



**МИННО-ГЕОЛОЖКИ УНИВЕРСИТЕТ  
„СВ. ИВАН РИЛСКИ“ – СОФИЯ  
МИННО-ТЕХНОЛОГИЧЕН ФАКУЛТЕТ  
КАТЕДРА „ИКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ“**

**Доц. д-р инж. Веселин Цветанов Митев**

**УСРЕДНЕН МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ  
ЗАМЕСТВАНИЯ**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**на дисертационен труд за присъждане на научната степен  
„доктор на науките“**

**Научна област: 5. „Технически науки“  
Професионално направление: 5.13. „Общо инженерство“,  
Научна специалност: „Индустиален мениджмънт“,**

**София  
2023**

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита на 15.03.2023 г. от Разширен катедрен съвет на катедра „Икономика и управление“ към Миннотехнологичен факултет на МГУ „Св. Иван Рилски“, София, съгласно Ректорска заповед № Р-184 от 01.03.2023. г.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои пред Научно жури, утвърдено със заповед № Р- 324 от 19.04.2023 т. на Ректора на МГУ „Св. Иван Рилски“ и ще се проведе на 12.09.2023 г. от 10.30 часа в зала 303 „Асарел Медет“ в Минно-технологичния факултет на МГУ „Св. Иван Рилски“, София.

Материалите по защитата са на разположение на интересувашите се в канцеларията на Сектор „Следдипломна квалификация“ на МГУ „Св. Иван Рилски“, Ректорат, ет. 3, стая № 79, тел. 02/ 80 60 209.

#### **Утвърденото Научно жури е в състав:**

1. Проф. дн инж. Юли Радев – МГУ „Св. Ив. Рилски“ – София – председател.
2. Проф. дн Даниела Борисова – Институт по информационни и комуникационни технологии на БАН – външен.
3. Проф. дн Тодор Стоилов – Институт по информационни и комуникационни технологии на БАН – външен.
4. Проф. д-р инж. Йорданка Ангелова – ТУ – София – външен.
5. Проф. д-р Радостина Бакърджиева – Институт за икономически изследвания на БАН – външен.
6. Проф. д-р инж. Николай Карев – ХТМУ - София – външен.
7. Проф. д-р Димитър Карастоянов – Институт по информационни и комуникационни технологии – БАН – външен.

#### **Резервни членове:**

1. Проф. дн Красимира Стоилова - Институт по информационни и комуникационни технологии – БАН – външен.
2. Доц. д-р Боряна Трифонова – МГУ „Св. Ив. Рилски“, София – вътрешен.

#### **РЕЦЕНЗЕНТИ:**

1. Проф. дн Даниела Борисова
2. Проф. д-р инж. Йорданка Ангелова
3. Проф. д-р Радостина Бакърджиева

**Автор:** доц. д-р инж. Веселин Цветанов Митев

**Заглавие:** „Усреднен метод на верижните замествания“

**Тираж:** 20 бр.

Отпечатано в Издателска къща „Св. Ив. Рилски“ на МГУ „Св. Ив. Рилски“, София.

# **I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД**

## **Актуалност на темата**

Финансово-стопанският анализ (ФСА), познат още и като анализ на стопанската дейност, е свързан с разчленяване (детайлизиране) на изучаваните обекти на техните съставни части с оглед на по-пълно опознаване на тяхната същност и характер на поведение. Управленските функции са немислими без практическото осъществяване на ФСА на предприятието за нуждите на индустриалния мениджмънт. Той е предпоставка за изучаване и анализ на динамиката на факторите, както на външната, така и на вътрешната среда на предприятието и на протичащите в тях стопански процеси и явления, на постигнатите резултати и на вземането на обосновани управленски решения.

Финансово-стопанският анализ подпомага първия и най-важен етап на процеса на вземане на управленски решения, а именно диагностика на проблема като предоставя значителен обем достоверна аналитична информация за изминалата и бъдещата стопанска дейност на индустриалните предприятия.

Финансово-стопанският анализ черпи информация основно от изминалата стопанска дейност или от фирменото планиране за целите на оптимизиране на бъдещата стопанска дейност. С негова помощ може да се идентифицират силните и слабите страни на предприятието, реализираните успехи и провали с цел усъвършенстване на бъдещата му производствената, търговската и финансовата дейност.

Извършването на динамичен ФСА се основава на използването на методите на детерминиран факторен анализ (ДФА), които имат за цел количествено да определят индивидуалното факторно влияние на участващите фактори (факторни променливи) в математически детерминиран факторен модел, опосредстващ аналитичната зависимост между резултативен показател и участващи факторни променливи.

Детерминираният факторен анализ освен за нуждите на ФСА намира широко приложение при изследване на динамиката на технико-икономически, технически и други математически детерминирани факторни модели, опосредстващи връзката между резултативен показател и участващи факторни променливи.

Съществуващите до момента методи на детерминиран факторен анализ се характеризират с редица предимства, но и с много недостатъци, а също така и с различна степен на универсалност, т.е. голяма част от тях са изведени само за ограничен брой видове факторни модели. Това обосновава острата необходимост от разработване на нов точен и универсален метод на ДФА.

**Тезата на дисертационния труд** е следната:

Ефективното осъществяване на управленските функции е немислимо без осъществяването на динамичен ФСА, основан на приложението на точни и

универсални методи на детерминиран факторен анализ, с които да получаваме точни и еднозначни резултати.

**Предмет на изследването** е осъществяване на точен детерминиран факторен анализ за нуждите на ФСА.

### **Цел на изследването**

Целта на настоящото изследване е на основата на критичен анализ на същността, методиката, приложимостта, предимствата и недостатъците на съществуващите детерминирани методи за факторен анализ да се разработи нов универсален метод (приложим за всички видове факторни модели) на детерминиран факторен анализ, който да дава еднозначни и следователно точни резултати относно количественото определяне на индивидуалните факторни влияния от изменението на участващите факторни променливи върху изменението на резултативния показател в аналитично дефинирани факторни модели.

