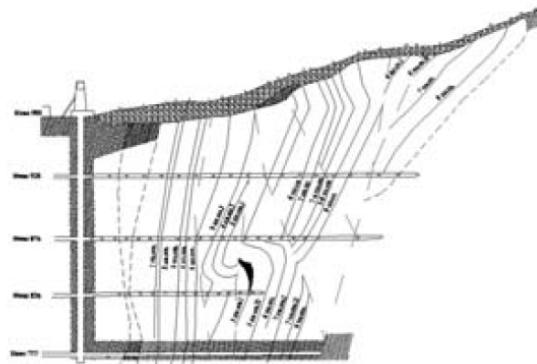
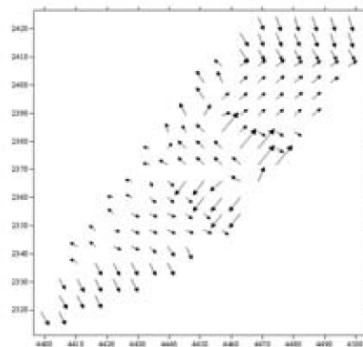
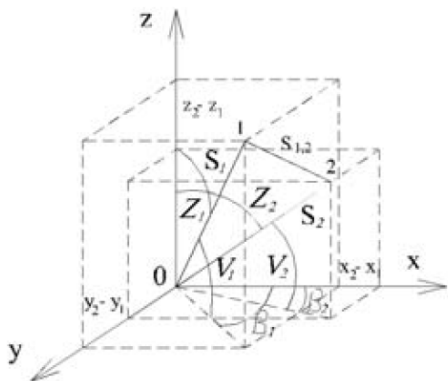
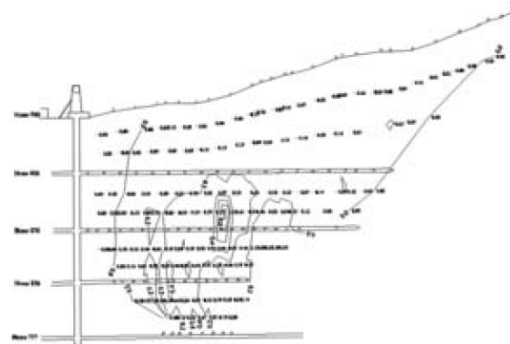
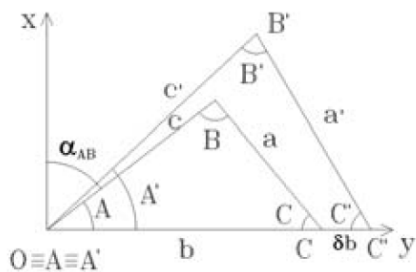




ГЕОМЕХАНИЧНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ ИЗМЕРВАНИЯ

$$E_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(a'+b'+c')(b'+c'-a')(a'+c'-b')(a'+b'-c')}{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}} - 1 + \right. \\ \left. + \left[2 \frac{b'-b}{b} - \frac{(a'+b'+c')(b'+c'-a')(a'+c'-b')(a'+b'-c')}{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)} - 1 \right]^2 + \left[\frac{\left(\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2+c'^2-a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc} \right)^2}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc} \right]^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$



Александър Цонков

**ГЕОМЕХАНИЧНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ
ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ
ИЗМЕРВАНИЯ**

**Издателска къща „Св. Иван Рилски”
София 2024**

ISBN (print): 978-954-353-383-1
ISBN (online): 978-954-353-488-3

©

Александър Евтимов Цонков, автор

ГЕОМЕХАНИЧНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ ИЗМЕРВАНИЯ

Първо издание, българска

София, 2024

Рецензент: проф. д-р Кръстю Дерменджиев

Всички права са запазени! Не се разрешават копиране, възпроизвеждане и разпространение на тази книга или части от нея по какъвто и да е начин без разрешение на автора.

Съдържание

УВОД	6
ГЛАВА I. СКАЛНИЯТ МАСИВ КАТО СРЕДА НА ИЗЯВА НА ГЕОМЕХАНИЧНИТЕ ЯВЛЕНИЯ И ПРОЦЕСИ	10
I.1. Скалният масив – основен обект на геомеханичните изследвания	10
I.2. Геомеханични явления и процеси в масива.....	14
I.3. Фактори, влияещи върху геомеханичните процеси	17
ГЛАВА II. ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ И МЕТОДИ ЗА ТЯХНОТО ИЗУЧАВАНЕ	18
II.1. Методи за изследване на геомеханични процеси	18
II.1.1. Общи сведения	18
II.1.2. Теория на еластичността. Зависимост между напрежения и деформации	21
II.1.3. Методи за изследване на напрегнато-деформираното състояние на скалния масив	26
II.2. Геомеханични процеси и маркшайдерски измервания за изследването им при строителство и подземно разработване на находища	33
II.2.1. Геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни въглищни находища	33
II.2.1.1. Геомеханични процеси около единична изработка извън зоната на влияние на съседни изработки	34
II.2.1.2. Геомеханични процеси в зоната на влияние на добивните работи от собствения пласт	38
II.2.1.3. Геомеханични процеси в зоната на влияние на добивните работи от съседни пластове	42
II.2.2. Геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни рудни находища	47
II.2.3. Маркшайдерски измервания за изследване на геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни находища.....	53
II.3. Геомеханични процеси и маркшайдерски измервания за изследването им при открито разработване на находища	57
II.3.1. Скалният масив при открит добив на подземни богатства	57
II.3.2. Оценка на устойчивостта на откоси. Методи.....	60
II.3.3. Маркшайдерски измервания за изследване на геомеханични процеси при открит добив на подземни богатства	64
ГЛАВА III. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ИНВАРИАНТНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ДЕФОРМАЦИИТЕ ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ ИЗМЕРВАНИЯ	70
III.1. Определяне на елементите на деформации	70
III.1.1. Общи сведения	70
III.1.2. Изчисляване на елементите на деформации за елементарен триъгълник от измерени дължини	71
III.2. Оценка на точността на определените елементи на деформации	77
III.2.1. Предварителни сведения	77
III.2.2. Аналитични диференциални формули	77
III.2.3. Връзка между елементите на деформации и измерените страни на триъгълника	78

III.2.4. Частни производни на елементите на деформации, изразени директно чрез измерените страни на триъгълника	80
III.2.5. Теория на числената диференциация	83
III.2.6. Оценка на точността на определените елементи на деформациите в зависимост от точността на изходните данни	85
III.2.7. Оценка на точността на страните на триъгълниците при тригонометричен модел на измерване	92
III.3. Връзка между стойностите на инвариантните характеристики на деформациите и допустимите (критични) деформации за различни категории съоръжения	94
III.4. Възможни области на приложение на разглеждания метод	97
ГЛАВА IV. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ. РЕЗУЛТАТИ	99
IV.1. Общи положения	99
IV.2. Определяне на елементите на деформации за стената на шламохранилище към мини „Бобов дол” ЕАД	99
IV.2.1. Обща характеристика на обекта и резултати от изследванията	99
IV.2.2. Определяне на зоните с различни стойности на главните деформации и сравнение с критични за съоръжението хоризонтални деформации	102
IV.3. Определяне на елементите на деформации за скалния масив при вертикална шахта „Кичеста”, рудник „Девина”, Балкански въглищен басейн	107
IV.3.1. Кратки сведения за природните и минно-техническите условия	107
IV.3.2. Оценка на деформационното състояние на скалния масив по данни от маркшайдерски наблюдения	108
IV.4. Определяне на елементите на деформации за целици в метазалеж 44 в рудник „Джурково”, „Лъки Инвест” ЕООД	111
IV.4.1. Кратки сведения за природните и минно-техническите условия	111
IV.4.2. Оценка на деформационното състояние на целик по данни от маркшайдерски наблюдения	112
ГЛАВА V. МОДЕЛНО ОПИСАНИЕ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ	117
V.1. Въведение	117
V.2. Избор на математичен модел, описващ изучаваните геомеханични процеси.....	117
V.3. Визуализация и интерпретация на резултатите от маркшайдерски измервания при изследване на геомеханични процеси	121
V.3.1. Визуализация и интерпретация на резултатите за хоризонтални и вертикални премествания	122
V.3.2. Визуализация и интерпретация на резултатите за елементите на деформациите	124
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	134
БИБЛИОГРАФИЯ	135

Настоящата разработка е монографичен труд върху изследване на възможността за характеризиране на напрегнато-деформираното състояние на наблюдавани обекти и скалния масив чрез резултати от маркшайдерски измервания. За целта се определят стойностите на инвариантните характеристики на деформациите: главни деформации, техните посоки, формоизменението и относителното изменение на площите.

Познаването на състоянието на масива или обекта и на протичащите в него процеси се основава на високоточно определяне на изменението на пространственото положение на наблюдавани точки във времето.

Използват се ъглово-линейни и височинни измервания, чрез които се извеждат характеристики на деформационните процеси, които се отнасят за големи зони, поради по-лесното и бързо получаване на необходимите величини, в сравнение с други известни методи, за които се изисква повече време, труд и специализирана апаратура.

Предложен е метод за определяне на стойностите на инвариантните характеристики на деформациите и техните точности по данни от маркшайдерските измервания.

Приложимостта на метода се доказва от резултатите при изследване на деформираното състояние на скалния масив за обекти от минната практика при открито и подземно разработване – подработвана стена на шламохранилище, скален масив в близост до вертикална шахта за условията на въглищен рудник, целик в полиметално находище. В разгледаните примери се потвърждава общата представа за поведението на масива при съответните технологични условия.

Показана е връзката между стойностите на главните деформации и допустимите хоризонтални деформации за различни съоръжения и обекти.

Посочват се възможности за математическо описание на изследваните процеси, както и за прогнозиране на бъдещи стойности на изучаваните величини. Решаването на тези проблеми, съвместно с подходящото им графично представяне, допринася за вземането на подходящи решения относно устойчивостта на скалния масив и обектите и възможността за тяхното безопасно и дълговременно използване.

Определени са възможни области на приложение на разглеждания метод за условията на минната практика.

Книгата може да бъде полезна на специалисти, занимаващи се в областта на маркшайдерството, изследването на деформации и скалната механика.

УВОД

Непрекъснатото развитие на обществото изисква постоянно увеличаване на обема и качеството на добиваните суровини. В съвременни условия обаче добивът на подземни богатства се води в усложнени природни, геоложки и хидрогеоложки условия. Минералните суровини се търсят и добиват на все по-голяма дълбочина, процентното съдържание на полезните компоненти е все по-ниско [18]. Освен тези обективни фактори, върху резултатите от производството на минно-добивната промишленост влияят и редица икономически и политически отношения в регионален и световен мащаб.

Развитието на минното дело се основава на непрекъснато усъвършенстване на научното познание за средата на добивните работи, за протичащите в нея физични и механични процеси, за възможностите за повишаване на ефективността и безопасността на работа, за правомерното и разумно управление на запасите от минерални суровини.

Това предполага много добро познаване на взаимоотношенията между отделните елементи на сложната система на минното производство. Управлението ѝ изисква постоянно следене на поведението на всяко звено, на всеки процес, на всеки етап от добива. Анализирането на конкретното състояние в даден момент от време трябва да доведе до решение относно запазване или промяна на процесите и връзките между тях, осигуряващи нормалната работа в предприятието.

Независимо от това, дали експлоатацията се води по открит или по подземен начин, в скалния масив протичат редица процеси, познаването на които би довело до вземане на адекватни и реално-отговорни решения относно системата на разработване, реда за работа в пространството и времето на отделните работни места, за мерките за безопасност, за предвиждане в разумни граници на рисковете в конкретните ситуации.

Имайки предвид сложната среда и връзки между отделните ѝ елементи, “оптимистично” би било да се предполага, че може да се познава в детайли който и да е отделен процес, да може да се определя състоянието му или да се прогнозира точно поведението му.

Това налага за процесите в скалния масив да се съставят, приемат и използват различни модели, позволяващи тяхното описание и прогнозиране. Тъй като приетите модели характеризират средата и процесите при някои условности и непълноти, то и резултатите, по отношение на конкретно състояние или на прогнозна стойност, ще бъдат верни с определена степен на вероятност.

Поради уникалността на всяко находище, както по отношение на природни и геоложки условия, така и по отношение на инженерни решения за проучването и експлоатацията, при различните физически процеси скалният масив реагира по различен начин. Появяват се зони с постоянен или временен характер на изменение на свойствата на скалите, на напрегнато-деформираното състояние, на газоотделянето, на появата на мощни динамични процеси.

Представата за взаимодействието между отделните елементи на средата позволява да се достигне до решаването на проблема с построяване на максимално адекватни модели на процесите в минното производство. Решенията в това отношение изискват опит и познания в различни области. За изучаването на причините за възникване и характеристиките на процесите в масива е необходимо и натрупване на множество като количество и вид данни.

Познаването на технологията на добива, на законите на скалната механика, на връзките и зависимостите на процесите в масива, както и натрупаната информация от многократни наблюдения за конкретните обекти, позволява успешното решаване на инженерните задачи. При формирането на моделите се предлагат варианти, които се оценяват по различни критерии. Въз основа на оценките се избира най-добрият. Той трябва да характеризира тенденцията на изменение във времето и пространството на изследваните явления и процеси с оглед управлението на открития или подземен рудник.

При изучаване на процесите се различават два етапа:

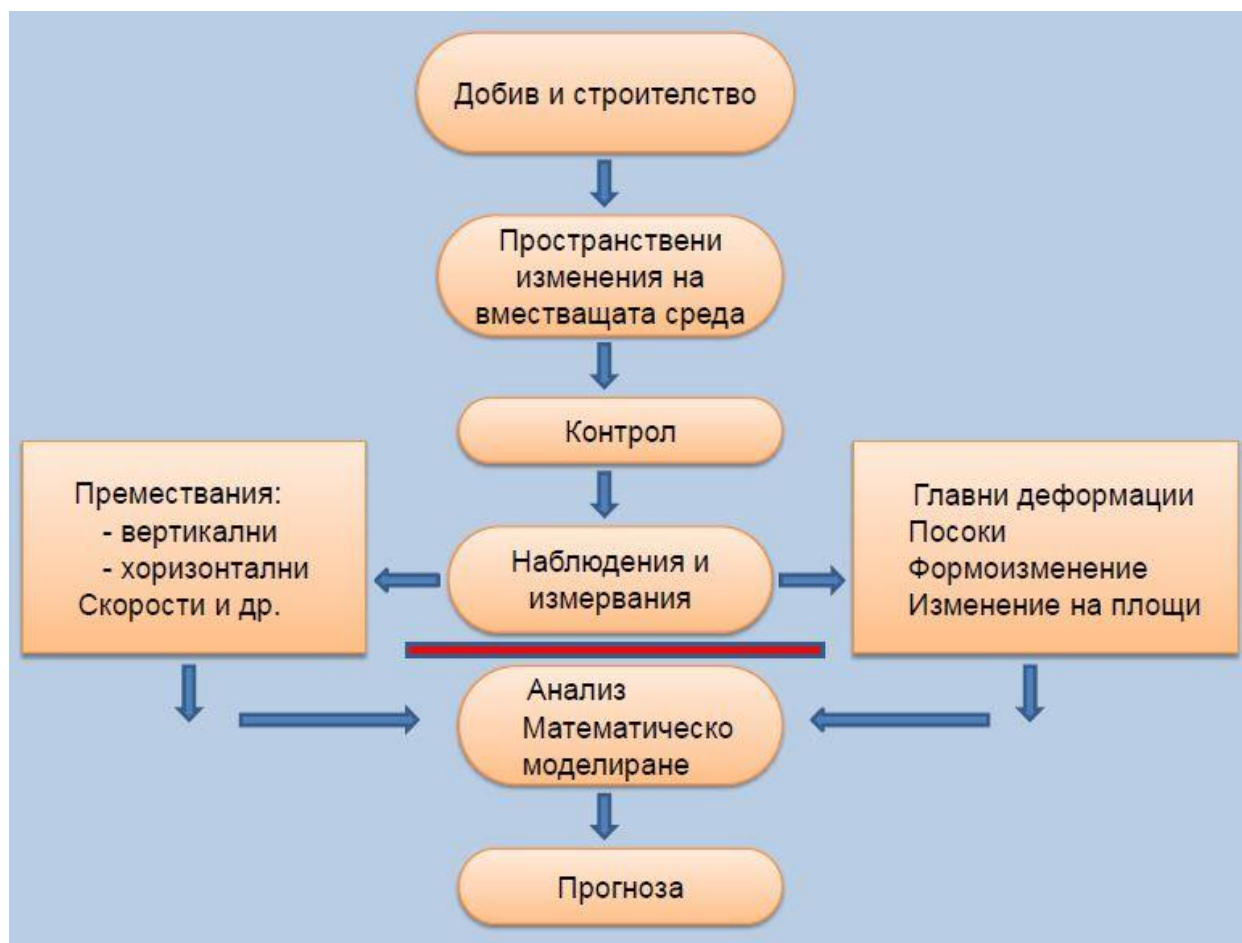
1. Математическо описание (моделиране, идентификация) на процеса;
2. Прогнозиране на бъдещи стойности на изследваните величини за различни моменти от времето.

Изходната информация, необходима за осигуряване на рационалните решения и съответните анализи, се набира главно от изследвания и измервания в естествени условия. Освен познатите от скалната механика методи за определяне на физико-механичните характеристики на масива и неговото поведение, широко се използват маркшайдерски методи за определяне на пространствени изменения на характерни точки от средата и земната повърхност, чрез които се съди за промени в напрегнато-деформираното състояние на масива вследствие на природни или технологични фактори.

На блок-схемата, показана на фиг.1, се вижда принципен модел на изучаване на поведението на скалния масив и приложението на маркшайдерските методи за тази цел.

В настоящото изложение се изследва възможността за характеризирание на напрегнато-деформираното състояние на наблюдавани обекти чрез резултати от маркшайдерски наблюдения. За целта се определят стойностите на

инвариантните характеристики на деформациите: главни деформации, техните посоки, формоизменението и относителното изменение на площите.



фиг. 1.

Актуалността на проблема се основава на познаването на състоянието на масива или обекта и на протичащите в него процеси, определящи правилните решения относно неговото управление и безрискова експлоатация.

В маркшайдерската практика, чрез ъглово-линейни и височинни измервания се определят: граници на зоните при подработване и надработване; параметри на процеса на движение на скалите; изменението на размерите и формата на минните изработки. Установяват се хоризонтални и вертикални премествания и техните скорости през различните стадии на деформационните процеси.

Изменението на пространственото положение на наблюдаваните точки, определено в различни моменти от време, дефинира промени в състоянието на масива или обекта. Изучаването на тези промени е необходимо за осигуряване на безопасната експлоатация на обекта. За целта се прилага стандартна маркшайдерска апаратура и методика на измерване.

Възможността за използване на резултатите от маркшайдерските измервания за оценка на състоянието на масива или обекта се основава на наблюдения в естествена среда, което определя реалност на получените стойности за конкретните технически, минно-технически и геоложки условия.

Чрез маркшайдерските измервания се определят характеристики на деформационните процеси, които се отнасят за по-големи зони в масива, поради по-лесното и бързо получаване на необходимите величини, в сравнение с други известни методи, за които се изисква повече време, труд и специализирана апаратура.

ГЛАВА I.

СКАЛНИЯТ МАСИВ КАТО СРЕДА НА ИЗЯВА НА ГЕОМЕХАНИЧНИТЕ ЯВЛЕНИЯ И РОЦЕСИ

I.1. Скалният масив – основен обект на геомеханичните изследвания

Основни обекти на геомеханичните изследвания при добива на подземни богатства са [39]:

- скалният масив и земната повърхност;
- минните изработки;
- механичните явления, предизвикани в масива от естествени или изкуствени въздействия;
- факторите, влияещи върху механичните свойства на масива и механичните процеси в него при различни въздействия;
- средствата за регулирано инженерно въздействие върху скалния масив с цел насочено изменение на неговите свойства и състояние.

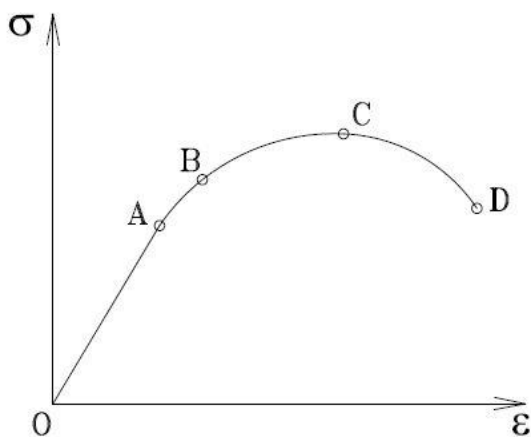
Скалният масив като среда, в която се предизвикват и проявяват геомеханичните явления и процеси, е основен обект на изследванията. Важна негова характеристика е изменението на напрегнатото му състояние вследствие прокарването на минните изработки. То се изменя от триосно – в ненарушен от минни работи масив, до двуосно или близко до него – на контура на изработките [61]. Рязко нараства разликата в главните напрежения и интензивността на тангенциалните напрежения, което предполага последващо развитие на пластични деформации, деформации на пълзене и разрушаване на скалите.

Изследванията на теорията и минната практиката показват, че характерът на деформационните процеси в масива и скалите около изработките се определя от напрегнатото състояние и якостните и деформационни свойства на скалите [56].

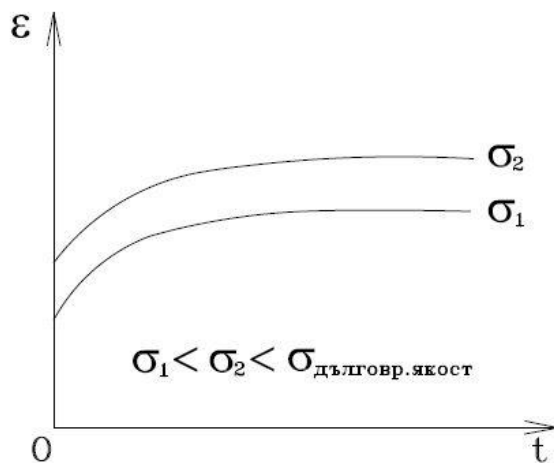
По вид на деформиране и разрушаване средата се разглежда като еластична, крехка, пластична, вискозна, сипеца се. За целите на минната геомеханика се извършват комплексни изследвания, включващи лабораторни, натурни (в естествени условия) и аналитични методи.

В лабораторните и теоретичните изследвания основно място заема определянето на следните две зависимости:

- а) деформация, във функция от натоварването σ/ε - фиг.I.1;
- б) деформация, във функция от времето ε/t - фиг.I.2.



фиг. I.1. Деформация, във функция от натоварването σ/ε

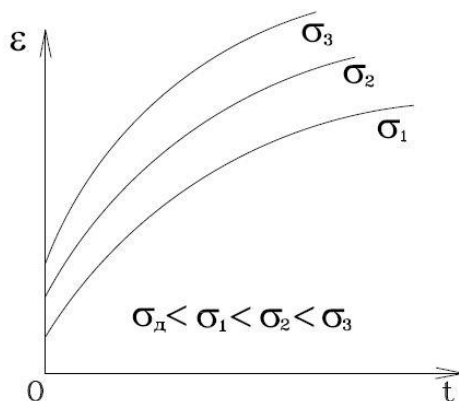


фиг. I.2. Деформация, във функция от времето ε/t

По построената от лабораторни изпитвания крива OABCD се определят границите на пропорционалност (т.А), на еластичност (т.В), на якост (т.С) и на разрушаване (т.Д) – (фиг. I.1). По известни формули се изчисляват напреженията на пропорционалност, на еластичност и на якост, които са основни характеристики на деформационните свойства.

Тъй като минните изработки се прокарват и поддържат както в пространството, така и във времето, е необходимо да се изследва поведението на скалите и при прилагане на товар с постоянна големина за продължително време.

В момента на прилагане на товара в скалите се извършва мигновено-еластична деформация [46]. След това протича еластично-вискозна деформация, нарастваща във времето с намаляваща скорост. Ако напреженията във вместиците изработката скали не надвишават дълговременната им якост (σ_d), кривите, описващи процеса, са показани на фиг. I.2, а ако я надвишават – на фиг. I.3.



фиг. I.3. Зависимост между деформация и напрежение при $\sigma_d < \sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$

Важна предпоставка за избора на подходящ теоретичен модел на скалния масив, на базата на който да се правят по-нататъшни изследвания, е правилната преценка на непрекъснатостта и еднородността му.

Средата се приема за непрекъсната [39] в случай, че величините $X_i (i=1,2,...,n)$ – премествания, деформации и напрежения, са непрекъснати във функция от координатите на дадена точка, т.е. на безкрайно малко нарастване на координатите да съответстват безкрайно малко нарастване на величините X_i :

$$\lim_{\Delta X_j \rightarrow 0} \Delta X_i = 0 \quad (I.1)$$

където: X_j – съответни координати;

ΔX_i – разлики в значението на X_i в съседните точки.

В определени граници на неизпълнение на (I.1), масива се приема за квазинепрекъснат. В тези случаи може да се използват и прилагат методите на механиката на непрекъснатите среди.

За еднороден или квазиеднороден се счита масив [44], чиито механични характеристики са еднакви или се различават незначително в различни (в това число и несъседни) точки:

$$|M_i(x_1, y_1, z_1) - M_i(x_0, y_0, z_0)| < \varepsilon_i; \quad (I.2)$$

при $\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2} < d_i,$

където: M_i е механичен параметър на масива;

x_0, y_0, z_0 и x_1, y_1, z_1 – координати на точки от масива;

ε_i, d_i – предварително зададени стойности

$(i=1,2,...,n).$

Определянето на условията за запазване или загубване на устойчивост на елементите от масива и изработките, изясняването на закономерностите при взаимодействие между масива и крепежа, изучаване влиянието на минните изработки върху вместващия ги скален масив, са задачи на минната геомеханика, които се решават на основата на методите на изградени вече теории за състоянието на масива. Такива са методите на непрекъснатите среди (теория на еластичността, на пластичността, на пределното състояние, на пълзенето), на механиката на дискретните среди, вероятно-статистическите и инженерни методи.

В [39] се предлага предварителната оценка на приложимостта на различните методи от механиката да се направи на базата на отчитане на преобладаващите деформационни характеристики на скалите, като се посочват и условията за това. При решаване на задачи, свързани с многостадийни

процеси в масива, се препоръчват методите на теорията на пределното състояние.

Поради голямото разнообразие на възможното конкретно състояние на масива, редица автори се задоволяват да определят само частни критерии, според които средата може да се опише с даден теоретичен модел. В [6] например, се търсят коефициентите на физически уравнения за състоянието на скалите от линейно-деформируем тип, като в зависимост от стойностите им, масивът се отнася към различни реологични модели. В [30] се тълкува понятието “критерий на протичане”. Препоръчаното опростяване на задачата, поради сложност на характера ѝ [46], намира израз в предлаганата класификация на скалите по някои физико-механични характеристики в [59].

В много по-разширен вид и с конкретно поставена цел – определяне на съществените признаци, главните влияещи фактори и режима на работа на крепежа при изясняване етапите на взаимодействие на крепежа със скалния масив, в [31] се прави класификация на най-разпространените механични модели на скалния масив, всеки от които представлява идеализирана непрекъсната среда.

Тъй като размерите на единичните изработки и начинът на деформиране на вместващите ги скали са такива, че може да се приеме схемата на плоска деформация [2], за определяне на идеализирания модел на масива внимание заслужава и предлагания в [7] метод. Там теоретичният модел се определя след лабораторни изследвания на якостните и деформационни характеристики на скални проби.

Поради трудоемкостта, сложните изчисления, недостатъчното съответствие между получените резултати и реалните явления, не винаги е целесъобразно определянето на напрегнато-деформираното състояние на масива около изработките с използване на строги аналитични методи [16]. Ето защо се препоръчват и приблизителни, но осигуряващи достатъчна точност, методи. В случай на ярко изразена слоистост например, широко приложение намират приблизителните аналитични методи, основани на постановките на строителната механика и съпротивлението на материалите.

Въз основа на гореказаното може да се направят следните изводи:

1. Определящо значение при избора на теоретичен модел има резултатът от изследването за еднородност и непрекъснатост на средата.

2. Основни методи при аналитичното изследване на средата са методите на механиката на непрекъснатите среди (теория на еластичността, на пластичността, на пълзенето, на пределното състояние). Методите на

строителната механика и съпротивлението на материалите имат спомагателен характер и се използват само за решаване на частни задачи (разчет на крепежа, създаване на опростени схеми на натоварването му и т.н.).

3. Тъй като теоретичният модел на скалния масив не може да отчете някои специфични, конкретни фактори, влияещи върху състоянието на средата, е необходимо да се извърши оценка на грешката, вследствие опростяване, допускания и идеализация на масива.

4. Използването на модела е възможно само след изясняване и получаване на количествени характеристики на зависимостите между теоретичния модел и реалната среда.

I.2. Геомеханични явления и процеси в масива

Механиката на скалите е наука за якостта, устойчивостта и деформируемостта на скалните масиви, на минно-техническите съоръжения и обекти в зоната на природното (естествено) и на предизвиканото влияние на минните работи [16].

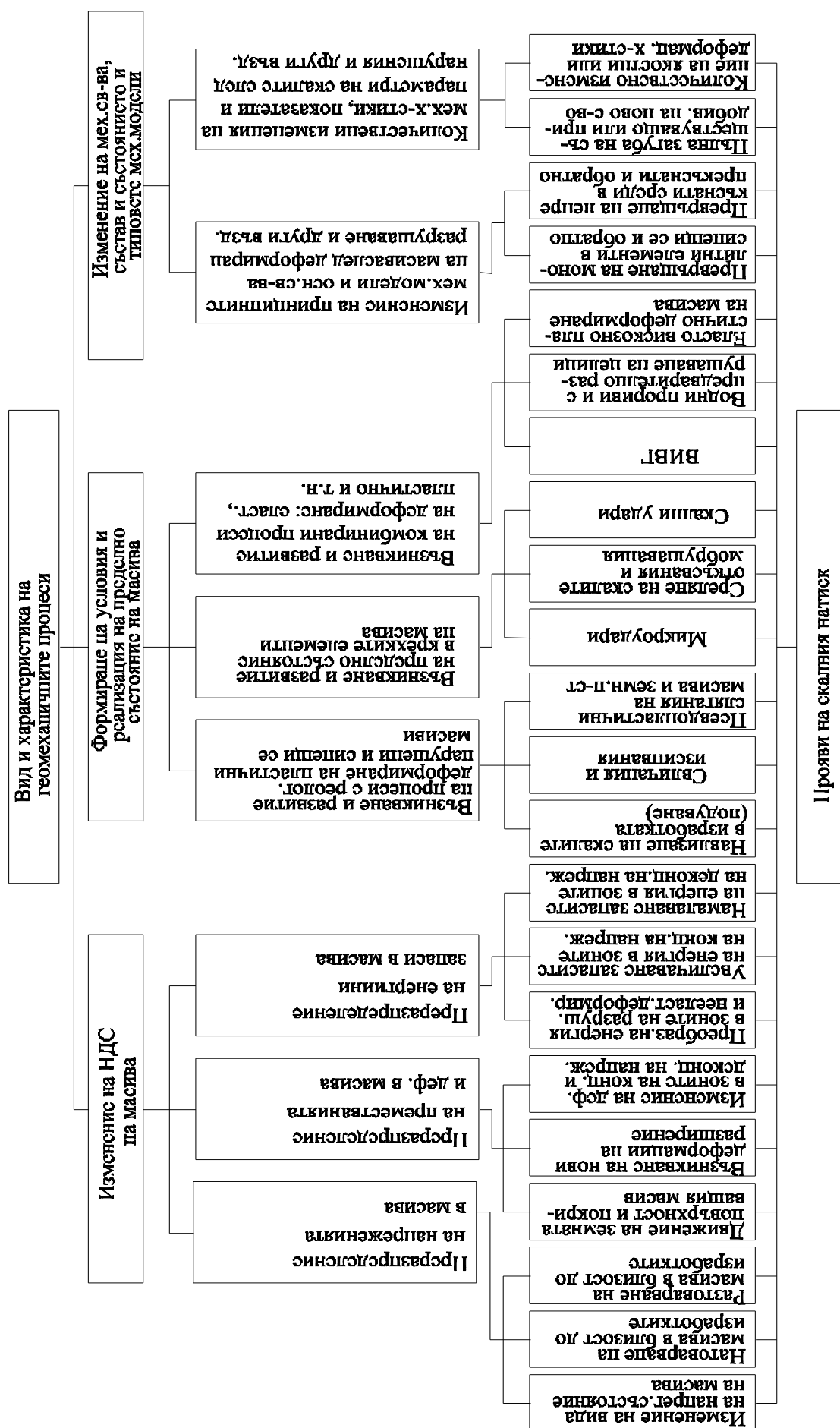
Първостепенен интерес за минната геомеханика представляват “скалният натиск” и “проявите на скалния натиск”. Скалният натиск, като явление, е събирателно понятие, обединяващо съвкупността от напрегнати състояния, образуващи се в масива вследствие на редица естествени и изкуствени въздействия. Определящ фактор е гравитацията, като постоянно и повсеместно действащо природно явление, а допълнителни са – тектонските процеси, дейността на човека при добива на полезното изкопаемо, строителството на различни съоръжения.

Към проявите на скалния натиск се отнасят деформирането, преместването и разрушаването на елементите на масива и земната повърхност, взаимодействието между елементите на масива, взаимодействието между масива и инженерните съоръжения и т.н. На фиг. I.4 [39] са показани основните прояви на скалния натиск.

Геомеханичните процеси се разглеждат като последователни изменения във времето и в зависимост от обстановката механични състояния и свойства на масива или на елементите му, а също и изменението на взаимодействието на елементите на масива помежду си и с инженерните съоръжения и другите обекти [39].

Изменението на напрегнато-деформираното състояние се извършва под влияние на външни въздействия, едно от които е развитието на минните работи. Развитието на еластични и нееластични деформации (пълзене) при постепенно

натоварване се съпътства от снижаване якостта на материала, разрушаване на елементите от масива, където напреженията и деформациите са достигнали граничните си стойности. Изменя се и самото напрегнато състояние (релаксация, разтоварване), вследствие на извършените се деформации. Най-характерна особеност на процеса на деформиране и разрушаване на пластичния масив е неговото разслояване [16].



фиг.І.4. Прояви на скалния натиск, по [39]

I.3. Фактори, влияещи върху геомеханичните процеси

Прокарването на минните изработки предизвиква изменение в напрегнато-деформираното състояние на скалния масив. Характерът на изменението зависи от съвкупното действие на много фактори, които могат да се подразделят на няколко групи [16]:

Първа група:

- особености на естественото поле на напреженията в ненарушен масив, т.е. до прокарване на минните изработки;

Втора група (пространствено-геометрични параметри на изработките):

- форма и размери на напречното сечение;
- съотношение между дължина, ширина и височина на изработката;
- наличие на съседни изработки и т.н.;

Трета група:

- деформационни характеристики на скалите в непосредствена близост до контура на изработките;

Четвърта група: (характеристики на въздействието на изработките по време на прокарването и експлоатацията им върху скалите около тях):

- динамични натоварвания по време на ПВР;
- изменение на свойствата на скалите под влияние на изветрянето от въздуха, водата, температурата и др.

ГЛАВА II

ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ И МЕТОДИ ЗА ТЯХНОТО ИЗУЧАВАНЕ

II.1 Методи за изследване на геомеханични процеси

II.1.1. Общи сведения

Според [18] моделирането като метод има за цел протичащия в природата процес да бъде възпроизведен върху удобен за изучаване обект. Различават се следните групи модели:

1. Според начина на изграждане:
 - идеални (въображаеми) – на базата на теоретични схеми;
 - технически (материални) – представляват макети на реалните обекти;
2. Според използвания подход:
 - физическо моделиране – запазва се геометричното и физическо подобие с реалния обект чрез създаване на модел на изследвания процес или явление в лабораторни условия;
 - математическо моделиране – формулират се връзките, свързващи обектите на модела; изследват се математическите задачи, към които математичният модел привежда изучавания процес; проверява се съответствието на модела и реалния обект; усъвършенства се избрания модел въз основа на анализ на натрупана информация;
 - функционално моделиране – установяват се зависимости между два и повече параметъра.

Според [64] научните модели биват материални, знакови и мислени (идеални). От своя страна материалните са физични и математични.

Независимо от избрания подход идеализацията на скалния масив води до избор на едно от двете основни схващания за неговата същност:

1. Масивът е непрекъсната среда;
2. Масивът е дискретна среда.

Ако се предположи, че масивът е непрекъсната среда, се приема, че той е изотропен, хомогенен, без пукнатини и геоложки нарушения, без празни пространства. При движението в такава среда не се формират нови контактни повърхнини и не се разрушават съществуващите [18].

При разглеждане на масива като дискретна среда моделите трябва да отчитат анизотропност, нехомогенност, напуканост, пластова структура на средата.

Масивът може да се разглежда и като непрекъсната среда, нееднородна във вертикално направление и изотропна в хоризонтално направление [42].

В зависимост от възприетата същност на скалния масив, за създаването на математичните модели се използва формулния апарат на различни дялове от механиката – теория на еластичността, теория на пластичността, на реологията и т.н.

От гледна точка на механиката на скалите скалният масив е сложна механична система, състояща се от скали с различен минералогичен и литоложки състав, съществено различаващи се един от друг по физико-механичните си свойства [44].

Дейността на човека (прокарване на минни изработки, ПВР и др.) предизвиква нарушаване на равновесното състояние на масива, в резултат на което възникват изменение на величината и направлението на напреженията, еластични и нееластични деформации на масива, разрушаване на отделни участъци от масива и превръщането му в несвързана среда, обрушаване и премествания на разрушените скали.

Тези процеси на изменение на НДС (напрегнато-деформираното състояние) на масива продължават във времето и пространството до достигане на ново статическо равновесие.

В тази връзка основните процеси, изучавани от механиката на скалите, са [14]:

1. Формиране на напрегнато състояние на скалния масив и неговото изменение;
2. Движение на скалите;
3. Взаимодействие на скалите и крепежа.

Общата методология на механиката на скалите се състои в широкото използване и анализ на наблюдения в естествени условия и едновременно с това и на методи за моделиране и аналитични изследвания на базата на теоретични положения от основните раздели на съвременната механика, на математическите и физически аналогии.

Най-общо методите за изследване в механиката на скалите се систематизират в три групи:

1. Аналитични методи
 - а) модел на непрекъснатата среда;
 - б) модел на дискретната среда.
2. Методи на физическото моделиране (лабораторни)
 - а) модели с геометрично подобие;
 - б) модели с кинематично подобие;
 - в) модели с динамично подобие.
3. Методи за наблюдения и измервания в естествени условия

- а) измервания за определяне на физическите свойства и структурни характеристики на скалите в масива;
- б) измервания за определяне на параметрите на движение на скалите;
- в) изследване на напрегнатото състояние на скалите и неговото изменение;
- г) изучаване на взаимодействието на скалите с крепежа.

Аналитичните методи дават възможност за получаване на решения, имащи в най-голяма степен на обобщаване, в съвсем широк диапазон на изменение на условията. Използването на тези методи се основава на идеализирани схеми, т.е. на математически модели на изследваните явления. Най-често са използвани моделите, посочени по-долу:

а) *Модел на непрекъснатата среда* – основава се на представата за материалните тела като „субстанция, непрекъснато запълваща обема на геометричното пространство” [68, 69], с определени физически свойства, отразяващи закономерностите в реалните физически среди. Предположението за непрекъснатост на средата позволява за безкрайно малки по обем тела за свойствата на средата ефективно да се използва апарата на диференциалното и интегралното смятане. В частност напреженията и деформациите на отделни точки от средата може да се представят във вид на функции на координатите и времето, непрекъснати и диференцируеми до такъв порядък на производните, който би осигурил необходимата точност за решаване на задачата.

В зависимост от конкретния вид на непрекъснатата среда (еластична, пластична, и др.) се въвежда специална група уравнения, описващи физически закони за връзката между напреженията и деформациите. За еластична среда се използва правата пропорционална зависимост между напреженията и деформациите (закон на Хук). При еласто-пластичен модел се използват други уравнения и т.н..

б) *Модел на дискретната среда* – средата се представя като съвкупност от отделни частици, всяка от които има свойствата на твърдото тяло. Липсват сили на сцепление между частиците, в следствие на това дискретната среда не изпитва разтягащи усилия.

Методите на физическото моделиране позволяват получаването на решения, обхващащи по-широк клас условия, но и при по-голяма степен на схематизация на естествените обекти. На възпроизвеждане подлежат само главните, най-съществени за изучавания процес, характеристики на моделираната среда. Прилагат се три вида подобия:

- а) Геометрично подобие (мащабност на размерите);

б) Кинематично подобие (сходните точки се движат по геометрично подобни траектории и във времето);

в) Динамично подобие (мащабност на сходните тела).

Методите на наблюдения и измервания в естествени условия осигуряват получаването на реални решения за конкретните минно-геоложки условия в които се провежда експеримента. Извършват се:

а) Измервания за определяне на физическите свойства и структурни характеристики на скалите в масива:

- Плътностни свойства на скалите в масива;
- Структурни характеристики на скалния масив;
- Механични свойства на скалния масив.

б) Измервания за определяне на параметрите на движение на скалите:

- Слягане на скалите и земната повърхност;
- Хоризонтални движения;
- Относителни премествания;
- Сближение в изработките;
- Наклони.

в) Изследване на напрегнатото състояние на скалите и неговото изменение:

- Определяне на главните деформации и напрежения;
- Наблюдения на измененията на деформациите и напреженията.

г) Изучаване на взаимодействието на скалите с крепежа и динамиката на скалния натиск:

- Определяне на скалния натиск върху крепежа, долнището, запълнението;
- Изследване на крепежа и механизирани комплекси.

При решаването на конкретни задачи, с цел получаване на оптимални решения, е допустимо съчетаване на възможностите на методите и от трите групи. Резултатите от наблюденията и измерванията в естествени условия са най-точни и затова често служат за изготвяне на модели и за методите от другите две групи.

II.1.2. Теория на еластичността. Зависимост между напрежения и деформации

Приложната теория на еластичността е част от механиката на непрекъснатите среди [19]. Основната ѝ задача е да разработи ефективни математични методи за изследване на напрегнатото и деформираното

състояние на твърдите деформируеми тела, намиращи се в покой или движение, вследствие на всевъзможни външни въздействия. Тя се изгражда върху основата на математичната теория на непрекъснатите среди след въвеждане на допълнителни опростяващи предпоставки.

По-долу са разгледани основните предпоставки, върху които се изгражда МТЕ (Математична теория на еластичността).

Поради безкрайното разнообразие на природата е невъзможно поставянето ѝ в математични рамки. Ето защо МТЕ се изгражда върху *идеализирани свойства на теоретичен модел*, а не върху естествените свойства на деформируемите тела.

