC_0*

Удължение	**1%**	**2%**	**3%**	**4%**	**5%**
a_1	30,3	30,6	30,9	31,2	31,5
b_1^2	594	612	631	649	668
δ	0,1615	0,3293	0,493	0,614	0,770
$\gamma°$	48°	98,8°	148°	184°	231°

Заключение

При определена стойност на тока, температурата и съответно дължината на нишката, чрез промяна на посоката на опъващата сила f, ролката може да се придвижва като описва елипса. При нарастване на тока и удължаване на нишката, елипсата става по-голяма. Условие за ротация на ролката е тя да не се намира върху симетралата на AB.

Описани са три начина за изместване от симетралата – чрез посоката на силата f (фиг. 2); чрез движение по направляваща права (фиг. 3) и чрез движение по права BC_0 (фиг. 4). С числени примери са попълнени съответните таблици, определящи ъглите на ротация на ролката в зависимост от относителното удължаване на нишката, дадено в проценти.

До тук работата е свързана с геометрията на движение и ротацията на ролката.

Следващият етап от разработката, който не е описан, включва избор на електросъпротивителна сплав за нишката с определени коефициент на топлинно разширение и специфично съпротивление, задаване на размери (дължина и сечение) и опитно установяване на връзка между протичащия ток и процентното удължаване на нишката. Получените в настоящата работа резултати ни дават теоретична основа за конструиране на електротоплинен механизъм за измерване и контрол на ток.

Литература

Моденов, П. С. 1969. *Аналитическая геометрия*. Издательство Московского университета.

Привалов, И. И. 1952. *Аналитическая геометрия*. Москва.

Харт, Х. 1982. *Въведение в измервателната техника*. София.