За постигането на целта се решават следните **изследователски задачи**:

1. Извършване на задълбочен критичен анализ на същността, допусканията, методиките, приложимостта, предимствата, недостатъците, точността и еднозначността на получените резултати на съществуващите в научната литература и практика методи на ДФА.

2. Разработване на методиката на усреднения метод на верижните замествания, а именно: същност, допускане, етапи на методиката, приложимост за видовете факторни модели.

3. Извеждане на аналитичните изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите факторни променливи върху абсолютното изменение на резултативния показател.

4. Систематизация на разработените математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния върху абсолютното изменение на резултативния показател по усреднения метод на верижните замествания по видове факторни модели.

5. Апробиране на методиката на усреднения метод на верижните замествания в MS Excel среда с цел потвърждаване на точността на получените резултати.

6. Атестиране на резултатите от приложението на изведените аналитични изрази за индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания чрез съпоставяне с резултатите, получени по интегралния метод и по метода на верижните замествания.

7. Адаптиране и атестация на усреднения метод на верижните замествания за условията на провеждане на динамичен детерминиран факторен анализ.

**Прилаганите подходи** са критичният анализ, системният, количественият, сравнителният и евристичният подход при осъществяването на настоящото изследване.

**Използваните методи** са: сравнителният; балансовият; на детайлизацията; на синтеза; на комбинаториката; на верижните замествания; на усредняване; на математическите преобразувания и опростяване на математически изрази.

**Обект на изследването** е разработването, апробацията и атестация на нов точен и универсален метод на детерминиран факторен анализ за потребностите на ФСА.

**Източници на проучването:** При разработването на дисертационния труд са проучени значим брой литературни източници на български, руски и английски език в областта на ДФА.

Изследването е съобразено със съществуващата към месец Февруари 2023 г. научна литература и практика.

**Научна новост:** В резултат на проведеното научно изследване са постигнати следните резултати:

1. Извършен е детайлен анализ на същността, методиката, приложимостта, предимствата и недостатъците на съществуващите до момента в научната и учебната литература методи на ДФА.

2. Разработена е методиката на усреднения метод на верижните замествания.

3. Изведени са 153 бр. математически израза за 42 бр. детерминирани факторни модели за директно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател по усреднения метод на верижните замествания при факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи. Същите са систематизирани в табличен вид според вида на факторния модел.

4. Извършена е апробация на методиката на усреднения метод на верижните замествания в MS Excel среда и е потвърдена точността на получените резултати.

5. Изведени са математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания за детерминирани факторни модели, съдържащ разликков елемент в тях.

6. Резултатите, получени по усреднения метод на верижните замествания, са съпоставени с аналогичните резултати, получени по интегралния метод и по метода на верижните замествания и е обоснована неговата универсалност, точност и еднозначност.

7. Доказана е приложимостта и точността на усреднения метод на верижните замествания за условията на провеждане на динамичен ДФА.

**Приложимостта на резултатите** от дисертационния труд е в следните направления:

1. Обогатяват научната литература и практика с един нов точен, еднозначен и универсален количествен метод за извършване на ДФА.

2. Разработеният усреднен метод на верижните замествания се характеризира със следните предимства: пълна универсалност на приложение за всичките видове факторни модели; точност и еднозначност на получените резултати. Той обогатява теорията на ДФА и решава дългогодишен научен и практически проблем. Надявам се, че методът ще намери широко научно и практически приложение при извършване на количествени анализи на детерминирани факторни модели.

3. Усредненият метод на верижните замествания е приложим и за условията на провеждане на динамичен ДФА.

4. Усредненият метод на верижните замествания може да намери по-широко приложение, а именно за извършване на количествени анализи на детерминирани факторни модели не само на икономически и финансови, но и на неикономически такива.

## **II. СТРУКТУРА И СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД**

Дисертационният труд е с общ обем от 169 страници. Той е структуриран в предговор, увод, шест глави, заключение, научни публикации по дисертационния труд, приноси моменти в научното изследване, библиография и три електронни приложения. Основният текст на дисертационния труд обхваща 157 страници, в който има 31 таблици и 10 фигури. Библиографията включва монографии, научни доклади, статии и учебници, от които цитираната литература включва общо 54 източника, от които 39 са на кирилица, 15 на латиница. Допълнителната литература включва 88 източника, от които 67 на кирилица и 21 на латиница.

### **Съдържание на дисертационния труд**

<b>ПРЕДГОВОР</b>	<b>5</b>
<b>УВОД</b>	<b>9</b>
<b>ГЛАВА ПЪРВА</b>	
<b>ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧНИ ОСНОВИ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ ФАКТОРЕН АНАЛИЗ</b>	<b>15</b>
I.1. СЪЩНОСТ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ ФАКТОРЕН АНАЛИЗ И ВИДОВЕ ДЕТЕРМИНИРАНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	<b>15</b>
I.2. СЪЩНОСТ, ПРИЛОЖЕНИЕ, ПРЕДИМСТВА И НЕДОСТАТЪЦИ НА МЕТОДИТЕ НА ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ	18
I.2.1. Метод на диференциалното смятане (диференциален метод)	19
I.2.2. Коэффициентен метод	23
I.2.3. Метод на верижните замествания	24
I.2.4. Метод на разликите (Разликов метод или Метод на абсолютните разлики)	33
I.2.5. Метод на относителните разлики	37
I.2.6. Метод на деловото участие	38