В теоретичните модели за твърдото деформируемо тяло се приемат следните допускания:

1. *Твърдите деформируеми тела са идеално еластични.* Идеално еластичното тяло възстановява без остатък първоначалната си форма след отстраняване на външните въздействия. Съгласно тази предпоставка съществува еднозначно съответствие между напрежения и деформации.

2. *Зависимостта между напреженията и деформациите е линейна или нелинейна.* Съществуват два вида идеално еластични тела. При първия вид с достатъчна точност се приема, че зависимостта между напреженията и деформациите е линейна и се определя чрез закона на Хук. Графиката ѝ е права линия и минава през началото на координатната система “деформация-напрежение” с наклон, специфичен за различните материали. При втория вид зависимостта е нелинейна, като графиката ѝ минава през началото на координатната система и е различна за всеки материал.

3. *Твърдите деформируеми тела са еднородни и изотропни.* Едно тяло е еднородно (хомогенно) по отношение на дадено свое свойство (напр. еластичност, пластичност, твърдост, топлопроводимост) когато това свойство е неизменно за всички точки на тялото. Когато свойство на тялото е едно и също за всички направления, тялото е изотропно по отношение на това свойство. Теоретичният модел, върху който се изгражда теорията на еластичността (ТЕ), е еднороден и изотропен по отношение на зависимостта между напрежение и деформация.

4. *Идеално еластичните тела са достатъчно корави.* При деформацията точките на телата получават много малки премествания в сравнение с размерите им. В този случай квадратите на тези премествания и по-високите им степени в сравнение с първите им степени може да се пренебрегнат, без това да нарушава съществено точността. Тази предпоставка и предпоставката за закона на Хук са в основата на линейната теория на еластичността.

5. *Твърдите еластични тела имат непрекъсната структура.* Предпоставката е въведена от основоположника на МТЕ Коши и се изразява във възможността напреженията и деформациите да се описват с непрекъснати и диференцируеми функции на координатите. Теоретичният модел на тялото се разглежда като непрекъсната среда – като континуум.

6. *Твърдите деформируеми тела се намират в естествено напрегнато състояние.* Според това твърдение напреженията в твърдите деформируеми тела са равни на нула когато върху телата не действат външни сили или температурни промени. Теорията дава възможност да се определят само измененията на съществуващите в телата напрежения, предизвикани от деформацията им. Т.е. МТЕ определя напрежения, които не са действителните в телата, тъй като и преди натоварването частиците на телата се намират в напрегнато състояние, но то е вътрешно уравновесено.

7. *Принципът на Сен-Венан е в сила.* Той гласи – „Ако върху неголяма част от околната повърхнина на деформируемото тяло действа уравновесена силова система, то съответното напрегнато и деформируемо състояние има локален характер и се ограничава само в непосредствена близост на натоварената област”.

8. *Законите на статиката и динамиката за идеално твърдото тяло са в сила за всеки елементарен обем на изследваното деформируемо тяло.*

Според [19] тези предпоставки не трябва да се разглеждат като нещо дадено и неподлежащо на развитие и усъвършенстване. В зависимост от поставената задача, при нереални опитно получени резултати, се приема, че предпоставките са неправилни или че трябва да се допълнят. Кое то води, разбира се, до нов теоретичен модел и нова теория.

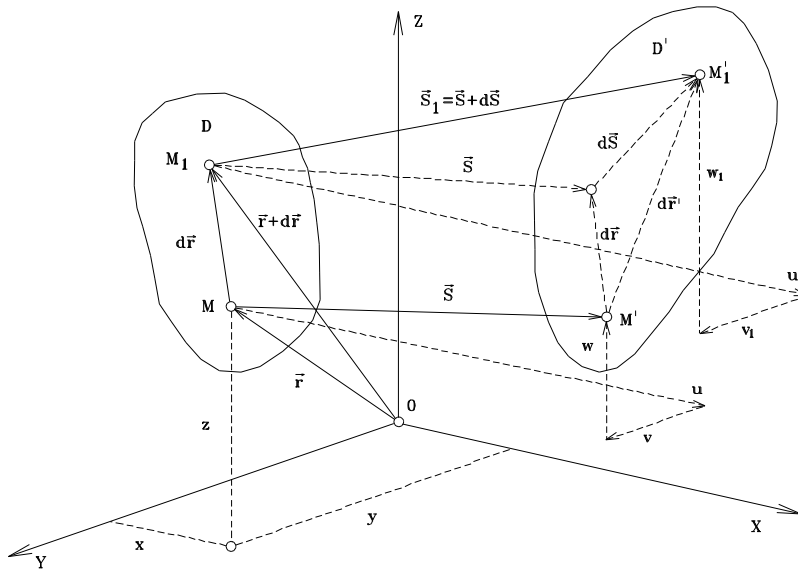
Съгласно геометричната теория на деформациите [19] едно тяло се премества в пространството като идеално твърдо тяло без да се деформира тогава, когато няма изменение на взаимните разстояния между точките му.

Когато тези разстояния се изменят, тогава преместването е съпроводено с деформация (промяна на формата).

Опитът показва, че напрегнатото и деформираното състояние на телата се намират в еднозначна функционална зависимост помежду си, която се определя от физичните им свойства. В линейната теория на еластичността връзката между напрежения и деформации е линейна и се представя от закона на Хук. Съгласно него деформацията на еластичното тяло е пропорционална на действащото върху него усилие.

При деформация на безкрайно малка област около дадена точка векторът $d\vec{r}$ (фиг. II.1) се определя с проекциите си dx , dy , dz върху координатните оси

на подходящо приета пространствена декартова координатна система $Oxyz$, както и с направление, зависещо от посочните му косинуси $l = \frac{dx}{dr}$, $m = \frac{dy}{dr}$, $n = \frac{dz}{dr}$.



фиг. II.1. Линейни деформации

При безкрайно малко афинно преобразуване той се изменя в нов вектор $d\vec{r}'$, чиято дължина се изразява по следните два начина:

$$1. \quad dr' = dr + \Delta dr = dr \left(1 + \frac{\Delta dr}{dr} \right) = dr(1 + \varepsilon_r), \quad (\text{II.1})$$

където $\varepsilon_r = \frac{\Delta dr}{dr}$ е отношението на много малкото изменение Δdr към първоначалната дължина dr . То се нарича линейна деформация на безкрайно малката област около точка на непрекъснатата среда по посока $d\vec{r}$. Положително е при относително удължение.

2. Чрез проекциите върху координатните оси на преобразувания вектор $d\vec{r}'$, определени с изразите:

$$\begin{aligned} dx' &= \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz; \\ dy' &= \frac{\partial v}{\partial x} dx + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz; \\ dz' &= \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz. \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Дължината му се определя от:

$$dr' = \sqrt{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2} . \quad (\text{II.3})$$

От (II.2) и (II.3) следва

$$[dr(1 + \varepsilon_r)]^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 . \quad (\text{II.4})$$

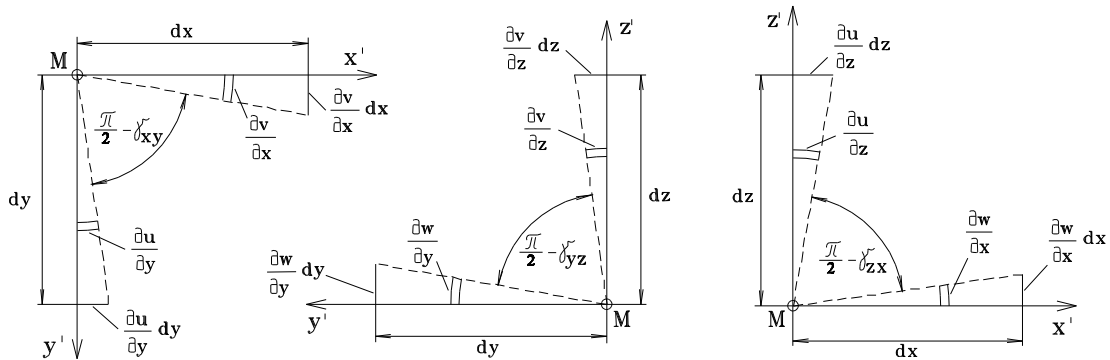
След преобразувания се достига до израза за ε_r

$$\varepsilon_r = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + \gamma_{xy} lm + \gamma_{yz} mn + \gamma_{zx} nl ; \quad (\text{II.5})$$

където:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} ; & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} ; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} ; & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} ; \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} ; & \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} ; \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

Тук с ε_i са означени линейните деформации, а с γ_i ъгловите деформации на безкрайно малката област около избраната точка. Ъгловите деформации (фиг. II.2) се приемат за положителни при намаляване на първоначално правите ъгли.



фиг. II.2. Ъглови деформации

Зависимостите (II.6) в геометричната теория на деформациите са известни като диференциални уравнения на Коши. От същата фигура следва, че:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} ; \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy} ; \quad \gamma_{zx} = \gamma_{xz} . \quad (\text{II.7})$$

В теорията на еластичността, обобщеният закон на Хук за идеално еластично, еднородно и изотропно тяло, дава връзката между деформациите и напреженията [55] и се изразява по следния начин:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]; & \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]; & \gamma_{yz} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz}; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]; & \gamma_{zx} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zx},\end{aligned}\tag{II.8}$$

където: E – модул на линейните деформации;
 ν – коефициент на Поасон.

Чрез изчислените деформации може да се определят напреженията в твърдото деформируемо тяло, пробните тела и минния масив.

II.1.3. Методи за изследване на напрегнато-деформираното състояние на скалния масив

Научното и практическото значение на определянето и контрола на напрегнатото състояние на масива се обуславят от бързото нарастване на обемите на добитите подземни богатства, увеличената концентрация и темпове на развитие на минните работи, дълбочината на разработване на находищата, нарастващия обем на строителство на подземни съоръжения [1]. Едновременно с това се увеличава актуалността на получаваните експериментални данни от изследванията в скалните масиви.

Чрез резултатите от инструменталните наблюдения се решават следните задачи [20]:

- Установяване на деформационния модел на масива;
- Определяне на характеристики за скалния масив;
- Установяване на закономерности за деформационните процеси;
- Контролиране на развитието на деформационните процеси;
- Установяване на резултати от предприети мерки за влияние върху деформационните процеси.

Комплексът от изследвания в естествена среда, в лабораторни условия и теоретичните модели на процесите, позволява съставянето на ясна представа за НДС в пространството и времето.

За изследване на напреженията в скалния масив са разработени редица методи, които могат да бъдат систематизирани в следните групи [44]:

I група – Изследване на напрегнатото състояние на масива;

II група – Изследване на деформации и премествания на масива;

III група – Изследване чрез моделиране на обектите и процесите в масива

Изборът на един или друг метод и апаратура за изучаване на напрегнатото състояние на масива зависи от:

- Целта на изследването (абсолютни величини на напреженията; изменение на напрегнатото състояние във времето и т.н.);
- Физико-механичните особености на масива (якост, деформируемост, напуканост, влажност, анизотропност);
- Необходима точност и надеждност на измерванията;
- Продължителност на измерванията;
- Трудоемкост на комплекса от измерителни дейности.

По-нататък са представени и анализирани използваните методи за изследване, специфични за посочените по-горе групи.

Към I група това са:

1. *Метод на разтоварването* – използва се предимно за определяне на абсолютните стойности на напреженията в масива. Основава се на използването на характеристиките на еластично разширение на скалния елемент при изкуственото му отделяне от масива. Прилага се при скали с достатъчна якост, запазващи формата на елемента след нарушаване на връзките му с масива и притежаващи еластични свойства [17]. Измерват се еластичните деформации на скалния елемент при неговото разтоварване от напреженията и последващо изчисляване на напреженията по формулите от теорията на еластичността. Методът се прилага и при определяне на изменението на напрегнатото състояние на масива във времето чрез многократни измервания на напреженията в различно време на едни и същи места.

2. *Метод на компенсационното натоварване* – основава се на възстановяването на еластичната деформация на частично разтоварен масив при повторното му натоварване с притискащо устройство (преса). Много трудоемък метод. Не може да се използва за изследване в дълбочина на масива.

3. *Метод на разликата в налягането* – основава се на създаване в скалния масив на начален натиск с определена големина чрез хидравличен балон, поставен в сондаж. При изменение на напрегнатото състояние на масива сондажът се деформира и в хидравличния балон се изменя налягането на течността. Чрез разликата между измереното налягане и началното се съди за изменението на напрежението в този участък. Чрез метода може да се следи изменението на напрегнатото състояние във времето и пространството.

4. *Метод на еластичните включения* – измерва се напрежението с помощта на фотоеластични датчици. Използва се сондажен деформометър за оценка на напрежението. Преместванията на изохромите определят величината на деформациите на оптичния елемент [17] и по нея се съди за нарастването на напреженията.

5. *Метод на сондажите* – основава се на измерването на пластичните деформации на стените на сондажи, прокарани в масива. С деформометри се правят измервания в напречно и в надлъжно направление.

6. *Акустичен метод* – основава се на способността на скалите да генерират еластични звукови импулси при микроразрушаването на масива при изменение на напрегнатото му състояние. Броят на възникващите в масива еластични звукови импулси и изменението им за единица време определят напрегнатото състояние на скалния масив. Използва се за сеизмично прогнозиране на зоните с опасни прояви на скалния натиск.

7. *Ултразвуков метод* – базира се на зависимостта на скоростта на еластичните вълни в масива от действащите в него напрежения. С увеличаване на напреженията скоростта на еластичните вълни, преминаващи през изследвания масив, нараства, а при снижаване – намалява. Методът се характеризира с технологичност, ниска трудоемкост, инвариантност на работните параметри [1].

8. *Електрометричен метод* – основава се на зависимости между електрическото съпротивление на скалите и действащите в тях напрежения.

9. *Сеизмичен метод* – през скалния масив се пропуска еластичен импулс или серия от калибрирани еластични колебания. По скоростта и затихването на еластичните вълни се съди за напреженията в масива.

10. *Сеизмоелектрически метод* – предназначен е за оценка на напрегнатото състояние на масива в по-голяма зона и се използва за прогнозиране на нарушенията. Сеизмоелектрическите импулси изпреварват сеизмичните сигнали с $3\div 20$ милисекунди, в зависимост от свойствата на скалите в изследвания участък. По изоставането на сеизмичния сигнал от сеизмоелектрическия се съди за напрегнатото състояние на масива.

И двата последно разгледани метода са много трудоемки [14].

11. *Метод на разсейване на гама-кванти* – гама-квантите са електромагнитни колебания с голяма честота, възникващи при разпада на радиоактивни изотопи. При преминаването им през веществата те взаимодействат с електроните и нуклеоните, с електрическото поле на ядрата, в резултат на което се разсейват и се поглъщат. Чрез формули се осъществява връзката между скоростта на разсейване на гама-лъчението и напреженията. Методът намира ограничено приложение.

Към II група се отнасят наблюдения, които могат да бъдат непрекъснати, периодични, дълговременни или кратковременни. Те служат за определяне на следните величини:

- Относителни и абсолютни премествания (сближение) на горнището и долнището или на стените на изработките;
- Относителни и абсолютни премествания на елементите на масива на различни отстояния от изработките;
- Относителни и абсолютни премествания на точки и деформации на пласта или рудния залеж в избрани по подходящ начин спрямо добивните изработки зони от масива;
- Премествания и разслоявания на скалите от горнището на добивните изработки;
- Деформации на междукамерни и други целици;
- Абсолютни премествания и обрушавания на вместващите скали и на земната повърхност;
- Граници на зоната на пукнатини на подработения масив и т.н.

Абсолютните премествания се определят чрез използването на дълбочинни репери, чрез геометрична или хидростатична нивелация, чрез фотограметрично заснемане, чрез координатно-пространствено определяне на наблюдаваните точки с използване на различни геодезически форми и т.н.

Относителните премествания се регистрират след измерване на разстояния между репери в минните изработки, в масива или на земната повърхност. Използва се и дистанционна измервателна апаратура с датчици.

При изследване на взаимодействието на скалите с елементите на инженерните съоръжения в минната практика се използват непосредствени и косвени методи. Когато се измерва натоварването върху крепежа на изработките се поставят специални датчици по външния и по вътрешния му контур или метални балони (при непосредствените методи) или се измерват величини, свързани с натоварването (деформации, напрежения) – при посредствените методи.

Изследването на процесите в масива и поведението на обекти в него чрез съставяне на различни модели (III група методи) се осъществява с прилагане на следните методи:

Метод на еквивалентните материали – основава се на замяна на естествените видове скали с такива, от изкуствени материали, чиито физико-механични свойства са в определени съотношения с аналогичните показатели на тези свойства в естествени условия. Тези съотношения се определят чрез теорията на механичното подобие и осигуряват аналогия при протичането на геомеханичните процеси в естествени и в моделни условия.

Чрез тези модели може да се определя състоянието на масива от еластично до задгранично (задпределно). Обикновено се измерват премествания и натоварване на крепежа, и се определят деформации и напрежения.

1. *Поляризационно-оптичен метод* – чрез него се изследват напрежения (фотоеластичност, фотопластичност, фототермоеластичност и др.), поле на напреженията в равнинни или обемни прозрачни модели, подобни по форма и натоварване на изследваните обекти и осветени с поляризирана светлина.

2. *Метод на центробежното моделиране* – при него се заменят гравитационните сили с центробежни, които се създават в модела при въртенето му в центрофуга.

3. *Метод на структурните модели (блокове)* – използва се за определяне механизма на изучаваните процеси когато скалният масив около минната изработка представлява дискретна среда, съставена от отделни блокове. Опитите върху такива модели показват поведението на масива и подпомагат изследванията.

4. *Метод на електроаналогията* – при него не се изисква съблюдаване на физическо подобие на модела и естествения обект. Използват се едни и същи математически функции, описващи изследвания процес в натура и в модела, който може да има съвсем различна физическа същност. Затова изследваната разчетна схема на конструкцията се заменя с електрически модел. Измерваните в него електрически величини се привеждат в съответствие със значенията на деформациите и напреженията.

5. *Методи за теоретични изследвания на геомеханични процеси* – целта е математическо определяне и изразяване на закономерности на механичните процеси, протичащи в скалния масив и инженерните съоръжения.

Етапите в теоретичните изследвания, най-общо, са:

- Определяне на търсените величини и на началните данни;
- Съставяне на разчетна схема с начални и гранични условия;
- Съставяне на методика за работа;
- Получаване на решения и резултати;
- Проверка и анализ на решенията;
- Дефиниране на област на приложение на решенията.

Аналитични и числени методи

Определят се функционалните зависимости на напреженията, деформациите и движенията в масива от различни геоложки и минно-технически фактори [43].

Изследванията, извършвани с методите на механиката на непрекъснатите среди, се основават на съвместното решаване на три системи уравнения [44]:

1. Уравнения на равновесието (основно условие на всяка задача на механиката);
2. Уравнения на връзките между деформации и премествания;
3. Уравнения на състоянието, характеризиращи зависимостта на деформациите от напреженията, времето и температурата.

Методи от теория на еластичността – прилагат се ефективно в задачите от минната геомеханика. Непрекъснатият масив „работи” при напрежения, които не достигат границата на еластичността. При числено решаване на трите вида уравнения в началото се решават за отделни точки (възли), а след това чрез интерполиращи функции решението се разпространява и в цялата изследвана област.

Метод на крайните елементи – изследваната област се заменя с дискретна, състояща се от краен брой елементи (триъгълници, четириъгълници), свързани помежду си във върховете (възлите). Установява се връзката между възловите сили и възловите премествания. Всички външни и вътрешни сили, гранични и начални условия, се въвеждат във възлите. Чрез решаване на система линейни уравнения се определят възловите сили и премествания за цялата област, а после те се преобразуват в напрежения и деформации в елементите.

Метод на граничните елементи – при него се дискретизира не цялата област, а само границата ѝ.

Инженерни методи

- Експериментално-теоретични – емпирично обобщаване на голям брой експериментални данни с използване на една от хипотезите на съпротивление на материалите (на плоча, на свода);
- Теоретико-експериментални – използва се теоретично решение, позволяващо най-добре да се опишат съществени черти от изучавания процес.

Пълният комплекс изследвания чрез различни методи за изучаване на НДС на скалния масив включва определянето на:

- Напрегнатото състояние на масива и изменението му във времето;
- Външните контактни нормални и тангенциални натоварвания на крепежа;
- Напреженията и деформациите в масива;

- Хидростатичния натиск в масива;
- Преместванията и деформациите на околните скали (чрез дълбочинни репери);
- Движенията и деформациите на изработките и на земната повърхност;
- Изменението на профила, формата и напречното сечение на изработките.

Познати са и други подобни класификации на методите за изследване на състоянието на скалните масиви (напр. в [14]).

Във връзка с изучаването на напрегнато-деформираното състояние на масива в близост до прокарани и експлоатирани минни изработки в [68] влияещите фактори се групират по следния начин:

1. *Първа група* – пространствено-геометрични параметри на изработките (форма и размери на сечението, съотношение между ширина-височина-дължина, близост до други изработки);
2. *Втора група* – деформационни характеристики на вместиращите скали;
3. *Трета група* – особености на началното поле на напреженията (преди прокараване на изработките);
4. *Четвърта група* – характеристики на въздействието върху скалите около изработките при прокараването им и при експлоатация (ПВР, изветряне и др.).

Най-пълно може да се отчетат факторите от първа и трета група, за които са разработени аналитични методи (на базата на механиката на непрекъснатите среди). По-слабо се отчитат факторите от втора група, тъй като разработените аналитични методи са основани главно на еластични модели на масива или предполагат привеждане към еластично деформиране. Факторите от четвърта група при определяне на напрегнатото състояние на скалите около изработките се отчитат само качествено.

Може да се направят следните изводи:

1. В зависимост от възприетия модел на скалния масив, се използва формулният апарат на различни дялове от механиката (теория на еластичността, теория на пластичността и т.н.).
2. Общата методология за изследване на процесите в скалния масив се състои в широкото използване и анализ на наблюдения в естествени условия и едновременно с това и на методи за моделиране и аналитични изследвания на базата на теоретични положения от основните раздели на съвременната механика, на математическите и физически аналогии.

3. Напрегнатото и деформираното състояние на телата се намират в еднозначна функционална зависимост помежду си, която се определя от физичните им свойства. В линейната теория на еластичността връзката между напрежения и деформации е линейна и се представя от закона на Хук.

4. Методите за изследване на напрегнатото състояние на масива дават добри резултати, които се отнасят обаче само за конкретните места на провеждане на експериментите. Изисква се използването на специализирана апаратура. Някои от методите са много трудоемки.

5. Методите, свързани с определяне на абсолютни и относителни премествания на части от скалния масив, изискват правилен избор на модел на средата и съответно използване на формулен апарат за изчисляване на търсените величини.

6. Поради сложния характер на средата и на взаимодействието между изучаваните ѝ елементи, се налага идеализиране на реалните процеси, което може да доведе до недостатъчна достоверност на определените изходни механични характеристики и на напрегнато-деформираното състояние на масива.

II.2. Геомеханични процеси и маркшайдерски измервания за изследването им при строителство и подземно разработване на находища

II.2.1. Геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни въглищни находища

Многобройни изследвания с цел изучаване на геомеханични процеси във въглищни рудници при различни геоложки и минно-технически условия са обобщени и качествено, и количествено, определени в разработките на ст.н.с. Ист. Е.Михайлова [56, 57]. Основните фактори, оказващи влияние върху процесите, са следните:

Физико-механични свойства на вместващите скали;

Дълбочина на разработване;

Изземвана мощност;

Наклон на залягане на пластовете;

Тектонска нарушеност;

Обводненост на вместващите скали;

Начин на опазване на изработките;

Скорост на напредване на забоите;

Време на поддържане на изработките;

Размери на изработките;

Форма на сечението на изработките;

Съпротивление на крепежа;

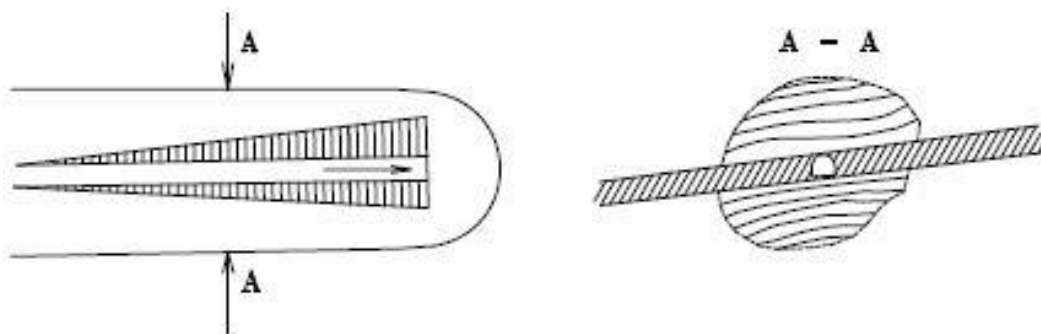
Начин на прокарване на изработките.

Поради широкото разнообразие на природни и минно-технически условия и свързаните с това прояви на геомеханичните процеси, е необходимо да се разгледат различни случаи на взаимно разположение на минните изработки и влиянието помежду им.

II.2.1.1. Геомеханични процеси около единична изработка извън зоната на влияние на съседни изработки

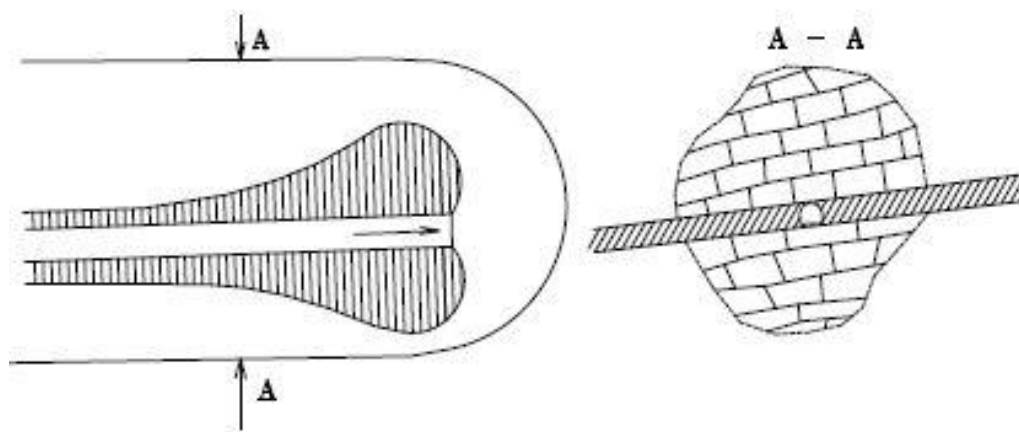
При прокарване на единична изработка в ненарушен масив около нея се образува област, в която напреженията са по-ниски от тези преди прокарването ѝ (област на нееластични деформации). Размерът на областта на влияние на единичната изработка и интензивността на преместване на скалите към изработката се определят от геостатичния товар (γH), от структурата и якостта на скалите, от параметрите на изработката и крепежа (сечение, носеща способност, податливост). С увеличаване на дълбочината се увеличава зоната на пределното напрегнато състояние, а разпространението ѝ в дълбочина на масива е право пропорционално на $\sqrt{S}$, където S е площта на напречното сечение на изработката [46].

В [6] се посочва, че скоростта на преместванията на скалите, предизвикани от прокарването на изработката, с отдалечаване от забоя, постепенно намаляват до определено ниво, което зависи от минно-геоложките условия. Когато вместиците скали са устойчиви, скоростта намалява до нула (фиг. II.3), когато са неустойчиви – затихва с намаляваща или постоянна скорост за продължителен период от време (фиг. II.4).



фиг. II.3. Скорост на преместванията при устойчиви вместици скали

Характерът на деформациите на скалния масив в зоната на влияние на изработката и размерите на самата зона зависят от конкретните природни и минно-технически условия.



фиг. II.4. Скорост на преместванията при неустойчиви вместващи скали

При напрежения по-малки от якостта на скалите в масива, скалите от контура на сечението на изработката остават в устойчиво състояние и деформационният процес бързо затихва. Ако напреженията са по-големи от якостта на скалите в масива, но не превишават якостта на натиск, то преместванията на скалите затихват напълно след значителен период от време, т.е. деформационният процес има затихващ характер. При напрежения, превишаващи якостта на натиск, преместванията в изработката, закрепена с податлив крепеж с неголяма носеща способност, практически не затихват [6]. Около изработката се образува голяма зона с нарушени скали.

В някои разработки се търси връзка между напреженията около изработките и якостта на натиск на скалите в масива [6, 2], а в други – между напреженията и дълговременната якост на вместващите скали [29, 59].

Както в [59], така и в [31], в зависимост от дълбочината на разполагане на изработката, се посочва, че около нея могат да се проявят различни по характер и размер зони на напрегнато-деформирано състояние. При дълбочина H , при която геостатичния товар (γH) е по-малък от дълговременната якост на скалите, скалите се намират в еластично или еластично-вискозно състояние [59], с течение на времето пълзят без да се разрушават. При γH по-голямо от дълговременната якост, скалите са в еласто-вискозно и вискозно-пластично състояние и най-напред пълзят без да се разрушават, но с течение на времето се разрушават или преминават в пластично състояние. При по-големи дълбочини, още след прокарването на изработката, окръжаващите я скали се разрушават или преминават в пластично състояние. При такива дълбочини според [31] около изработките се образуват три области:

- нееластично-вискозна;
- област с повишено напрежение;
- област на влияние на изработките.

В [29] се предлагат три типични схеми на деформиране и разрушаване на скалите около единичните подземни изработки във функция на времето:

I схема – тя е характерна при напрежения около изработката, по-ниски от дълговременната им якост, т.е. при:

$$p < k \quad (II.9)$$

където: $p = \gamma H$ е геостатичният товар;
 k - дълговременна якост на скалите.

В момента на изкопаване на скалите от забоя възникват мигновено-еластични премествания. Преместванията във времето се извършват с намаляваща скорост и затихват за определено време, което зависи от дълговременните свойства на скалите. С радиус R_1 (фиг. II.5) около изработката се образува зона, в която скалите са във вискозно-еластично състояние и пълзят без разрушаване. Преместванията на скалите от контура са сравнително малки (<50-100мм) за период от 2÷4 месеца.

II схема: Ако е изпълнен следния критерий:

$$p \geq \frac{k}{1 - \frac{\eta}{G_H \cdot T_{ret}} \exp\left(\frac{-t}{T_{ret}}\right)}, \quad (II.10)$$

където: η е коефициент на вискозност;
 G_H - дълговременен модул на срязване;
 T_{ret} - времето на ретардация;
 t - текущо време,

непосредствено след взривните работи в забоя се извършват мигновено-еластични деформации, а след това скалите от контура започват да пълзят с намаляваща скорост. След определено време настъпва разрушаване на скалите от контура, което разрушаване навлиза навътре в масива. Образува се зона на дълговременно разрушаване с радиус R_2 (фиг. II.6), а с радиус R_1 - зона с еластично-вискозни деформации. R_2 не надвишава обикновено 2-3 метра от контура на изработката. Преместванията на контура са от 100 до 400 мм.

III схема: При изпълнение на условието:

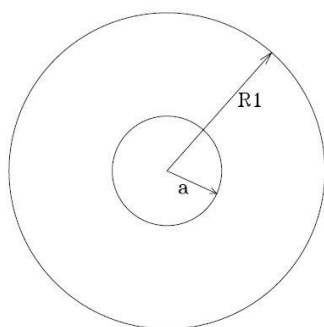
$$p \geq \frac{k}{1 - \frac{\eta}{G_H \cdot T_{ret}}}, \quad (II.11)$$

разрушаването настъпва след изкопаването, без да се предхожда от пълзене. При $t = \infty$ теоретически [29], около изработката се формират три зони (фиг. II.7):

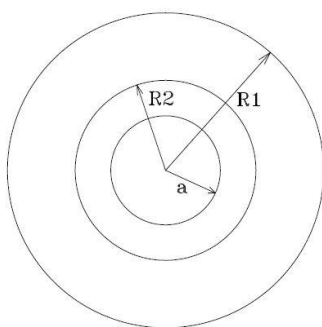
- зона на условно-мигновено разрушаване (R_3);
- зона на дълговременно разрушаване (R_2);

- зона на еластично-вискозно пълзене (R_1).

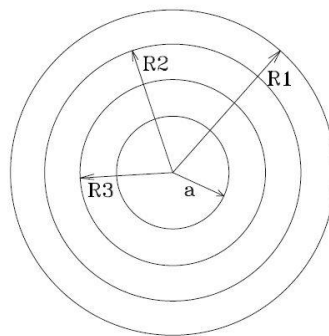
По подобен начин в [59] се определят разхлабена зона, зона с повишено налягане и зона на влияние.



Зони на деформиране на масива около единична изработка
фиг. II.5



фиг. II.6



фиг. II.7

В [7] се дава общ вид на изменението на скоростта на преместванията на скалите от контура на изработката в зависимост от съпротивлението на крепежа:

$$V = a.e^{b.p^c}, \quad (\text{II.12})$$

където: V е скорост на относително преместване на скалите (мм/мес);

p - съпротивление на крепежа (т/м^2);

a, b, c - коефициенти, определяни от натурни измервания.

По подобен начин се определя и стойността на преместванията на скалите от контура в зависимост от срока на съществуване и съпротивлението на крепежа:

$$S = a.T.e^{b.p^c}, \quad (\text{II.13})$$

където: S е величина на преместването (мм);

T - срок на съществуване на изработката (месеци).

Според [16] основната особеност на разрушаването на скалите около изработките се състои в интензивното образуване на пукнатини, които са с концентрична насоченост. Ако тангенциалните напрежения τ и нормалното напрежение σ_z са по-големи съответно от съпротивлението на приплъзване τ_s и граничната (пределна) якост на скалите $\sigma_{гр.н.}$, то скалите около изработката могат да преминат в пластично състояние:

$$\tau \geq \tau_s \quad (\text{II.14})$$

$$\sigma_z \geq \sigma_{гр.н.}$$

Според същия автор този преход в пластично състояние може да се извърши в някои точки и в ограничени по обем области:

- в ъглите на изработката;

- в непосредственото горнище, съставено от слоисти скали;
- в стените на изработката, където са разкрити най-слабите прослойки;
- в долнището на изработката (подуване).

Характерът на разпределение на напреженията и деформациите на скалите около изработката зависи и от формата на сечението ѝ.

II.2.1.2. Геомеханични процеси в зоната на влияние на добивните работи от собствения пласт

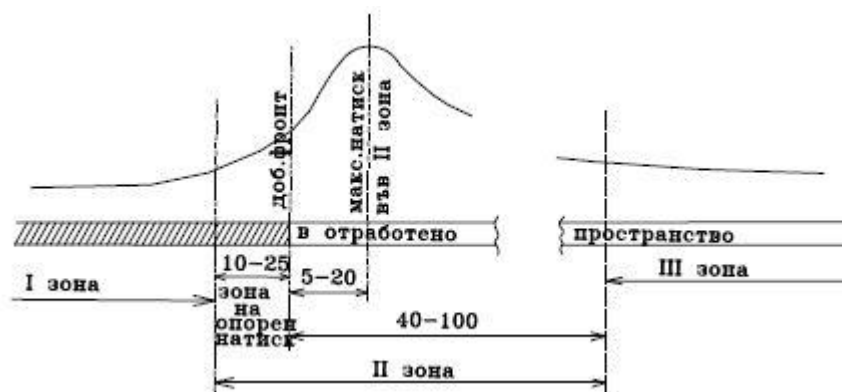
Състоянието на изработките, намиращи се в зоната на влияние на добивните работи, в много случаи е неудовлетворително и не съответства на изискванията за безопасна работа. Една от главните причини за това е, че съществуващите начини за закрепване на изработките и начинът на разполагането им в пространството не отговаря в необходимата степен на рязко влошаващите се условия на поддържане с нарастване на дълбочината [21] и близостта им до добивните изработки. Ето защо е необходимо да се изучават геомеханичните процеси в тези условия и ако е възможно да им се въздейства по някакъв начин.

Различават се няколко етапа в периода на съществуване на изработките [70]:

- прокарване на изработката в неповлиян от минни работи масив;
- експлоатация и поддържане като единична;
- експлоатация в условията на влияние на добивните работи и на други съседни изработки.

Докато подготвителните изработки се прокарват и поддържат в неповлиян от минни работи масив, върху тях действа само динамиката на собственото им влияние. Когато попаднат в зоната на влияние на добивните работи картината рязко се променя. Започва да им влияе динамиката на добивния фронт. В минно-добивната теория и практика най-често се възприема схемата, показана на фиг. II.8. Съгласно нея се определят три зони на влияние на експлоатационните работи в пласта:

Първа зона – в нея предварително прокараните изработки чувстват неголям натиск;



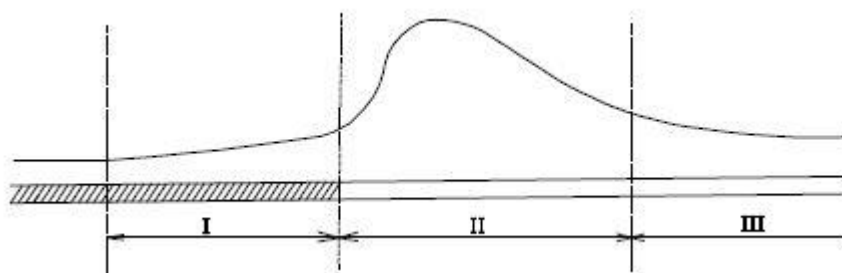
фиг. II.8. Зони на влияние на добивните работи в пласта

Втора зона – с приближаване на фронта натискът расте в съответствие с усилващото се въздействие на зоните на опорния натиск.

Най-интензивни движения се наблюдават във втората зона на разстояния 5-20 метра зад забоя в отработеното пространство. Втората зона е най-опасна защото в нея се проявяват най-големите деформации на крепежа, пропадания и подуване в изработката (ако се поддържа в отработеното пространство). Влиянието на зоната се чувства на разстояние 40-100 метра зад фронта.

Трета зона – в нея натискът е значително време по-висок отколкото в първата зона, но има затихващ характер.

А.А.Борисов разглежда също три зони на влияние на добивните работи [16] (фиг. II.9), като първата е зона на начално нарастване на натоварването, втората – зона на влияние на опорния натиск и третата – зона на стабилизиращо се натоварване.



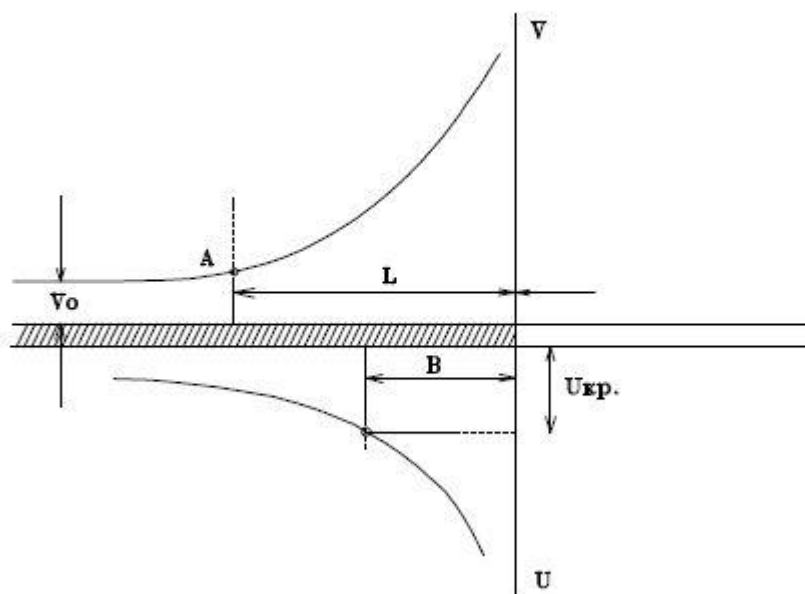
фиг. II.9. Зони на влияние на добивните работи, по [16]

В зависимост от дълбочината, дължината на фронта, структурата и свойствата на скалите и други фактори, дължината на зоната на опорния натиск пред забоя е 10-250 метра, а след него – 40-200 метра. Променлива е също и ширината на тази зона.

Подобни резултати дават и изследванията на И.Черняк в [81], където се казва, че основните деформации се наблюдават на разстояние 20-50 метра от забоя. Както стойностите на деформациите, така и скоростите им в зоната на

влияние на временния опорен натиск нарастват трикратно и повече, в зависимост от конкретните природни условия [58].

За граница на зоната на опорния натиск се приема точка, от която започва систематично увеличаване на скоростта на преместване на скалите в сравнение с установената средна скорост на преместване пред границата на зоната на влияние на добивните работи [4]. Същото се препоръчва в [54] и [41], като се предлага по този начин да се постигне уеднаквяване и еднозначност на резултатите от наблюденията, извършвани от различни наблюдатели. Други автори [15] предлагат за начало (или край) на зоната на влияние да се приема точката с преместване ± 15 мм.

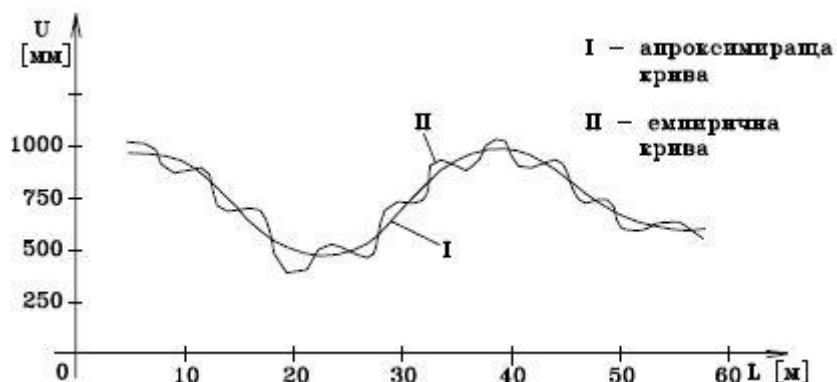


фиг. II.10. Зона на влияние на добивните работи, по [15].

На фиг. II.10 началната точка на закономерно нарастващите скорости на деформации е т.А от кривата на скоростите V . Параметърът B определя ширината на зоната на вредно влияние на добивните работи и се получава чрез съпоставяне на измерените премествания в галерията и допустимата податливост на крепежа γ . С V_0 е означена скоростта на деформиране на скалите от контура до влиянието на фронта.