I.2.7. Метод на просто добавяне на неразложимия остатък	39
I.2.8. Метод на претеглената крайна разлика	41
I.2.9. Логаритмичен метод	43
I.2.10. Метод на разделяне на прираста на факторите	47
I.2.11. Интегрален метод за факторен анализ	49
I.2.12. Индексен метод	55
I.2.13. „Нови методи, основани на приложението на класическия математически анализ“	63
I.3. ПРИЛОЖИМОСТ НА МЕТОДИТЕ НА ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ КЪМ ТИПОВЕТЕ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	68
I.4. ОСНОВНИ ИЗВОДИ КЪМ ГЛАВА ПЪРВА	70
<b>ГЛАВА ВТОРА</b>	
<b>МЕТОДИКА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ</b>	<b>74</b>
II.1. СЪЩНОСТ И ДОПУСКАНЕ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	74
II.2. ЕТАПИ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	75
II.3. ОСНОВНИ ИЗВОДИ КЪМ ГЛАВА ВТОРА	78
<b>ГЛАВА ТРЕТА</b>	
<b>АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ</b>	<b>80</b>
III.1. АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ ДВУФАКТОРЕН МУЛТИПЛИКАТИВЕН МОДЕЛ	80
III.2. АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ ДВУФАКТОРЕН КРАТЕН МОДЕЛ	84
III.3. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ НА ФАКТОРНИТЕ МОДЕЛИ И ПОЛУЧЕНИТЕ МАТЕМАТИЧЕСКИ ИЗРАЗИ ЗА ФАКТОРНИТЕ ВЛИЯНИЯ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	87
<b>ГЛАВА ЧЕТВЪРТА</b>	
<b>АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С ИНТЕГРАЛНИЯ МЕТОД</b>	<b>99</b>
IV.1. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ МУЛТИПЛИКАТИВНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	99
IV.1.1. При двуфакторен мултипликативен модел ( $P = a \cdot b$ )	99
IV.1.2. При трифакторен мултипликативен модел ( $P = a \cdot b \cdot c$ )	101
IV.1.3. При четирифакторен мултипликативен модел ( $P = a \cdot b \cdot c \cdot d$ )	102
IV.2. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ КРАТНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	105
IV.2.1. При двуфакторен кратен модел ( $P = \frac{a}{b}$ )	105
IV.2.2. При трифакторен адитивно-кратен модел ( $P = \frac{a}{b+c}$ )	108
IV.2.3. При четирифакторен адитивно-кратен модел ( $P = \frac{a}{b+c+d}$ )	110
IV.4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ЧЕТВЪРТА ГЛАВА	113
<b>ГЛАВА ПЕТА</b>	
<b>АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С МЕТОДА НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ</b>	<b>116</b>
V.1. АПРОБАЦИЯ ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ МУЛТИПЛИКАТИВНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	116

V.1.1. При двуфакторен мултипликативен модел ( $P = a \cdot b$ )	117
V.1.2. При трифакторен мултипликативен модел ( $P = a \cdot b \cdot c$ )	119
V.1.3. При четирифакторен мултипликативен модел ( $P = a \cdot b \cdot c \cdot d$ )	121
V.2. АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ПРИ КРАТНИ ФАКТОРНИ МОДЕЛИ	123
V.2.1. При двуфакторен кратен модел ( $P = \frac{a}{b}$ )	123
V.2.2. При трифакторен адитивно-кратен модел ( $P = \frac{a}{b+c}$ )	125
V.2.3. При четирифакторен адитивно-кратен модел ( $P = \frac{a}{b+c+d}$ )	128
V.3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ГЛАВА ПЕТА	131
<b>ГЛАВА ШЕСТА</b>	
<b>ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ</b>	
	<b>133</b>
VI.1. РАЗЧЛЕНЯВАНЕ НА АНАЛИЗИРАНИЯ ПЕРИОД НА ПОДПЕРИОДИ	134
VI.2. ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА НЕТНАТА РЕНТАБИЛНОСТ НА ПРИХОДИТЕ ОТ ПРОДАЖБИ НА „МОНБАТ“ АД ЗА ПЕРИОДА 2017 ÷ 2021 Г.	136
VI.3. ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА ОБЩАТА ЛИКВИДНОСТ НА „МОНБАТ“ АД ЗА ПЕРИОДА 2017 ÷ 2021 Г.	142
VI.3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ КЪМ ГЛАВА ШЕСТА	150
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>152</b>
<b>НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД</b>	<b>155</b>
<b>ПРИНОСНИ МОМЕНТИ В НАУЧНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ</b>	<b>156</b>
<b>ДЕКЛАРАЦИЯ</b>	<b>158</b>
<b>БИБЛИОГРАФИЯ</b>	<b>159</b>
A. ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА	159
B. ДОПЪЛНИТЕЛНА ЛИТЕРАТУРА	163

#### **ЕЛЕКТРОННИ ПРИЛОЖЕНИЯ:**

**ЕЛЕКТРОННО ПРИЛОЖЕНИЕ 1: Factor\_Analysis.xls:** Апробация на изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния

**ЕЛЕКТРОННО ПРИЛОЖЕНИЕ 2: NPSR\_Analysis.xls:** Динамичен детерминиран факторен анализ на нетната рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

**ЕЛЕКТРОННО ПРИЛОЖЕНИЕ 3: TL\_Analysis.xls:** Динамичен детерминиран факторен анализ на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

## **III. КРАТКО ИЗЛОЖЕНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД**

### **ПРЕДГОВОР**

Идеята за настоящият дисертационен труд е дълго обмисляна и е в резултат на повече от две десетилетия работа в областта на финансово-стопанския анализ (ФСА) като преподавател и изследовател. Дълги години работих за решаването на научния проблем, който множество изследователи от областта на детерминирания факторен анализ (ДФА) формулираха, а именно: Съществуващите методи на детерминиран факторен анализ (ДФА) се характеризират с различна същност, допускания, методики, предимства и недостатъци. Всичките те притежават редица недостатъци като тясна



ограниченост по отношение на тяхната приложимост, а също така и дискуссионна точност и еднозначност на получените резултати. Това породи в мен целта да разработя, апробирам, атестирам и да предложа на научната общественост един нов метод на детерминиран факторен анализ, който да елиминира горните недостатъци.