Главна причина за големите деформации на скалите и крепежа на подготвителните изработки е зависването на скалите от горнището над отработеното пространство на добивните работи [60]. Интензивността на деформиране се изменя в зависимост от начина на управление на горнището. Най-силно е влиянието на добивните работи при система на разработване с пълно обрушаване, а по-слабо – при запълване на отработеното пространство. Като продължение на цитираната работа се явяват и изследванията на

И.П.Черняк [82], който чрез натурни измервания в специално заложили наблюдателни станции доказва периодичния характер на изменението на преместванията на скалите от контура на изработките в зоната на влияние. Това изменение е закономерно и е свързано с формирането, зависването и обрушаването на скалите от горнището на добивния фронт (фиг.П.11).



фиг.П.11. Периодичен характер на изменение на преместванията на скалите от контура на изработките в зоната на влияние

Периодът и амплитудата зависят от свойствата, състава и структурата на скалния масив. По така определената зависимост може да се намери и размера на стъпката на обрушаване на скалите от основното горнище.

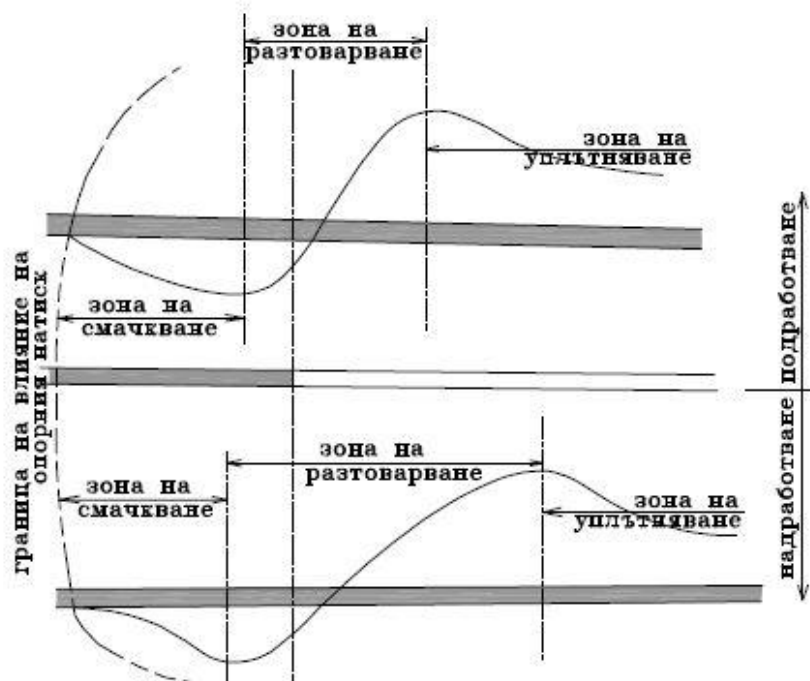
Непосредствено преди обрушаване на основното горнище се повишава значително натискът пред забоя като интензивността му е до $3,5\gamma H$ преди първото обрушаване и до $2,5\gamma H$ преди следващите [40]. Разбира се, тези стойности зависят от мощността и якостта на скалите от горнището.

Основни форми на прояви на скалния натиск в зоната на влияние на добивните работи са движенията на скалите от контура на изработките и натискът върху крепежа им. Като интегрален критерий за оценка на това влияние се явява конвергенцията (сближението) на стените на изработките [56], чиято стойност е функция на дълбочината, изземваната мощност, физико-механичните свойства на вместващите скали, начина на опазване на изработките и т.н. [73]. В зависимост от нейната стойност следва да се оразмерява крепежа на подготвителната изработка. Често преместванията на скалите от контура са неравномерно разпределени в горнището и долнището. Понякога до 60-80% от общото сближение се дължи на подуване на долнището [62]. Такива условия се създават при повишени напрежения, при наличие на тектонски нарушения, при наличие на водоносни хоризонти и на скали, склонни към водопоглъщане и набъбване.

За комплексна оценка на състоянието на изработките в зоната на опорния натиск може да се използва предлагания в [4] метод на фотофиксацията. Чрез него, при периодично снимане от специално изградени наблюдателни станции, се определя конвергенцията и формоизменението на напречното сечение. При съвременните геодезически инструменти (геодезически станции и скенери) е възможно безпризмено заснемане на контурите в избрани напречни сечения или непрекъснато по цялата дължина на изработките.

II.2.1.3. Геомеханични процеси в зоната на влияние на добивните работи от съседни пластове

При разработване на два и повече пласта в свита се извършва многократно подработване и надработване на скалния масив, което води до повторение и активизация на геомеханичните процеси в близост до изработките. Степента на тази активизация е толкова по-голяма, колкото е по-малко междупластието и колкото са по-здрави вместващите скали [5]. Тя се изразява в промяна на формата и размерите на зоните на влияние на добивните работи, нарушаване на скалите от междупластието, увеличаване степента на нарушеност на изработките. На фиг. II.12 е показана обобщената схема на влияние на добивните работи от съседен пласт (съгласно [4 и 47]) върху напрегнатото състояние на масива около него.



фиг. II.12. Обобщена схема на влияние на добивните работи от съседен пласт

Подработваният и надработваният скален масив изпитват влиянието на три редуващи се зони с различен характер на напрегнатото състояние:

- зона на смачкване (пред подработващия/надработващия фронт);
- зона на разтоварване (над/под фронта);
- зона на уплътняване (зад фронта).

Размерите на тези зони както в посока на напредването на фронта, така и напречно на нея, са различни и зависят от редица природни и минно-технически фактори (размер на междупластието, дълбочина на разработване, нарушеност на масива, физико-механични свойства на скалите, система на разработване, начин на управление на горнището, изземвана мощност и т.н.).

Като резултат от многобройни изследвания и натурни наблюдения в [47] се предлагат типови криви на деформациите в трите зони, както при подработване, така и при надработване.

В условията на подработване на изработките

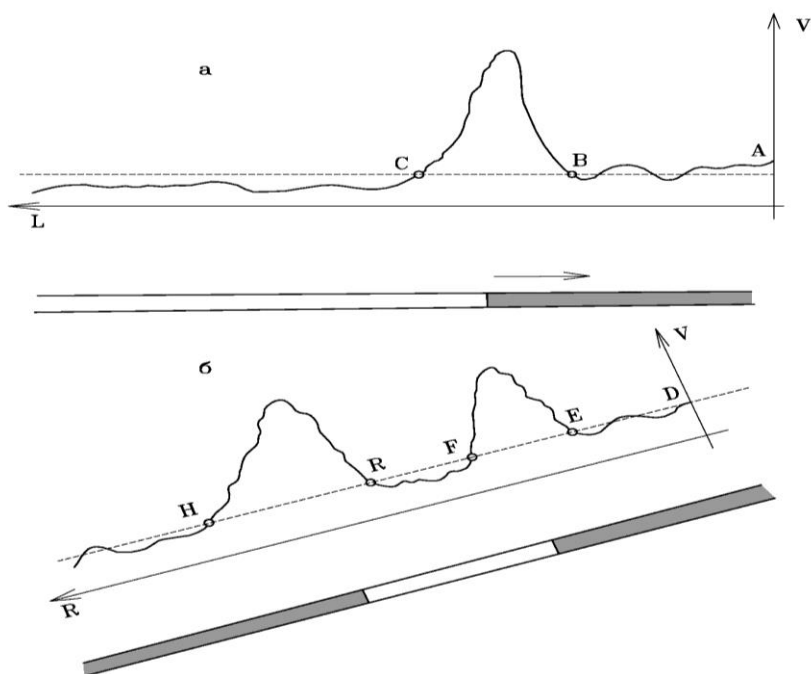
Зоната на смачкване (на натиск) се разпростира [26] пред подработващия фронт на разстояние, което е равно на дължината на зоната на опорния натиск (фиг. II.12), като максималната стойност на напреженията се наблюдава на около 5 метра пред фронта. Извършва се уплътняване на пласта и вместващите скали, а в околността на максималните напрежения активно се образуват газопроводящи пукнатини. Подработваните изработки, намиращи се в тази зона, при слаби вместващи скали, търпят пластични деформации – навлизане на скалите от стените в изработките, подуване и т.н. Като правило преместванията, вследствие подуването, са $1,3 \div 1,5$ пъти по-големи в сравнение с тези от горнището и стените [6].

Напуканият масив представлява частично разрушено тяло, което притежава значителна съпротивителна способност на натиск и неголяма – на опън. Ето защо при подработване на изработка, чиято ос е перпендикулярна на подработващия фронт, и поради това, че пукнатините са успоредни на оста ѝ, преместванията по отслабващите плоскости се проявяват по-силно.

В зоната на разтоварване (фиг. II.12) се извършва разширение на пласта и вместващите скали, като в зависимост от мощността на междупластието то е най-интензивно на разстояние от 10-15 до 25-45 метра зад забоя на подработващия фронт [26]. След това интензивността намалява със затихващ характер и скалният масив преминава в състояние на уплътняване.

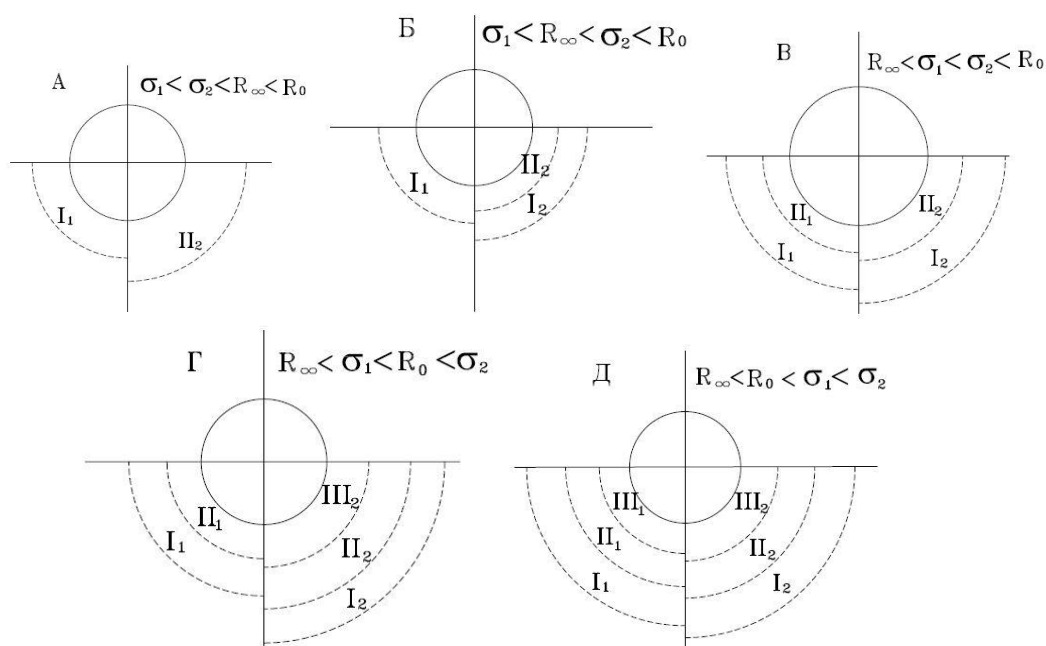
Скоростта на преместване на скалите в подработваните изработки в участъка на влияние на временния опорен натиск нараства от една приблизително постоянна стойност [5] до максималната, която се проявява в близост до проекцията на подработващия фронт (фиг. II.13а).

На фиг. II.13 е показано изменението на скоростите на преместванията в масива над подработващия пласт в сечението по простиране (фиг. II.13а) и по западане (фиг. II.13б). в участъците C-L и F-G стойността на скоростите е по-малка, отколкото извън зоните на влияние на подработването.



фиг. II.13. Изменение на скоростта на преместванията над подработващия пласт

В зависимост от величините на напреженията около изработките преди подработването (σ_1) и след него (σ_2) и дълговременната якост (R_∞) и мигновената якост (R_0) на скалите около изработките, характерът на деформирането на скалния масив в зоната на влияние на подработването е различна. Според [5] тези разлики личат от показаните на фиг. II.20 случаи.



фиг. II.14. Зони на деформиране на масива в зоната на подработване

На фиг. II.14 са означени:

- I – зоната на еластични деформации извън и в зоната на влияние на подработване;
- II – зоната на продължително разрушаване извън и в зоната на влияние;
- III – зоната на мигновеното разрушаване извън и в зоната на влияние;
- индекс 1 – преди подработването;
- индекс 2 – след него.

Степента на влияние на подработването зависи от [25]:

- мощността на междупластието;
- дълбочината на залягане на подработващия пласт;
- устойчивостта на вместиците изработката скали;
- изземваната мощност на подработващия пласт;
- начина на поддържане на изработките и състоянието им до подработването;
- типа на крепежа на подработваната изработка.

Резултатите от подработването са [41]:

- повишаване на концентрацията на напреженията пред подработващия фронт;
- разслояване на масива;
- движения на скалите в масива;
- снижаване на механичната якост на въглицата в подработваните пластове;

- разтоварване на масива от напреженията в подработваната зона.

В условията на надработване на изработките

В зоната на смачкване (фиг. II.12) мястото на максималната стойност на напреженията в надработвания пласт зависи от величината на междупластието, като за междупластие с мощност от 50 до 100 метра, максималната стойност се намира на разстояние от 10 метра пред до 10 метра зад проекцията на надработващия фронт. Началото на същата зона е на разстояние, равно на зоната на влияние на временния опорен натиск [6].

Деформациите в зоната на разтоварване се изразяват в разширения на надработвания пласт за сметка на увеличената пористост на скалите от надработвания масив.

Зоната на уплътняване започва на разстояние около 80 метра от проекцията на надработващия фронт [26]. Тук изработките са в по-добро състояние отколкото преди надработването. При вторично надработване максималните стойности на деформациите са няколкократно по-малки от тези при първичното.

Ето защо надработването е най-честият начин за разтоварване на скалния масив от повишаване и концентрация на напреженията в него с цел опазване на изработките, предотвратяване на динамични прояви на скалния натиск и т.н.

Освен от основните фактори (дълбочина на разработване, якостни свойства на скалите от междупластието, височина на надработване и т.н.), състоянието на надработваните изработки зависи и от разположението им спрямо надработващия фронт. Когато изработката е под фронта (т.е. в зоната на пълно надработване), тя изпитва влиянието само на временния опорен натиск, а когато е под края на фронта (в зоната на непълно надработване), тя изпитва влиянието и на остатъчния опорен натиск, което влияние е по-продължително и довежда до по-значителни деформации [6].

Въздействието на добивните работи от по-горен пласт върху състоянието на изработките се изразява в [25] чрез:

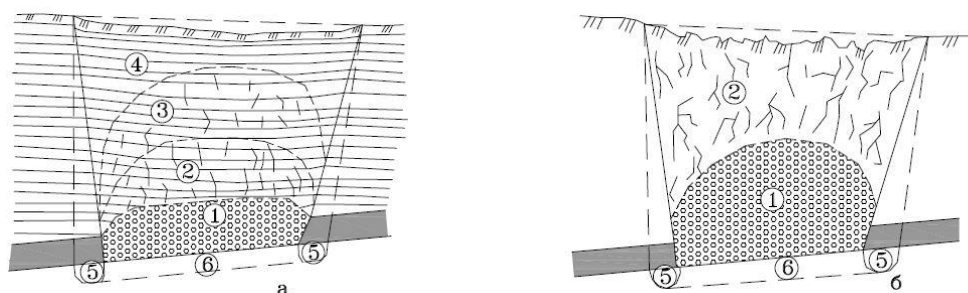
- понижаване на концентрацията на опорния натиск пред надработващия фронт (в по-малка степен отколкото при подработването);
- разтоварване от напреженията от надработвания масив;
- деформации на разширяване на скалите вследствие намаляване на натисковите напрежения.

Степента на изява на тези процеси в изработките зависи от начина на тяхното опазване. В [83] се счита за нецелесъобразно оставянето на целици в надработващия пласт, поради създаване с това на зона на концентрация на

напреженията. Препоръчва се опазването да става с разтоварване на масива (за скали със средна и ниска устойчивост), като над изработката се из земе ивица от въглищния пласт с ширина, равна на разстоянието между крайните опазвани изработки (ако се опазват две или повече изработки) плюс още 80 метра.

II.2.2. Геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни рудни находища

При разработването на находищата се създават празни пространства, с което се променя съществуващото естествено напрегнато състояние на скалния масив. При достигане до критични размери на тези пространства за дадени геоложки и минно-технически условия, се нарушава устойчивостта на вместващите скали, вследствие на което те започват да се движат. Процесът се развива в масива и при определени условия достига до земната повърхност [38]. Характеризира се с области на движение (зони на движение), които са различни за пластовите и за непластовите рудни находища, (фиг.II.15) [76]:



фиг.II.15. Зони на движение при рудни находища

1. Зона на безпорядъчно движение ($2 \div 3m$; m – изземвана мощност)
2. Зона на големи пукнатини и разкъсвания ($6 \div 12m$);
3. Зона на малки пукнатини ($30 \div 40m$);
4. Зона на плавни движения ($30 \div 40m$);
5. Зона на опорен натиск;
6. Зона на разтоварване.

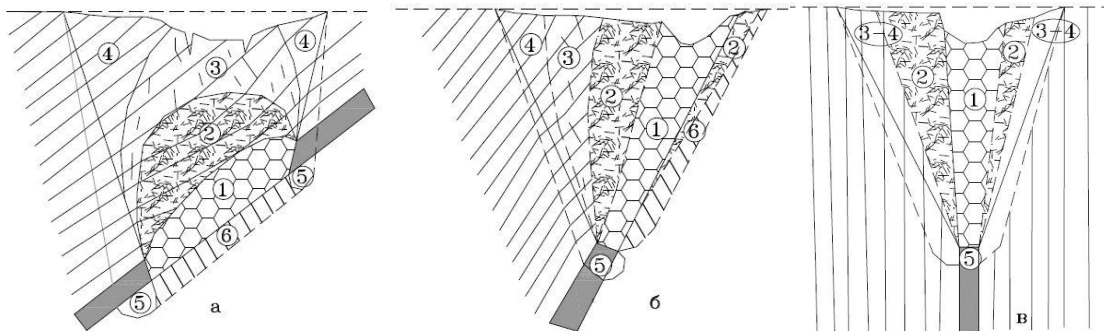
Схемите на развитие на процеса на движение на скалите зависят от:

- Наклон на рудните тела;
- Структурен строеж на скалния масив;
- Якостни характеристики на скалния масив.

Има съществени разлики в схемите на развитие на процеса при находища със слоист и с неслоист строеж:

При находища със слоист строеж (около 78% от разработваните находища у нас имат слоист строеж) редът на зоните (фиг.П.16а, б, в) е:

1. Зона на безпорядъчно обрушаване (движения);
2. Зона на големи пукнатини и разкъсвания;
3. Зона на пукнатини;
4. Зона на плавни движения;
5. Зона на опорен натиск;
6. Зона на разтоварване.
- 7.



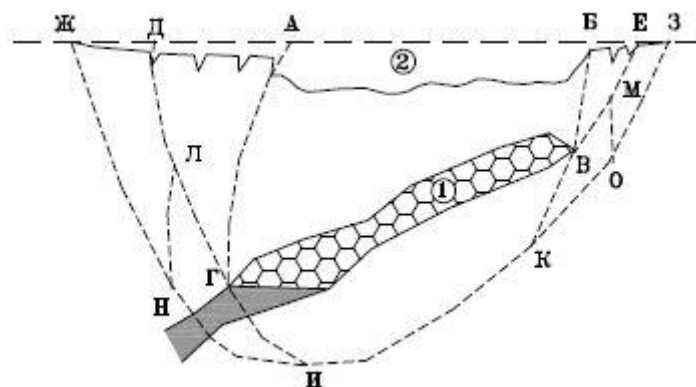
Зони на движение при находища със слоист строеж:

фиг.П.16.а

фиг.П.16.б

фиг.П.16.в

С увеличаване на размера на отработеното пространство става преразпределение на напреженията в масива. Скалите от горнището и долнището частично се освобождават от напреженията и се оказват в *зоната на разтоварване* по контура АГИКВБ [45], (фиг.П.17).



фиг.П.17. Зона на разтоварване по контура АГИКВБ

Масивът по контура на изработката в план поема тежестта на зависващите скали и е подложен на допълнително натоварване, в резултат на което се образуват *зони на опорен натиск* по контурите ЛНИГ и МОКВ.

В зоната на разтоварване възникват напрежения и деформации на опън, а в зоните на опорен натиск – на натиск по нормалата на напластяването.

Подобна картина на преразпределение на напреженията е характерна за началния етап на разработване на всички залежи.

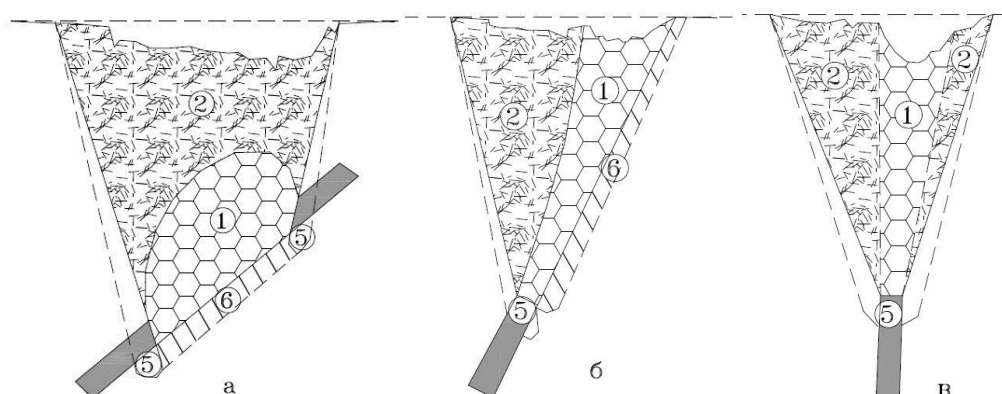
След достигане на определени размери на отработеното пространство провисващото горнище се обрушава. Тези размери се предвиждат, но най-често се определят експериментално.

Признак на предстоящо обрушаване е разделянето на скалите на отделни несвързани блокове. Наличието на пукнатини не е достатъчен критерий за това обрушаване.

След обрушаването се образува свод, запълнен с обрушени скали. При малки размери на отработеното пространство и по-големи дълбочини на разработване процесът на движение на скалите може и да не достигне до земната повърхност.

При разработване на мощни стръмнозападащи залежи протича движение на скалите от лежащата страна. Преместванията са по повърхностите на напластяванията и предимно по отслабените контактни повърхнини на различните по своите механични свойства скали.

При находища с неслоист строеж редът на зоните (фиг. II.18а, б, в) е:



Зони на движение при находища с неслоист строеж:

фиг. II.18.а

фиг. II.18.б

фиг. II.18.в

1. Зона на безпорядъчно обрушаване (движения);
2. Зона на големи пукнатини и разкъсвания;
5. Зона на опорен натиск;
6. Зона на разтоварване.

В болшинството от случаите тук има само тези зони. Рядко (при силно напукани и тектонски нарушени вместища скали) се образуват и другите две зони (зона на пукнатини и зона на плавни движения).

Неслоистите скални масиви като правило се отличават с голяма якост и незначителна деформируемост. Затова движенията и деформациите в зоните на опорен натиск при малка и средна дълбочина не са големи, което се обяснява с незначителното развитие на зоните на плавни движения.

Скалите от горнището губят устойчивост вследствие силата на тежестта по отслабващите повърхности на масива над отработеното пространство (напуканост и геоложки нарушения). Образува се свод, чиито размери зависят от ориентирането на системите пукнатини и от съпротивлението на скалите в масива.

При стръмнозападащи рудни тела, при работа на дълбочина до 100-150 м от повърхността, се създават условия за свличане на скалите към по-долните хоризонти и се появяват зони на ями, разкъсвания и големи пукнатини и тераси на повърхността. С увеличаване на дълбочината над зоната на безпорядъчни движения скалите се движат като се огъват (разслояване, послойно придвижване) и на повърхността се образуват стъпаловидни пукнатини.

Размерите на зоната на опорния натиск зависят от:

- Якостните свойства на вместиращите скали;
- Дълбочината на минните работи.

При размери на рудните тела до 70 м по простиране и при маломощни жилни находища със здрави вместиращи скали зоната на опорния натиск не се развива значително. Ето защо практически не влияе значимо върху крепежа и устойчивостта на минните изработки.

Геомеханичната устойчивост на системата „вместиращ масив – подземни изработки” се определя [34, 35] от взаимодействието на три основни фактора:

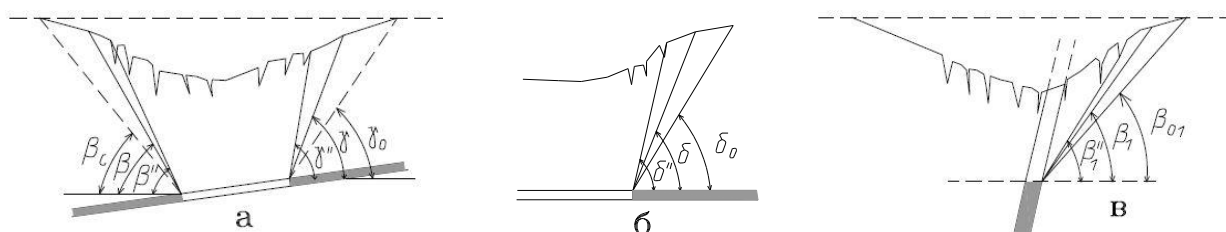
1. Напрегнато-деформирано състояние на масива;
2. Геоложки строеж, структурни особености и физико-механични свойства на скалите;
3. Ефекти на технологичните въздействия върху горните фактори.

Изследванията при рудни находища се водят главно в две направления [45]:

1. *Поведение на скалния масив* – изучават се условията за устойчивост, деформиране и движение на скалите около изработките, и взаимодействието между крепежа и скалите, с цел:
 - Установяване на оптимални параметри на системата на разработване;
 - Избор на оптимални начини на изземване на рудата;

- Правилно оразмеряване на крепенето и поддържането на минните изработки;
 - Изучаване на движенията на скалите в масива и около минните изработки.
2. *Поведение на земната повърхност, за:*
- Определяне на мерки за опазване на съоръженията на повърхността от вредното влияние на минните работи.

Движенията на скалите са основна проява на механичните процеси, протичащи в масива, след нарушаване на неговото равновесно напрегнато състояние. Основни параметри на движението на скалите са граничните ъгли, ъглите на движение и на разкъсване (фиг.П.19).



фиг.П.19. Гранични ъгли, ъгли на движение и на разкъсване

Граничните ъгли (β_0 , γ_0 , δ_0 , β_{01}) са външните по отношение на отработеното пространство ъгли, в главните сечения на мулдата между хоризонталната линия и линиите, съединяващи границата на отработеното пространство с граничните точки на движение на земната повърхност [64].

Ъглите на движение (β , γ , δ , β_1) са външните по отношение на отработеното пространство ъгли, в главните сечения на мулдата между хоризонталната линия и линиите, съединяващи границата на отработеното пространство с границата на зоната на опасни движения на земната повърхност.

Ъглите на разкъсване (β'' , γ'' , δ'' , $\beta_{1''}$) са външните по отношение на отработеното пространство ъгли, в главните сечения на мулдата между хоризонталната линия и линиите, съединяващи границата на отработеното пространство с най-близката до границата на мулдата пукнатина на земната повърхност.

За българските рудни находища са определени зависимости между граничните ъгли и ъглите на движение.

Факторите, влияещи върху процеса движение на скалите, се систематизират в две групи – Фактори на средата и Фактори на минно-техническите условия:

Към първа група (фактори на средата) се отнасят

- Структурните особености (слоистост, напуканост, тектонски нарушения);
- Физико-механичните и якостни свойства на скалите;
- Елементите на залягане (мощност, ъгъл на залягане, дълбочина);
- Хидрогеоложките условия;
- Релефът на земната повърхност;
- Дълбочината на минните работи.

Втора група включва *факторите, характеризиращи минно-техническите условия:*

- Система на разработване;
- Изземвана мощност;
- Начин на управление на скалния натиск (крепене, обрушаване, запълване);
- Форма и размери на добивните пространства, както и тяхната взаимна конфигурация;
- Пълнота на изземване;
- Скорост на изземване;
- Наличие на целици (или неиззети участъци);
- Ред на водене на минните работи.

Главни фактори, с влияние върху движението на скалите, са:

- Начинът на управление на скалния натиск;
- Физико-механичните свойства на скалите и структурните особености на масива;
- Елементите на залягане на находището;
- Системата на разработване.

Важен фактор е пукнатинната тектоника тъй като формата, размерите и взаимното положение на отделните части (блокове) определят структурата на скалния масив. Това е пространствената ориентировка на отслабващите равнини в масива. За детайлното ѝ изучаване се извършват масови замери (ъгъл на наклона и азимут на простирането на системите пукнатини) в изработките и на земната повърхност и след това се построяват кръгови диаграми.

При камерно-стълбова система, при добре оразмерени целици, деформации и разкъсвания не се образуват. Това е най-сигурният начин за опазване на обектите и съоръженията на повърхността. Но поради загубите в целиците, тази система е най-скъпа.

При система със запълване за рудни стръмни находища запълването има важно значение. Ако е изпълнено качествено, може да не започне процес на движение. Ако е неравномерно, запълнението играе ролята на целици.

Затихването на процеса на движение на скалите и на земната повърхност се определя чрез инструментални наблюдения след преустановяване на добивните работи или след преминаването им на дълбочина, по-голяма от безопасната.

Състоянието на устойчивост на системата „вместващи скали – подземни изработки” в геомеханиката се оценява преди всичко на база отношението между якостните свойства на масива и големината на действащите напрежения, предизвикани от технологичните въздействия [68].

Съществуват методи за определяне на физико-механичните свойства на скалния масив в руднични условия (*in situ*), но те са много трудоемки и скъпи [78, 77]. Голяма част от тях са разгледани в т.П.1.

Има и методи за преминаване от физико-механичните показатели, чрез изследвания на скални образци в лабораторни условия, към якостните свойства на скалите в масива.

Важно място в комплекса от методи заемат и маркшайдерските изследвания.

П.2.3. Маркшайдерски измервания за изследване на геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни находища

При изучаване на геомеханичните процеси, протичащи в скалния масив и на земната повърхност, при подземно разработване на находища, маркшайдерските наблюдения включват:

- Проектиране на параметрите на наблюдателната станция съобразно конкретните условия и целта на наблюденията;
- Избор на методи на измерване и съответстващите им по точност инструменти ;
- Извършване на измервания;
- Анализ на резултатите и последваща обработка;
- Интерпретация на крайните резултати;
- Прогнозиране развитието на наблюдаваните процеси в пространството и времето.

Чрез тази специална информационно-аналитична система за наблюдение, контрол и оценка на състоянието на скалния масив [50] се получават крайни резултати относно оценката на текущата геомеханична ситуация, прогнозата за развитието ѝ, препоръките за последваща безопасна работа.

Основен източник на информация за процесите в масива са инструменталните маркшайдерски наблюдения.

В зависимост от предназначението, конструкцията и срокът им на съществуване, наблюдателните станции биват [64, 68]:

1. *Дълговременна наблюдателна станция* – за определяне на параметрите на процеса на движение на скалите в масива и земната повърхност; за установяване на характера на разпределение на деформациите в мулдата на движение при свита от пластове (жили) или по един пласт на няколко хоризонта. Продължителност – повече от три години.
2. *Наблюдателна станция (регулярна, обикновена)* – за получаване на основните параметри на процеса при един или два пласта (жили) на един хоризонт. Продължителност – от една до три години.
3. *Кратковременна наблюдателна станция* – за определяне на отделни параметри на процеса (ъгли на движение, скорост на слягане и на хоризонтални движения и т.н.). Продължителност – в зависимост от конкретните условия, обикновено до няколко месеца.
4. *Специална наблюдателна станция* – за детайлно изучаване на отделни въпроси, свързани с движението на скалите и земната повърхност, опазването на конкретни съоръжения, минни изработки, природни обекти. Продължителност – в зависимост от поставените цели.
5. *Комплексна наблюдателна станция* – представлява система от репери в скалния масив (в сондажи, по крепежа и сечението на минни изработки) и на земната повърхност, разположени в определен ред и обвързани (като интерпретация) помежду си.

Обекти на маркшайдерските измервания са:

- Преместванията на наблюдавани точки и деформациите в масива и на земната повърхност;
- Изменението на формата и размерите на сечението на подземните изработки;
- Конвергенцията в изработките.

Измерванията са ъглови, дължинни и височинни, като в зависимост от необходимостта се извършват с инструменти с подходящи технически характеристики, обикновено в единната за рудника координатна система.

За получаване на надеждни резултати е необходимо измерванията да се извършват със съответната точност. Необходимата точност на измерване се задава предварително (по съответна инструкция) или се определя експертно (по наблюдения от практиката).

Честотата (интервалът между отделните измервания) зависи от скоростта на наблюдаваните премествания и от възприетата точност на измерване.

В резултат на извършените маркшайдерски измервания и правилната интерпретация на резултатите от тях, се определят:

1. При наблюдения в единична изработка:

- абсолютните премествания на характерни точки от сечението на изработката и от масива;
- размерите на зоните в скалния масив около изработката с различно деформационно състояние (фиг. II.5, фиг. II.6 и фиг. II.7);
- зоната на влияние на собствения забой на изработката (дължина на зоната, скорост на затихване на деформациите и т.н.).

2. При наблюдения в изработки, подложени на влиянието на добивни работи от собствения пласт:

- абсолютните премествания на характерни точки от сечението на изработките и от масива;
- началото на зоната на опорния натиск (т.А на фиг. II.10);
- ширината на зоната на вредно влияние на добивните работи (т.В на фиг. II.10);
- конвергенцията;
- формоизменението на сечението на изработката;
- относителния дял на подуването (чрез измерване на абсолютни премествания);
- промяната на размерите на зоните с различно деформационно състояние (от фиг. II.5, фиг. II.6 и фиг. II.7) под влияние на добивните работи в пласта;
- изменението на скоростта на сближение на стените на изработката през целия срок на съществуването ѝ и т.н.

3. При наблюдения в изработки, подложени на влиянието на добивни работи от съседни пластове:

- абсолютните премествания на характерни точки от сечението на изработките и от масива;
- измененията на размерите на зоните с различно напрегнато-деформирано състояние около изработките;
- измененията на размерите и формата на сечението на изработките като функция на отстоянието им от влияещите фронтове от съседни пластове;

- момента на преминаване на вълната на вредно влияние от фронтите от съседни пластове в изработките чрез определяне на скоростите на движение на вместиращите скали (фиг. II.13).

При измерванията, свързани с определяне на абсолютните премествания, трябва да се има предвид, че всяка точка е подложена на въздействие както на гравитационните сили, вследствие на влиянието на съседни изработки, така и на опорния натиск, обусловен от преразпределение на напреженията в скалите около изработките [5].

Маркшайдерското осигуряване за изследване на напрегнато- деформираното състояние на масива може да се разглежда в два аспекта:

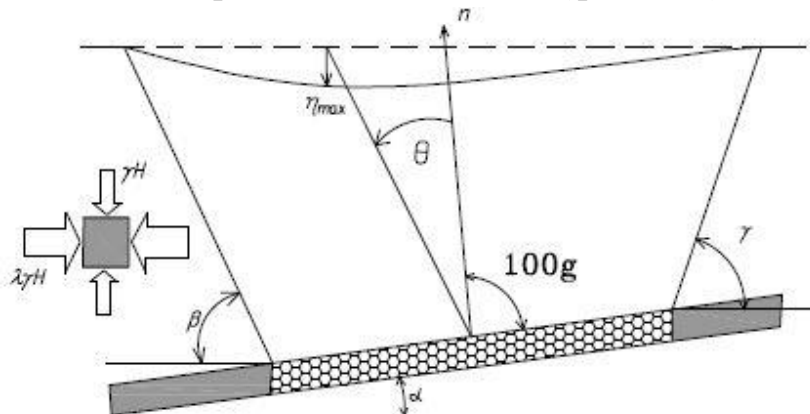
1. Оразмеряване на зоните на влияние и опасните зони с оглед избор на безопасно място на изработките.
2. Определяне на степента на влияние на процесите в масива и в изработките върху тяхната безопасна експлоатация.

Опасните зони и зоните на влияние според повечето автори се определят чрез геометрични построения, чиито елементи [16] са в зависимост от дълбочината на залягане, величината на междупластиято, изземваната мощност и ъглите на движение на скалите за конкретния басейн.

За рудни находища, освен за гореспоменатите вече обекти и резултати от измервания, маркшайдерските наблюдения за движението на скалите без обрушаване на повърхността, може да бъдат използвани също и за оценка на съотношението на хоризонталните и вертикалните напрежения в масива (коэф. на страничен натиск λ) [50].

Коефициентът на страничен натиск представлява отношението на хоризонталните напрежения в масива към вертикалните.

При $\lambda > 1$ (хоризонталният натиск е по-голям от вертикалния) линията на максималните премествания (слягане) в масива се отклонява от нормалата спрямо рудното тяло към страната на западането (фиг. II.20).



фиг. II.20. Линия на максималното слягане при $\lambda > 1$

The diagram illustrates the forces on a submerged inclined pile. On the left, a pile is shown at an angle θ to the horizontal, with a maximum depth η_{max} . A unit weight of $100g$ is indicated. On the right, a square element represents the stress state, with vertical stress γH (downward), horizontal stress $\lambda \gamma H$ (lateral pressure), and shear stress τ (indicated by arrows on the faces).

57

бортовете. Определящи за това са видовете скали с характерните за тях физико-механични свойства, технологичните условия, геоложките условия и т.н. Изменението на напреженията в масива предизвиква придвижване на скалите към издетото пространство. Ако се определят действащите при това движение напрежения, може да се пресметнат деформациите и съответно възможното нарушаване на устойчивостта.

За да се решават ефективно проблемите на устойчивостта е необходимо да се познава средата.

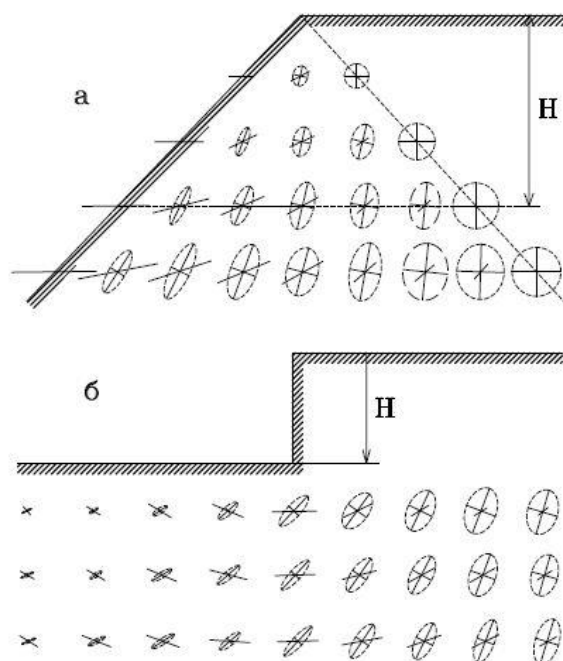
При действие в скалния масив само на вертикално натоварване, което предизвиква напрежение σ_1 , в него възникват напрежения $\sigma_2 = \sigma_3$ на страничен натиск [75]. Големината им зависи от свойствата на скалите: модул на еластичност E , коефициент на Поасон μ , якост на едноосов натиск σ_H и от стойността на главното напрежение σ_1 . В масива се извършва изменение на силите на страничния натиск по направление, перпендикулярно на фронта на борта. Липсват сили, които да препятстват деформирането и пълзенето към отработеното пространство [44]. Поради тази причина характерът на преразпределение на напреженията се разглежда в плоско сечение, перпендикулярно на откритата повърхност. По продължение на фронта страничният отпор е постоянен [71].

Влияещите на устойчивостта на откосите и бортовете фактори, са следните:

- характер на преразпределението на естествените напрежения в дълбочина и по височина на откоса;
- тектоника на скалния масив в района;
- якостни характеристики на скалите;
- височина и ъгъл на откоса;
- ниво на подземните води;
- натоварване на откоса;
- технологични фактори (начин на разкриване, система на разработване, размери и форма на рудника, ПВР и т.н.);
- климатични фактори (валежи, температура, релеф);
- напуканост, изветряне;
- геоложки условия и др.

Разпределението на напреженията в склоновите участъци коренно се различава от това в нормални равнинни условия [3]. Това се изразява в следното:

1. Елипсите на главните максимални и минимални напрежения постепенно се удължават и залягат с по-малък ъгъл в близост до склона (фиг. II.22);



фиг. II.22. Елипси на главните максимални и минимални напрежения

$$\sigma_{\max} = \sigma_z = \gamma H, \quad (\text{II.16})$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \gamma H,$$

където: μ – коефициент на Поасон;
 γ – обемно тегло на скалите;
 H – височина на склона.

2. Големите разлики в главните напрежения в близост до склона определят по-големите величини на максималните тангенциални напрежения ($\tau_{\max}$), които за ъгли $\alpha = 45^\circ$ се изчисляват по формулата:

$$\tau_{\max} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{1-\xi}{2} \cdot \gamma H, \quad (\text{II.17})$$

ξ – коеф. на страничен отпор.

3. Посоките на тангенциалните напрежения описват криви (най-често кръговоцилиндрични), по които възникват зони на хлъзгане, зони на пластично деформиране, когато величината на тангенциалните напрежения превиши якостта на скалите.

Подобно разпределение на напреженията определя условия за свличане или обрушаване на части от масива. Главна причина за това са гравитационните сили.

Свлачището е най-разпространеният вид деформация и е на трето място като вид природно бедствие в България (табл.ІІ.1) [53]:

Табл.ІІ.1

Природно бедствие	Година					Общо
	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2004 – 2008 г.
Свлачище	238	392	374	151	177	1332
Земетресение	31	9	3	1	14	58
Наводнение	531	1657	945	591	322	4046
Горски пожари	291	251	392	1479	582	2995
Вятърна буря	115	204	136	137	190	782
Градушка	40	45	17	13	17	132
Снегонавяване	82	121	49	68	153	473
Заледяване, измръзване	1	15	8	28	77	129
Друго природно бедствие	90	100	162	114	104	570
ОБЩО	1419	2794	2086	2582	1636	10517

ІІ.3.2. Оценка на устойчивостта на откоси. Методи

За изясняване действието на факторите, влияещи на устойчивостта на откосите и бортовете, и за определяне на най-важните параметри на деформиране на откосите се използват различни методи на наблюдения [75]:

1. Визуални – регистриране на видими на повърхността нарушения, напуканост, водни прояви;
2. Инструментални – определяне на количествени закономерности на деформирането на откосите на повърхността и в дълбочина на масива по резултатите от измервания на хоризонтални премествания и вертикални слягания. Наблюденията се извършват по наблюдателни линии (напречни и надлъжни). Установяват се движения и развитието им чрез нивелация (геометрична или тригонометрична), чрез измерване на разстояния между реперите, чрез изчислени координати на наблюдаваните точки. Чрез наблюденията се определят положението и формата на повърхнината на плъзгане, зоните на максимален натиск, на опън и на срязване, степента на деформиране и влиянието на външни фактори върху устойчивостта, уплътняването на насипищата, разуплътняването на масива и т.н.

3. Геофизични – определят се измененията във физичните полета (скрити нарушения, промени във физико-механичните свойства и т.н.) чрез ултразвуков или радиометричен метод.
4. Геоложки и хидрогеоложки – следят се структурни особености, напуканост, приток и ниво на подземни води, изветряне и др.

На базата на резултатите от извършените наблюдения се формират познания за скалния масив, за неговото поведение при различни условия, за влиянието на различни природни и технологични фактори върху него.

Следваща стъпка в изучаване на масива е прогнозиране на бъдещото му състояние, обусловено от влиянието на минните работи или екстремни природни явления и условия.

За получаването на реално възможна преценка на бъдещи стойности на изследваните параметри е необходимо създаването на адекватен модел на средата, на процеса, на влияещите фактори. За целта се прилагат различни методи на научното познание:

- Физическо моделиране;
- Моделиране с оптично-активни материали;
- Моделиране с еквивалентни материали;
- Центробежно моделиране;
- Математично моделиране.

Методите за оценка на устойчивостта се базират на анализа за съотношението на активните и задържащите сили в откосите. Разглеждат се основните условия за равновесие на телата $\sum_x = 0$, $\sum_y = 0$ и $\sum_m = 0$, където първите две условия са съответно хоризонталните и вертикалните проекции на силите, действащи върху тялото, а третото е сумата от моментите, действащи върху същото тяло [3]. Съществена особеност за методите е това, че се основават на решението на „плоска задача“ – разглеждат се силите, действащи върху надлъжни профили с ширина 1 м. При оразмеряване на противосвлачищни мероприятия обаче се решава „обемна задача“ – прави се оценка на устойчивостта на целия обем на свлачището.

Устойчивостта на откосите се оценява след избор на метод, подходящ за конкретните геоложки и инженерни условия.

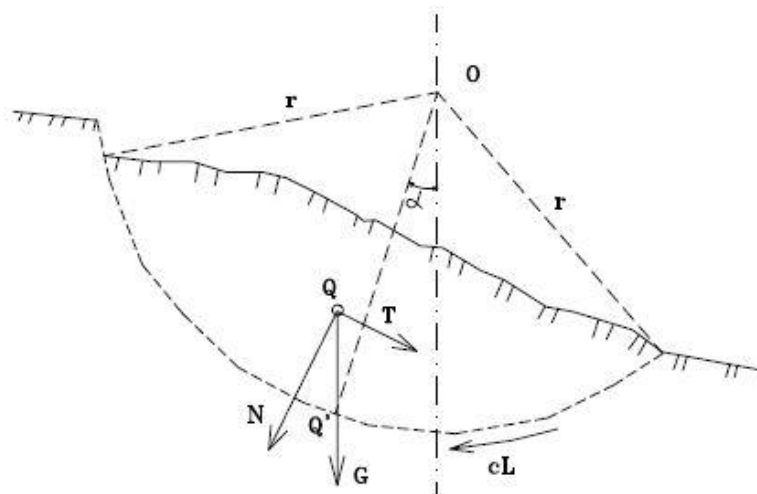
Познати са редица такива методи, които са претърпели развитие и допълване във времето от различни учени и изследователи.

Някои от тях са [3]:

1. Метод на кръговоцилиндричната повърхнина

Предложен е от К.Терцаги, допълван и усъвършенстван от Фелениус, Фрьойлих, Фисенко и др. Състои се в разбирането за формиране на

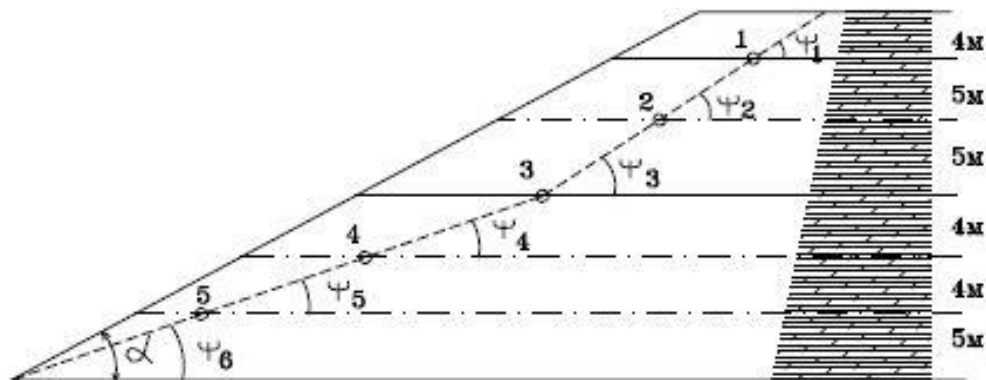
кръгоцилиндрична повърхнина на плъзгане при свлачища в еднородни склонове или откоси с близки по свойства разновидности (фиг. II.23).



фиг. II.23. Метод на кръгоцилиндричната повърхнина

2. Метод на Н. Н. Маслов (F_p метод)

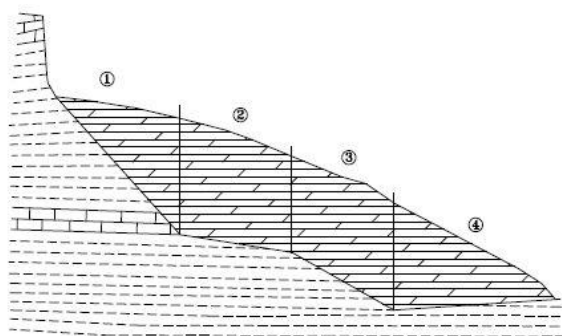
Използва се при еднородни или многослойни откоси с височина до 40-50 м за пряко определяне на устойчивите ъгли, без да се търси или прогнозира мястото на хлъзгателната повърхнина. Основава се на приемането, че за всяка точка от повърхността на свободен склон ъгълът на устойчив откос α е равен на ъгъла на срязване на почвите ψ (фиг. II.24).



фиг. II.24. Метод на Н. Н. Маслов (F_p метод)

3. Метод на Г. М. Шахунянц

Прилага се при скални и полускални склонове със слаби прослойки и предполагаема хлъзгателна повърхнина със сложна форма. Предполага се, че масивът ще се свлича като единен блок. Методът се решава аналитично или графично. Върху профил на склона, масивът над предполагаемата повърхнина на хлъзгане се разделя на вертикални ламели (фиг. II.25).



фиг. II.25. Метод на Г. М. Шахунянц

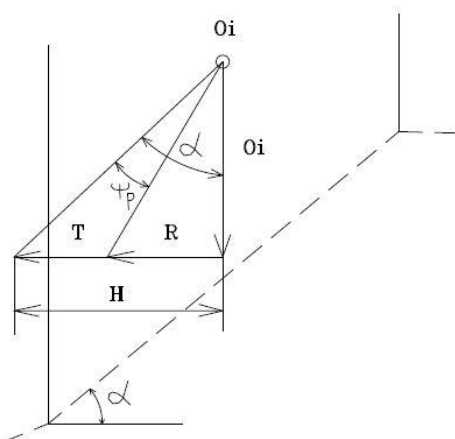
Определят се активните и задържащите сили и тяхното отношение за всяка от тях.

4. *Съкратено аналитично решение на метода на Г. М. Шахунянц (предложено от К. Ангелов и др.)*

Основава се на замяна на двата якостни параметъра (ъгъл на вътрешно триене φ и кохезия c) с тяхната равнозначна стойност на срязващото напрежение при съответния геоложки товар σ_1 . По този начин силата на свлачищния натиск за всяка ламела се определя аналитично и по-бързо, а графичното решение на Г.М.Шахунянц отпада.

5. *Метод на „хоризонталните сили“ (метод на Маслов-Берер)*

Използва се за анализ на устойчивостта на свлачища с хлъзгателни повърхнини с неправилна форма или при свлачища по слаби прослойки и коси пукнатини. Свлачищното тяло се разделя условно на ламели. Разпределението на силите върху една ламела с хлъзгателна повърхнина права линия е показано на фиг. II.26. Чрез теглото на ламелата и ъгъла на наклона на хлъзгателната повърхнина се изчислява силата на натиск която ламелата предава на съседните като хоризонтална сила.



фиг. II.26. Метод на Маслов-Берер

Изчислителни схеми за определяне на устойчивостта на бортовете и откосите в откритите рудници и кариери

Определят се общия (главния) ъгъл на устойчивост на борта (или дължината на борта) и височината на максималния вертикален откос на стъпалата и на откривните хоризонти.

Известни са различни схеми, приложими към конкретни условия. Някои от тях са следните:

- за определяне на височината на вертикален откос на откривните хоризонти (стъпала) в рудниците и кариерите;
- за изследване на устойчивостта на общия ъгъл на бортовете в рудниците и кариерите;
- за изследване на устойчивостта на бортовете в равномерно напукани масиви или сравнително еднородни хоризонтално залягащи пластове;
- за определяне на положението на вероятната хлъзгателна повърхнина в еднородни откоси;
- за изследване на устойчивостта на откоси при наличие на пукнатини, тектонски зони и слаби прослойки в масива;
- за изследване на устойчивостта на многослойни откоси със слаби прослойки (метод на Г.Георгиев).

II.3.3. Маркшайдерски измервания за изследване на геомеханични процеси при открит добив на подземни богатства

Маркшайдерските наблюдения за движение на скалите при открито разработване на подземни богатства включват [68]:

- Системни визуални наблюдения;
- Изучаване на геоложките и хидрогеоложките условия;
- Установяване на евентуални опасни зони;
- Провеждане на инструментални наблюдения;
- Проектиране на укрепването на изкуствено отслабените зони;
- Контрол на проектните параметри на рудника.

Залагат се наблюдателни станции, извършват се ъглово-линейни и височинни измервания, определят се вектори на премествания, скорости на движение и т.н.

За големи руднични райони се използват възможностите на земната и въздушна фотограметрия.

През последните години усъвършенстването на цифровите апарати, носителите на снимачна техника и софтуерните продукти за обработка на данни

са предпоставките, които дават нов тласък за развитие на въздушната фотограметрия [22]. Цифровите изображения, получени от безпилотни летателни апарати, обработени с подходящ софтуер, могат да се използват за създаване на точни ортофотопланове и числени модели на терена. Предимствата на тази фотограметрична технология са свързани с [23]:

- Висока точност на заснемане;
- Широк обхват и детайлност на заснемането;
- Многократно съкращаване на времето за полеви измервания;
- Повече варианти за визуализация на данните;
- Избягване на повторно връщане на обекта, поради пропуснати детайли от обекта;
- Изключително ефективна при заснемане на средни по големина обекти и площи;
- Пълна автоматизация за всички видове дейности;
- Безопасност при работа.

За изследване на масива се прилагат предимно геофизични методи (сеизмични, електрометрични).

Извършва се разчет на устойчивостта и се планират противосвлачищни мероприятия.

Задачата на маркшайдерската служба по осигуряване на устойчивостта на бортовете се състои в предотвратяване развитието на активния стадий на деформиране [63]. Това се постига чрез правилно проектиране и поддържане на допустими по инженерно-геоложки условия стойности на ъгъла на откоса. Маркшайдерските наблюдения се провеждат с цел контрол на степента на устойчивост.

Методиката за изучаване на свлачищни процеси, освен геомеханичните наблюдения, решава и следните въпроси [24]:

1. Математическо обосноваване и разчет на точността на геомеханичните наблюдения;
2. Разработване на проекти за опорни планово-височинни мрежи и методики за наблюдения;
3. Избор на оптимални методики за геомеханични наблюдения за повърхностните и дълбочинните премествания;
4. Механико-математическа и математико-статистическа обработка и анализ на резултатите от геомеханичните наблюдения.

Маркшайдерските наблюдения за следене на устойчивостта на бортовете могат да се разделят на две големи групи [71]:

1. *Преки наблюдения:*

- наблюдения по профилни линии на абсолютни премествания;

- наблюдения по профилни линии на относителни премествания;
- чрез различни видове геодезически засечки;
- топографски снимки (вкл. и фотограметрични) на проблемните участъци.

2. *Косвени наблюдения* (включват оценка на изменението на напрегнатото състояние на скалния масив в зоната на борта):

- радиометрични;
- електрометрични;
- ултразвукови.

Анализът на данните от наблюденията позволява да се прогнозира развитието на деформационния процес и да се вземат мерки за предотвратяване нарастването на деформациите до стойности, при които започват активните премествания, както и да се коригират проектните ъгли на бортовете.

С достатъчна за практиката точност може да се построи повърхнината на плъзгане. Чрез векторите на движение на наблюдаваните репери (успоредни на плъзгателната повърхнина) и чрез графиките на изменение на скоростите на премествания на точки от профила се установява активната част в масива. Анализът трябва да определя и влиянието на времето, на климатичните условия, на производствените процеси върху интензивността на движенията.

В други литературни източници [67] методите за изследване на устойчивостта се групират по друг начин:

1. Първа група – *Осови* (едномерни) - наблюдават се движения по отношение на зададена линия или ос:

- метод на разстоянията (измерват се разстояния по права линия между точките по направление на свлачището);
- метод на створа (измерват се напречни отклонения от створна линия);
- метод на лъчите (определя се отклонението на наблюдаваната точка от направлението на визирния лъч от неподвижна точка).

2. Втора група – *Планови* - в съчетание с височинните методи дават най-пълна картина:

- метод на линейните засечки (наблюдаваните точки се засичат дължинно от няколко известни неподвижни точки);
- метод на правите засечки (наблюдаваните точки се засичат ъглово от няколко известни неподвижни точки);
- метод на обратните засечки (от наблюдаваните точки се засичат ъглово няколко известни неподвижни точки);

- комбинирани методи (съчетават се измервания на ъгли, дължини, отклонения от створ);
- полигонов метод (чрез полигонови измервания се координират наблюдаваните точки).

3. Трета група – *Височинни*:

- геометрична нивелация (определят се височинно наблюдаваните точки чрез геометрична нивелация);
- тригонометрична нивелация (определят се височинно наблюдаваните точки чрез тригонометрична нивелация).

4. Четвърта група – *Пространствени*:

- метод на стереофотограметрията (наблюдаваните точки се координират в пространството по фотограметричен начин);
- чрез комбинация от плановите и височинните методи.

Освен избор на метод за измерване трябва да се определи и честотата и срока на провежданите наблюдения. Честотата (интервалът между отделните измервания) зависи от скоростта на наблюдаваните премествания и от възприетата точност на измерване:

- при бавно движение и груби измервания – няма смисъл от чести наблюдения;
- при бързо движение и даже груби измервания – може да се получи приблизително вярна представа за процесите в масива;
- при бавно движение и точни измервания – получава се вярна представа за процесите в масива.

Честотата трябва да се изменя в зависимост от скоростта на преместванията:

- да се увеличава в интензивните периоди на процеса;
- да се намалява в периодите на затихване на процеса.

Продължителността на наблюденията зависи от вида на наблюдавания обект, от характера на деформационния процес, от целите и задачите на комплекса от изследвания.

Обща схема на маркшайдерските измервания и резултатите от тях при подземно и при открито разработване на подземни богатства във връзка с изучаване на геомеханичното състояние на скалния масив и на земната повърхност

Начин на разработване		Маркш. измервания	Резултати
Подземен	Открит		
Въглищни и рудни находища	Единични изработки	Свлачища	Относителни и абсолютни премествания Скорости Деформации Размери на зони Гранични ъгли
	Изработки в един пласт	Бортове	
	Подработване	Насипища	
	Надработване	Кариери	
	Земна повърхност	Земна п-ст	
Съоръжения в масива и на земната повърхност		Съоръж. на земната п-ст	Ъгли на движение Ъгли на разкъсване

фиг. II.27.

На базата на разгледаните геомеханични процеси и методите за тяхното изучаване при подземно и открито разработване на въглищни и рудни находища може да се направят следните по-важни изводи:

1. Методологията на изследване на процесите в скалния масив трябва да се основава на наблюдения в естествени условия, съвместно с методи за моделиране и аналитични изследвания.

2. Резултатите от методите за изследване на напрегнатото състояние на масива в естествени условия се отнасят само за ограничени конкретни места на провеждане на експериментите. Някои от тях са трудоемки и изискват специализирана апаратура.

3. Изборът на модел на масива, физичните уравнения, крайните и гранични условия на аналитичните решения, трябва да се основават на експериментални изследвания и наблюдения, каквито могат да са и маркшайдерските.

4. Използваните за изучаване на деформационното състояние на скалния масив, при подземно и открито разработване на находища на подземни богатства, ъглово-линейни и височинни маркшайдерски измервания служат за

определяне на: линейните размери на зоните в масива с различно деформационно състояние; границите на зоните при подработване и надработване; параметрите на процеса на движение на скалите; изменението на размерите и формата на минните изработки. Чрез тях се установяват хоризонтални и вертикални премествания и техните скорости през различните стадии на деформационните процеси, за определяне на положението и формата на повърхнините на плъзгане и т.н.

5. Приложимостта на маркшайдерските методи за определяне на положението в пространството и времето на наблюдавани точки от масива, както и точността и бързината на измерванията, показват възможността за използването им при изследване на геомеханични процеси.

6. С предлагания в следващата глава метод се цели използване на резултатите от маркшайдерски измервания при оценка на геомеханичното състояние на скалния масив и характеризиране на това състояние чрез стойностите на главните деформации, техните посоки, интензивността на формоизменението и относителното изменение на площите във времето и пространството.

ГЛАВА III

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ИНВАРИАНТНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ДЕФОРМАЦИИТЕ ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ ИЗМЕРВАНИЯ

III.1. Определяне на елементите на деформации

III.1.1. Общи сведения

От непосредствени измервания е установено, че в скалния масив на неголяма дълбочина съществуват високи напрежения, надвишаващи многократно изчислените чрез силата на тежестта на горележащите скали [52]. Доказано е, че високите напрежения по-често са хоризонтални.

При изяснени посоки на главните напрежения новопрокарваните минни изработки може да се ориентират подходящо в пространството с подходящо сечение.

Нуждата от прогнозиране на деформираното състояние на скалния масив и земната повърхност налага прилагането на подходящи методи на наблюдение за установяване на съответните процеси и адекватни мероприятия за тяхното регулиране в определени граници.

Актуалността на изследванията в тази насока се определя и от това, че интензивността на процесите и характерът на изменението им във времето дефинира ефективността и безопасността на провежданите добивни работи.

В основата на изучаването на деформации се поставя принципа на инвариантност [66], т.е. изследването на геометрически или физически свойства на обекта, които не зависят от избора на координатна система. Важна роля в изследване на полета на деформации и тяхната връзка с минните работи имат геодезическите и маркшайдерските методи.

Методите за определяне на пространствените положения на точки в последните години са с многократно повишена точност. За решаване на редица задачи се прилагат както методите на класическата, така и на космическата геодезия.

Тук се разглеждат задачи, свързани с изследвания за установяване на стойностите на главните деформации, на локалните направления на главните оси на деформации и максималното преместване на фиксирани точки от земната повърхност или на точки в тунелни и други подземни минни изработки и в скалния масив и характеризиране и интерпретация на важни процеси, свързани с тези точки. Това ще позволи да се изясни напрегнато-деформираното състояние на масива за наблюдавания период, което да послужи за прогнозиране на неговото развитие в пространството и времето.

Докато в миналото деформациите са изследвани разделно – хоризонтални и вертикални, сега задачите може да се решават в тримерното пространство, с което се разширяват и възможностите за по-ефективни анализи. Във всички случаи решенията се основават на подходящи повторни или многократни измервания.

При определяне на деформации като основен елемент (елементарен елемент) се използва отделния триъгълник (с върхове върху разглеждания обект) като се приема хипотезата за локално еднородното му деформиране.

Един равнинен триъгълник е дефиниран с:

- три страни;
- две страни и заключен ъгъл между тях;
- страна и два от ъглите му (за сумата от трите ъгъла важи условието за равенство на π).

В миналото, а и сега, включването на триъгълниците в мрежа (трилатерация или триангулация), измервания и последващо изравнение на измерванията, води до редица неточности, поради отдалечението по време на измерванията в части от мрежата (т.е. от произтекли вече събития). Ето защо има разработени методи за определяне на деформации от повторни измервания само на дължините на страните на отделния триъгълник [32, 66, 27]. Тези методи са приложими и сега, тъй като прецизните далекомери осигуряват точност на измерено разстояние от порядъка на $(2-3) \cdot 10^{-7}$ при разстояния между точките до 8 км и се конкурират при тези разстояния с GPS технологиите [21].

III.1.2. Изчисляване на елементите на деформации за елементарен триъгълник от измерени дължини

В представената работа се правят сравнения и анализи на някои формули за определяне на деформации в даден участък, разглеждан с дефиниран с трите си страни триъгълник като се използват повторните им измервания. Деформациите се представят като се използва координатна система (а може и да не се използва такава), свързана само с разглеждания триъгълник и е в неговата равнина. Тези начини за определяне на деформациите може да се приложат и за GPS измервания чрез които се определят достатъчно точно земни хорди, а така също и при класически координатни определяния.

Изследваните елементи на деформациите на триъгълника ABC с върхове A, B, C , се представят с:

- относително изменение на площта – дилатация θ ;
- формоизменение – максимално преместване γ_m ;
- главни стойности на деформациите E_1 и E_2 в посоките T_1 и T_2 на главните оси.

Тъй като стойностите им не зависят от възприетата координатна система, те се наричат инвариантни характеристики на деформациите.

Главните стойности на деформациите представляват относителните изменения на дължините по направление на главните оси. Дилатацията и максималното преместване характеризират относителното изменение на площта и на формата на изследваната елементарна фигура.

Измерените елементи в триъгълника ABC за епоха t са страните a, b, c (фиг. III.1), а за епоха t' – за изместения триъгълник $A'B'C'$ са съответно a', b', c' . Въвежда се декартова правоъгълна координатна система Oxy с начало в съвпадатите точки A и A' ($O \equiv A \equiv A'$) и ос y по посока на страната b (посоките

на страните b и b' съвпадат – фиг. III.1). Ъглите в триъгълниците са означени със същите букви като върховете им.

Ъглите могат да се представят аналитично чрез съответните страни. Например за ъгъл A важи

$$\cos A = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}. \quad (\text{III.1})$$

В така въведената координатна система координатите на точките са:

$$\text{за т. } A \equiv A' \equiv 0: \quad x_A = y_A = x'_A = y'_A = 0; \quad (\text{III.2})$$

$$\text{за т. } B: \quad x_B = c \sin A; \quad y_B = c \cos A;$$

$$\text{за т. } C: \quad x_C = 0; \quad y_C = b;$$

$$\text{за т. } B': \quad x_{B'} = c' \sin A'; \quad y_{B'} = c' \cos A';$$

$$\text{за т. } C': \quad x_{C'} = 0; \quad y_{C'} = b';$$

$$c' = c + \delta c; \quad b' = b + \delta b; \quad A' = A + \delta A.$$

където δb , δc , δA са съответно изменението на страните b и c и на ъгъла A между второто и първото измерване.

Разглеждат се три варианта на предлагания метод за определяне на елементите на деформации, за които условно се въвеждат наименованията:

1. Координатен вариант – чрез предварително изчисляване на координати по формули (III.2);
2. Смесен вариант – чрез посочни ъгли и линейни деформации;
3. Директен вариант – чрез използване на измерените дължини на страните и техните линейни деформации.

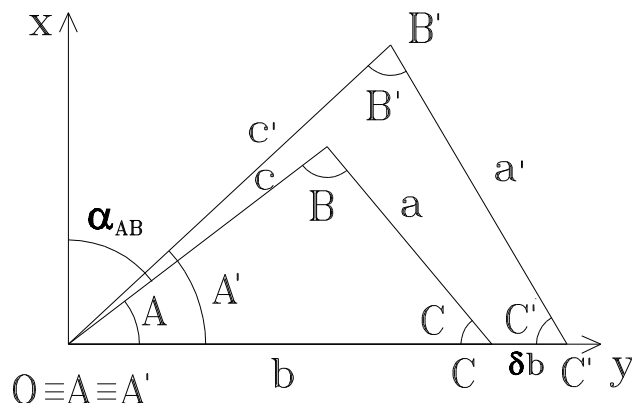
1. Координатен вариант

Търси се връзка между координатите на върховете на триъгълника, определени в двете епохи, и неизвестните величини ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} , ε_{yx} :

$$x' = (1 + \varepsilon_{xx}) \cdot x + \varepsilon_{xy} \cdot y \quad (\text{III.3})$$

$$y' = \varepsilon_{yx} \cdot x + (1 + \varepsilon_{yy}) \cdot y;$$

като формулите се прилагат за координатите на точките A , B , C и A' , B' , C' за епохите t и t' .



фиг. III.1. Триъгълник ABC с измерени елементи в две епохи

Поради преместването на точката A' в точката A , от формули (III.2) и (III.3) се съставят само 3 уравнения за определяне на неизвестните ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} , ε_{yx} и затова се използва и формулата за представяне на площния мащаб

$$(1 + \varepsilon_{xx})(1 + \varepsilon_{yy}) - \varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx} = p = \theta + 1; \quad \theta = p - 1; \quad (III.4)$$

стойността на p се определя като се използва формулата за площ на равнинен триъгълник

$$p = \frac{\sqrt{s'(s'-a')(s'-b')(s'-c')}}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}, \quad (III.5)$$

където

$$s' = \frac{1}{2}(a' + b' + c'); \quad s = \frac{1}{2}(a + b + c).$$

След това се прилагат формулите

$$E_1 = \frac{1}{2}(\theta + \gamma_m); \quad E_2 = \frac{1}{2}(\theta - \gamma_m); \quad (III.6)$$

$$\gamma_m = \left[(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \gamma_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \gamma_2 = (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx});$$

$$\operatorname{tg} 2T_E = \frac{\gamma_2}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}; \quad T_1 = T_{E_1}; \quad T_2 = T_{E_2} = T_{E_1} \pm \frac{\pi}{2}.$$

В случая на специално въведената координатна система е удобно посоката за екстремната стойност E_1 да се задава спрямо ос y (страна на триъгълника) и формулата се представя с

$$\operatorname{tg} T_b = \frac{\gamma_2}{2(E_1 + \varepsilon_b - \theta)}; \quad \varepsilon_b = \frac{\partial b}{b}; \quad (III.7)$$

като ъгълът T_b се отчита обратно на часовниковата стрелка.

2. Смесен вариант

Използват се формулите

$$\varepsilon_{ij} = \cos^2 \alpha_{ij} \varepsilon_{xx} + \sin^2 \alpha_{ij} \varepsilon_{yy} + \cos \alpha_{ij} \sin \alpha_{ij} \varepsilon_{xy}; \quad (III.8)$$

$$\varepsilon_{xy} = \gamma_2; \quad \theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}; \quad i \equiv A; \quad j \equiv B; \quad k \equiv C;$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial s_{ij}}{s_{ij}} = \frac{s'_{ij} - s_{ij}}{s_{ij}}; \quad (III.9)$$

$$\cos \alpha_{ij} = \frac{(x_j - x_i)}{s_{ij}}; \quad \sin \alpha_{ij} = \frac{(y_j - y_i)}{s_{ij}}, \quad (III.10)$$

където величините ε_{ij} се определят чрез измерените страни на триъгълника за двете епохи, а коефициентите в (III.8) пред ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} се определят по (III.10) чрез координатите за върховете на триъгълника (означени са с i, j, k) за епоха t , представени в (III.2).

След това се прилагат формули (III.6) и (III.7).

3. Директен вариант

Формулите се получават като се използват уравненията от представения координатен метод и се извършват подходящи аналитични преобразувания.

Площната деформация $\theta = p - 1$ се определя чрез предварително изчисляване на p по формули (III.5), а величините $\gamma_2 = \varepsilon_{xy}$ и γ_m по изразите:

$$\begin{aligned}\gamma_2 = \varepsilon_{xy} &= \frac{[(1 + \varepsilon_c) \cos A' - (1 + \varepsilon_b) \cos A]}{\sin A}; \\ \gamma_m &= [(2\varepsilon_b - \theta)^2 + \gamma_2^2]^{\frac{1}{2}}; \\ \varepsilon_b &= \frac{\delta b}{b}; \quad \varepsilon_c = \frac{\delta c}{c}.\end{aligned}\tag{III.11}$$

След това се определят E_1 , E_2 , T_{E1} и T_{E2} по формулите дадени в (III.6), както и T_b по (III.7).

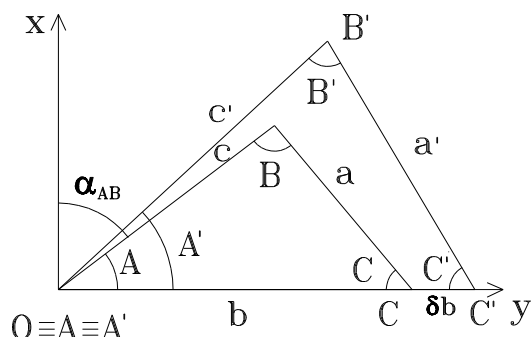
Резултатите от изчисленията по трите варианта за приет модел на триъгълник са представени в *Приложение III.1* и са напълно идентични. Решенията и проверката са извършена чрез създадена програма на MicroSoft Office Excel.

Изрично трябва да се отбележи, че при използване на специалната координатна система, взета в равнината на триъгълника, резултатите за стойностите на елементите на деформации не се влияят от нея, което е убедително доказателство, че свойствата на обекта не зависят от избора на координатна система. В случая тя е помощно средство за представяне на елементите на деформации.

За изследването на деформации се използват подходящо разположени елементарни триъгълници, покриващи определена територия (обекти), обикновено непрекъснато. Ето защо, при изследване на по-голяма площ или цялостно съоръжение, е необходимо и представяне на върховете на тези триъгълници в единна координатна система.

Този начин на определяне на деформации може да се приложи и при всички методи на измервания и определяне по изчислителен път (индиректно) на дължините на страните на разглежданите триъгълници. Достатъчно условие за това е изпълнението на условията за съответната им точност.

**Изчисляване на елементите на деформации за теренен елементарен триъгълник
(пример)**



1. Координатен вариант

Входни данни:

$a = 1670,814 \text{ м}$	$a' = 1670,782 \text{ м}$	$da = -0,0000191523$
$b = 2494,693 \text{ м}$	$b' = 2494,713 \text{ м}$	$db = 0,0000080170$
$c = 2086,616 \text{ м}$	$c' = 2086,638 \text{ м}$	$dc = 0,0000105434$

Изчисляване на координати:

$X_A = 0,000 \text{ м}$	$X_{A'} = 0,000 \text{ м}$
$Y_A = 0,000 \text{ м}$	$Y_{A'} = 0,000 \text{ м}$
$X_B = 1385,232 \text{ м}$	$X_{B'} = 1385,211 \text{ м}$
$Y_B = 1560,481 \text{ м}$	$Y_{B'} = 1560,528 \text{ м}$
$X_C = 0,000 \text{ м}$	$X_{C'} = 0,000 \text{ м}$
$Y_C = 2494,693 \text{ м}$	$Y_{C'} = 2494,713 \text{ м}$
$A = 46,2170^\circ$	$A' = 46,2156^\circ$

Изчисляване на допълнителни елементи:

$s = 3126,0615 \text{ м}$
$s' = 3126,0665 \text{ м}$
$p = 0,9999934556$
$\theta = -0,0000065444$

Изчисляване на неизвестните ϵ_{xx} , ϵ_{xy} , ϵ_{yy} , ϵ_{yx} (формулите се прилагат за т.В и за т.С):

$$X' = (1 + \epsilon_{xx}) \cdot X + \epsilon_{xy} \cdot Y$$

$$Y' = \epsilon_{yx} \cdot X + (1 + \epsilon_{yy}) \cdot Y$$

$$1 + \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} = p = \theta + 1$$

Система уравнения:

- 1) $c' \cdot \sin A' = XB + \epsilon_{xx} \cdot XB + \epsilon_{xy} \cdot YB$
- 2) $c' \cdot \cos A' = \epsilon_{yx} \cdot XB + YB + \epsilon_{yy} \cdot YB$
- 3) $b' = \epsilon_{yx} \cdot XC + YC + \epsilon_{yy} \cdot YC$
- 4) $1 + \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} = p = \theta + 1$

Решение:

$\epsilon_{xx} = -0,0000145614198978$
$\epsilon_{xy} = 0,00000000001036287$
$\epsilon_{yy} = 0,0000080170185270$
$\epsilon_{yx} = 0,0000251308058178$

Изчисляване на елементите на деформации:

$E_1 = 0,0000136197$	$\theta = -0,0000065444$
$E_2 = -0,0000201641$	$T_b = 26,701350^\circ$ (ъгъл спрямо страната b – обратно на час.стрелка)
$\gamma_m = 0,0000337838$	$Fi = 73,298650^\circ$ (посочен ъгъл спрямо условия X)
$\gamma_2 = 0,0000251309$	

2. Смесен вариант

Изчисляване на неизвестните ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{xy} (формулата се прилага за страните a , b и c):

$$\epsilon_{ij} = (\cos\alpha_{ij})^2 \cdot \epsilon_{xx} + (\sin\alpha_{ij})^2 \cdot \epsilon_{yy} + \cos\alpha_{ij} \cdot \sin\alpha_{ij} \cdot \epsilon_{xy}$$

където $i=A$; $j=B$; $k=C$

за страната А – В:

$$\epsilon_{AB} = 0,0000105434$$

$$\cos\alpha_{AB} = 0,6638651349$$

$$\sin\alpha_{AB} = 0,7478523134$$

за страната А – С:

$$\epsilon_{AC} = 0,0000080170$$

$$\cos\alpha_{AC} = 0,0000000000$$

$$\sin\alpha_{AC} = 1,0000000000$$

за страната В – С:

$$\epsilon_{BC} = -0,0000191523$$

$$\cos\alpha_{BC} = -0,8290758949$$

$$\sin\alpha_{BC} = 0,5591360841$$

Система уравнения:

$$1) \epsilon_{AB} = (\cos\alpha_{AB})^2 \cdot \epsilon_{xx} + (\sin\alpha_{AB})^2 \cdot \epsilon_{yy} + \cos\alpha_{AB} \cdot \sin\alpha_{AB} \cdot \epsilon_{xy}$$

$$2) \epsilon_{AC} = (\cos\alpha_{AC})^2 \cdot \epsilon_{xx} + (\sin\alpha_{AC})^2 \cdot \epsilon_{yy} + \cos\alpha_{AC} \cdot \sin\alpha_{AC} \cdot \epsilon_{xy}$$

$$3) \epsilon_{BC} = (\cos\alpha_{BC})^2 \cdot \epsilon_{xx} + (\sin\alpha_{BC})^2 \cdot \epsilon_{yy} + \cos\alpha_{BC} \cdot \sin\alpha_{BC} \cdot \epsilon_{xy}$$

Решение:

$$\epsilon_{xx} = -0,0000145611$$

$$\epsilon_{yy} = 0,0000080170$$

$$\epsilon_{xy} = 0,0000251311$$

Изчисляване на елементите на деформации:

$$E_1 = 0,0000136199$$

$$\theta = -0,0000065441$$

$$E_2 = -0,0000201639$$

$$T_b = 26,701714^g \text{ (ъгъл спрямо страната } b \text{ – обратно на час.стрелка)}$$

$$\gamma_m = 0,0000337838$$

$$\gamma_2 = 0,0000251311$$

$$Fi = 73,298286^g \text{ (посочен ъгъл спрямо условия X)}$$

3. Директен вариант

Изчисляване на елементите на деформации:

$$E_1 = 0,0000136197$$

$$\theta = -0,0000065444$$

$$E_2 = -0,0000201641$$

$$T_b = 26,701285^g \text{ (ъгъл спрямо страната } b \text{ – обратно на час.стрелка)}$$

$$\gamma_m = 0,0000337838$$

$$\gamma_2 = 0,0000251308$$

$$Fi = 73,298715^g \text{ (посочен ъгъл спрямо условия X)}$$

Крайни резултати от трите варианта

	Координатен вариант	Смесен вариант	Директен вариант
$E_1 =$	0,0000136197	0,0000136199	0,0000136197
$E_2 =$	-0,0000201641	-0,0000201639	-0,0000201641
$\theta =$	-0,0000065444	-0,0000065441	-0,0000065444
$\gamma_2 =$	0,0000251309	0,0000251311	0,0000251308
$\gamma_m =$	0,0000337838	0,0000337838	0,0000337838
$T_b =$	26,701350	26,701714	26,701285
$Fi =$	73,298650	73,298286	73,298715

Изчислените стойности на елементите на деформации се отнасят за цялата площ на изследвания триъгълник в неговата равнина, но се отбелязват в центъра на тежестта му (пресечната точка на медианите) с координати:

$$X_{цт} = 461,744 \text{ м}; \quad Y_{цт} = 1351,725 \text{ м};$$

Получената стойност за T_b може да се трасира в реални условия или да се изобрази в използваната за представяне на триъгълника (триъгълниците)

проекция. Посоката може и да се премести успоредно, за да мине през центъра на тежестта на триъгълника при графическото ѝ представяне.

III.2. Оценка на точността на определените елементи на деформации

III.2.1. Предварителни сведения

Определянето на средните квадратни грешки на елементите на деформации (θ , γ_m , γ_2 , E_1 , E_2 , T_{E1} , T_{E2}) е важен момент от цялостния процес на изследването им. При приет критерий за точността в определянето на елементите на деформации, може да се подбира и подходящ по точност метод на директните измервания. Разбира се тази точност е ограничена от възможната точност на тези методи.

Най-подходящи за определянето на грешките са формулите за директното изчисляване на елементите на деформации – (III.4), (III.5), (III.6), (III.7).

В зависимост от начина на определяне на дължините на страните – от директно измерване или чрез предварителни координатни изчисления на върховете на разглеждания триъгълник (индиректно определяне на дължини), се явяват различни подходи при определяне на споменатите грешки.

I Вариант – триъгълник с директно измерени страни;

II Вариант – триъгълник с изчислени страни чрез предварително определени пространствени декартови координати на върховете на триъгълника.

За прилагане на посочените варианти трябва да се разполага с частните производни на елементите на деформациите относно измерените страни на триъгълника в различните епохи и затова тези изводи се правят предварително.

В тази връзка са изведени следните аналитични диференциални формули:

III.2.2. Аналитични диференциални формули

Представени са диференциалните формули за $d\theta$, $d\gamma_2$, $d\gamma_m$, dE_1 , $d(2T_E)$:

$$d\theta = (1 + \theta) \left\{ -\frac{a \cos A}{bc \sin^2 A} da - \left[\frac{1}{b} + \frac{\cos A}{bc \sin^2 A} (c \cos A - b) \right] db - \left[\frac{1}{c} + \frac{\cos A}{bc \sin^2 A} (b \cos A - c) \right] dc + \right. \\ \left. + \frac{a' \cos A'}{b'c' \sin^2 A'} da' + \left[\frac{1}{b'} + \frac{\cos A'}{b'c' \sin^2 A'} (c' \cos A' - b') \right] db' + \left[\frac{1}{c'} + \frac{\cos A'}{b'c' \sin^2 A'} (b' \cos A' - c') \right] dc' \right\} = \\ = m_1 da + m_2 db + m_3 dc + m_4 da' + m_5 db' + m_6 dc'; \quad (III.12)$$

$$d\gamma_2 = \left[(1 + \varepsilon_b) - \gamma_2 \frac{\cos A}{\sin A} \right] \frac{a}{bc \sin A} da + \left\{ \frac{b'}{b^2} \frac{\cos A}{\sin A} + \left[(1 + \varepsilon_b) - \gamma_2 \frac{\cos A}{\sin A} \right] \frac{1}{bc \sin A} (c \cos A - b) \right\} db + \\ + \left\{ -\frac{c'}{c^2} \frac{\cos A'}{\sin A} + \left[(1 + \varepsilon_b) - \gamma_2 \frac{\cos A}{\sin A} \right] \frac{1}{bc \sin A} (b \cos A - c) \right\} dc + \\ - (1 + \varepsilon_b) \frac{a'}{b'c' \sin A} da' + \left[\frac{1}{b} \frac{\cos A}{\sin A} + (1 + \varepsilon_b) \frac{(c' \cos A' - b')}{b'c' \sin A} \right] db' + \left[\frac{1}{c} \frac{\cos A'}{\sin A} - (1 + \varepsilon_b) \frac{(b' \cos A' - c')}{b'c' \sin A} \right] dc' = \\ = n_1 da + n_2 db + n_3 dc + n_4 da' + n_5 db' + n_6 dc'; \quad (III.13)$$

$$d\gamma_m = \frac{1}{\gamma_m} [(2\varepsilon_b - \theta)(2d\varepsilon_b - d\theta) + \gamma_2 d\gamma_2] =$$

$$\begin{aligned}
&= \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_1 \right] da + \left[-\frac{2b'(2\varepsilon_b - \theta)}{b^2 \gamma_m} - \frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_2 \right] db + \\
&+ \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_3 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_3 \right] dc + \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_4 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_4 \right] da' + \\
&+ \left[\frac{2(2\varepsilon_b - \theta)}{\gamma_m} \frac{1}{b} - \frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_5 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_5 \right] db' + \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_6 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_6 \right] dc' = \\
&= p_1 da + p_2 db + p_3 dc + p_4 da' + p_5 db' + p_6 dc';
\end{aligned} \tag{III.14}$$

$$\begin{aligned}
dE_1 &= \frac{1}{2} d\theta + \frac{1}{2} d\gamma_m = \frac{1}{2} [(m_1 + p_1) da + (m_2 + p_2) db + (m_3 + p_3) dc + \\
&\quad + (m_4 + p_4) da' + (m_5 + p_5) db' + (m_6 + p_6) dc'] = \\
&= k_1 da + k_2 db + k_3 dc + k_4 da' + k_5 db' + k_6 dc';
\end{aligned} \tag{III.15}$$

$$\begin{aligned}
d(2T_E) &= \sin 2T_E \cos 2T_E [(m_1' + n_1') da + (m_2' + n_2') db + (m_3' + n_3') dc + \\
&\quad + (m_4' + n_4') da' + (m_5' + n_5') db' + (m_6' + n_6') dc'],
\end{aligned} \tag{III.16}$$

където

$$\begin{aligned}
m_i' &= \frac{m_i}{(2\varepsilon_b - \theta)}, \quad i = 1, 3, 4, 6; \\
m_2' &= \frac{m_2 + \frac{b'}{b^2}}{(2\varepsilon_b - \theta)}; \quad m_5' = \frac{m_5 - \frac{1}{b}}{(2\varepsilon_b - \theta)}; \\
n_i' &= \frac{n_i}{\gamma_2}.
\end{aligned}$$

Формули (III.14), (III.15) и (III.16) не са преработвани, тъй като частните производни в изразите за $d\gamma_m$, dE_1 и $d(2T_E)$ са в подходящ вид за изчисляване.