Съдържанието на дисертационния труд е структурирано в увод, шест глави, заключение и библиография. Към него има приложени и три електронни приложения.

В глава първа са разгледани теоретичните основи на детерминирания факторен анализ. Представена е същността на ДФА, видовете и изискванията, които трябва да удовлетворяват детерминирания факторни модели. Детайлно са разгледани същността, допусканията, методиката, приложението, предимствата и недостатъците на всеки един от съществуващите в научната литература методи на ДФА. Изведена е приложимостта на съществуващите методи на ДФА и е обоснована острата необходимост от разработването на нов метод на ДФА, който да елиминира горните недостатъци.

В глава втора е представена същността, допускането и етапите на разработената методика на усреднения метод на верижните замествания.

В глава трета е извършена апробацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания. Подробно е представена апробацията на метода за двуфакторен мултипликативен модел и за двуфакторен кратен модел. Тук е представена в табличен вид систематизация на факторните модели и изведените математически изрази за директно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания. За да се демонстрира практическата приложимост на предложенния усреднен метод на верижните замествания са реализирани значителен обем числови тествания. Апробацията на изведените математически изрази за количествено определяне на факторните влияния от абсолютното изменение на участващите фактори върху абсолютното изменение на резултативния показател е представено подробно в електронно приложение 1, разработено в MS Excel среда, поради значителния ѝ обем.

В глава четвърта е представена апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания, която е извършена чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени за ограничения брой разработени факторни модели по интегралния метод, при конкретни и еднакви входящи данни. Обяснени са причините за откритите значителни несъответствия в получените резултати при факторни модели, съдържащи кратен елемент в тях.

В глава пета е представена апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания, която е извършена чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени по метода на верижните замествания при конкретни и еднакви входящи данни за мултипликативни, кратни и адитивно-кратни факторни модели. Откритите явни и значими несъответствия в резултатите, получени по двата метода се дължат на

различията в допусканията на двата метода, а именно: едновременна промяна на участващите фактори при усреднения метод на верижните замествания, а при методът на верижните замествания – последователно (стъпаловидно) заместване на участващите фактори, при което се получава стъпаловидно разпределение на т.нар. „неразложимия остатък“.

В глава шеста е извършена атестация на усреднения метод на верижните замествания за провеждане на динамичен ДФА. В нея е извършена практическата атестация на усреднения метод на верижните замествания за двуфакторен кратен модел и за четирифакторен адитивно-кратен модел с адитивна част в числителя. Разгледан е практически пример за динамичен ДФА на двуфакторен кратен модел на нетната рентабилност на приходите от продажби и на четирифакторния адитивно-кратен модел на показателя обща ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

В заключенията към всяка глава са представени кратки изводи.

Основните резултати и изводи от извършеното научно изследване са представени в заключението на дисертационния труд. Тук са поместени и основните насоки за бъдеща изследователска работа по проблема.

В библиографията на настоящото изследване е отразена съществуващата до момента научна литература.

Искрено се надявам разработеният усреднен метод на верижните замествания да намери подобаваща оценка и място в научната литература и практика на детерминирания факторен анализ за нуждите на финансово-стопанския анализ на дейността и то не само на индустриалните предприятия. Считам, че този метод е приложим за анализиране на детерминирани факторни модели от всички научни области.

Изказвам сърдечна благодарност на всички колеги, които ми оказаха безценна помощ с компетентни съвети, критични бележки и препоръки. Много от тях станаха и мои приятели, което определям като основен принос на дисертационния ми труд!

Благодаря на моите покойни родители и на семейството ми за търпението, разбирането и подкрепата, които ежедневно и безвъзмездно съм получавал и продължавам да получавам!

## **ГЛАВА ПЪРВА**

### **ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧНИ ОСНОВИ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ ФАКТОРЕН АНАЛИЗ**

Акцентите в глава първа са същността, допусканията, приложението, предимствата и недостатъците на съществуващите методи на ДФА. Изведена е приложимостта на съществуващите методи на ДФА и са представени основните изводи към главата.

В параграф I.1 е представена същността на ДФА, видовете и изискванията, които трябва да удовлетворяват детерминирания факторни модели.

Детерминираният факторен анализ (ДФА) е едно от направленията на финансово-стопанския анализ. Той има за цел да определи точно и еднозначно количествените влияния, които оказват измененията на участващите факторни променливи в математически детерминирани (определени) факторни модели върху абсолютното изменение на резултативния показател. Детерминираният факторен анализ се осъществява на основата на практическото приложение на разработените до момента математически методи на ДФА.

Видът на факторните модели се определя от вида на математическата зависимост, описваща връзката между резултативен показател ( $P$ ) и участващи факторни променливи ( $a, b, c, \dots$ ), наричани за краткост от много автори – фактори.

В практиката на ДФА се разграничават следните видове факторни модели:

- адитивни или разликови – при тях резултативният показател е сума или разлика от участващите факторни променливи, а именно:  $P = a \pm b \pm \dots$ ;
- мултипликативни – при тях резултативният показател представлява произведение от участващите факторни променливи, а именно:  $P = a * b * \dots$ ;
- кратни (относителни) – при тях резултативният показател е частно между участващите факторни променливи, а именно:  $P = \frac{a}{b}, P = \frac{a}{\frac{b}{c}}$

$$\frac{a.c}{b}, P = \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{b}{a.c}, P = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a.d}{b.c};$$

- смесени (комбинирани) – представляват комбинация от адитивните или разликовите, мултипликативните и кратните факторни модели и съответно могат да бъдат: мултипликативно-кратни, адитивно или разликови-кратни, адитивно или разликови-мултипликативни факторни модели и адитивно или разликови-мултипликативно-кратни факторни модели.

Изискванията, които трябва да удовлетворяват детерминиранияте факторни модели, са следните:

1. Факторните променливи, включени във факторния модел трябва да бъдат реално съществуващи, а не измислени или абстрактни.