За dE_2 се получава аналогична на (III.15) формула, но със знак минус пред p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5 , p_6 , като се има предвид формулата за dE_2 в (III.6).

III.2.3. Връзка между елементите на деформации и измерените страни на триъгълника

Изчисляването на частните производни може да се извърши и след изразяване на търсените елементи на деформациите чрез измерените страни на триъгълника. Формулите имат вида:

За γ_2 :

$$\text{От (III.11)} \quad \gamma_2 = \varepsilon_{xy} = \frac{[(1 + \varepsilon_c) \cos A' - (1 + \varepsilon_b) \cos A]}{\sin A};$$

$$\text{и от (III.1)} \quad \cos A = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}; \quad \cos A' = \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'};$$

както и от връзките

$$\varepsilon_c = \frac{\delta c}{c} = \frac{c' - c}{c}; \quad \varepsilon_b = \frac{\delta b}{b} = \frac{b' - b}{b}; \quad \sin A = \sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2};$$

се получава

$$\gamma_2 = \frac{\left[\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}}; \quad (\text{III.17})$$

За θ :

$$\text{От (III.5)} \quad p = \frac{\sqrt{s'(s'-a')(s'-b')(s'-c')}}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}};$$

и от (III.4) $\theta = p - 1$;

както и от връзките

$$s' = \frac{1}{2}(a' + b' + c'); \quad s = \frac{1}{2}(a + b + c);$$

се получава

$$\theta = \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1; \quad (\text{III.18})$$

За γ_m :

$$\text{От (III.11)} \quad \gamma_m = \left[(2\varepsilon_b - \theta)^2 + \gamma_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

и от (III.17) и (III.18) се получава

(III.19):

$$\gamma_m = \left\{ \left[2 \frac{b'-b}{b} - \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 \right]^2 + \left[\frac{\left(\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right)^2}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

За E_1 и E_2 :

$$\text{От (III.6)} \quad E_1 = \frac{1}{2}(\theta + \gamma_m); \quad E_2 = \frac{1}{2}(\theta - \gamma_m);$$

и от (III.18) и (III.19) се получава

(III.20):

$$E_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 + \right. \\ \left. + \left[2 \frac{b'-b}{b} - \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 \right]^2 + \left[\frac{\left(\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right)^2}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}};$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 - \right.$$

$$-\left\{2\frac{b'-b}{b}-\sqrt{\frac{(a'+b'+c')(b'+c'-a')(a'+c'-b')(a'+b'-c')}{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}}-1\right\}^2+\left\{\frac{\left[\left(1+\frac{c'-c}{c}\right)\frac{(b'^2+c'^2-a'^2)}{2b'c'}-\left(1+\frac{b'-b}{b}\right)\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc}\right]}{\sqrt{1-\left[\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc}\right]^2}}\right\}^2\left\{\frac{1}{2}\right\}^{\frac{1}{2}}\right\};$$

За $2T_E$:

$$\text{От (III.6)} \quad \operatorname{tg} 2T_E = \frac{\gamma_2}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}; \quad T_1 = T_{E_1}; \quad T_2 = T_{E_2} = T_{E_1} \pm \frac{\pi}{2};$$

$$\gamma_m = [(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \gamma_2^2]^{\frac{1}{2}} \text{ и } \gamma_m = [(2\varepsilon_b - \theta)^2 + \gamma_2^2]^{\frac{1}{2}};$$

се получава

$$2T_E = \operatorname{arctg} \frac{\left[\frac{\left(1+\frac{c'-c}{c}\right)\frac{(b'^2+c'^2-a'^2)}{2b'c'}-\left(1+\frac{b'-b}{b}\right)\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc}}{\sqrt{1-\left[\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc}\right]^2}}\right]}{\left[2\frac{b'-b}{b}-\sqrt{\frac{(a'+b'+c')(b'+c'-a')(a'+c'-b')(a'+b'-c')}{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}}-1\right]^2}; \quad (\text{III.21})$$

III.2.4. Частни производни на елементите на деформации, изразени директно чрез измерените страни на триъгълника

Съответните частни производни спрямо страните на триъгълника, определени в две епохи, имат вида:

За γ_2 :

(III.22)

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial a} = \frac{a\left(1+\frac{b'-b}{b}\right)}{bc\sqrt{1-\frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}} - \frac{a(b^2+c^2-a^2)\left[\frac{\left(1+\frac{c'-c}{c}\right)\frac{(b'^2+c'^2-a'^2)}{2b'c'}-\frac{(b^2+c^2-a^2)\left(1+\frac{b'-b}{b}\right)}{2bc}\right]}{2b^2c^2\left[1-\frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}\right]^{\frac{3}{2}}}$$

(III.23)

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial b} = \frac{\frac{(b^2+c^2-a^2)\left(1+\frac{b'-b}{b}\right)}{2b^2c}-\frac{\left(1+\frac{b'-b}{b}\right)}{c}-\frac{(b^2+c^2-a^2)\left[\frac{-(b'-b)}{b^2}-\frac{1}{b}\right]}{2bc}}{\sqrt{1-\frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{2b^3 c^2} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc^2} \right] \left[\frac{\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \frac{\left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{2 \left[1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2 c^2} \right]^{\frac{3}{2}}}; \\
& \hspace{15em} \text{(III.24)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \gamma_2}{\partial c} = & \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2) \left[\frac{-(c'-c)}{c^2} - \frac{1}{c} \right]}{2b'^2 c'} + \frac{(b^2 + c^2 - a^2) \left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)}{2bc^2} - \frac{\left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)}{b} - \\
& \frac{\left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{2b^2 c^3} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{b^2 c} \right] \left[\frac{\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \frac{\left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2 c^2}}}; \\
& \hspace{15em} \text{(III.25)}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial a'} = \frac{-a' \left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)}{b'c' \sqrt{1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2 c^2}}}; \hspace{15em} \text{(III.26)}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \gamma_2}{\partial b'} = & \frac{-\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'^2 c'} + \frac{1 + \frac{c'-c}{c}}{c'} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b^2 c}; \\
& \hspace{15em} \text{(III.27)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \gamma_2}{\partial c'} = & \frac{-\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'^2} + \frac{b'^2 + c'^2 - a'^2}{2cb'c'} + \frac{1 + \frac{c'-c}{c}}{b'}; \\
& \hspace{15em} \text{(III.28)}
\end{aligned}$$

3a θ :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \theta}{\partial a} = & \frac{-\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)^2(b+c-a)(a+b+c)} - \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)^2(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)} +}{2 \sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}} \\
& + \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)^2(a+b+c)} - \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)^2}; \\
& \hspace{15em} \text{(III.29)}
\end{aligned}$$

(III.29)

$$\frac{\partial \theta}{\partial b} = \frac{-\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)^2(b+c-a)(a+b+c)} + \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)^2(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}} - \frac{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)^2(a+b+c)} - \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)^2}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}};$$

(III.30)

$$\frac{\partial \theta}{\partial c} = \frac{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)^2(b+c-a)(a+b+c)} - \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)^2(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}} - \frac{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)^2(a+b+c)} - \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)^2}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}};$$

(III.31)

$$\frac{\partial \theta}{\partial a'} = \frac{\frac{(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)} + \frac{(a'+c'-b')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}} - \frac{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)} + \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}};$$

(III.32)

$$\frac{\partial \theta}{\partial b'} = \frac{-\frac{(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)} + \frac{(a'+c'-b')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}} + \frac{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)} + \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}};$$

(III.33)

$$\frac{\partial \theta}{\partial c'} = \frac{\frac{(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)} - \frac{(a'+c'-b')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}{2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}} +$$

$$+ \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)} + \frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)},$$

$$2\sqrt{\frac{(a'+c'-b')(a'+b'-c')(b'+c'-a')(a'+b'+c')}{(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)(a+b+c)}}$$

За получаване на частните производни във формули (III.22 – III.33) са използвани *online* програми (напр. www.derivative-calculator.net). За останалите елементи на деформациите: γ_m , E_1 , E_2 и $2T_E$, изразите в съответните формули (III.19), (III.20) и (III.21) са по-сложни и численото диференциране директно от тях се затруднява. Ето защо е удачно прилагането на числена диференциация за получаване на частните производни на формулите за изчисляване на елементите на деформации чрез измерените дължини на страните на триъгълника в двете епохи. Резултатите съвпадат с тези от преработените формули, отбелязани вече в т. III.2.2.

III.2.5. Теория на числената диференциация

Не винаги в практиката може да се използват аналитичните методи за диференциране на функции [72]. Много често изследваната функция е позната само в определен брой точки (реализации на експерименталните данни). В други случаи аналитичното изражение на функцията е прекалено сложно и диференцирането е много трудно или невъзможно. Тогава производните могат да се определят чрез числени или графични методи.

В конкретен интервал зададената функция се заменя с интерполираща функция. Използват се интерполационни формули на Нютон, на Стирлинг, на Лагранж [65]. Според [28] близостта на ординатите на двете криви в наблюдаваните точки обаче не означава, че производните им там ще имат еднакви или много близки стойности.

Целта на численото диференциране е чрез помощни изчисления да се определи стойността на производната в желана точка. Както е известно първата производна се представя графично чрез наклона на допирателната към графиката на функцията в същата точка и се изразява чрез формулата

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}; \quad (\text{III.34})$$

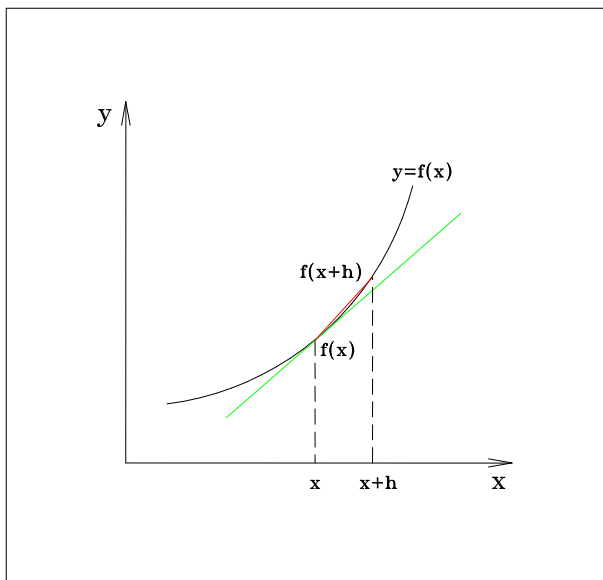
В тази формула Δx се заменя с малко крайно число h и тя приема вида

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}; \quad (\text{III.35})$$

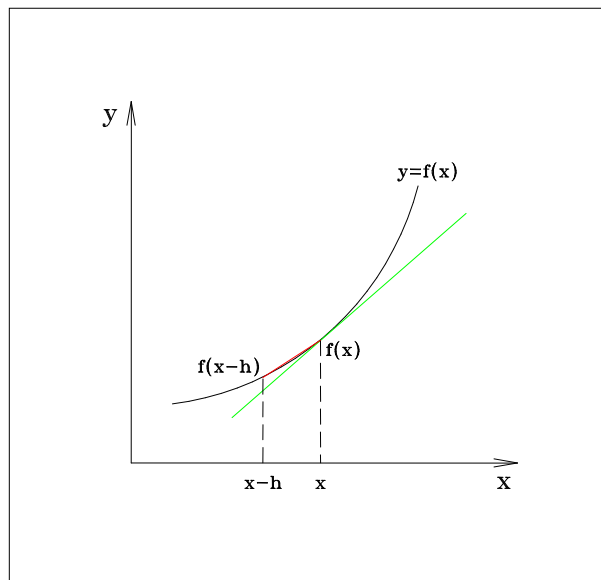
При достатъчно малка стойност за h формулата е приблизително вярна (фиг. III.2). При замяна на Δx с $-h$ тя има вида

$$f'(x) = \frac{f(x-h) - f(x)}{-h} \quad (\text{III.36})$$

и също е приблизително решение за $f'(x)$ (фиг. III.3). Тези изрази са известни като представяне на производната чрез две точки.



фиг.ІІІ.2. представяне на производната
чрез две точки (стъпка напред)

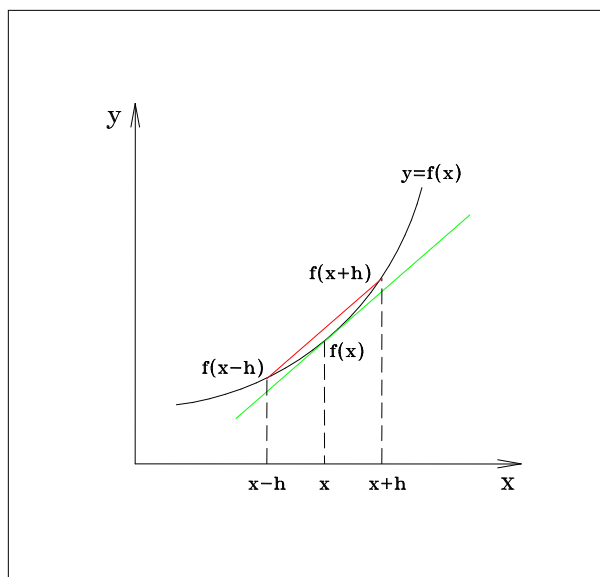


фиг.ІІІ.3. представяне на производната
чрез две точки (стъпка назад)

Ако се прокара линия през точки с координати $[x-h, f(x-h)]$ и $[x+h, f(x+h)]$, показана на фиг.ІІІ.4, се вижда, че наклонът ѝ е много по-близък до този на допирателната в точка $[x, f(x)]$, отколкото на тези от фиг.ІІІ.2 и фиг.ІІІ.3. Ето защо за целта е удачно използването на приближението

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (\text{ІІІ.37})$$

Формулата е известна като представяне на първа производна чрез три точки.



фиг.ІІІ.4. Представяне на първа производна чрез три точки

Точността на получените резултати зависи както от характера на изследваната функция, така и от размера на стъпката h . Намаляването на

стъпката h до определена граница увеличава точността. За това за всеки конкретен случай е необходимо намирането на оптимална стойност на h [48].

III.2.6. Оценка на точността на определените елементи на деформации в зависимост от точността на изходните данни

За конкретния случай се означават измерените в две епохи страни на триъгълника по следния начин: $a_1 = s_1$, $b_1 = s_2$, $c_1 = s_3$, $a_2 = s_4$, $b_2 = s_5$, $c_2 = s_6$. Тогава за предложените два варианта се процедира по следния начин:

I Вариант – триъгълник с директно измерени страни

Диференциалната връзка между деформационните елементи и измерените страни, например за елемента E_1 (същото важи и за останалите), се представя във вида:

$$dE_1 = \frac{\partial E_1}{\partial s_1} . ds_1 + \frac{\partial E_1}{\partial s_2} . ds_2 + \frac{\partial E_1}{\partial s_3} . ds_3 + \frac{\partial E_1}{\partial s_4} . ds_4 + \frac{\partial E_1}{\partial s_5} . ds_5 + \frac{\partial E_1}{\partial s_6} . ds_6, \quad (\text{III.38})$$

$$a_1 = s_1, \quad b_1 = s_2, \quad c_1 = s_3, \quad a_2 = s_4, \quad b_2 = s_5, \quad c_2 = s_6, \quad (\text{III.39})$$

където a_1 , b_1 , c_1 и a_2 , b_2 , c_2 са страните на триъгълника от първото и повторното измерване.

При независими измервания средната квадратна грешка в $E_1 - m_{E_1}$, се представя с

$$m_{E_1}^2 = \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_1} \right)^2 . m_{s_1}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_2} \right)^2 . m_{s_2}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_3} \right)^2 . m_{s_3}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_4} \right)^2 . m_{s_4}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_5} \right)^2 . m_{s_5}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_6} \right)^2 . m_{s_6}^2, \quad (\text{III.40})$$

където с m_{s_i} , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, са означени средните грешки на измерените страни.

Формулата може да се представи и във вида [33]:

$$m_{E_1}^2 = A_{E_1} . \overline{Q_s} . A_{E_1}^*, \quad (\text{III.41})$$

при

$$A_{E_1} = \left[\frac{\partial E_1}{\partial s_1}, \frac{\partial E_1}{\partial s_2}, \frac{\partial E_1}{\partial s_3}, \frac{\partial E_1}{\partial s_4}, \frac{\partial E_1}{\partial s_5}, \frac{\partial E_1}{\partial s_6} \right], \quad (\text{III.42})$$

$$ds = [ds_1, ds_2, ds_3, ds_4, ds_5, ds_6], \quad (\text{III.43})$$

$$dE_1 = A_{E_1} . ds^*, \quad (\text{III.44})$$

и

$$\overline{Q_s} = m_0^2 . Q_s = \begin{bmatrix} m_{s_1}^2 & & & & & \\ & m_{s_2}^2 & & & & \\ & & m_{s_3}^2 & & & \\ & & & m_{s_4}^2 & & \\ & & & & m_{s_5}^2 & \\ & & & & & m_{s_6}^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{III.45})$$

като е записана и формула (III.38) отново с приетите означения (III.42) и (III.43).

Частните производни са представени с изразите от т. III.2.2. направени са и контроли за някои частни производни с изчислените директно по (III.22 – III.33).

Разширението на означенията за $m_{E_1}^2$ в (III.41) ще се използва за случаите когато страните не са измерени директно (II вариант) и матрицата Q_s не е диагонална, както е в (III.45).

II Вариант – трите върха на триъгълника са дефинирани (зададени) с пространствени правоъгълни декартови координати

В случая дължините на страните на триъгълника се определят по известна формула и например за страната $s_{1,2}$ в триъгълника 1,2,3, тя има вида

$$s_{1,2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad (\text{III.46})$$

където x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 , са пространствените правоъгълни декартови координати на точките 1 и 2.

За $ds_{1,2}$ се получава

$$ds_{1,2} = R_{12}^x(dx_2 - dx_1) + R_{12}^y(dy_2 - dy_1) + R_{12}^z(dz_2 - dz_1) = A_{12}dx_{12}^*, \quad (\text{III.47})$$

$$R_{12}^x = (x_2 - x_1)/s_{12}, \quad R_{12}^y = (y_2 - y_1)/s_{12}, \quad R_{12}^z = (z_2 - z_1)/s_{12}, \quad (\text{III.48})$$

$$dx_{12} = [dx_1, dy_1, dz_1, dx_2, dy_2, dz_2], \quad (\text{III.49})$$

$$A_{12} = [-R_{12}^x, -R_{12}^y, -R_{12}^z, R_{12}^x, R_{12}^y, R_{12}^z]. \quad (\text{III.50})$$

Общо за трите страни може да напише

$$[ds_{12}, ds_{13}, ds_{23}]^* = R.dX^*, \quad (\text{III.51})$$

където R и dX се представят с

$$R = R^{xyz} = \begin{bmatrix} -R_{12}^x & -R_{12}^y & -R_{12}^z & R_{12}^x & R_{12}^y & R_{12}^z & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -R_{23}^x & -R_{23}^y & -R_{23}^z & R_{23}^x & R_{23}^y & R_{23}^z \\ R_{31}^x & R_{31}^y & R_{31}^z & \cdot & \cdot & \cdot & -R_{31}^x & -R_{31}^y & -R_{31}^z \end{bmatrix}, \quad (\text{III.52})$$

$$dX = [dx_1, dy_1, dz_1, dx_2, dy_2, dz_2, dx_3, dy_3, dz_3]^*. \quad (\text{III.53})$$

Аналогични са формулите за второто измерване, с означение ('):

$ds'_{12}, ds'_{23}, ds'_{31}, R_2, dX_2$ при координати $x'_1, y'_1, z'_1, x'_2, y'_2, z'_2, x'_3, y'_3, z'_3$.

Матрицата $\bar{Q}_{xyz}$ на двете групи наблюдения, които са независими едно от друго, се представя във вида

$$\bar{Q}_{xyz} = \begin{bmatrix} m_{01}^2 \cdot Q_1 & \\ & m_{02}^2 \cdot Q_2 \end{bmatrix}, \quad (III.54)$$

$Q_1 = Q_{xyz}^{123}$, $Q_2 = Q_{x'y'z'}^{123}$ са извадки от съответните матрици Q_{xyz} и $Q_{x'y'z'}$ от изчисленията от първото и второто измерване, а m_{01} и m_{02} са средните квадратни грешки за единица тежест.

Матрицата Q_1 , горен индекс ⁽¹⁾ за отделните членове, както е известно, има вида:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} q_{x_1x_1}^1 & q_{x_1y_1}^1 & q_{x_1z_1}^1 & q_{x_1x_2}^1 & q_{x_1y_2}^1 & q_{x_1z_2}^1 & q_{x_1x_3}^1 & q_{x_1y_3}^1 & q_{x_1z_3}^1 \\ q_{y_1x_1}^1 & q_{y_1y_1}^1 & q_{y_1z_1}^1 & q_{y_1x_2}^1 & q_{y_1y_2}^1 & q_{y_1z_2}^1 & q_{y_1x_3}^1 & q_{y_1y_3}^1 & q_{y_1z_3}^1 \\ q_{z_1x_1}^1 & q_{z_1y_1}^1 & q_{z_1z_1}^1 & q_{z_1x_2}^1 & q_{z_1y_2}^1 & q_{z_1z_2}^1 & q_{z_1x_3}^1 & q_{z_1y_3}^1 & q_{z_1z_3}^1 \\ q_{x_2x_1}^1 & q_{x_2y_1}^1 & q_{x_2z_1}^1 & q_{x_2x_2}^1 & q_{x_2y_2}^1 & q_{x_2z_2}^1 & q_{x_2x_3}^1 & q_{x_2y_3}^1 & q_{x_2z_3}^1 \\ q_{y_2x_1}^1 & q_{y_2y_1}^1 & q_{y_2z_1}^1 & q_{y_2x_2}^1 & q_{y_2y_2}^1 & q_{y_2z_2}^1 & q_{y_2x_3}^1 & q_{y_2y_3}^1 & q_{y_2z_3}^1 \\ q_{z_2x_1}^1 & q_{z_2y_1}^1 & q_{z_2z_1}^1 & q_{z_2x_2}^1 & q_{z_2y_2}^1 & q_{z_2z_2}^1 & q_{z_2x_3}^1 & q_{z_2y_3}^1 & q_{z_2z_3}^1 \\ q_{x_3x_1}^1 & q_{x_3y_1}^1 & q_{x_3z_1}^1 & q_{x_3x_2}^1 & q_{x_3y_2}^1 & q_{x_3z_2}^1 & q_{x_3x_3}^1 & q_{x_3y_3}^1 & q_{x_3z_3}^1 \\ q_{y_3x_1}^1 & q_{y_3y_1}^1 & q_{y_3z_1}^1 & q_{y_3x_2}^1 & q_{y_3y_2}^1 & q_{y_3z_2}^1 & q_{y_3x_3}^1 & q_{y_3y_3}^1 & q_{y_3z_3}^1 \\ q_{z_3x_1}^1 & q_{z_3y_1}^1 & q_{z_3z_1}^1 & q_{z_3x_2}^1 & q_{z_3y_2}^1 & q_{z_3z_2}^1 & q_{z_3x_3}^1 & q_{z_3y_3}^1 & q_{z_3z_3}^1 \end{bmatrix}, \quad (III.55)$$

Структурата на матрицата Q_2 е аналогична. Следователно матрицата $\bar{Q}_s$ ще има вида

$$\bar{Q}_s = \begin{bmatrix} m_{01}^2 \cdot R_1 \cdot Q_1 \cdot R_1^* & \\ & m_{02}^2 \cdot R_2 \cdot Q_2 \cdot R_2^* \end{bmatrix} \quad (III.56)$$

и за $m_{E_1}^2$ се получава

$$m_{E_1}^2 = A_{E_1} \cdot \bar{Q}_s \cdot A_{E_1}^*. \quad (III.57)$$

При една и съща конфигурация на мрежата и еднаква точност на измерванията, двете матрици, включени в (III.54), са идентични. Тогава стойността на m_{E_1} зависи от конфигурацията на триъгълника.

В таблици III.1, III.2, III.3 и III.4 са показани стойностите на частните производни, получени по аналитичните формули и чрез числено диференциране при различна стъпка за елементите на деформации. За целта е създадена програма на Microsoft Office Excel. Изчислени са пълните диференциали по двете групи формули. Определени са разликите между получените стойности.

Таблица III.1

Элемент на дефор- мации	Аналитични формули частни производни	Числено дифференциране частни производни стъпка 0,001	Разлика 2 – 3	Числено дифференциране частни производни стъпка 0,002	Разлика 2 – 5	Числено дифференциране частни производни стъпка 0,005	Разлика 2 – 7	Числено дифференциране частни производни стъпка 0,010	Разлика 2 – 9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
θ^a	-0,0005446588739731	-0,0005446553094091	-3,56456E-09	-0,0005446553094923	-3,56448E-09	-0,0005446553095312	-3,56444E-09	-0,0005446553095256	-3,56445E-09
θ^b	-0,0000963124964040	-0,0000963118660935	-6,30311E-10	-0,0000963118660380	-6,30366E-10	-0,0000963118661046	-6,30299E-10	-0,0000963118660935	-6,30311E-10
θ^c	-0,0004072173402054	-0,0004072146753131	-2,66489E-09	-0,0004072146751466	-2,66506E-09	-0,0004072146752354	-2,66497E-09	-0,0004072146752354	-2,66497E-09
θ^a'	0,0005446764549571	0,0005446728902903	3,56467E-09	0,0005446728903458	3,56461E-09	0,0005446728903680	3,56459E-09	0,0005446728903680	3,56459E-09
θ^b'	0,0000963025268376	0,0000963018966238	6,30214E-10	0,0000963018966238	6,30214E-10	0,0000963018966016	6,30236E-10	0,0000963018965905	6,30247E-10
θ^c'	0,0004072183184622	0,0004072156535306	2,66493E-09	0,0004072156534474	2,66501E-09	0,0004072156534751	2,66499E-09	0,0004072156534696	2,66499E-09
	пълнен диференциал	пълнен диференциал		пълнен диференциал		пълнен диференциал		пълнен диференциал	
d θ	0,0000000000085896	0,0000000000085896	-1,08001E-17	0,0000000000171795	-2,43645E-16	0,00000000000429479	2,23555E-16	0,00000000000858957	4,47111E-16

Таблица III.2

Элемент на дефор- мации	Аналитични формули частни производни	Числено диференциране частни производни стъпка 0,001	Разлика	Числено диференциране частни производни стъпка 0,002	Разлика	Числено диференциране частни производни стъпка 0,005	Разлика	Числено диференциране частни производни стъпка 0,010	Разлика
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\gamma_m^{'a}$	0,0007236558490979	0,0007236513319956	4,5171E-09	0,00072364449158819	1,09332E-08	0,0007235995076184	5,63415E-08	0,0007234299296755	2,25919E-07
$\gamma_m^{'b}$	-0,0003366156716000	-0,0003365545947863	-6,1076E-08	-0,0003363702292274	-2,45442E-07	-0,0003350850879637	-1,53058E-06	-0,0003305724926213	-6,04318E-06
$\gamma_m^{'c}$	-0,0001770191421080	-0,0001769822368886	-3,69052E-08	-0,0001768663168640	-1,52825E-07	-0,0001760606865528	-9,58456E-07	-0,00017326440152251	-3,75513E-06
$\gamma_m^{'a'}$	-0,0007236732461839	-0,0007236606087645	-1,26374E-08	-0,0007236541931301	-1,90551E-08	-0,0007236087874352	-6,44587E-08	-0,0007234392195705	-2,34027E-07
$\gamma_m^{'b'}$	0,0003366218596704	0,0003365562430435	6,56166E-08	0,0003363718788943	2,49981E-07	0,0003350867481946	1,53511E-06	0,0003305741962191	6,04766E-06
$\gamma_m^{'c'}$	0,0001770094832965	0,0001769715003239	3,7983E-08	0,0001768555686320	1,53915E-07	0,0001760498564757	9,59627E-07	0,0001732529001349	3,75658E-06
	пълнен диференциал	пълнен диференциал		пълнен диференциал		пълнен диференциал		пълнен диференциал	
$d\gamma_m$	-0,0000000000208678	-0,0000000000183651	-2,50275E-12	-0,00000000000367516	-4,98403E-12	-0,00000000000922483	-1,20908E-11	-0,00000000001870139	-2,16644E-11

Таблица III.3

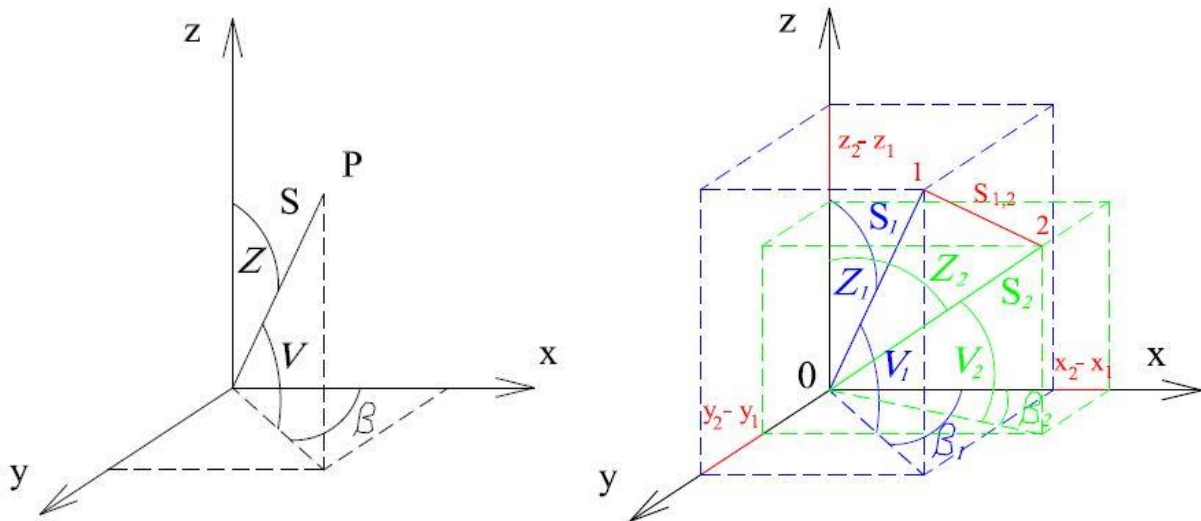
Елемент на деформации	Аналитични формули частни производни	Числено диференциране частни производни стъпка 0,001	Разлика 2 - 3 4	Числено диференциране частни производни стъпка 0,002	Разлика 2 - 5 6	Числено диференциране частни производни стъпка 0,005	Разлика 2 - 7 8	Числено диференциране частни производни стъпка 0,010	Разлика 2 - 9 10
1	2	3		5		7		9	
$\gamma_2'a$	0,0004834814210458	0,0004834814210465	-7,04081E-16	0,0004834814210050	4,07633E-14	0,0004834814210659	-2,01624E-14	0,0004834814210577	-1,19926E-14
$\gamma_2'b$	0,0001812352550668	0,0001812352550835	-1,66471E-14	0,0001812352551253	-5,84711E-14	0,0001812352550836	-1,67898E-14	0,0001812352550590	7,8406E-15
$\gamma_2'c$	-0,0006038288693259	-0,0006038288695604	2,34468E-13	-0,0006038288692261	-9,97795E-14	-0,0006038288693447	1,8819E-14	-0,0006038288693502	2,43007E-14
$\gamma_2'a'$	-0,0004834890128450	-0,0004834780964900	-1,09164E-08	-0,0004834780966154	-1,09162E-08	-0,0004834780965736	-1,09163E-08	-0,0004834780965652	-1,09163E-08
$\gamma_2'b'$	-0,0001812301188772	-0,0001812362223969	6,10352E-09	-0,0001812362224387	6,10356E-09	-0,0001812362224638	6,10359E-09	-0,0001812362225223	6,10365E-09
$\gamma_2'c'$	0,0006038167637221	0,0006038153203602	1,44336E-09	0,0006038153202347	1,44349E-09	0,0006038153202933	1,44343E-09	0,0006038153202849	1,44344E-09
	пълен диференциал	пълен диференциал		пълен диференциал		пълен диференциал		пълен диференциал	
$d\gamma_2$	-0,0000000001456121	-0,0000000000111920	-3,36926E-12	-0,0000000000223838	-6,7386E-12	-0,0000000000559597	-1,68464E-11	-0,0000000001119204	-3,36918E-11

Таблица III.4

Элемент на деформации	Аналитични формули частни производни	Числено диференциране частни производни стъпка 0,001	Разлика 2 - 3	Числено диференциране частни производни стъпка 0,002	Разлика 2 - 5	Числено диференциране частни производни стъпка 0,005	Разлика 2 - 7	Числено диференциране частни производни стъпка 0,010	Разлика 2 - 9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E ₁ 'a	0,0000894984875624	0,0000894980112932	4,76269E-10	0,0000894948031948	3,68437E-09	0,0000894720990436	2,63885E-08	0,0000893873100750	1,11177E-07
E ₁ 'b	-0,0002164640840020	-0,0002164332304399	-3,08536E-08	-0,0002163410476327	-1,23036E-07	-0,0002156984770342	-7,65607E-07	-0,0002134421793574	-3,0219E-06
E ₁ 'c	-0,0002921182411567	-0,0002920984561009	-1,97851E-08	-0,0002920404960053	-7,77452E-08	-0,0002916376808941	-4,8056E-07	-0,0002902393452303	-1,8789E-06
E ₁ 'a'	-0,0000894983956134	-0,0000894938592371	-4,53638E-09	-0,0000894906513922	-7,74422E-09	-0,0000894679485336	-3,04471E-08	-0,0000893831646013	-1,15231E-07
E ₁ 'b'	0,0002164621932540	0,0002164290698337	3,31234E-08	0,0002163368877591	1,25305E-07	0,0002156943223981	7,67871E-07	0,0002134380464048	3,02415E-06
E ₁ 'c'	0,0002921139008793	0,0002920935769272	2,0324E-08	0,0002920356110397	7,82898E-08	0,0002916327549754	4,81146E-07	0,0002902342768022	1,87962E-06
	пълнен диференциал	пълнен диференциал		пълнен диференциал		пълнен диференциал		пълнен диференциал	
dE ₁	-0,00000000000061391	-0,00000000000048877	-1,25135E-12	-0,00000000000097861	-2,49208E-12	-0,00000000000246502	-6,04516E-12	-0,00000000000505591	-1,08317E-11

III.2.7. Оценка на точността на страните на триъгълниците при тригонометричен модел на измерване

Тук се има предвид модел, при който координатите на наблюдаваните точки се определят в пространствена декартова координатна система чрез измереното наклонено разстояние, хоризонтален ъгъл и вертикален (или зенитен) ъгъл (фиг. III.5). Когато инструментът отчита вертикален ъгъл, се ползват формули (III.58)÷(III.63), а при измерен зенитен ъгъл – формули (III.64)÷(III.66).



Фиг. III.5.

Стойностите на средните квадратни грешки на страните на триъгълника, необходими за формула III.40, могат да бъдат определени по следния начин.

При измерени вертикални ъгли (V):

$$x = S \cos V \cos \beta \quad (III.58)$$

$$y = S \cos V \sin \beta$$

$$z = S \sin V$$

Диференцира се относно S , V , β :

$$dx = \cos V \cos \beta dS - S \sin V \cos \beta dV - S \cos V \sin \beta d\beta \quad (III.59)$$

$$dy = \cos V \sin \beta dS - S \sin V \sin \beta dV + S \cos V \cos \beta d\beta$$

$$dz = \sin V dS + S \cos V dV$$

Разстоянието $S_{1,2}$ между точките 1 и 2, се определя по формулата

$$S_{1,2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (III.60)$$

а изменението му поради промени в координатите на точките, е

$$dS_{1,2} = \frac{1}{S_{1,2}}(x_2 - x_1)(dx_2 - dx_1) + \frac{1}{S_{1,2}}(y_2 - y_1)(dy_2 - dy_1) + \frac{1}{S_{1,2}}(z_2 - z_1)(dz_2 - dz_1) \quad (III.61)$$

и съответно

$$dS_{1,2} = \frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_1} dS_1 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_1} dV_1 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_1} d\beta_1 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_2} dS_2 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_2} dV_2 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_2} d\beta_2 \quad (\text{III.62})$$

$$\begin{aligned} dS_{1,2} = & \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} \cos V_2 \cos \beta_2 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} \cos V_2 \sin \beta_2 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} \sin V_2 \right] dS_2 + \\ & + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_2 \sin V_2 \cos \beta_2 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_2 \sin V_2 \sin \beta_2 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos V_2 \right] dV_2 + \\ & + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos V_2 \sin \beta_2 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos V_2 \cos \beta_2 \right] d\beta_2 + \\ & + \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} \cos V_1 \cos \beta_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} \cos V_1 \sin \beta_1 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} \sin V_1 \right] dS_1 + \\ & + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_1 \sin V_1 \cos \beta_1 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_1 \sin V_1 \sin \beta_1 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos V_1 \right] dV_1 + \\ & + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos V_1 \sin \beta_1 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos V_1 \cos \beta_1 \right] d\beta_1 \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

При измерени зенитни ъгли (Z):

В този случай формули (III.58), (III.59) и (III.63) имат вида

$$x = S \sin Z \cos \beta \quad (\text{III.64})$$

$$y = S \sin Z \sin \beta$$

$$z = S \cos Z$$

$$dx = \sin Z \cos \beta dS + S \cos Z \cos \beta dZ - S \sin Z \sin \beta d\beta \quad (\text{III.65})$$

$$dy = \sin Z \sin \beta dS + S \cos Z \sin \beta dZ + S \sin Z \cos \beta d\beta$$

$$dz = \cos Z dS - S \sin Z dZ$$

$$\begin{aligned} dS_{1,2} = & \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} \sin Z_2 \cos \beta_2 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} \sin Z_2 \sin \beta_2 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} \cos Z_2 \right] dS_2 + \\ & + \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos Z_2 \cos \beta_2 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos Z_2 \sin \beta_2 - \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} S_2 \sin Z_2 \right] dZ_2 + \\ & + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_2 \sin Z_2 \sin \beta_2 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_2 \sin Z_2 \cos \beta_2 \right] d\beta_2 + \\ & + \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} \sin Z_1 \cos \beta_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} \sin Z_1 \sin \beta_1 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} \cos Z_1 \right] dS_1 + \end{aligned} \quad (\text{III.66})$$

$$+ \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos Z_1 \cos \beta_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos Z_1 \sin \beta_1 - \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} S_1 \sin Z_1 \right] dZ_1 +$$

$$+ \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_1 \sin Z_1 \sin \beta_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_1 \sin Z_1 \cos \beta_1 \right] d\beta_1.$$

Тогава за средната квадратна грешка на страната $S_{1,2}$ на триъгълника, се получава:

$$m_{S_{1,2}}^2 = \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_1} \right)^2 m_{S_1}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_1} \right)^2 m_{V_1}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_1} \right)^2 m_{\beta_1}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_2} \right)^2 m_{S_2}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_2} \right)^2 m_{V_2}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_2} \right)^2 m_{\beta_2}^2 \quad (\text{III.67})$$

където $m_{S_1}, m_{V_1}, m_{\beta_1}, m_{S_2}, m_{V_2}, m_{\beta_2}$ са грешките, които са свързани с точността на инструмента и условията на измерване.

По аналогичен начин се определят оценките и за другите страни на триъгълника. Изчислените стойности за всички страни се поставят във формула (III.40).

III.3. Връзка между стойностите на инвариантните характеристики на деформациите и допустимите деформации за различни категории съоръжения

Процесът на деформиране на земната повърхност, съоръженията, скалния масив или друг обект, се характеризира количествено чрез определените хоризонтални и вертикални премествания на наблюдаваните точки. В зависимост от вида на обекта се изчисляват стойности на вертикални и хоризонтални деформации, които се сравняват с допустими стойности. Съгласно действащите у нас инструкции за опазване на обекти и съоръжения от вредното влияние на минните работи във въглищни басейни [37] и в условията на рудни находища [38], опазваните обекти се класифицират в няколко групи (категории). За всяка от тях са определени стойностите на допустимите деформации. За обекти, които не попадат в посочените категории, е необходимо критичните стойности да бъдат определени от проектантите им.

В инструкциите за опазване на обекти и съоръжения се разглеждат следните видове деформации:

1. Вертикални деформации (наклони и кривина). Това са деформации, от неравномерността на движението на точките във вертикалната равнина.

а) Наклоните на отделните интервали представляват отношение между разликата в слягането на две точки към разстоянието между тях.

б) Кривината е отношение на разликата от наклоните на два съседни интервала към полусумата от дължините им. Тя характеризира неравномерността на наклоните в съседните интервали.

2. Хоризонтални деформации (разтягане и свиване). Това са деформации, предизвикани от неравномерността на движението на точките в хоризонталната равнина.

а) Разтягането и свиването представляват отношение на разликата от дължината в началния и текущия момент на измерване към първоначалната ѝ стойност.

В изследванията по-горе се установяват локални направления на главните оси на деформациите, главните деформации, максималното преместване, формоизменението и техните стойности, чрез изчислени премествания на точки, разположени върху наблюдавана повърхност или съоръжение или в скалния масив. Чрез тези стойности се правят изводи относно напрегнато деформационното състояние на наблюдавания обект за периодите от време между маркшайдерските измервания. Получените резултати служат за характеризирание на процеса и неговото прогнозиране в пространството и времето.

При определяне на елементите на деформации за даден обект се използва отделен триъгълник (с върхове върху обекта) или се съставя мрежа от триъгълници, покриващи обекта. Приема се хипотезата за локално еднородното им деформиране. Получените стойности за всеки триъгълник се отнасят за цялата му площ, но се отбелязват в центъра на тежестта му. Посоката на главните деформации се определя в локална за всеки триъгълник координатна система, която лежи в неговата равнина. След това е възможно да се преизчислят тези посоки в единна за наблюдавания обект координатна система.

Стойностите на главните деформации представляват относителните изменения на дължините по направление на главните оси за периода между две измервания. Дилатацията и максималното преместване характеризират относителното изменение на площта и на формата на изследваната елементарна фигура.

Тези стойности се получават за равнината на триъгълника. При хоризонтално (или приблизително хоризонтално) разположение на триъгълника може да се сравняват получените стойности на главните деформации с критичните хоризонтални такива за наблюдавания обект.

Ако триъгълникът е с друга ориентация в пространството, е необходимо векторът на главната деформация да се проектира върху хоризонтална равнина като се вземе предвид и неговата посока.

За целта чрез пространствените координати на трите върха на триъгълника се съставя уравнението на неговата равнина имайки предвид известната формула за общо уравнение на равнина в пространството:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (\text{III.68})$$

Уравнението на равнина през три точки, нележащи върху една права, има вида:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{III.69})$$

където:

(x, y, z) са координати на произволна точка от равнината;

(x_i, y_i, z_i) са координати на трите известни (дадени) точки, върхове на триъгълника.

Двустенният ъгъл между две равнини се характеризира чрез косинуса на ъгъла между двата нормални вектора на пресичащите се равнини:

$$\cos \varphi = \hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2 = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}; \quad (\text{III.70})$$

където:

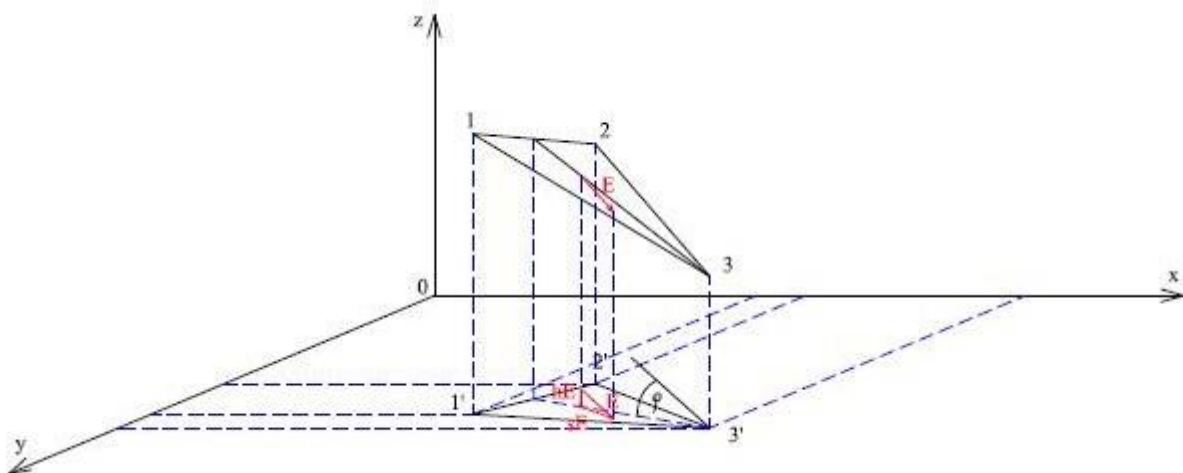
$\hat{n}_1$ и $\hat{n}_2$ са двата нормални вектора на пресичащите се равнини;

A_1, B_1, C_1 са коефициенти от уравнението на равнината на триъгълника;

A_2, B_2, C_2 са коефициенти от уравнението на хоризонталната равнина.

Така може да се определи ъгъла между хоризонталната равнина и равнината на триъгълника.

Впоследствие, чрез подходящи изчисления (фиг. III.6), се определя хоризонталната съставляща на главната деформация в хоризонталната равнина.



Фиг. III.6.

Получените стойности може да се сравняват със съответните допустими за наблюдаваното съоръжение или обект.

По този начин инвариантните характеристики на деформациите може да се използват в процеса на контрол и управление на състоянието на минните масиви, на различните съоръжения, в строителството и т.н.

В т.IV.2.2 са определени зоните с различни стойности на главните хоризонтални деформации за интервали от време между първото и всяко поредно измерване (табл.IV.2). Тези стойности са сравнени с допустима за съоръжението (в случая за такава е приета хоризонтална деформация $2 \cdot 10^{-3}$). На фиг.IV.7 са показани в различни цветове зони на опън и на натиск, в които реализираните хоризонтални деформации превишават или не допустимата приета стойност.

III.4. Възможни области на приложение на разглежданите методи

Изучаването на напрегнато-деформираното състояние на скалния масив на повърхността и в дълбочина и необходимостта от прогнозирането му изискват провеждането на непрекъснати наблюдения. Това може да се осъществи чрез маркшайдерски измервания и прилагане на предложения по-горе метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите. Наблюденията може да се извършват в условията на ненарушен масив, на подработване, на надработване, в зони на влияние от собствения пласт или хоризонт, при подземно или открито разработване. Получените резултати и правилната им интерпретация ще осигурят безопасна работа и нормална експлоатация на наблюдаваните обекти.

Такива обекти могат да бъдат:

- Свлачищни райони;
- Бортове на открит рудник;
- Стени на шламохранилища, язовири и други съоръжения в режим на нормална експлоатация или при екстрени условия;
- Земната повърхност, подработвана от минни работи;
- Скалният масив и подземни изработки, на различни хоризонти, етажи или подетажи, разположени във вертикална или наклонена равнина, подложени на подработване или надработване от съседни минни изработки;
- Скалният масив и подземни изработки в един и същ пласт или хоризонт, подложени на взаимното си влияние;
- Скалният масив около единична подземна изработка;

- Целици при различни системи на разработване и в различни типове находища.

Като следствие от представеното в горните страници може да се направят следните по-важни изводи:

1. Предложен е метод в три варианта за определяне на инвариантните характеристики на деформациите, чиито стойности могат да се определят чрез резултати от маркшайдерски измервания в скалния масив, на земната повърхност, на различни съоръжения и обекти, подложени на влиянието на подземни и открити минни работи, както и на други влияния,
2. Резултатите от решенията по трите варианта на предложения метод са идентични (Приложение III.1).
3. При приет критерий за точност на елементите на деформациите, изведените формули за тяхната оценка, в зависимост от точността на изходните данни, дават възможност за избор на подходящ по точност метод на маркшайдерските измервания.
4. Изведените формули за оценка на точността на страните на триъгълниците в зависимост от измерваните величини, дават възможност за определяне на точността на изчислените елементи на деформациите.
5. Направеното сравнение между разликите в частните производни, получени чрез аналитичните формули и чрез числено диференциране, показва, че те са незначителни при различни стъпки на диференциране, което води до незначителни разлики в пълния диференциал. Това потвърждава възможността за приложение на численото диференциране при извършените изследвания.
6. Показана е възможността за сравнение на стойностите на главните деформации с допустимите стойности на хоризонтални деформации за изследвани обекти и съоръжения.
7. Посочените възможни области на приложение на разглеждания метод в минното дело, строителството и изследователската дейност, определят важността и отговорността на маркшайдерските наблюдения при осигуряване на безопасна работа и нормална експлоатация на изследваните обекти.

ГЛАВА IV

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ. РЕЗУЛТАТИ

IV.1. Общи положения

Въз основа на предложения в глава III метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите са направени изчисления и графични построения за онагледяване на възможностите за приложението им.

За целта са използвани маркшайдерски измервания, извършвани на различни обекти, за следене на устойчивостта им.

Стремежът при избор на обекти е бил да се охарактеризира деформационното състояние на различни по вид съоръжения или зони от скалния масив, които са били или са подложени на влиянието на минни работи.

Оценяват се възможностите за приложение на метода при изследване на геомеханичното състояние на:

1. Стена на шламохранилище към мини „Бобов дол” ЕАД;

2. Скалния масив при вертикална шахта „Кичеста”, рудник „Девина”, Балкански въглищен басейн;

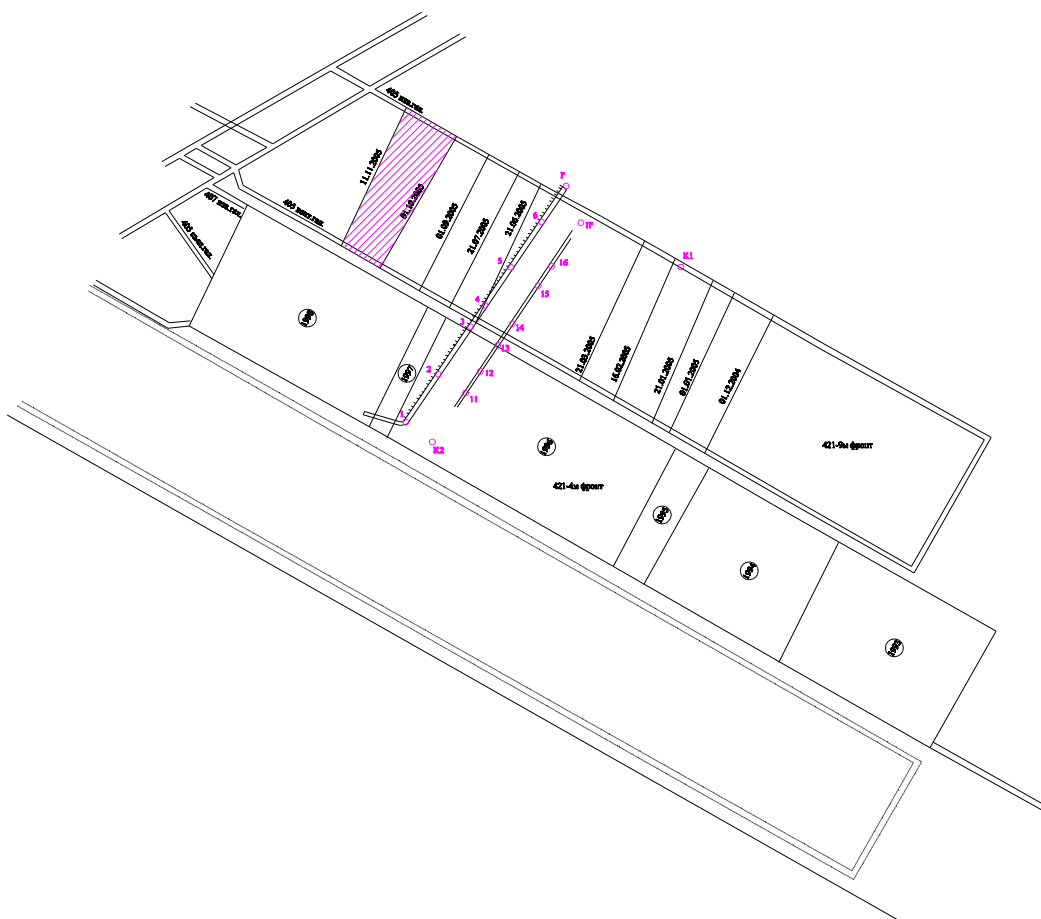
3. Целици в метазалеж 44 в рудник „Джурково”, „Лъки Инвест” ЕООД;

По този начин се обхващат обекти в масива и съоръжения на земната повърхност, във въглищни и в полиметални находища.

IV.2. Определяне на елементите на деформации за стената на шламохранилище към мини „Бобов дол” ЕАД

IV.2.1. Обща характеристика на обекта и резултати от изследванията

Шламохранилището се намира западно от гр.Бобов дол и граничи с населеното място. Под съоръжението са се водели минни работи на дълбочина около 400 м. От 1986 до 1998 г. стената е подработвана по различно време от три добивни фронта, работещи по пласт IV на рудник “Бабино” в югозападна посока. В североизточна посока в непосредствена близост се намират вертикалните крила на пластовете, достигащи до земната повърхност. През 2003 г. започва работа нов фронт (421^{9м}), разположен непосредствено под стената в същия пласт IV (фиг.IV.1). В тази връзка през 2002 г. е проектирана и изградена специална наблюдателна станция. Тя има за цел да осигури надеждно и точно определяне на пространственото положение на стабилизираните в стената реперни точки при подработването ѝ и след това. В периода на измерванията са извършени 14 наблюдения от гл.ас. Катя Асенова и от автора [78].



фиг.IV.1. План на минните работи и стената на шламохранилището

За онагледяване на приложението на метода за изчисляване на елементите на деформации са използвани резултатите от 9-то и 10-то наблюдение (проведени съответно на 05.10.2005 и 09.11.2005 г.). Към тези дати фронтът вече е подминал стената на шламохранилището движейки се в северозападна посока. На фиг.IV.1 е заштрихована издетата за този интервал от време площ.

От проведените наблюдения са определени разстоянията между реперите в двете епохи. Създадена е мрежа от триъгълници, която е показана на фиг.IV.2. За всеки триъгълник са определени:

- посоката и стойността на главната стойност на деформациите – E_1 ;
- посоката и стойността на главната стойност на деформациите – E_2 ;
- стойността на относителното изменение на площта – θ ;
- стойността на интензивността на формоизменение – γ_m ;
- центъра на тежестта на триъгълника.

Конкретните стойности за триъгълниците са показани в таблица IV.1. На фиг.IV.2 се виждат още и посоките на главните значения на деформациите – E_1 , нанесени в центровете на тежестта на елементарните фигури.



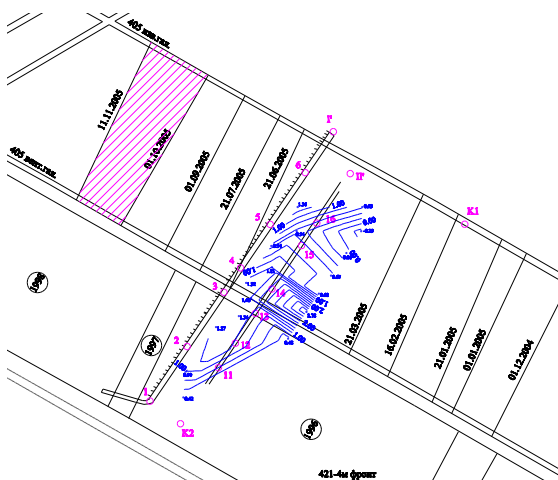
фиг.IV.2. Посоки на главната деформация (E_1) в изследваните триъгълници

Таблица IV.1.

№ на триъгълник	Център на тежестта		Елементи на деформациите							
	X [m]	Y [m]	E_1	Ср.кв.гр.	E_2	Ср.кв.гр.	θ	Ср.кв.гр.	γ_m	Ср.кв.гр.
1	2311.019	4396.491	0.00042	0.00005	-0.00017	0.00005	0.00025	0.00014	0.00059	0.00016
2	2326.691	4397.865	0.00099	0.00008	0.00004	0.00008	0.00103	0.00014	0.00095	0.00020
3	2338.412	4415.094	0.00139	0.00011	-0.00010	0.00011	0.00129	0.00020	0.00149	0.00028
4	2353.716	4416.251	0.00204	0.00006	0.00071	0.00006	0.00275	0.00012	0.00132	0.00017
5	2360.394	4430.018	0.00134	0.00005	-0.00016	0.00005	0.00118	0.00018	0.00150	0.00024
6	2371.370	4437.407	0.00140	0.00010	-0.00050	0.00010	0.00090	0.00020	0.00190	0.00026
7	2380.579	4434.446	0.00132	0.00010	-0.00058	0.00010	0.00074	0.00020	0.00190	0.00026
8	2389.971	4450.042	0.00121	0.00008	-0.00059	0.00008	0.00061	0.00015	0.00180	0.00018
9	2402.988	4449.686	0.00054	0.00006	-0.00086	0.00006	-0.00032	0.00015	0.00140	0.00015
10	2411.982	4464.978	0.00054	0.00006	-0.00130	0.00006	-0.00076	0.00021	0.00183	0.00022
11	2426.620	4465.597	0.00136	0.00006	-0.00294	0.00006	-0.00158	0.00012	0.00430	0.00017
12	2426.588	4504.679	0.00063	0.00003	-0.00238	0.00003	-0.00175	0.00012	0.00301	0.00016
13	2411.950	4504.027	-0.00029	0.00002	-0.00165	0.00002	-0.00194	0.00036	0.00136	0.00032
14	2398.679	4495.046	0.00006	0.00002	-0.00042	0.00002	-0.00036	0.00028	0.00048	0.00031
15	2384.984	4485.758	0.00067	0.00037	-0.00039	0.00037	0.00027	0.00074	0.00106	0.00074
16	2374.009	4478.368	0.00062	0.00027	-0.00056	0.00027	0.00006	0.00077	0.00117	0.00036
17	2363.007	4470.904	0.00278	0.00061	-0.00034	0.00061	0.00244	0.00127	0.00311	0.00119
18	2346.699	4459.802	0.00047	0.00008	-0.00184	0.00008	-0.00137	0.00073	0.00232	0.00047

Изчислените средни квадратни грешки на елементите на деформации (θ , γ_m , E_1 , E_2) са показани в таблица IV.1, като стойностите са получени при условно приета средна квадратна грешка на измерените дължини на страните на триъгълниците $m_{S_i} = 2$ мм.

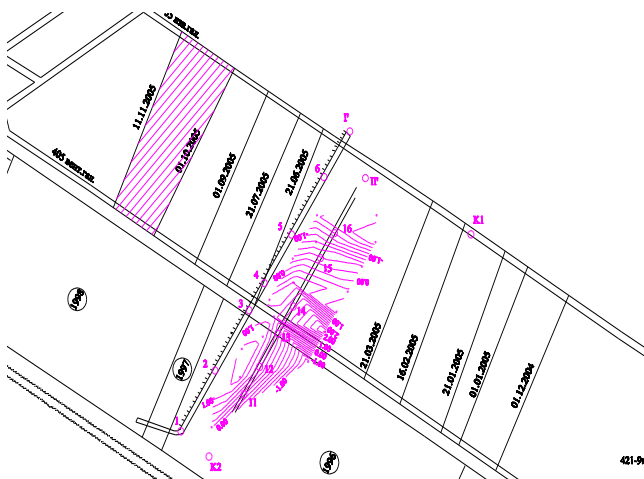
Чрез стойностите в таблица IV.1 са създадени графични модели (фиг.IV.3, IV.4, IV.5 и IV.6) за деформационното състояние на стената на шламохранилището за посочения период на наблюдение.



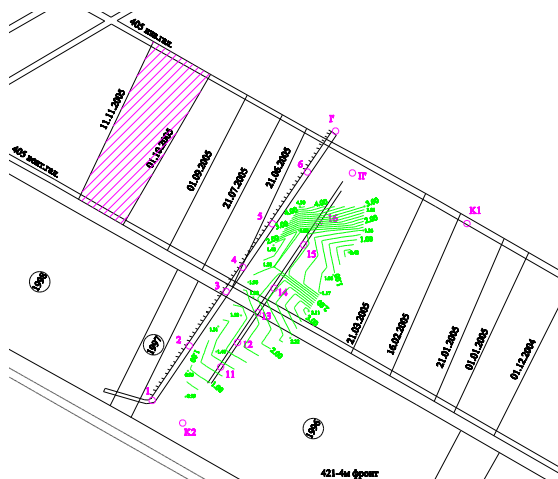
фиг.IV.3. Стойности и изолинии на главните деформации – ($E_1 \cdot 10^{-3}$)



фиг.IV.4. Стойности и изолинии на главните деформации – ($E_2 \cdot 10^{-3}$)



фиг.IV.5. Стойности и изолинии на относителното изменение на площта на триъгълниците (дилатация – $\theta \cdot 10^{-3}$)



фиг.IV.6. Стойности и изолинии на интензивността на формоизменение на триъгълниците (максимално преместване – $\gamma_m \cdot 10^{-3}$)

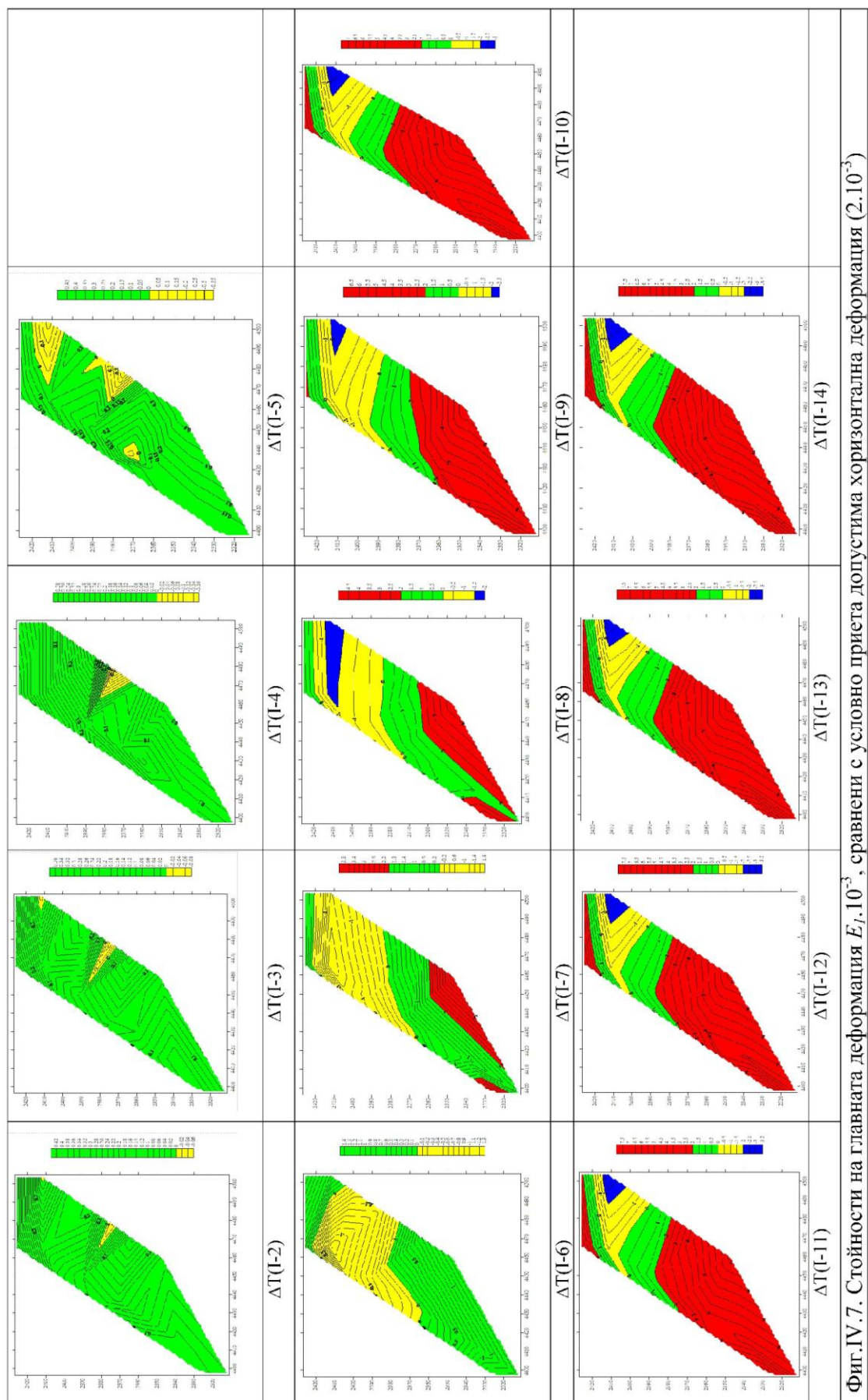
IV.2.2. Определяне на зоните с различни стойности на главните деформации и сравнение с допустими за съоръжението хоризонтални деформации

За разглеждания обект са определени стойностите на главните деформации за всеки от покриващите го триъгълници. Резултатите са получени като са взети предвид измененията в положението на наблюдаваните точки във времето под влияние на добивните минни работи. За всяко регулярно измерване са определяни стойности на E_1 спрямо първоначалното положение на върховете на триъгълниците (табл.IV.2). Получените стойности са отнесени към центъра на тежестта на всеки триъгълник.

Създаден е план на наблюдавания обект върху който с изолинии са изобразени зони с различни стойности на хоризонталните деформации. Тези стойности са сравнени с условно приетата допустима хоризонтална деформация $2 \cdot 10^{-3}$.

На фиг.IV.7 са показани:

- в *червен цвят* – зони на *опън* със стойности на хоризонталните деформации *над* допустимата приета ($2 \cdot 10^{-3}$);
- в *зелен цвят* – зони на *опън* със стойности на хоризонталните деформации *под* допустимата приета ($2 \cdot 10^{-3}$);
- в *син цвят* – зони на *натиск* със стойности на хоризонталните деформации *над* допустимата приета ($2 \cdot 10^{-3}$);
- в *жълт цвят* – зони на *натиск* със стойности на хоризонталните деформации *под* допустимата приета ($2 \cdot 10^{-3}$).



Фиг. IV.7. Стойности на главната деформация $E_1 \cdot 10^{-3}$, сравнени с условно приета допустима хоризонтална деформация ($2 \cdot 10^{-3}$)

Таблица IV.2. Стойности на E_I за всеки от триъгълниците за интервала от време между първото и всяко поредно измерване

I-во измерване 3.12.2004			2 изм.	3 изм.	4 изм.	5 изм.	6 изм.	7 изм.	8 изм.	9 изм.	10 изм.	11 изм.	12 изм.	13 изм.	14 изм.
Координати на центъра на тежестта			I-2	I-3	I-4	I-5	I-6	I-7	I-8	I-9	I-10	I-11	I-12	I-13	I-14
N	триъгълник	X Y	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³	E1.10 ⁻³
1		2311,02 4396,49	0,08	0,07	0,11	0,12	1,37	1,60	1,88	2,59	2,99	3,12	3,14	3,27	3,31
2		2326,69 4397,87	0,11	0,16	0,07	0,14	1,33	2,92	3,67	4,69	5,75	5,99	6,21	6,28	6,35
3		2338,41 4415,09	0,11	0,16	0,10	0,14	0,68	0,91	1,40	2,03	3,21	3,29	3,41	3,36	3,50
4		2353,72 4416,25	0,12	0,10	0,10	0,13	0,25	0,48	1,05	2,60	3,87	4,01	4,08	4,11	4,08
5		2360,39 4430,02	0,01	0,04	0,03	0,10	0,06	0,46	0,99	2,49	3,76	3,91	4,02	4,08	4,03
6		2371,37 4437,41	0,07	0,06	0,08	-0,08	-0,14	0,19	0,64	1,76	3,12	3,21	3,45	3,61	3,44
7		2380,58 4434,45	0,02	0,01	0,20	0,27	-0,33	-0,68	-0,59	-0,04	1,11	1,28	1,34	1,38	1,48
8		2389,97 4450,04	0,04	0,01	0,13	0,27	-0,39	-0,76	-0,47	0,36	1,57	1,66	1,71	1,77	1,89
9		2402,99 4449,69	0,09	0,08	0,00	0,04	-0,82	-1,29	-1,25	-1,11	-0,73	-0,37	-0,39	-0,28	-0,33
10		2411,98 4464,98	0,17	0,12	0,01	0,04	-1,22	-1,82	-1,77	-1,51	-0,98	-0,58	-0,59	-0,48	-0,50
11		2426,62 4465,60	0,42	0,36	0,19	0,29	0,51	0,89	1,54	2,68	3,99	4,40	4,47	4,48	4,65
12		2426,59 4504,65	0,40	0,29	0,14	0,18	1,26	0,97	1,29	1,94	2,54	2,67	2,74	2,76	2,80
13		2411,95 4504,03	-0,02	-0,04	0,01	-0,24	0,50	-1,45	-2,03	-2,52	-3,04	-3,08	-3,10	-2,99	-3,19
14		2398,68 4495,05	0,18	0,19	0,22	0,16	-0,32	-0,81	-1,12	-1,47	-1,55	-1,67	-1,78	-1,81	-1,88
15		2384,98 4485,76	0,21	0,25	0,37	-0,03	-0,56	-0,04	-0,13	0,19	0,56	0,68	0,77	0,77	0,45
16		2374,01 4478,37	-0,05	-0,08	-0,16	-0,32	0,08	0,66	0,82	2,06	2,66	2,74	2,63	2,51	2,53
17		2363,01 4470,90	0,21	0,20	0,04	0,33	0,94	1,54	2,29	3,15	4,79	4,93	4,98	4,92	5,11
18		2346,70 4459,80	0,03	0,03	0,22	0,46	1,39	3,85	4,53	6,12	6,89	7,26	7,30	7,54	7,59

На базата на резултатите от изследванията може да се направят следните изводи и заключения:

1. Получените резултати от изследването на деформираното състояние на масива за разглеждания период между 9-то и 10-то наблюдение потвърждават общата представа за поведението му при подработване с минни работи.

2. Стойностите на главните деформации E_1 са изцяло положителни (разтягане), с посока към отработеното пространство с направление, следващо движението на добивния фронт. Максималната им стойност е над границата между движещия се $421^{9м}$ фронт и отработения преди години съседен $421^{4м}$ фронт (фиг.IV.3).

3. Стойностите на главните деформации E_2 са изцяло отрицателни (свиване), с посока почти перпендикулярна на движението на фронта. Максималната им стойност е над средата на добивната изработка (фиг.IV.4).

4. Относителното изменение на площите (дилатация) θ има положителни стойности (увеличени площи) в зоната от старото отработено пространство до средата на добивния фронт. Максималната стойност е както при E_1 – над границата между движещия се $421^{9м}$ фронт и отработения преди години съседен $421^{4м}$ фронт (фиг.IV.5). От средата на фронта, в посока на здравия масив на североизток, стойностите са отрицателни (намалени площи).

5. Графиката на формоизменението (максимално преместване) γ_m показва два пика – един над границата между движещия се $421^{9м}$ фронт и отработения преди години съседен $421^{4м}$ фронт и втори (с $1/3$ по-голяма стойност) – над средата на добивния фронт (фиг.IV.6).

6. При еднаква точност на измерване на дължините на страните по-добри оценки се получават за по-малките триъгълници и за тези от тях със съразмерни страни.

7. Опънови хоризонтални деформации, надвишаващи приетите допустими стойности за обекта, се явяват първоначално над границата между движещия се $421^{9м}$ фронт и отработения преди години съседен $421^{4м}$ фронт. С напредването на фронта зоната им се разширява в посока на отработеното от новия фронт пространство.

8. Натискови хоризонтални деформации, надвишаващи приетите допустими стойности за обекта, се явяват над зоната на отработеното пространство от новия фронт. Общо зоната с натискови деформации, превишаващи или не критичните, намалява по площ във времето, което е за сметка на зоната с опънови деформации.

9. Появата на натискови деформации в североизточната част на стената на шламохранилището може да се обясни с близостта на вертикалните крила на възлищните пластове.

10. При непрекъснато следене на поведението на стената, както в процеса на подработването ѝ с минни работи, така и след това, чрез определените стойности на изследваните елементи на деформациите, може да се прогнозира опасните зони и моменти на поява на стойности, надвишаващи критичните за съоръжението. Въз основа на тези прогнози се предприемат мерки за

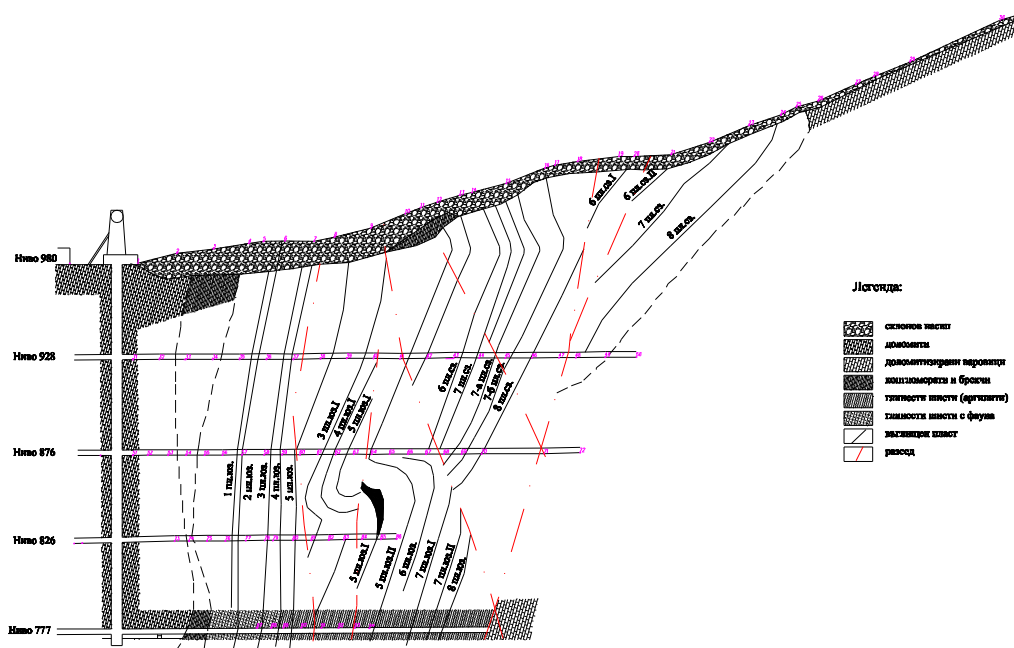
осигуряване на безопасното състояние на съоръжението и неговата дълговременна и безопасна експлоатация.

IV.3. Определяне на елементите на деформации за скалния масив при вертикална шахта „Кичеста”, рудник „Девина”, Балкански въглищен басейн

За оценка на деформационното състояние на скалния масив в участък “Кичеста” на несъществуващия вече рудник “Девина” са използвани данни от маркшайдерски наблюдения, проведени за изучаване на възможността за безопасно подработване на вертикална шахта “Кичеста” при изземване на въглищни запаси в близост до нея. Задачата за разработване на мерки за провеждане и контрол за безопасно подработване на вертикалната шахта е изпълнена от колектив с ръководител ст.н.с. инж. Ефтим Николов от Дирекцията за Научни Изследвания при “Минпроект” ЕАД. Маркшайдерските наблюдения са извършвани от автора и технически сътрудници.

IV.3.1. Кратки сведения за природните и минно-техническите условия

Вертикална шахта “Кичеста” е разположена в доломити и доломитизирани варовици в които не са регистрирани тектонски размествания (фиг.IV.8).



фиг.IV.8. Вертикален разрез през ВШ ”Кичеста” и прилежащите ѝ травербани.

Теренът в района е стръмнозападащ в посока от север на юг. Въгленосната зона е със стръмен наклон (над 70°), отстои на 40-50 м северно от

шахтата и обхваща голям брой въглищни пластове. Регистрирани са и множество геоложки нарушения с различна ориентация. От въглищните пластове само три са с промишлена мощност (II-ри, V-ти южна зона и VI-ти южна зона), която варира от 0,70 м до 0,90 м.

По време на наблюденията добивни работи са водени между двете най-долни нива 777 и 826 по II-ри пласт със запълване на отработеното пространство и по V-ти ю.з. и VI-ти ю.з. с обрушаване.

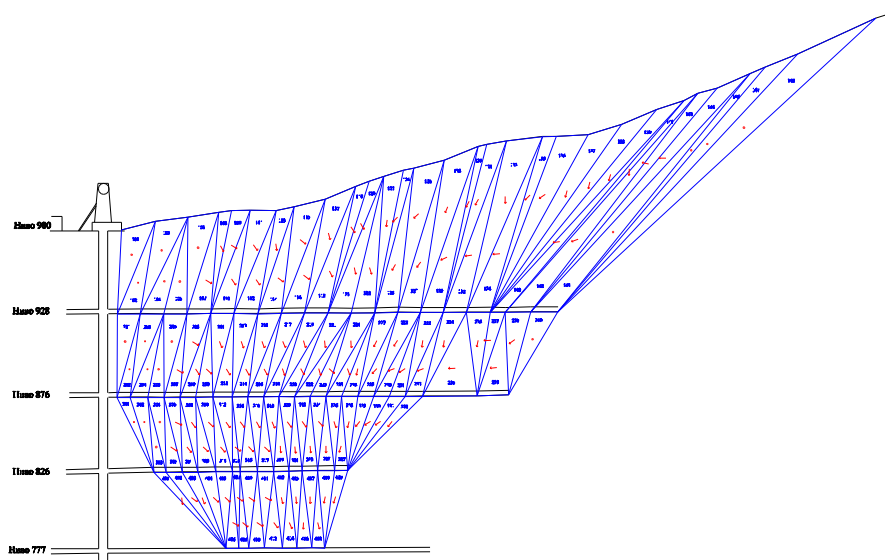
Вертикалната шахта е с неподатлив монолитен бетонов крепеж с метална армировка. Сградата на подземната машина е от южната страна.

За нуждите на прогнозирането на очаквани деформации от влиянието на минните работи е създадена наблюдателна станция. Тъй като обект на опазване е шахтата, наблюдателните линии са заложени по травербаните, започващи от нея към въгленосната зона, на всички възможни нива (фиг.IV.8 – нива 928, 876, 826 и 777). На земната повърхност точките от наблюдателната линия са разположени точно във вертикалната равнина над споменатите травербани. Извършвани са периодични наблюдения на всички линии като са измервани височинни и линейни величини спрямо неподвижни точки извън зоната на влияние на добивните работи.

IV.3.2. Оценка на деформационното състояние на скалния масив по данни от маркшайдерски наблюдения

За онагледяване на оценката на деформационното състояние на масива около вертикалната шахта са изчислени елементите на деформациите по резултатите от две последователни наблюдения.

От проведените наблюдения са определени координатите на стабилизираните точки. Чрез тях са изчислени разстоянията между реперите в двете епохи. Създадена е мрежа от триъгълници, свързващи наблюдаваните точки на отделните нива и земната повърхност [79] (фиг.IV.9).



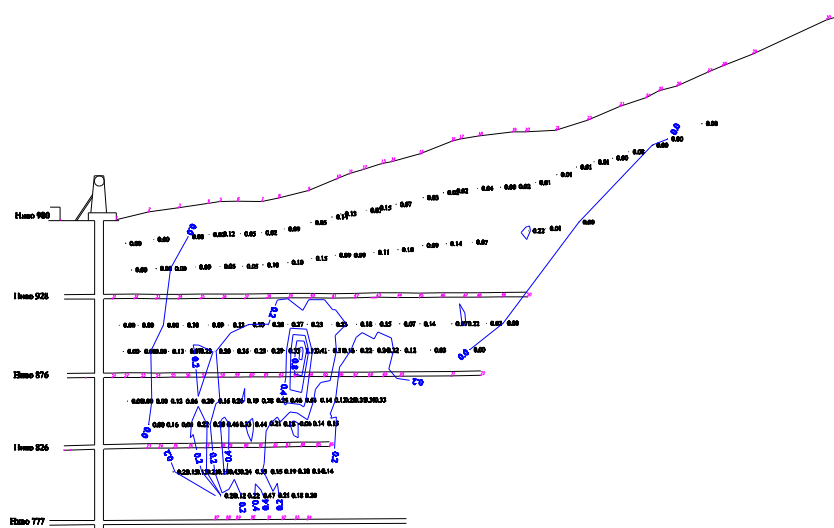
фиг.IV.9. Мрежа от триъгълници с посока на главната деформация E_1 във всеки от тях.

За всеки триъгълник са определени:

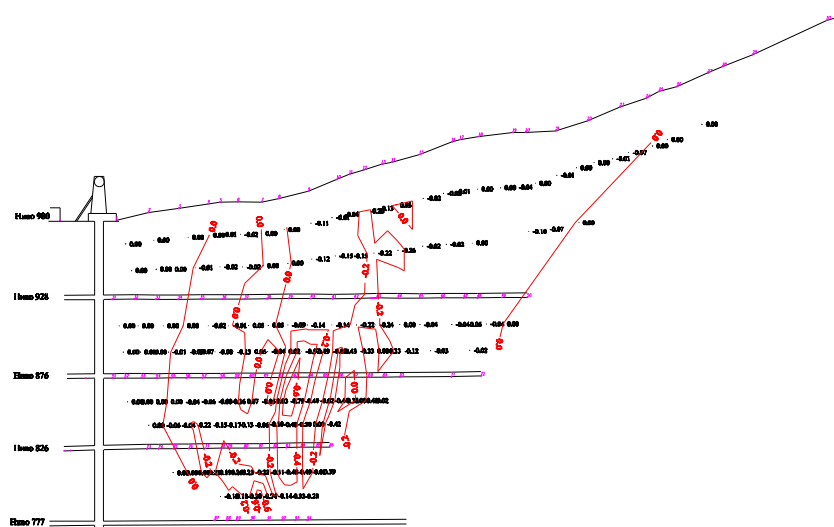
- посоката и стойността на главната деформация – E_1 ;
- стойността на главната деформация – E_2 ;
- стойността на относителното изменение на площта – θ ;
- стойността на интензивността на формоизменение – γ_m ;
- центъра на тежестта на триъгълника.

На фиг.IV.9 се вижда още и посоката на главната деформация – E_1 , нанесена в центъра на тежестта на всяка елементарна фигура.

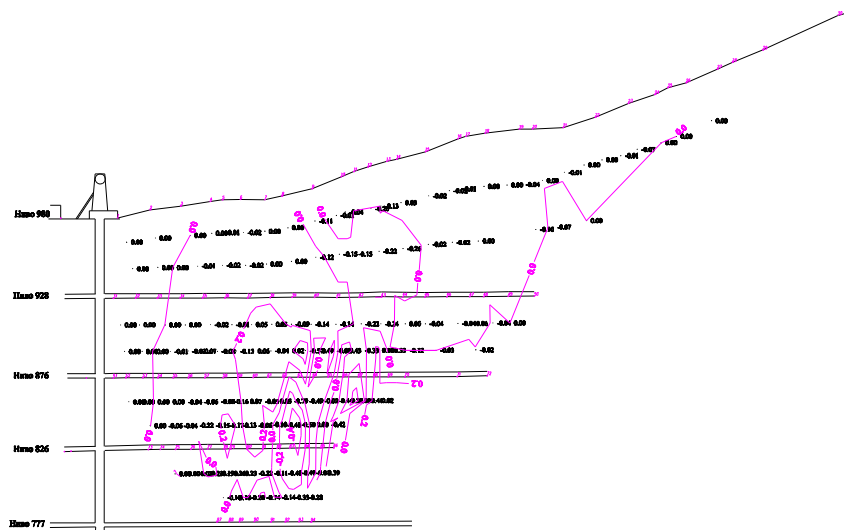
Чрез стойностите на изчислените за всеки триъгълник елементи на деформациите са създадени графични модели на деформационното състояние на скалния масив за периода между двете наблюдения (фиг.IV.10, IV.11, IV.12 и IV.13).



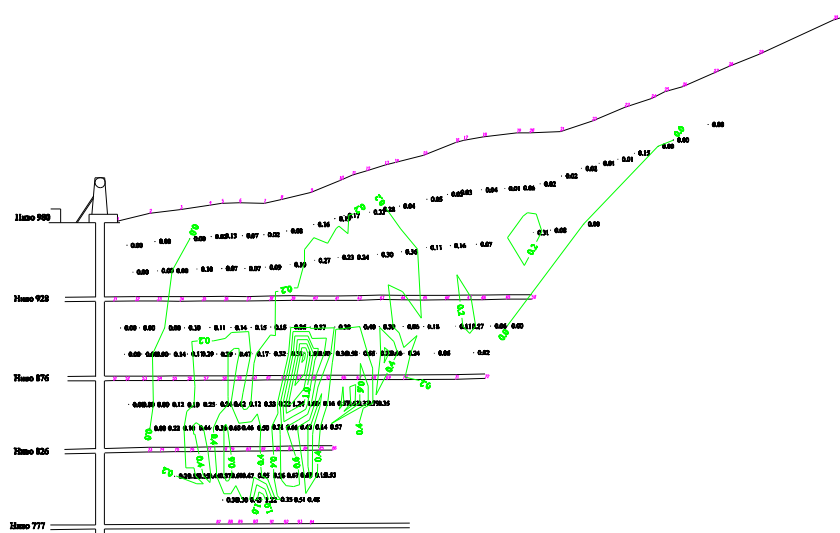
фиг.IV.10. Стойности и изолинии на главната деформация – $(E_1 \cdot 10^{-3})$.