2. Факторните променливи във факторния модел, трябва да бъдат необходими елементи на формулата и задължително да се намират в причинно-следствена връзка с резултативния показател.

3. Всичките факторни променливи на факторния модел трябва да се поддават на количествено измерване и да имат информационна осигуреност.

4. Факторният модел трябва да предоставя възможност за измерване на влиянието на отделните факторни променливи, като сумата от влиянията на факторите, а именно комплексното влияние, трябва да е равна на абсолютното изменение на резултативния показател.

При адитивните (additive) факторни модели абсолютното изменение на резултативния показател е равно на сумата от абсолютните изменения на участващите факторни променливи, т.е. индивидуалното факторно влияние е равно на абсолютното изменение на съответната факторна променлива.

При разликовите (different) факторни модели, които са частен случай на адитивните факторни модели, факторното влияние съответства на абсолютното изменение на факторната променлива, но е необходимо да се съобрази посоката (знакът) на влиянието. При тези факторни променливи, пред които има знак минус във факторния модел – посоката на влияние се обръща, т.е. факторното влияние е равно на минус абсолютното изменение на фактора.

Разпределението на абсолютното изменение на резултативния показател ( $\Delta P$ ) по факторни променливи се основава на трудовете на редица руски и западни автори. Техните изследвания се представени в следния хронологичен ред, а именно: С.М. Югенбург (1957); А. Хумал (1964); А.Д. Шеремет (1971); А.Д. Шеремет, Г.Г. Дэй, В.Н. Шаповалов (1971); В.Е. Адамов (1977); В. Фьодорова, Ю. Егоров (1977); С.С. Липовецки (1983); А.И. Ванински (1987); S. Ross, R. Westerfield, J. Jaffe (1990); G. Foster (1996); L.A. Bernstein, J. J. Wild, K.R. Subramanyam (2001); М.И. Баканов, А.Д. Шеремет (2001); С.В. Чеботарёв (2003); D.R. Emery, J.D. Finnerty, J.D. Stowe (2004); Н.П. Любушин (2009); Н.Ш. Кремер (2005); L. Bernstein, S. Myers, F. Allen (2006); К.Н. Лебедев (2012); Г.В. Савицкая (2012); В.А. Прокофьев, В.В. Носов, Т.В. Саломатина (2014).

В параграф 1.2 детайлно са разгледани същността, допусканията, приложението, предимствата и недостатъците на съществуващите методи на ДФА.

Съществуват множество методи за извършването на детерминиран факторен анализ. Те имат за цел количествено да определят влиянието, което оказва изменението на всяка една факторна променлива върху абсолютното изменение на резултативния показател в аналитично детерминиран факторен модел.

В детерминирания факторен анализ за определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите фактори върху абсолютното изменение на резултативния показател до момента са разработени следните методи:

- ✓ метод на диференциално смятане (диференциален метод);
- ✓ коефициентен метод;
- ✓ метод на верижни замествания;
- ✓ метод на разликите;
- ✓ метод на деловото участие;
- ✓ метод на относителните разлики;
- ✓ метод на просто добавяне на неразложимия остатък;
- ✓ метод на претеглената крайна разлика;
- ✓ логаритмичен метод;
- ✓ метод на разделяне на прираста на факторите
- ✓ интегрален метод;
- ✓ индексен метод.

В параграф I.3 е представена приложимостта на съществуващите методи на ДФА.

На основата на предходния параграф можем да обобщим възможностите за приложение на различните методи на ДФА към видовете факторни модели и да съставим табл. № I.8.

Таблица № I.8

**Възможности за приложение на методите на ДФА към отделните видове факторните модели**

Методи на ДФА	Видове факторни модели			
	Адитивни или разликови	Мултипликативни	Кратни	Смесени
Метод на диференциалното смятане	-	+	-	-
Коефициентен метод	-	+	-	-
Метод на верижните замествания	+	+	+	+
Индексен метод	-	+	+	-
Метод на абсолютните разлики	-	+	-	Само за $P = a(b - c)$
Метод на относителните разлики	-	+	-	Само за $P = a(b - c)$
Метод на деловото участие	-	+	-	-
Метод на простото добавяне на неразложимия остатък	-	+	-	-
Метод на претеглена крайна разлика	-	+	-	-
Метод на разделяне на прираста на факторите	-	+	-	-
Интегрален метод	-	+	+	Само за $P = \frac{a}{b + c + \dots}$
Логаритмичен метод	-	+	+	Само за $P = \frac{a * b * \dots}{c * d * \dots}$ и $\Delta P \neq 0$

Както се вижда от табл. № I.8, една част от методите са разработени само за мултипликативни факторни модели. Такива са: диференциалният; коефициентният; на абсолютните разлики; на относителните разлики; на

деловото участие; на простото добавяне на неразложимия остатък; на претеглената крайна разлика; на разделянето на прираста на функцията. Това силно ограничава тяхната приложимост за нуждите на ДФА.

Друга част от методите са разработени единствено за двуфакторни модели. Такива са: диференциалният; на простото добавяне на неразложимия остатък; на претеглената крайна разлика; на разделянето на прираста по фактори и логаритмичният.

Методът на деловото участие и логаритмичният метод са приложими единствено когато изменението на резултативния показател и съответно сумата на индивидуалните факторни влияния е различно от нула.

В параграф I.4 са обобщени основните изводи към глава първа.

Методът на верижните замествания е основен, най-често използван, а също така и универсален метод на детерминиран факторен анализ. Неговото приложение не зависи от вида на връзката между резултативния показател и участващите факторни променливи в детерминираната математическа зависимост, което подчертава неговата универсалност, за разлика от останалите методи на ДФА.