фиг.IV.11. Стойности и изолинии на главната деформация – $(E_2 \cdot 10^{-3})$.



фиг.IV.12. Стойности и изолинии на относителното изменение на площта на триъгълниците – $(\theta \cdot 10^{-3})$.



фиг.IV.13. Стойности и изолинии на интензивността на деформацията на триъгълниците – $(\gamma_m \cdot 10^{-3})$.

Получените по-горе резултати характеризират поведението на скалния масив само за разглеждания интервал от време.

На базата на резултатите от изследванията може да се направят следните изводи и заключения:

1. Получените стойности на елементите на деформациите за изследвания период от време потвърждават представата за поведението на масива при подработването му със стръмни пластове.
2. Деформациите се проявяват само във въгленосната зона (нулевите им линии съвпадат с границите между нея и вместиращите скали), което се

обяснява с геоложкия строеж, с елементите на залягане и с различните якостни характеристики на скалите в нея и тези на околните скални разновидности.

3. Максималните стойности на разтягане (E_1) се проявяват в зоната над добивните работи по V-ти ю.з. и VI-ти ю.з. и са чувствително по-големи от тези над II-ри пласт. При първите два се работи с обрушаване, а при третия пласт – със запълване на отработеното пространство.

4. Максималните стойности на свиване (E_2) са концентрирани до отработеното пространство като са по-високи откъм висящата страна.

5. Относителното изменение на площите на елементарните фигури е с по-високи стойности в зоните на разтягане и с по-ниски в зоните на свиване над добивните работи.

6. В някои части на масива установените геоложки нарушения разделят зони с различни стойности на елементите на деформациите.

7. Получените стойности на деформациите за интервала между двете наблюдения не представляват опасност за вертикалната шахта.

8. При извършване на регулярни наблюдения и изчисления на стойностите на елементите на деформациите може да се прогнозира развитието на деформационния процес в масива и при необходимост да се предприемат допълнителни мерки за опазване на вертикалната шахта, както и да се определят подходящи зони за прокарване на нови изработки.

IV.4. Определяне на елементите на деформации за целици в метазалеж 44 в р-к „Джурково”, „Лъки Инвест” ЕООД

За изчисляване на елементите на деформации по данни от маркшайдерски наблюдения са използвани измервания за следене на устойчивостта на целици при добив на оловно-цинкова руда за условията на р-к „Джурково”, „Лъки Инвест – Джурково” ЕООД.

IV.4.1. Кратки сведения за природните и минно-техническите условия

Лъкинското рудно поле се намира на 5 км. южно от гр. Лъки по северния склон на Централно-Родопския купол и по западната граница на Източно-Родопското палеогенско понижение. Рудник „Джурково” разработва едни от най-значителните оловно-цинкови рудни запаси в района.

Добивът е подземен, като към момента добивните работи се извършват на хоризонти: хор.632, 572, 472 и прилежащите им подетажни изработки.

Литоложката структура на находището е представена от гнайси, слюдени шисти, мрамори и пегматити.

Рудните тела в рудник „Джурково” се отнасят към два морфогенетични типа – жилни и метасоматични. Средната мощност на жилните тела варира от 0.5м. до 2.5м., а на метасоматичните – от 0.5 до 5-6м.

Основните рудни минерали са: галенит, сфалерит, пирит, халкопирит, а нерудните са представени основно от кварц и калцит.

Системите на разработване, използвани към настоящия момент, са: Система с подетажно обрушване и Камерно-стълбова система.

Разкриващите изработки на находище „Джурково” са две вертикални шахти и една наклонена минна изработка с един изход на повърхността.

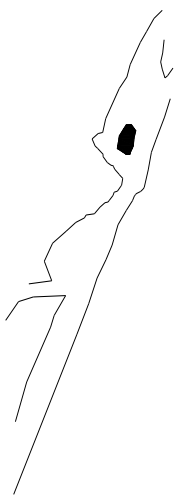
Транспортирането на отбитата минна маса се извършва с челни товарачи и минни камиони с нисък профил и намалено отделяне на вредни емисии.

IV.4.2. Оценка на деформационното състояние на целик по данни от маркшайдерски наблюдения

От началото на 2017 година в зоната на метазалеж 44 е изградена специална наблюдателна станция. Тя има за цел да осигури надеждно и точно определяне на пространственото положение на стабилизирани в два целика реперни точки (фиг.IV.14).



фиг.IV.14. Снимки на целик 2 в метазалеж 44



фиг.IV.15. Ситуация с наблюдавания целик 2

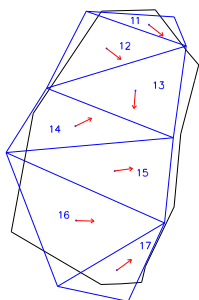
Реперите са разположени по контура на целиците в линии в горната, средната и долната им част. Периодичните наблюдения са извършени от гл.ас. Милена Бегновска и от автора. За онагледяване на изчисляването на елементите на деформации са използвани резултатите от 2-то и 3-то наблюдение (проведени съответно на 14.02.2017 и 23.03.2017 г.).

От проведените наблюдения са определени дължините на страните на триъгълниците в трите нива на целик № 2 (фиг.IV.15) в двете епохи. Мрежите от триъгълници са показани на фиг. IV.16, IV.17 и IV.18.

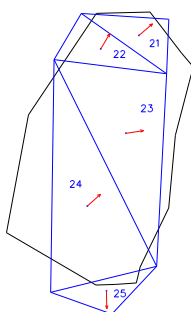
За всеки триъгълник са изчислени:

- посоката и стойността на главната деформация – E_1 ;
- посоката и стойността на главната деформация – E_2 ;
- стойността на относителното изменение на площта – θ ;
- стойността на интензивността на формоизменение – γ_m ;
- центъра на тежестта на триъгълника.

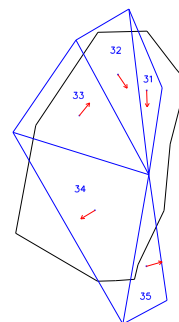
Конкретните стойности на елементите на деформациите за триъгълниците са показани в таблица IV.3. На фиг.IV.16, IV.17 и IV.18 се вижда още и посоката на главната деформация – E_1 , нанесена в центъра на тежестта на всяка от елементарните фигури.



фиг.IV.16. Триъгълници в долната част на целика



фиг.IV.17. Триъгълници в средната част на целика



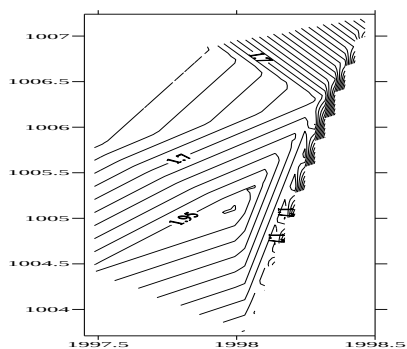
фиг.IV.18. Триъгълници в горната част на целика

Таблица IV.3.

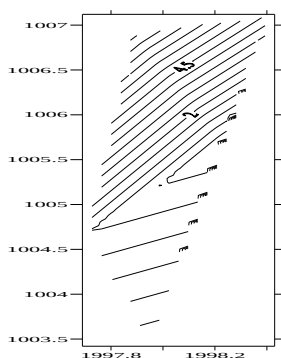
№ на т-к	Център на тежестта		Елементи на деформациите				
	X [м]	Y [м]	E_1	Посока на E_1 спрямо страна b [°]	E_2	θ	γ_m
11	1007.24	1998.50	0.00267	-21.0	-0.00947	-0.00680	0.01214
12	1006.90	1997.89	0.00149	-60.0	0.00054	0.00203	0.00095
13	1006.29	1998.31	0.00171	-81.0	0.00040	0.00211	0.00130
14	1005.78	1997.45	0.00148	23.5	-0.00029	0.00119	0.00177
15	1005.14	1998.01	0.00201	35.7	-0.00090	0.00111	0.00290
16	1004.42	1997.46	0.00196	74.9	0.00055	0.00251	0.00141
17	1003.71	1998.04	0.00158	53.7	-0.00398	-0.00241	0.00557
21	1007.12	1998.43	0.00426	83.8	-0.00277	0.00150	0.00702
22	1006.92	1997.88	0.00781	73.6	-0.00234	0.00547	0.01015
23	1005.70	1998.24	0.00048	80.4	-0.00106	-0.00155	0.00058
24	1004.65	1997.69	0.00053	30.9	-0.00111	-0.00058	0.00164
25	1003.42	1997.96	0.00295	-77.2	-0.00002	0.00293	0.00297
31	1006.52	1998.54	0.00048	-5.0	-0.00258	-0.00306	0.00210
32	1006.77	1998.14	0.00021	6.7	-0.00329	-0.00308	0.00351
33	1006.12	1997.53	0.00380	76.0	-0.00046	0.00334	0.00426
34	1004.63	1997.77	0.00152	-97.8	-0.00069	0.00083	0.00221
35	1003.74	1998.58	0.00109	84.1	-0.00423	-0.00314	0.00521

Чрез стойностите в таблица IV.3 са създадени графични модели за деформационното състояние на целик 2 за посочения период на наблюдение.

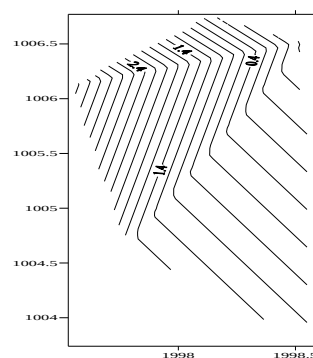
На фиг.IV.19, IV.20 и IV.21 са показани контурни карти, а на фиг.IV.22, IV.23 и IV.24 векторни карти на изменението на стойностите на главната деформация E_1 в различните нива на целика.



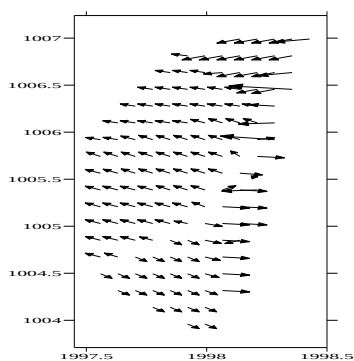
фиг.IV.19. Изолинии на $E_1.10^{-3}$ в долната част на целика



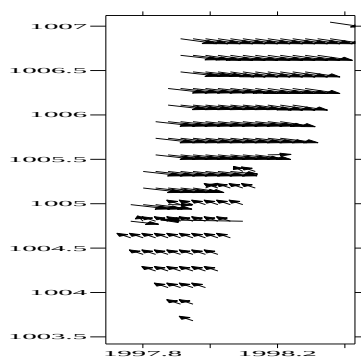
фиг.IV.20. Изолинии на $E_1.10^{-3}$ в средната част на целика



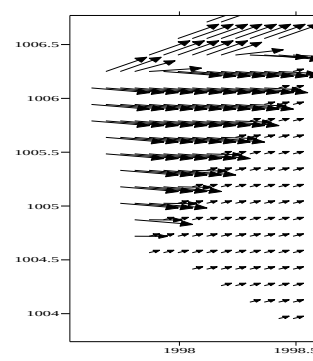
фиг.IV.21. Изолинии на $E_1.10^{-3}$ в горната част на целика



фиг.IV.22. Векторна карта на $E_1.10^{-3}$ в долната част на целика



фиг.IV.23. Векторна карта на $E_1.10^{-3}$ в средната част на целика



фиг.IV.24. Векторна карта на $E_1.10^{-3}$ в горната част на целика

По аналогичен начин може да се онагледят и измененията на стойностите на останалите характеристики на деформациите.

За да се получат правилни оценки от интерпретацията на резултатите е необходимо те да бъдат показани по подходящ начин и в подходяща форма.

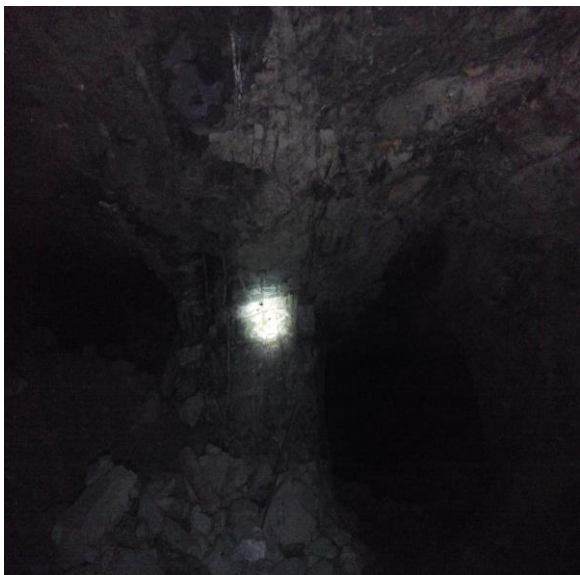
Графиките на фигурите за конкретния обект на изследване са получени чрез програмния продукт Surfer 8.0. Визуализацията на резултатите може да се покаже и чрез 3D повърхнина, чрез мрежеста (wireframe) карта, чрез релефна карта със светлосенки и т.н.

Въз основа на обработени данни след всяко измерване може да се получи картина на изменението на деформационното състояние на обекта и при подходяща интерпретация да се прогнозира бъдещи стойности на изследваните параметри, както и да се предприемат конкретни превантивни мерки относно безопасността на наблюдавания обект.

С навлизането на нови инструменти и технологии на измерване, както в подземни условия, така и на земната повърхност, става възможно наблюдаване и на недостъпни участъци или такива, в които е опасно за извършващия измерванията. Съвременните далекомири позволяват определянето на дължини да става както с отражателна призма или специална марка, така и безрефлекторно. Правени са изследвания у нас [9, 13] за оценка на някои особености при измервания с лазерен далекоммер. В други се препоръчва при измерване да се отчита влиянието както на атмосферните промени (температура, налягане, влажност и запрашеност [10, 12]) в минните изработки, така и на материала на крепежната конструкция [8], ако се наблюдават премествания на крепежа, тъй като и двата фактора влияят върху точността на измерваните дължини. От съществено значение е и ъгълът на визурата спрямо наблюдаваната повърхнина, както и вида на скалите, които са с различни отражателни характеристики [11].

На базата на резултатите от изследванията може да се направят следните заключения и изводи:

1. Вертикалният натиск върху целика предизвиква неговото странично разширяване в напречно на натоварването направление.



фиг.IV.25

2. В зоните на контакт с горнището и долнището напречните деформации са ограничени от силите на сцепление и триене с вместиращите скали. Централната част по височина на целика се намира на максимално разстояние от тези контактни зони. Ето защо напречните деформации се реализират в пълна степен именно в средата на неговата височина [50]. Разрушаващият се целик придобива формата на пясъчен часовник (фиг.IV.25).

3. Стойностите на главните деформации E_1 и E_2 са най-големи в северната и южната част на целика и чувствително по-малки в средната му част;
4. Относителното изменение на площите θ (дилатация) също е с най-големи стойности в крайните зони на целика, но при следните особености:

- в контактните зони с горнището и долнището в крайните участъци на целика се реализира свиване, а в средата – разтягане;
- докато в средната по височина част на целика е обратното – в краищата е разтягане, а в средата – свиване.

5. Интензивността на формоизменението γ_m също е с най-големи стойности в крайните зони на целика;

6. Чрез извършените маркшайдерски измервания се доказва начина на деформиране на наблюдавания целик, потвърждаващ общоизвестната теория, както и възможността да се изследва състоянието му във времето и пространството.

В тази глава е показана възможността за определяне на инвариантните характеристики на деформациите за различни типове обекти:

- съоръжение, подработвано от минни работи;
- скален масив, подложен на влиянието на минни работи, за условията на въглищен рудник;
- целици, подложени на влиянието на минни работи, за условията на полиметално находище.

Въз основа на резултатите от изследванията може да се направят следните изводи и заключения:

1. Предложеният метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите е приложим за посочените типове обекти и условия.

2. Получените резултати потвърждават представата за поведението на наблюдаваните обекти, подложени на геомеханични процеси от различен характер.

3. Маркшайдерските измервания осигуряват необходимите данни за изчисляване на стойностите на елементите на деформациите и спомагат за охарактеризиране на геомеханичното състояние на наблюдаваните обекти в пространството и във времето.

4. Получените стойности за главните деформации могат да послужат за сравняване с допустимите хоризонтални деформации за съответния вид наблюдаван обект, вследствие на което да се посочат опасни зони и да се предприемат адекватни мерки за запазване на неговата цялост и безопасна експлоатация.

ГЛАВА V

МОДЕЛНО ОПИСАНИЕ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ

V.1. Въведение

Въз основа на натрупани знания, опит и данни за поведението на изследвания скален масив или обект, се изгражда представата за развитие на деформационните процеси в пространството и времето. Тази представа предопределя условията за управление и прилагането на различни решения и мерки, както по отношение на ефективност, така и на безопасност на работа и експлоатация.

Моделирането на процесите, свързано с възможностите на съвременната теория, практика и техника, улеснява и подпомага в значителна степен изучаването и въздействието им върху средата.

Създаването на математичен модел се предхожда от предварителен анализ на влияещи върху обекта фактори и от определяне на дефиниционната му област на изследване.

Моделът, макар и идеализиран в някакво отношение, поради редица допускания и недостатъчно познаване на средата, трябва да послужи за описание и като средство за управление на изследвания обект.

Съгласуването на избрания модел с естеството на изследвания процес става чрез непрекъснато коригиране след въвеждане на нови елементи и резултати от експериментални данни.

Адекватността на модела се основава на формирането на точни оценки и правилното им използване за въздействие върху реалния обект на изследване.

V.2. Избор на математичен модел, описващ изучаваните геомеханични процеси

Решенията по отношение на създаването на адекватни, достатъчно близки по определен критерий до реалните процеси математически модели, изискват опит и познания в различни области. Познаването на технологията на добива, на законите на скалната механика, на връзките и зависимостите на процесите в масива, както и натрупаната информация от многократни наблюдения за конкретните обекти, позволява успешното решаване на инженерните задачи. При формирането на математичните модели се предлагат варианти, които се оценяват по различни критерии. Въз основа на оценките се избира най-добрият.

Познати са софтуерни пакети и отделни компютърни програми с помощта на които се търси тенденцията на изменение във времето и пространството на изследваните явления и процеси.

При изучаване на процесите се различават два етапа:

- *математическо описание* (моделиране, идентификация) на процеса;
- *прогнозиране на бъдещи стойности* на изследваните величини за различни моменти от времето.

За получаване на резултати за двата етапа на изследване на процеса чрез динамичния статистически анализ е необходимо да се анализира изменението

на компонентите на времевите редове. За целта данните от времеви ред се разделят на отделни компоненти – тренд, циклични, сезонни и случайни колебания.

Трендът (T) характеризира насоченото, закономерно и нециклично развитие на изследвания процес, което е резултат от действието на закономерни фактори през изследвания период.

Цикличните колебания (C) са регулярно повтарящи се отклонения в развитието на изследвания процес с определена периодичност и амплитуда за периоди, по-големи от една година.

Сезонните колебания (S) представляват регулярно повтарящи се отклонения с определена периодичност и амплитуда за периоди, по-малки от една година.

Случайните колебания (I) са отклонения, характеризиращи изменението на изследвания процес в резултат на случайни и разнопосочно действащи фактори [51].

Всеки динамичен ред е комбинация от случайния компонент и останалите (или някои от тях) компоненти. Времеви редове са в мултипликативна форма, когато съставлящите го компоненти са в произведение:

$$Y = TCSI \quad (V.1)$$

Когато компонентите са свързани чрез сумиране, времеви ред е в адитивна форма:

$$Y = T + C + S + I \quad (V.2)$$

Състоянието на изследвания геомеханичен процес в определена точка във времето зависи от неговото състояние в предходни моменти. Това означава, че елементите на динамичния статистически ред, които отразяват изменението на процеса, са зависими помежду си. Автокорелацията представлява вътрешна взаимозависимост между елементите на динамичния ред. За измерването ѝ се формират т.нар. лагови променливи величини. Те се получават чрез „изместване” на динамичния ред с определен брой елементи. Като се имат предвид лаговите променливи величини при различен лаг, за измерване на автокорелацията се използват коефициенти на автокорелация. Изчисляват се и частните коефициенти на автокорелация.

Трендовите модели са функции на времето. Те могат да бъдат линейни или нелинейни.

Линейният трендов модел може да се опише с формулата:

$$Y_t = b_0 + b_1 t. \quad (V.3)$$

Когато трендът в изследвания динамичен ред има нелинейна форма, линейният трендов модел не е подходящ за неговото моделиране. Всички нелинейни модели могат да бъдат използвани за моделиране на тренда в динамичните редове след като бъдат представени като функции на времето [51], [49]:

- квадратичен модел:

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 t_i + b_2 t_i^2 \quad (V.4)$$

- кубичен модел:

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 t_i + b_2 t_i^2 + b_3 t_i^3 \quad (V.5)$$

- логаритмичен модел:

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 \ln t_i \quad (V.6)$$

- модел на нарастването:

$$\hat{Y}_t = \exp(b_0 + b_1 t) \quad (V.7)$$

- експоненциален модел:

$$\hat{Y}_t = b_0 e^{b_1 t} \quad (V.8)$$

- S-крива:

$$\hat{Y}_t = \exp\left(b_0 + \frac{b_1}{t}\right) = e^{(b_0 + b_1/t)} \quad (V.9)$$

- степенен модел:

$$\hat{Y}_t = b_0 b_1^t \quad (V.10)$$

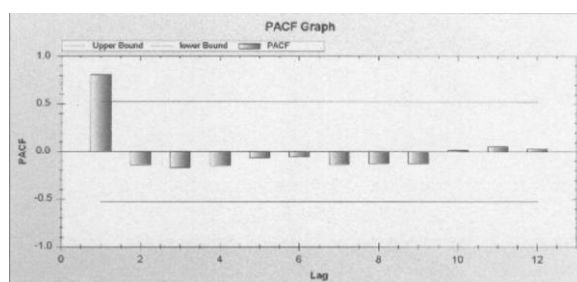
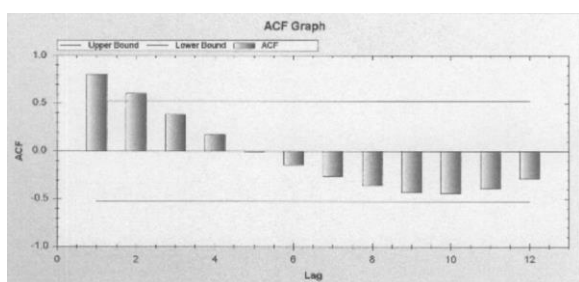
- инверсен модел:

$$\hat{Y}_t = b_0 + \frac{b_1}{t} \quad (V.11)$$

- логистичен модел:

$$\hat{Y}_t = \frac{1}{\frac{1}{u} + b_0 b_1^t} \quad (V.12)$$

Различните софтуерни продукти предлагат възможност за избор на изглаждащата крива, като за всяка избрана се извеждат и различни оценки. Въз основа на тях може да се избере всяка от апроксимиращите линии за описване на зависимостта. Ако изглаждащата крива е полином, за определяне на степента му се използват частните коефициенти на автокорелация. Най-високата степен на полинома, описващ тренда, е равна на най-големия лаг, при който има значими частни коефициенти на автокорелация (фиг.V.1) [74].



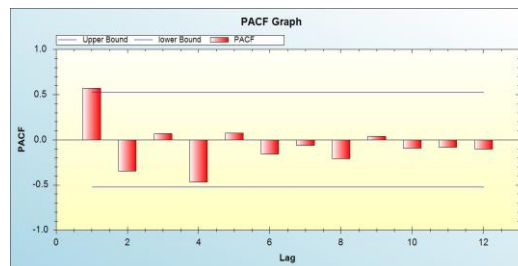
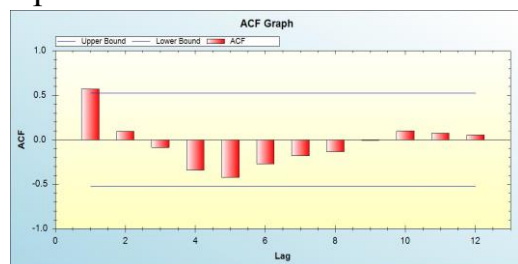
фиг.V.1. Автокорелационна и частна автокорелационна функция на движението на репер от наблюдателна станция

Оценки за близостта на апроксимиращата емпиричните данни функция могат да бъдат остатъчната дисперсия, стандартната грешка, коефициентът на корелация (R), коефициентът на детерминация (R^2). Най-добрият тренд е при най-малка стандартна грешка и най-голяма стойност на R^2 . Независимо от компютърното ранжиране на математичните модели, изследователят трябва да избере този, който е най-близък до реалния като поведение от гледна точка на технологията и на механиката.

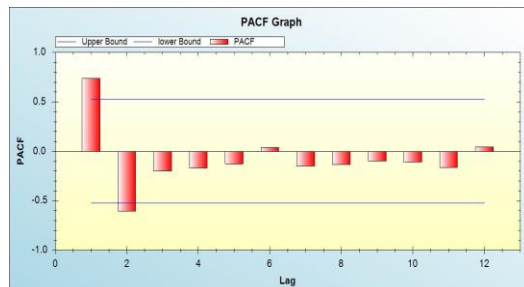
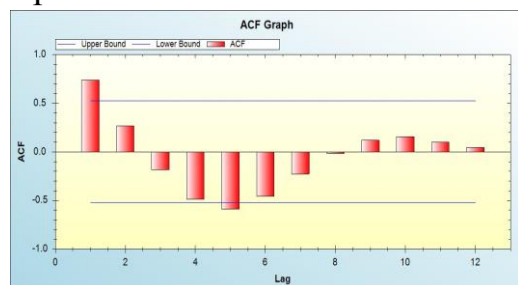
Като пример за приложението на времевите редове при изследването на елементите на деформации (в случая E_1) са взети триъгълници №4 и №13 от стената на шламохранилището, посочено в т.IV.2.

Графиките и изчислените величини за изследвания обект са получени чрез софтуерното приложение „Zaitun Time Series”, чиито изисквания относно минимален брой данни не са съвсем строги [84]. На фиг.V.2 са показани графиките на автокорелационната и на частната автокорелационна функция за триъгълници №4 и №13.

Триъгълник №4



Триъгълник №13



фиг.V.2. Графики на ACF и на PACF за триъгълници №4 и №13.

В табл.V.1 се виждат резултатите от анализа на данните за E_1 за двата триъгълника чрез линеен, квадратичен и кубичен тренд и съответните им оценки.

Таблица V.1

Variable	Value	Value	Value	Value	Value	Value
		Триъгълник №4			Триъгълник №13	
Included Observation	14	14	14	14	14	14
Linear Trend Equation	$Y_t = 0.16341 + 0.024879t$	$Y_t = -0.57698 + 0.30252t - 0.01851t^{**2}$	$Y_t = 0.15355 - 0.19774t + 0.062063t^{***2} - 0.003581t^{***3}$	$Y_t = -0.10121 - 0.0065055t$	$Y_t = 0.39934 - 0.19421t + 0.012514t^{***2}$	$Y_t = 0.23836 - 0.083972t - 0.0052413t^{***2} + 0.00078911t^{***3}$
R	0.212535	0.604320	0.713585	0.097319	0.676776	0.692436
R-Squared	0.045171	0.365203	0.509204	0.009471	0.458025	0.479468
R-Squared Adjusted	0.446565	0.548746	0.603216	0.012906	0.269846	0.284436
Sum Square Error	2.976584	1.978916	1.530009	1.006972	0.550971	0.529173
Mean Squared Error	0.248049	0.179901	0.153001	0.083914	0.050088	0.052917

Двата триъгълника са избрани поради това, че се намират в две различни зони на влияние – триъгълник №4 е в зона с изцяло опънни деформации, а триъгълник №13 е в зона, подложена както на опънни, така и на натискови деформации.

Следващата стъпка в изследванията е прогнозиране на бъдещи стойности на изследваните параметри за избран момент от време. Когато са натрупани достатъчно на брой данни и е избран правилно моделът на развитие на деформационния процес във времето, е възможно предвиждане на такива стойности с определена степен на вероятност.

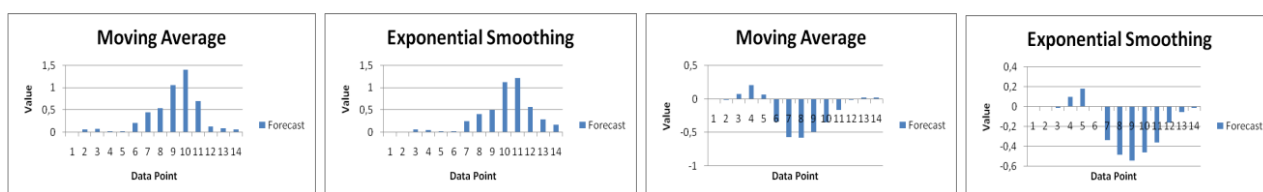
Прогнозирането може да се извърши и оцени със специализирани софтуерни продукти или с такива, с по-общ характер.

За конкретния пример са прогнозираны стойности за E_1 :

- чрез „Microsoft Office Excel” за двата разглеждани триъгълника (табл.V.2 и фиг.V.3):

Таблица V.2

№ триъгълник	№ на набл.	Реална стойност $E_1 \cdot 10^{-3}$	Прогноза чрез Moving Average	Прогноза чрез Exp. Smoothing
4	14	0.040	0.045	0.167
13	14	0.020	0.020	-0.009



фиг.V.3. Прогнозирани стойности за E_1 за триъгълници №4 и №13

За проверка на прогнозния модел тук се сравнява получената реална стойност за E_1 от 14-то измерване с прогнозната, като моделът е определен въз основа на данните от 1-во до 13-то наблюдение.

V.3. Визуализация и интерпретация на резултатите от маркшайдерски измервания при изследване на геомеханични процеси

Съгласно [36] при изучаване на деформациите се спазва следната последователност:

1. Организиране и извършване на измерванията;
2. Обработка на данните от измерванията;
3. Анализ на резултатите;
4. Интерпретация на крайните резултати.

За да се получат правилни оценки от интерпретацията на резултатите е необходимо те да бъдат показани по подходящ начин и в подходяща форма.

В зависимост от целите на изследванията са възможни различни варианти на визуализация.

В следващите страници са онагледяват тези възможности на база резултатите от определените хоризонтални и вертикални премествания и

елементи на деформациите за стената на шламохранилището към мини „Бобов дол” ЕАД.

V.3.1. Визуализация и интерпретация на резултатите за хоризонтални и вертикални премествания

Изчислени са стойностите на хоризонталните и вертикалните премествания чрез предложените в [36] общоизвестни таблични форми (таблици V.3 и V.4):

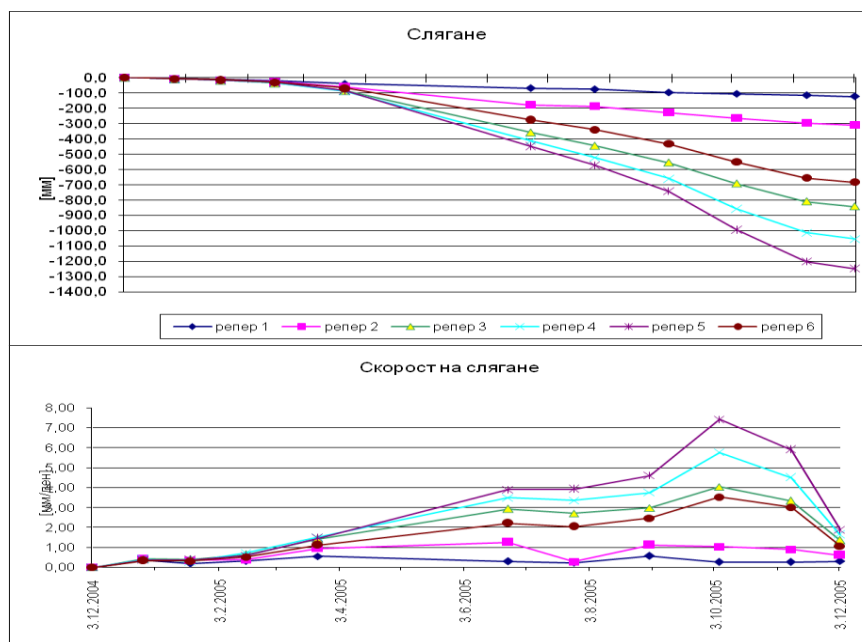
Таблица V.3. Изчисляване на ХОРИЗОНТАЛНИ ПРЕМЕСТВАНИЯ

Дата							$\Delta t_{i-1} = \dots\dots$		$\Delta T_{ij} = \dots\dots$	
№ на наблюдаваната точка	Начални координати, [m]		Текущи координати, [m]		Хоризонтални премествания, [mm]		Скорост на хор.преместване, [mm]/.....		Хоризонтално преместване, [mm]	
	X	Y	X	Y	в хор. равнина	перп. на	в хор. равнина	перп. на	в хор. равнина	перп. на
Наблюдение	I		i		i - (i-1)		i, (i-1)		i - I	
т.1										
т.2										

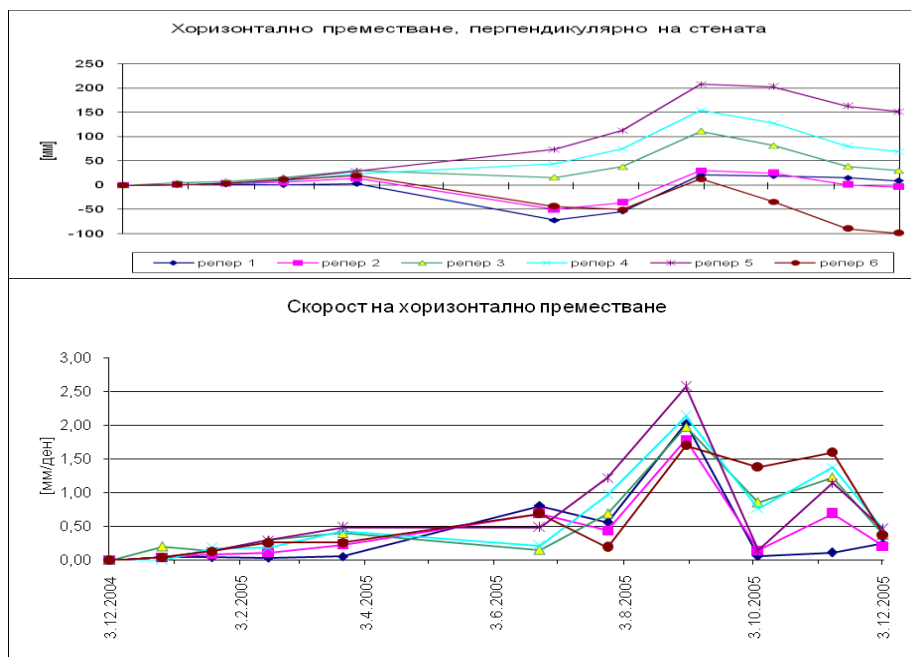
Таблица V.4. Изчисляване на ВЕРТИКАЛНИ ПРЕМЕСТВАНИЯ

Дата				$\Delta t_{i-1} = \dots\dots$	$\Delta T_{ij} = \dots\dots$
№ на наблюдаваната точка	Начална кота, [m]	Текуща кота, [m]	Вертикални премествания, [mm]	Скорост на верт.преместване, [mm]/.....	Вертикално преместване, [mm]
Наблюдение	I	i	i - (i-1)	i, (i-1)	i - I
т.1					
т.2					

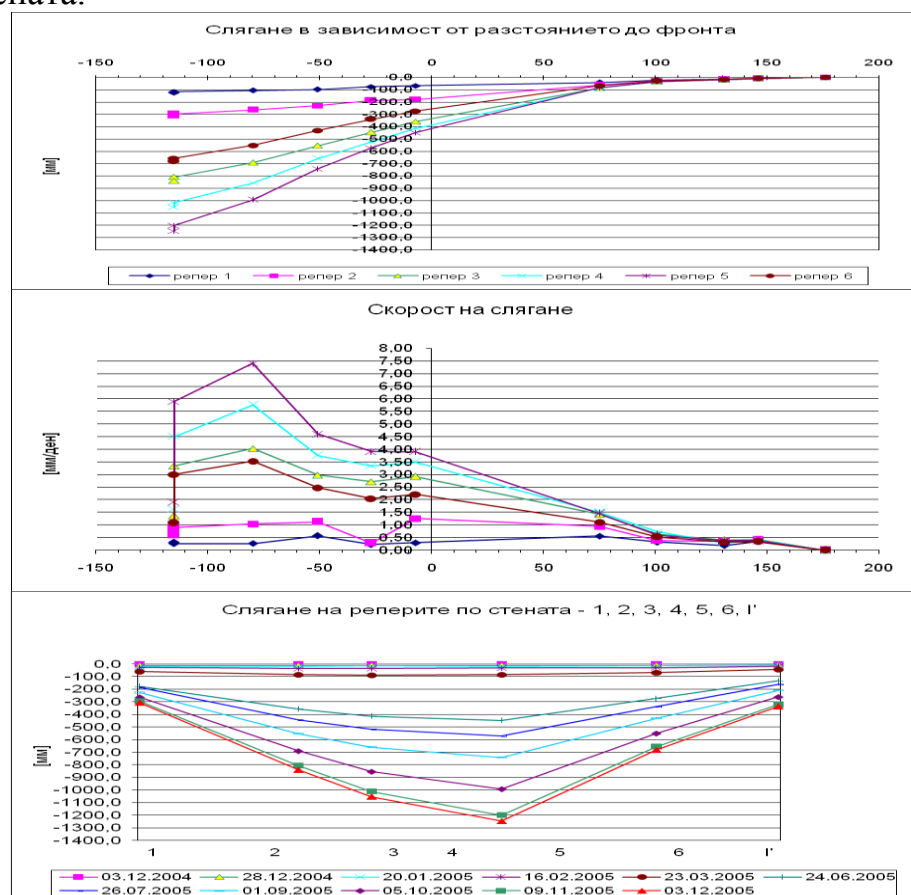
На фиг.V.4 и фиг.V.5 са показани графиките на изчислените вертикални и хоризонтални премествания и техните скорости на някои от реперите по стената за проведените наблюдения.



фиг.V.4. Вертикални премествания и скорости



На фиг.V.6 се виждат вертикалните премествания и техните скорости на същите репери в зависимост от отстоянието им от фронта и от разположението им по стената.



V.3.2. Визуализация и интерпретация на резултатите за елементите на деформациите

За определяне и характеризирание на деформационното състояние на стената на шламохранилището в периода на подработване, са изчислени елементите на деформации за всеки от 18-те триъгълника от мрежата:

- относително изменение на площта – дилатация θ ;
- формоизменение – максимално преместване γ_m ;
- главни стойности на деформациите E_1 и E_2 и посоките T_1 и T_2 на главните оси.

Посочените величини се отнасят към центровете на тежестта на триъгълниците и важат за целите им площи и съответните им равнини [32].

В табл.V.5 са показани стойностите на главната деформация $E_1 \cdot 10^{-3}$ за всички триъгълници в поредните измервания.

Табл. V.5.

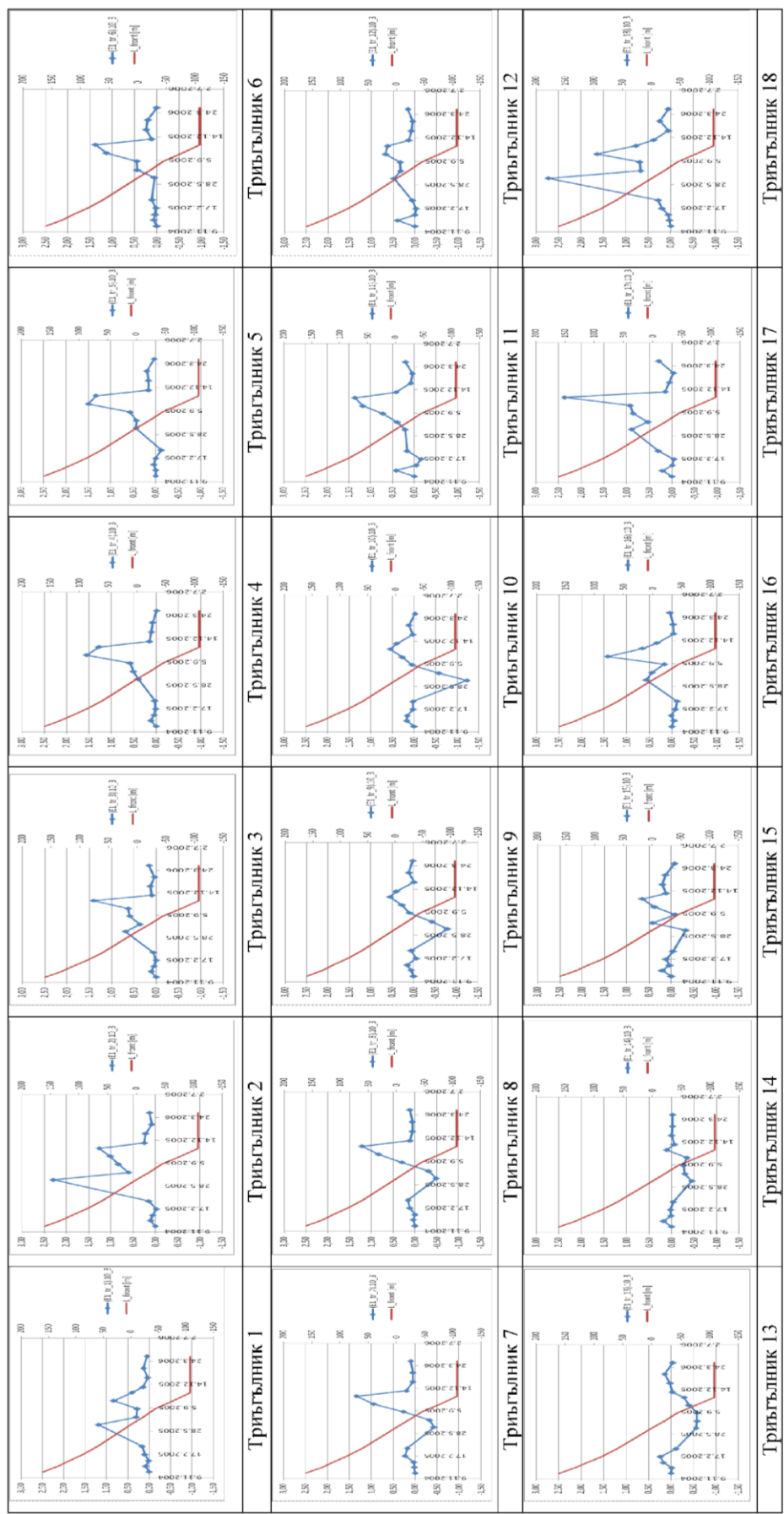
№	тр.1	тр.2	тр.3	тр.4	тр.5	тр.6	тр.7	тр.8	тр.9	тр.10	тр.11	тр.12	тр.13	тр.14	тр.15	тр.16	тр.17	тр.18
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,08	0,11	0,11	0,12	-0,01	0,07	0,02	0,04	0,06	0,17	0,42	0,40	-0,02	0,18	0,21	-0,05	0,21	0,03
3	0,01	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,00	0,15	0,16	-0,05	0,00	0,17	0,01	0,04	0,01	-0,01	0,05
4	0,10	-0,02	0,00	0,01	0,00	0,02	0,23	0,12	-0,06	0,02	-0,16	-0,03	0,24	0,03	0,12	-0,08	-0,04	0,19
5	0,16	0,15	0,06	0,03	-0,13	0,11	0,18	0,16	0,05	0,03	0,16	0,06	-0,11	-0,04	-0,04	-0,12	0,30	0,28
6	1,19	2,29	0,69	0,40	0,44	0,05	-0,43	-0,49	-0,79	-1,22	0,21	0,48	-0,56	-0,45	-0,32	0,57	0,89	2,72
7	0,30	0,60	0,36	0,51	0,42	0,44	-0,33	-0,31	-0,42	-0,57	0,39	0,33	-0,58	-0,29	0,42	0,44	0,53	0,67
8	0,28	0,83	0,59	0,58	0,57	0,45	0,27	0,30	0,10	0,05	0,72	0,34	-0,58	-0,26	-0,09	0,17	0,86	0,69
9	0,83	1,01	0,63	1,55	1,50	1,13	0,94	0,83	0,27	0,27	1,18	0,68	-0,40	-0,34	0,38	1,42	0,92	1,64
10	0,40	1,26	1,40	1,27	1,33	1,37	1,33	1,21	0,55	0,55	1,36	0,63	-0,29	0,11	0,65	0,65	2,37	0,78
11	0,14	0,25	0,10	0,15	0,16	0,12	0,20	0,12	0,40	0,40	0,42	0,14	-0,03	-0,06	0,12	0,33	0,15	0,39
12	0,03	0,22	0,13	0,11	0,16	0,24	0,05	0,06	-0,01	0,03	0,08	0,08	0,02	0,00	0,20	-0,04	0,06	0,05
13	0,13	0,08	0,04	0,08	0,19	0,20	0,05	0,06	0,11	0,12	0,04	0,05	0,02	-0,02	0,13	-0,03	-0,03	0,24
14	0,05	0,13	0,16	0,04	0,03	0,00	0,10	0,12	0,02	-0,02	0,20	0,16	0,02	-0,02	-0,07	0,04	0,29	0,05

Когато е необходимо да се оцени влиянието на някой технологичен фактор върху деформационния процес е необходимо използването на някои възможности на софтуерните продукти. Например в електронните таблици на MicroSoft Office Excel има възможност на една графика да се покажат две скали и съответни линии на изследвани параметри.