Въпреки това методът на верижните замествания има един съществен недостатък, а именно това, че количествено определените стойности на влиянията на факторните променливи, въздействащи върху изменението на резултативния показател, зависят от поредността на извършване на факторните замествания при построяване на факторните вериги. Ако променим реда на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги, ще получим друго разпределение за индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател, т.е. те не могат да бъдат еднозначно количествено определени. Иначе казано, по този метод трябва много точно да се определи кой от участващите фактори във факторния модел е първичен, кой е вторичен, кой е трети по ред и т.н., което често не може да бъде коректно обосновано и създава значителни неудобства за финансовите анализатори.

Допускането при метода на верижните замествания е следното: първо се променя стойността на първия фактор, отчита се неговото влияние, после се променя стойността на втория фактор при вече променена стойност на първия фактор, отчита се неговото влияние и т.н. Това означава, че влиянието на всеки следващ фактор се определя при вече променена стойност на предходния фактор (или предходните фактори). Разгледано обаче дискретно, т.е. към два периода  $T_0$  и  $T_1$ , това компрометира точността на получените резултати, поради това че през анализирания период икономическите показатели, които се обект на анализ в теорията и практиката, се променят плавно, т.е. с еднаква или близка скорост.

При метода на верижните замествания разпределението на т.нар. „неразложим остатък“ е неравномерно между влиянията на факторните променливи. Влиянието на първия фактор не получава разпределение от „неразложимия остатък“, а всеки следващ фактор получава по-голяма част от разпределението на „неразложимия остатък“.

Редица български изследователи – М. Тимчев (Тимчев, 1994, с. 30-31), Кр. Чуков (Чуков, 2002, с. 13), В. Митев (Митев, 2008а, с. 45-48), а също така и руски учени – А.И. Алексеева, Ю.В. Васильев, А.В. Малеева, Л.И. Ушвицкий (Алексеева и др., 2006, с. 42) и В.А. Прокофьев, В.В. Носов, Т.В. Саломатина (Прокопфьев и др., 2014), препоръчват следното: „Успешното използване на метода на верижните замествания в голяма степен зависи от възприетата последователност на измерване на влиянието на отделните фактори. Тази последователност зависи пряко от последователността на заместване на базисните (плановите) с фактическите значения на факторните показатели. При произволна смяна на последователността на заместване аналитичните резултати се променят, без това да се отразява на величината на комплексното влияние на факторите.“ Те също така подчертават, че „... като правило верижното заместване трябва да върви в последователност, съответстваща на причинно-следствения порядък на действие на факторите, като същевременно се дава приоритет на количествените пред качествените факторни показатели“. Реално в практиката на извършване на финансово-стопанския анализ трудно може да се установи кои показатели са първични (причина) и кои са вторични (следствие). Тук дилемата е аналогична на конфликта „Кое е първо – яйцето или кокошката?“.

Същият извод важи и за метода на разликите (разликовия метод), който е частен случай на метода на верижните замествания при факторна зависимост от вида – резултативният показател е произведение от две или повече факторни променливи, т.е. мултипликативни факторни модели.

Друг основен метод на детерминиран факторен анализ е интегралният метод, който е разработен от група руски учени: А.Д. Шеремет, Г.Г. Дей и В.Н. Шаповалов (Шеремет и др., 1971). Той е разработен само за ограничен брой типове на факторните модели, а именно:  $P = a \cdot b$ ;  $P = a \cdot b \cdot c$ ;  $P = a \cdot b \cdot c \cdot d$ ;  $P = \frac{a}{b}$ ;  $P = \frac{a}{b+c}$ ;  $P = \frac{a}{b+c+d}$ , където  $P$  е резултативният показател във факторния модел, а  $a, b, c$  и  $d$  са участващи факторни променливи във факторния модел.

За мултипликативните факторни модели интегралният метод дава точни резултати. За останалите факторни модели, за които в научната и учебната литература са изведени математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния, т.е. от типа „резултативният показател е частно на един или повече участващи фактори“, а именно:  $P = \frac{a}{b}$ ;  $P = \frac{a}{b+c}$ ;  $P = \frac{a}{b+c+d}$ , точността е компрометирана от използването на функцията натурален логаритъм при определяне на влиянията на факторните променливи. При тях влиянието на фактора  $a$  (фактора, намиращ се в числителя) се определя с помощта на функцията логаритъм натурален, което дава приближен резултат. Съответно влиянието на останалите фактори във факторните модели се получава на основата на вече неточно определена стойност на фактора  $a$ .

Ограниченото приложение на интегралния метод е породено и от неговата неуниверсалност, т.е. той е изведен само за горните видове факторни модели.

В практиката на финансово-стопанския анализ значителна част от анализиранията финансови показатели са с факторни модели от вида кратни или модели, съдържащи кратен елемент, които не могат да бъдат изследвани с интегралния метод, понеже точността е компрометирана, или модели, за които няма изведени математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния за тях. В такива случаи се използва методът на верижните замествания, който притежава коментирания по-горе недостатък, а именно нееднозначност на получените резултати при произволна промяна на реда на извършване на факторните замествания във факторните вериги.

От така направеното изложение в глава първа може да се обобщава, че всички методи на детерминиранията факторен анализ се характеризират с различна универсалност на приложение по отношение на факторните модели, описващи връзката между резултативен показател и участващи факторни променливи, а също така и с различна точност и еднозначност при определянето на индивидуалните факторни влияния. Това обуславя необходимостта от разработването на нов метод на детерминиран факторен анализ, който да се характеризира с пълна универсалност на приложение и да дава точни и еднозначни резултати при определянето на индивидуалните факторни влияния.

## ГЛАВА ВТОРА

### МЕТОДИКА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ

В глава втора е представена същността, допускането и етапите на разработената методика на усреднения метод на верижните замествания.

В параграф II.1. е представена същността и допускането на усреднения метод на верижните замествания.

За разработването на нов метод за детерминиран факторен анализ, който да има универсално приложение и да може точно и еднозначно количествено да определи индивидуалните факторни влияния от измененията на факторните променливи върху изменението на резултативния показател за всички видове факторни модели е необходимо да са налични някои предварителни условия. Такова условие е например наличието на **дискретност за анализирания период**.