На следващите фигури (фиг.V.7) се вижда изменението във времето на стойностите на главната деформация E_1 за всеки от разглежданите триъгълници и отстоянието на стената на шламохранилището от движещия се въглищен фронт.

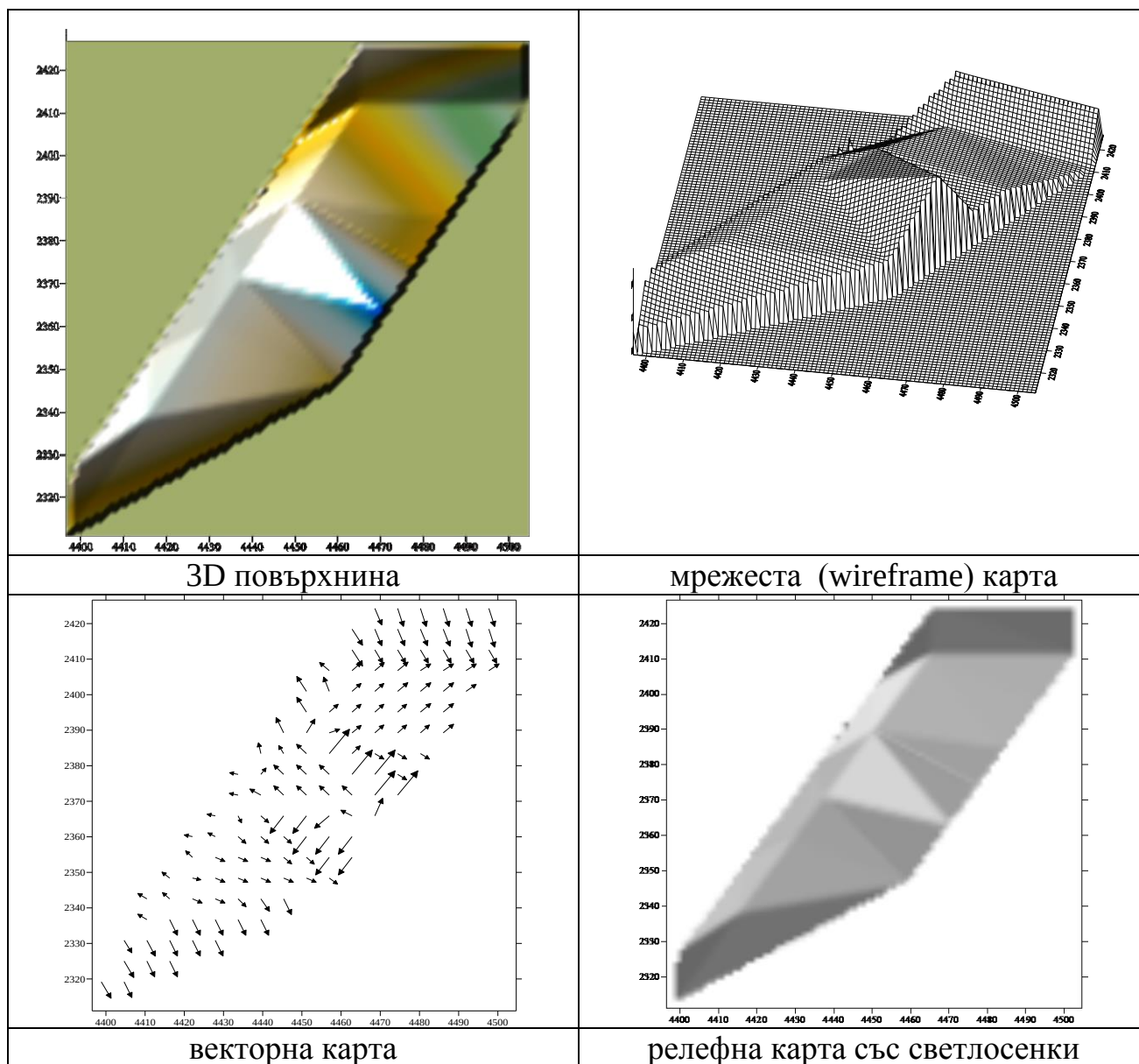
Имайки предвид ситуационното разположение на триъгълниците спрямо подработващия фронт ясно се очертават следните закономерности за влияние на минните работи в наблюдавания период от време:

- подработващият фронт започва да влияе върху стената на съоръжението при доближаването ѝ на около 70-80 метра (фиг.V.6 и фиг.V.7);
- един месец след спиране работата на фронта рязко намаляват стойностите на E_1 ;
- различават се ясно изразени зони на опън и на натиск в района на стената в различните етапи на движение на фронта – триъгълници 1, 2, 3, 4, 5, 6, 16, 17 и 18 определят зона само на опън с посока към новия фронт; триъгълници 11 и 12, опиращи на вертикалните крила на пластовете – също, с посока отново към новия фронт; триъгълници 7, 8, 9, 10, 13, 14 и 15 са в зона и на опън, и на натиск, в зависимост от отстоянието от фронтовата линия;
- максималните стойности на опън за E_1 са в триъгълниците над по-рано отработения фронт с посока към новия.



Фиг.V.7. Графики на $E_L \cdot 10^{-3}$ и отстояние (L) на стената от линията на добивния фронт за целия срок на наблюденията

Изменението на деформационното поле на обекта може да бъде показано и чрез различни графични модели, генерирани в средата на софтуерния продукт SURFER 8.0 като на фиг.V.8.



Фиг.V.8 (показаните фигури са за $E_1 \cdot 10^{-3}$, измерване 13-14)

На фиг.V.8 се виждат графики за $E_1 \cdot 10^{-3}$ в интервала между 13-то и 14-то измерване чрез *3D-повърхнина*, *мрежеста (wireframe) карта*, *векторна карта* и *релефна карта със светлосенки*.

Независимо от това какъв вид графика ще се избере, тези модели онагледяват изменението на изследваните деформационни характеристики само към даден момент. Лесно се възприемат, дават добра представа за площното разпределение на показателите, но за да се проследи процеса във времето е необходимо съставянето на поредица от такива визуализации. Разбира се, при съвременната техника това не е проблем.

На фиг.V.9, V.10, V.11 и V.12 са показани графики за разпределението на елементите на деформациите (главните деформации E_1 и E_2 , относителното изменение на площта θ , формоизменението γ_m) за интервалите между (1-2), (8-9), (9-10) и (13-14) измервания. За целта са използвани контурни карти и образни (image) карти.

На фиг. V.13 са показани контурни карти за $E_1 \cdot 10^{-3}$ и отстоянието (L) на стената от линията на добивния фронт в интервалите (ΔT) между всички измервания.

Изучаването на геомеханичните процеси предполага и подходящо представяне на получените резултати от изследванията. Въз основа на показаното в тази глава може да се направят следните изводи и заключения:

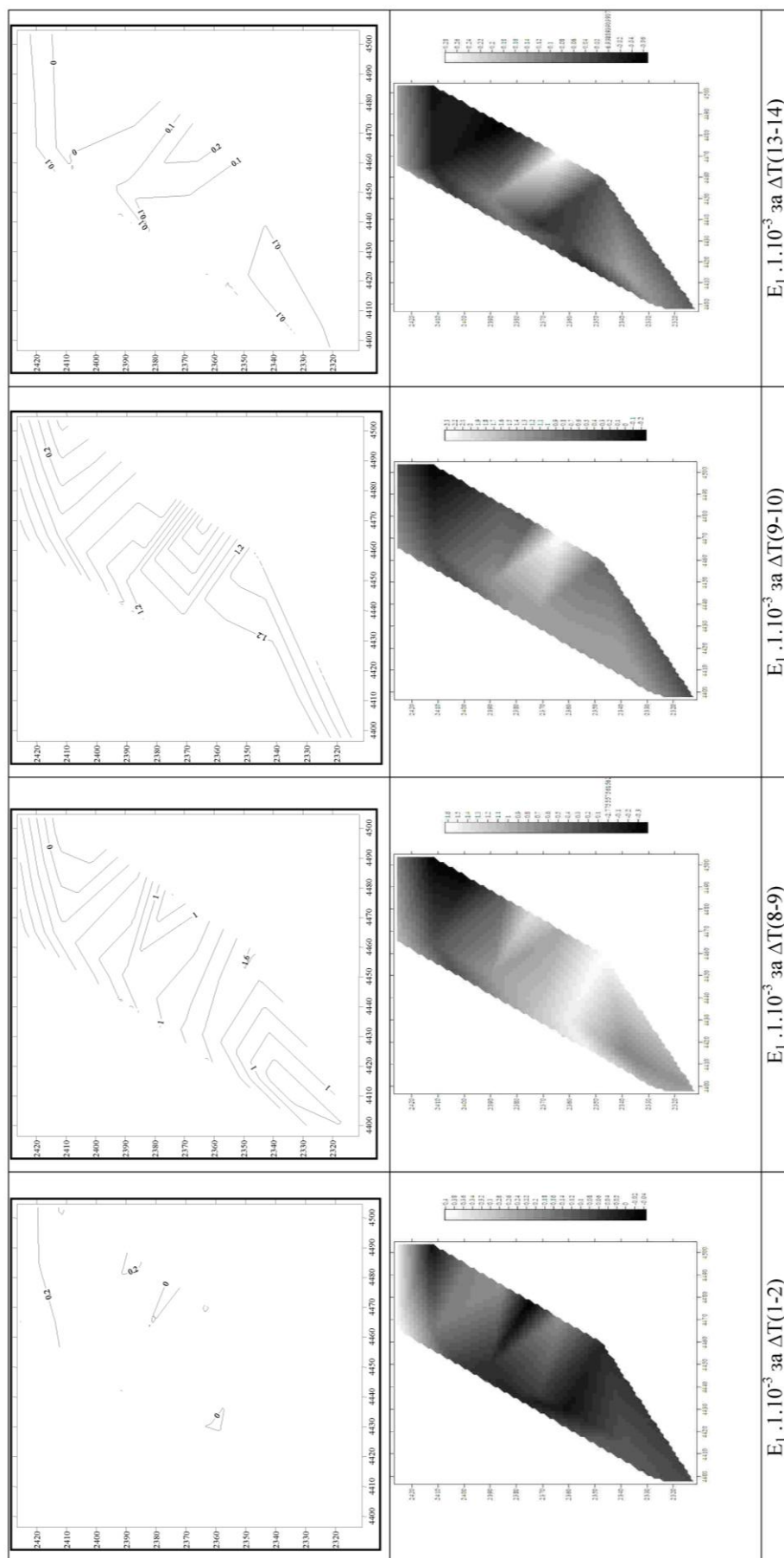
1. За подобряване на оценките при избора на модел както за представяне на деформационния процес във времето, така и за прогнозиране на бъдещи стойности на изследваните параметри, е необходимо натрупване на по-голям брой данни от измервания.

2. Следвайки динамиката на деформационния процес след всяко наблюдение трябва да се проверява и избира подходящият за момента модел, който след правилна интерпретация на резултатите, да определи интервала от време до следващото измерване въз основа на предварително зададена стойност на опасни деформации.

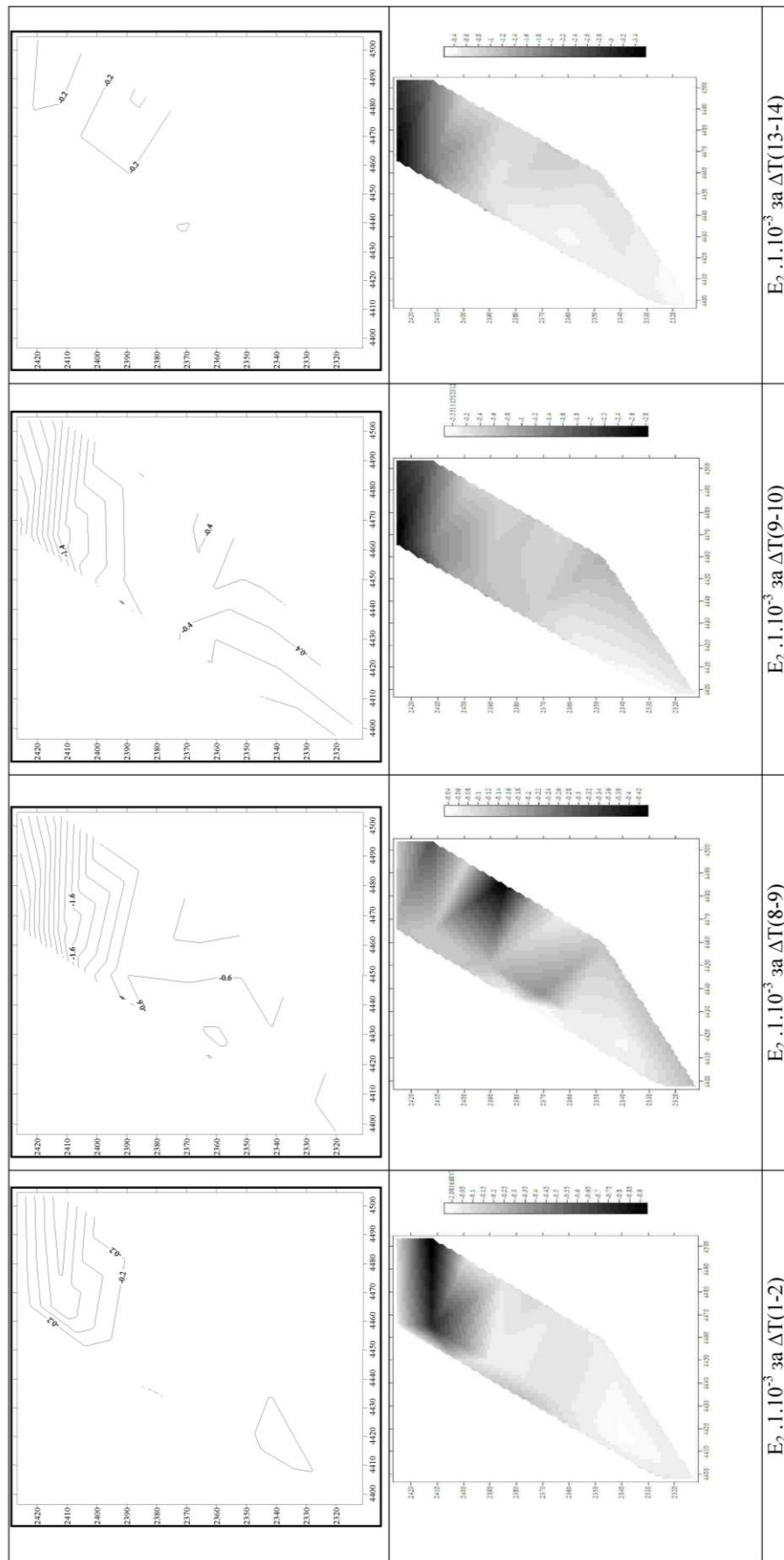
3. Използването на възможностите на съвременна както измервателна, така и изчислителна техника и подходящи софтуерни продукти осигурява надеждност и представителност на крайните резултати от изследванията.

4. Подходящото визуално представяне на междинни и крайни резултати от маркшайдерските измервания подпомага значително изследователския процес и позволява вземането на правилни своевременни инженерни решения относно безопасността на наблюдавания обект.

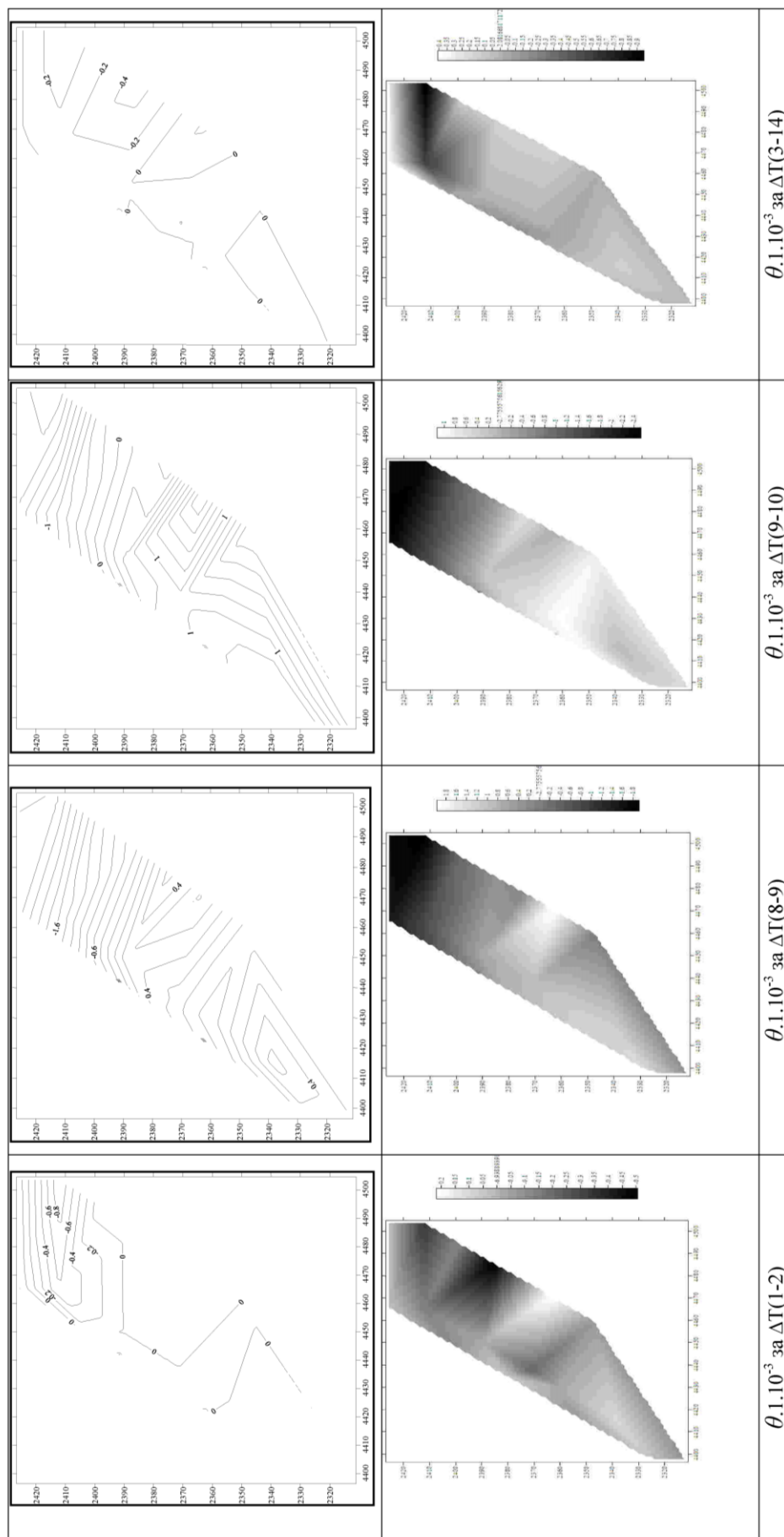
5. Графично представените стойности на инвариантните характеристики на деформациите, съвместени с някои технологични фактори, дават много ясна представа за връзките помежду им и обясняват текущото геомеханично състояние на скалния масив, породено от влиянието на минните работи.



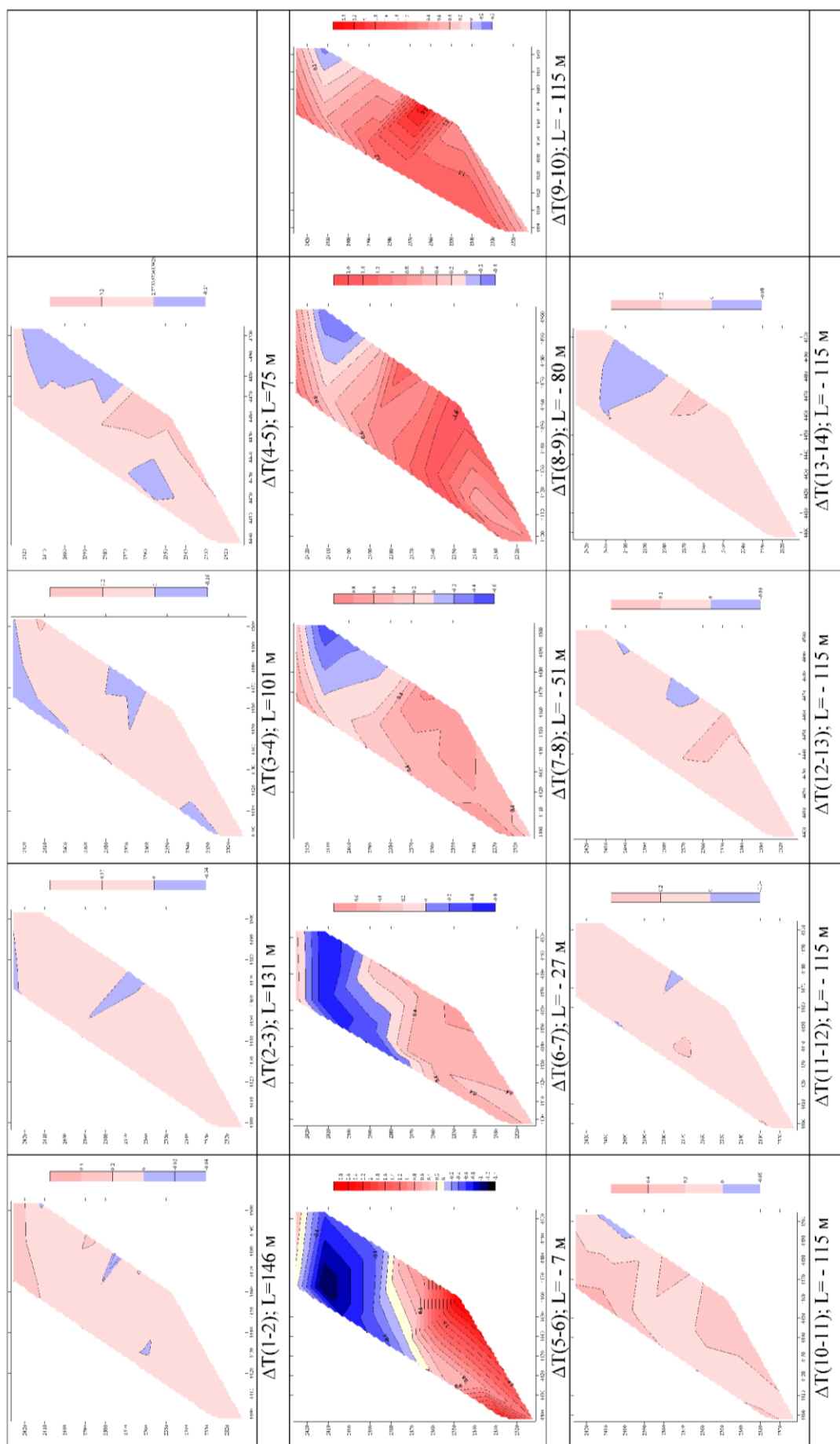
Фиг. V.9. Графики на $E_1 . 1 . 10^{-3}$ за четири избрани интервала между измерванията, показани чрез контурна карта и образна (image) карта



Фиг. V.10. Графики на $E_2 \cdot 10^{-3}$ за четири избрани интервала между измерванията, показани чрез контурна карта и образна (image) карта



Фиг. V.11. Графики на $\theta \cdot 10^{-3}$ за четири избрани интервала между измерванията, показани чрез контурна карта и образна (image) карта



Фиг. V.13. Контурни карти за E_1 , $1 \cdot 10^{-3}$ и отстояние (L) на стената от линията на добивния фронт в интервалите (ΔT) между измерванията

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методологията на изучаване на процесите в скалния масив се основава на наблюдения в естествени условия, съвместно с методи за моделиране и аналитични изследвания. За правилните решения от значение е оценката на масива (средата), като в зависимост от нея е използването на съответен формулен апарат.

В масовата практика за изучаване на деформираното състояние на скалния масив се използват ъглово-дължинни и височинни маркшайдерски измервания, които служат за определяне предимно на геометрични елементи: линейни размери на зони в масива с различно деформирано състояние; граници на зони при подработване и надработване; параметри на процеса на движение на скалите; изменение на размерите и формата на минните изработки. Чрез тези измервания се установяват хоризонтални и вертикални премествания и техните скорости през различните стадии на деформационния процес.

В представеното изложение се изследва възможността за използване на маркшайдерски измервания при изучаване на напрегнато-деформираното състояние на скалния масив, на съоръжение или на друг обект. Предложен е метод за определяне на стойностите на инвариантните характеристики на деформациите и техните точности по данни от тези измервания.

Приложимостта на метода се доказва от резултатите при изследване на деформираното състояние на скалния масив за обекти от минната практика – подработвана стена на шламохранилище, скалния масив в близост до вертикална шахта за условията на въглищен рудник, целик в полиметално находище. В разгледаните примери от практиката се потвърждава общата представа за поведението на масива при съответните технологични условия.

Показана е връзката между стойностите на главните деформации и допустимите хоризонтални деформации за различни съоръжения и обекти.

Посочват се възможности за математическото описание на изследваните процеси, както и за прогнозиране на бъдещи стойности на изучаваните величини. Решаването на тези проблеми, съвместно с подходящото им графично представяне, допринася за вземането на подходящи решения относно устойчивостта на скалния масив и обектите и възможността за тяхното безопасно и дълговременно използване.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Агошков, М.И., И.Т.Айтматов, Ш.А.Болгожин и др., Проблемы механики горных пород и разработки месторождений полезных ископаемых, „Илим”, Фрунзе, 1982, 466 стр.
2. Алимжанов, М.Т., Об одной модели работы горного массива вблизи выработки, Вопросы механики горных пород, Сборник Московского горного института, Недра, Москва, 1971.
3. Ангелов, К., Инженерна геодинамика, учебник за МГУ, София, 1997, 237 стр.
4. Андонов, Е., Р.Парашкевов, Върху поведението на системата “скали-податлив метален крепеж” в зоната на опорния натиск, Въглища, бр.9, 1981.
5. Бажин, Н.П., О.И.Мельников, В.С.Пиховкин, В.В.Райский, Охрана подрабатываемых подготовительных выработок, Недра, Москва, 1978.
6. Басинский, Ю.М., В.Ф.Водянов, В.М.Кулешов и др., Охрана капитальных выработках от влияния очистных работ, Киев, Техника, 1983.
7. Басинский, Ю.М., Е.А.Иванов, Исследование влияния сопротивления крепи на величину и скорость смещения пород на контуре капитальной выработки, сб. ВНИМИ LXIII, Ленинград, 1967.
8. Бегновска, М., Анализ на резултатите от експериментално измерване на разстояния с лазерен далекомер до образци от строителни материали, XXVIII Международен симпозиум „Съвременни технологии, образованието и професионалната практика в геодезията и свързаните с нея области”, 08-09-ноември 2018, София. ISSN: 2367-6051.
9. Бегновска, М., П.Савов, Експериментални резултати при безпризмено измерване с лазерен далекомер, Четвърта национална научно-техническа конференция с международно участие „Технологии и практики при подземен добив и минно строителство”, 23-26 септември 2014, Девин, България, с. 276-283. ISSN: 1314-7056.
10. Бегновска, М., П.Савов, Експериментално измерване на разстояния с лазерен далекомер при наличие на аерозол по трасето, Геология и минерални ресурси (София), 2015, № 6, с. 31-33. ISSN: 1310:2265.
11. Бегновска, М., П.Савов, Анализ на резултати от измерване на разстояния с лазерен далекомер до група образци с различни отражателни характеристики, XIII Национална конференция с международно участие по открит и подводен добив на полезни изкопаеми, 1-5 септември 2015, Варна, България, с. 198-204. ISSN: 1314-8877.
12. Бегновска, М., П.Савов, А.Кехайов, С.Венков, Изследване и анализ на грешки, дължащи се на разстоянието, албедото, различен ъгъл, дъжд и мъгла при безрефлекторни измервания, VII Международна конференция по геомеханика, 27 юни-01 юли 2016, Варна, България, с. 394-401. ISSN: 1314-6467.
13. Бегновска, М., П.Савов, Експериментални резултати при безпризмено измерване с лазерен далекомер, Геология и минерални ресурси (София), 2014, № 9, с. 18-22. ISSN: 1310:2265.

- 14.Берон, А.И., Е.С.Ватолин, М.И.Койфман и др., Свойства горных пород при разных видах и режимах нагружения, Москва, „Недра”, 1984, 276 стр.
- 15.Болгоин, Ш.А., Ф.И.Клиновицкий, Геомеханические условия охраны подготовительных выработок при отработке угольных пластов, Наука, Казахск.ССР, Алма-Ата, 1982.
- 16.Борисов, А.А., Механика горных пород и массивов, Москва, Недра, 1980.
- 17.Влох, Н.П., Управление горным давлением на подземных рудниках, Недра, Москва, 1994.
- 18.Вълков, М., Геомеханични модели в минното дело, изд.къща "Св.Ив.Рилски", София, 2011.
- 19.Върбанов, Хр., А.Тепавичаров, Т.Ганев, Приложна теория на еластичността и пластичността, изд. Техника, София, 1992.
- 20.Горные науки освоение и сохранение недр земли, под ред. акад.К.Н.Трубецкого, изд. Академии горных наук, Москва, 1997.
- 21.Господинов, Сл., Определяне на блоково обусловени равнинни деформации на земната кора посредством измерени пространствени хорди, Военно-топографска служба, 2011.
- 22.Господинова, В., М.Бегновска, Р.Петков, Изследване възможностите на безпилотното въздушно снимане при решаване на геодезически задачи, XXVI межд.смп."Съвременните технологии, образованието и професионалната практика в геодезията и свързаните с нея области", НТС, 03-04 ноември 2016, София.
- 23.Господинова, В., М.Бегновска, Р.Петков, Изследване възможностите на безпилотното въздушно снимане при решаване на геодезически задачи, сп."Геодезия, картография, земеустройство", №1, 2017, стр.23-26.
- 24.Григоренко, А.Г., Измерение смещений оползней, Москва, Недра, 1988.
- 25.Грицко, Г.И., В.А.Шалауров, Горное давление при групповой разработке пластов, АН СССР, Сибирское отделение, „Недра”, Новосибирск, 1978.
- 26.Давыдович, И.Л., Н.П.Бажин, Ю.П.Коренной и др., Горное давление в подготовительных выработках угольных шахт, Москва, Недра, 1971.
- 27.Даскалова, М., Върху определянето на деформации с методите на геодезията, год. УАСГ, св.3, т.XXXIX, 1998.
- 28.Демидович, Б.П., И.А.Марон, Основы вычислительной математики, изд. Второе, исправленное, Госуд. изд. физико-матем. литературы, Москва, 1963.
- 29.Дерменджиев, Кр., Изследвания върху дълговременните свойства на скалите във връзка с повишаване устойчивостта на подземните минни изработки, дисерт. труд, София, 1979.
- 30.Дерменджиев, Кр., Комплексна процедура за изследване и проектиране на участъкова добивна технологична схема, хабил. труд, София, 2006.
- 31.Димов, И., Нова хипотеза относно образуването и развитието на нееластично-вискозна област около единичните хоризонтални изработки и шахти. Год.ВМГИ,
- 32.Есиков, Н.П., Методы кинематического анализа современных движений земной поверхности, Геол. и геофизика, № , стр.130-141.

- 33.Златанов, Г., Обобщение на метода на най-малките квадрати за изравнение на нормално разпределени измервания, печ.база УАСГ, София, 1996.
- 34.Иванов, В., Геомеханична оценка на масива след закриване на р-к „Росен”, Бургаски медни мини ЕАД, год. на МГУ, т.49, св.II, 2006.
- 35.Иванов, В., Геомеханична оценка на р-к „Димов дол”, (Маданско рудно поле), год. на МГУ, т.50, св.II, 2007.
- 36.Инструкция за изследване на деформациите на сгради и съоръжения чрез геодезически методи, София, 1980.
- 37.Инструкция за опазване на обектите и съоръженията от вредното влияние на минните работи във въглищните басейни. Министерство на енергетиката. София, 1983.
- 38.Инструкция за опазване на съоръженията и обектите от вредното влияние на подземните минни работи за условията на рудните находища, КНИППИ „Нипроруда”, София, 1989.
- 39.Йофис, М.А., А.И.Шмелев, Инженерная геомеханика при подземных разработках, Недра, Москва, 1985
- 40.Катков, Г.А., А.А.Журило, Проявления горного давления при выемке пластов с труднообрушаемыми породами кровли, Уголь, бр.8, 1983.
- 41.Кошелев, К.В., А.И.Ланда, Ю.А.Петренко, Деформирование подготовительных выработок в зонах геологических нарушений, Уголь, бр.10, 1982.
- 42.Кратч, Г., Сдвигение горных пород и защита подрабатываемых сооружений, „Недра”, Москва, 1978.
- 43.Крупенников, Г.А., А.М.Козел, Методические вопросы исследований проявлений горного давления в капитальных выработках, сб.ВНИМИ LXV. Горное давление, движение горных пород и методика маркшейдерских работ., Ленинград, 1966.
- 44.Кузнецов, Г.Н., К.А.Ардашев, Н.А.Филатов и др., Методы и средства решения задач горной геомеханики, Москва, „Недра”, 1987.
- 45.Кузнецов, М.А., А.Г.Акимов, В.И.Кузьмин, М.Г.Панталеев, М.Ф.Чернишев, Сдвигение горных пород на рудных месторождениях, „Недра”, Москва, 1971.
- 46.Кузьмыч, А.С., Н.Т.Калюжный, А.С.Видулин, Расположение полевых выработок при разработке угольных месторождений, Недра, Москва, 1981.
- 47.Кулешов, В.М., Закономерности деформирования подрабатываемых и надрабатываемых угольных пластов, Разработки месторождений полезных ископаемых, вып.50, Техника, Киев, 1978.
- 48.Лекции по математика на СУ "Св. Климент Охридски".
- 49.Маждраков, М.Г., Маркшайдерство. Методика на маркшайдерските работи в откритите рудници, учебник ВМГИ, София, 1983.
- 50.Макаров, А.Б., Практическая геомеханика. Пособие для горных инженеров., „Горная книга”, Москва, 2006, 387 стр.
- 51.Манов, А., Статистика със SPSS, Тракия-М, София, 2001.
- 52.Марков, Г.И., Новые представления о формировании напряженно-деформированного состояния пород в верхней части земной коры и их

- научно-методологическое и практическое значение, Механика горных пород при подземном строительстве и освоении месторождений на больших глубинах (Памяти чл.кор. АН СССР И.А.Турчанинова). Ленинград, „Наука”, 1983.
53. Масов, Т., Геодезически работи при оценка на риска от природни бедствия, XXV межд.смп.”Съвременните технологии, обучението и професионалната практика в геодезията и свързаните с нея области”, София, 05-06 ноември 2015.
54. Методические указания по исследованию горного давления на угольных и сланцевых шахтах, ВНИМИ, Ленинград, 1973.
55. Минчев, И.Т., Механика на непрекъснатите среди, София, Техника, 1980.
56. Михайлова, Е., Прогнозиране проявите на скалния натиск в зоната на влияние на дългите добивни забои, хабил. труд, 1980.
57. Михайлова, Е., А.Тончев, Е.Николов, М.Мушакова, Повишаване устойчивостта на изработките в зоната на влияние на добивните работи в рудник “Гита Господинова”, Задача 2.58, междинен отчет, МНИ ПКИ “Минпроект-ДНИ”, юни 1986.
58. Николов, Е.Д., Прояви на скалния натиск в подготвителните изработки в рудник “Бабино”, Варна, V конгрес междунар. маркш. конгрес, том 4, стр.159.
59. Парашкевов, Р., Механика на скалите, София, Техника, 1969.
60. Райский, В.В., Влияние осадок основной кровли на неравномерного деформирования пород в подготвительных выработках, сб. ВНИМИ XLII, Ленинград, 1961.
61. Сборник ВНИМИ LXXXI, 1970.
62. Сонин, С.Д., М.Н.Шейхт, И.Л.Черняк, В.С.Лукичев, Борьба с пучением пород в горных выработках, Недра, Москва, 1960.
63. Справочник маркшейдерскому делу, под ред. А.Н. Омельченко, 4-е изд.перераб. и доп., М., „Недра”, 1979.
64. Справочник по маркшайдерство, Научен редактор М.Г.Маждраков, София, Техника, 1979.
65. Тагамлици, Я., Диференциално смятане, шесто издание, ДИ Наука и изкуство, 1978.
66. Тадеев, А.А., О картографическом смысле инвариантных характеристик деформации земной поверхности, Геодезия, картография и аэрофотосъемки, №43, стр.117-121.
67. Тер-Степанян, Г.И., Геодезические методы изучения динамики оползней, изд. 2-е, перераб., М., „Недра”, 1979, 157 стр.
68. Турчанинов, И.А., М.А.Йофис, Э.В.Каспарьян, Основы механики горных пород, Ленинград, Недра, 1989.
69. Турчанинов, И.А., Развитие механики горных пород, Механика горных пород при подземном строительстве и освоении месторождений на больших глубинах (Памяти чл.кор. АН СССР И.А.Турчанинова). Ленинград, „Наука”, 1983.
70. Указания по рациональному расположению, охране и поддержанию горных

- выработок на угольных шахтах СССР, ВНИМИ, Ленинград, 1977.
71. Ушаков, А.Н., А.Н.Белоликов, В.Н.Земисев, Г.А.Кротов, Г.Н.Кузнецов и др., Маркшейдерское дело, учебник для вузов, М., „Недра”, 1989.
72. Фильчаков, П.Ф., Численные и графические методы прикладной математики, Наукова думка, Киев, 1970.
73. Фисенко, Г.Л., Предельные состояния горных пород вокруг выработок, Москва, Недра, 1976.
74. Харалампиев, К. SPSS за напреднали, Университетско изд. Св.Кл.Охридски, С., 2007.
75. Христов, Ст., Устойчивост и отводняване на откосите в откритите рудници и кариери, изд.къща „Св.Ив.Рилски”, МГУ, София, 2000.
76. Хрисчев, Г.С., Влияние на подземните минни работи върху устойчивостта на земната повърхност, Техника, София, 1991.
77. Хрисчев, Г.С., К.Йотов, К.Георгиев, Опазване на съоръженията и обектите от вредното влияние на подземните минни работи, Техника, София, 1978.
78. Хрисчев, Г.С., Опазване на съоръженията и обектите от вредното влияние на подземните минни работи, „Техника”, София, 1967.
79. Цонков, Ал., Изследване на геомеханични процеси чрез маркшайдерски измервания, Четвърта национална научно-техническа конференция с международно участие "Технологии и практики при подземен добив и минно строителство", Девин, 2014.
80. Цонков, Ал., Оценка на възможността за приложение на някои геодезични задачи при наблюдения на устойчивостта на стената на шламохранилище към "Мини Бобов дол" ЕАД., Юбилейна национална маркшайдерска конференция с международно участие "Иновации в маркшайдерството и геотехниката", Варна, 2003.
81. Черняк, И.Л., А.Б.Юсов, Управление массивом пород вокруг подготовительной выработки с помощью активного распора, Уголь, бр.9, 1982.
82. Черняк, И.Л., В.Ф.Черкасов, Д.И.Бухный, Периодичность проявлений горного давления в подготовительных выработках, Уголь, бр.5, 1983.
83. Шушков, А.М., Э.А.Феликс, Охрана наклонных горных выработок от вредного влияния надработки, сб. ВНИМИ, LVII, Ленинград, 1965.
84. Zaitun Time Series V 0.2.1 - User Manual

Александър Цонков
ГЕОМЕХАНИЧНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ
ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ ИЗМЕРВАНИЯ
София 2024

ИЗДАТЕЛСКА КЪЩА „СВ. ИВАН РИЛСКИ“ НА МГУ „СВ. ИВАН РИЛСКИ“

СОФИЯ • 2024