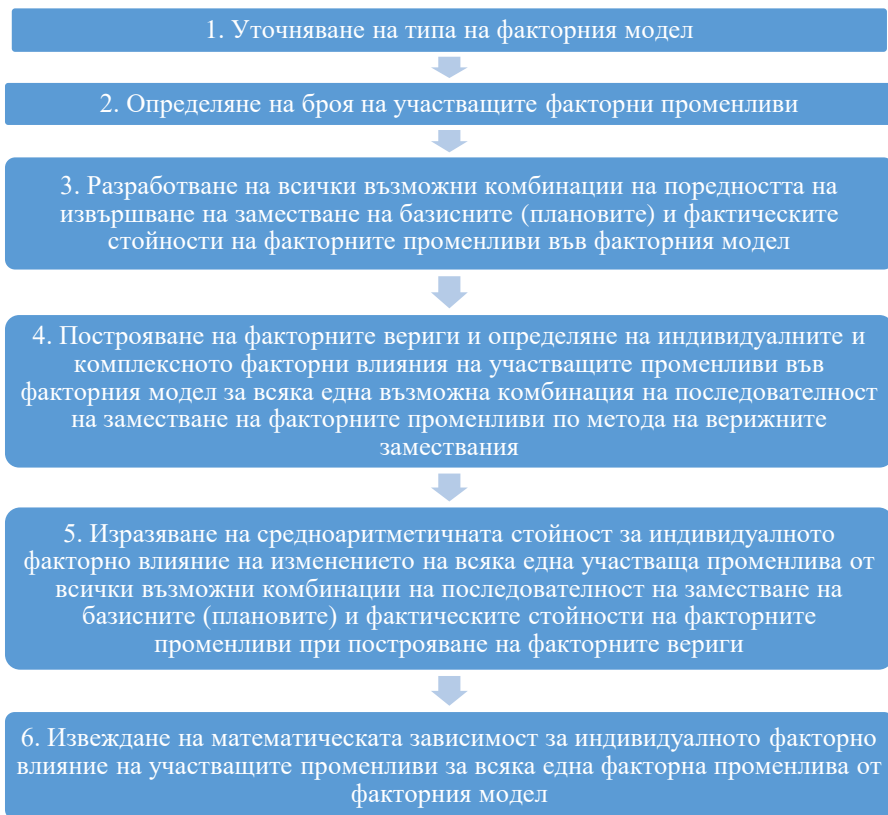
**Допускането** при разработването на усреднения метод на верижните замествания е следното: Анализиранията период се разглежда дискретно, т.е. към два момента –  $T_0$  (базов или планов период) и  $T_1$  (отчетен период), а изменението на факторните променливи през анализиранията период е едновременно, т.е. с еднаква скорост. Това допускане е аналогично както при интегралния метод и е по разумно от допускането при метода на верижните замествания, понеже входящите данни за финансово-стопанския анализ са към два момента – начало и край на анализиранията период. През анализиранията



период участващите фактори във факторния модел се променят едновременно, а не последователно (стъпаловидно), пропорционално или логаритмично пропорционално.

В параграф II.2. са представени етапите на разработената методика на усреднения метод на верижните замествания.

Методиката на усреднения метод на верижните замествания е разработена от автора и е представена в (Митев, 2020, 2021, 2022). Тя обхваща следните последователни етапи, представени на фиг. II.1.



**Фиг. II.1.** Етапи в методиката на усреднения метод на верижните замествания

На първия етап от методиката „**Уточняване на типа на факторния модел**“ се конкретизира видът на аналитичната зависимост (факторния модел) между резултативния показател и участващите факторни променливи.

На втория етап „**Определяне на броя на участващите факторни променливи**“ се определя броят на участващите факторни променливи в конкретния факторен модел (n).

На третия етап „**Разработване на всички възможни комбинации на поредността на извършване на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи във факторния модел**“, като броят на възможните комбинации (N) е равен на  $n!$ , където n е броят на участващите факторни променливи в изследвания факторен модел.

На четвъртия етап „**Построяване на факторните вериги и определяне на индивидуалните и комплексното факторни влияния на участващите променливи във факторния модел за всяка една възможна комбинация на последователност на заместване на факторните променливи по метода на верижните замествания**“. На този етап последователно се построяват факторните вериги по метода на верижните замествания и се извеждат аналитичните зависимости на влиянията на изменението на всяка една факторна променлива върху изменението на резултативния показател като разлика от двете съседни факторни вериги, при които е променена стойността на факторната променлива. От факторната верига с фактическата стойност на факторната променлива (от период 1) се вади предходната факторна верига, при която факторната променлива участва с нейната базова (планова) стойност, т.е. от период 0. Това се извършва за всяка една комбинация на последователността на изменение на факторните промени.

На пети етап „**Изразяване на средноаритметичната стойност за индивидуалното факторно влияние на изменението на всяка една участваща променлива от всички възможни комбинации на последователност на заместване на старите с нови стойности на факторните променливи при построяване на факторните вериги**“. Тук се извеждат аналитичните зависимости на всяка една факторна променлива като средноаритметична величина, т.е.  $\frac{1}{n!}$ , от сумата на всички аналитични зависимости на влиянието на факторната величина върху изменението на резултативния показател при всяка една възможна комбинация на реда на заместване на факторните променливи, изведени от етап четири.

На шести етап „**Извеждане на математическата зависимост за индивидуалното факторно влияние на участващите променливи за всяка една факторна променлива от факторния модел**“. По така определените на етап пети математически зависимости за индивидуалните факторни влияния след математически преобразувания и съкращения се извеждат опростени аналитични зависимости за определяне на индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател.

Същността на методиката на усреднения метод на верижните замествания се основава на усредняване на получените математически изрази за индивидуалното факторно влияние по метода на верижните замествания при всяка една възможна комбинация на реда на заместване на факторните

променливи. Полученият математически израз се подлага на математически преобразувания и съкращения и се извеждат опростени аналитични зависимости за индивидуалното факторно влияние върху изменението на резултативния показател. Процедурата се повтаря за всяка една факторна променлива, участваща във факторния модел.

Усредняването на получените математически изрази за индивидуалните факторни влияния по метода на верижните замествания при всички възможни комбинации на реда на заместване на факторните променливи във факторния модел означава, че **вероятността от поява на всяка една възможна поредност на заместване на факторните променливи е еднаква**, т.е. една и съща. Тук получаваме резултат, който допуска еднаква вероятност на настъпване на всяка една възможна комбинация на поредността на извършване на факторните замествания във факторните вериги. Отпада необходимостта от ранжиране на участващите фактори във факторния модел. Следователно можем да твърдим, че получените аналитични зависимости за индивидуалните факторни влияния са изведени при едновременното изменение на факторните променливи през анализирания период, т.е. факторните променливи в интервала на тяхното изменение (между базов или планов и отчетен период) се променят с постоянна скорост.

По този начин определяме еднозначно количественото влияние на всяка една факторна променлива върху абсолютното изменение на резултативния показател.

Чрез усреднения метод на верижните замествания се решава проблемът с разпределението на т.нар. „неразложим остатък“, а именно: той участва и се разпределя поравно (средноаритметично) между влиянията на факторните променливи при мултипликативните и кратните факторни модели. При смесените факторни модели с адитивна или разликоча част в тях разпределението на „неразложимият остатък“ отчита изменението на факторите с адитивен или разликов характер в детерминирания факторен модел.

При решаването на практически пример с примерни или реални данни е задължително да се направи проверка дали сумата на индивидуалните факторни влияния, т.е. комплексното влияние, е равна на изменението на резултативния показател. Това е необходимо за проверка на точността на извършените изчислителни операции.

В параграф II.3. са представени основните изводи към глава втора.

Усредненият метод на верижните замествания допуска (предполага) наличието на една и съща вероятност на настъпване на всяка една възможна комбинация на поредността на извършване на факторните замествания във факторните вериги, построени по метода на верижните замествания.

Първото предимство на предложениия усреднен метод на верижните замествания е, че отпада необходимостта от ранжиране на участващите фактори във факторния модел. Изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния водят до точно и еднозначно

количествено определяне на факторните влияния на участващите фактори върху изменението на резултативния показател. Второто предимство на усреднения метод на верижните замествания е, че притежава универсалността на приложение на метода на верижните замествания, т.е. приложим е за всички възможни видове факторни модели.

Горните две предимства на предложениия усреднен метод на верижните замествания го правят уникален. Това твърдение се дължи на факта, че така предложениия усреднен метод на верижните замествания притежава едновременно две съществени и много важни характеристики, а именно: точност и универсално приложение. Предложеният метод елиминира несъвършенството на метода на верижните замествания.

### **ГЛАВА ТРЕТА**

#### **АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ**

В глава трета е представена апробацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания. Подробно е представена апробацията на метода за двуфакторен мултипликативен ( $P = a * b$ ) модел и за двуфакторен кратен модел ( $P = \frac{a}{b}$ ). Тук е представена в табличен вид систематизация на факторните модели и изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания.

За да се демонстрира практическата приложимост на предложениия усреднен метод на верижните замествания са реализирани някои практически числови тествания. Апробацията на изведените математически изрази за определяне на факторните влияния от изменението на участващите фактори върху изменението на резултативния показател е представено подробно в електронно приложение 1: „Factor\_Analysis.xls: Апробация на изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния“.

В параграф III.1 е представена подробно апробацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания за двуфакторен мултипликативен модел от типа  $P = a * b$ . По методиката на усреднения метод на верижните замествания се получават следните резултати:

#### **1. Уточняване на типа на факторния модел**

Анализираният факторен модел е двуфакторен мултипликативен.

#### **2. Определяне на броя на участващите факторни променливи**

Броят на участващите променливи е две ( $n = 2$ ).

**3. Разработване на всички възможни комбинации на поредността на извършване на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи във факторния модел**

Броят на възможните комбинации на поредност на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги по метода на верижните замествания е две ( $N = n! = 2 \cdot 1 = 2$ ), а именно: поредност на заместване  $a - b$  и поредност на заместване  $b - a$ .

**4. Построяване на факторните вериги и определяне на индивидуалните и комплексното факторни влияния на участващите променливи във факторния модел за всяка една възможна комбинация на последователност на заместване на факторните променливи по метода на верижните замествания**

- Построяване на факторните вериги при поредност на заместване на факторните променливи  $a - b$  във факторните вериги, т.е. първо  $a$ , после  $b$ . Извършва се по следните изрази:

$$P_0 = a_0 * b_0 \quad (\text{III.1})$$

$$P' = a_1 * b_0 \quad (\text{III.2})$$

$$P_1 = a_1 * b_1 \quad (\text{III.3})$$

- Определяне на влиянието на фактора  $a$  при заместване от типа  $a - b$  по израза:

$$\Delta P_{(a)}^{a-b} = P' - P_0 = a_1 * b_0 - a_0 * b_0 \quad (\text{III.4})$$

- Определяне на влиянието на фактора  $b$  при заместване от типа  $a - b$  по израз:

$$\Delta P_{(b)}^{a-b} = P_1 - P' = a_1 * b_1 - a_1 * b_0 \quad (\text{III.5})$$

- Построяване на факторните вериги при поредност на заместване на факторните променливи  $b - a$  във факторните вериги, т.е. първо  $b$ , после  $a$ . Извършва се по следните изрази:

$$P_0 = a_0 * b_0 \quad (\text{III.6})$$

$$P' = a_0 * b_1 \quad (\text{III.7})$$

$$P_1 = a_1 * b_1 \quad (\text{III.8})$$

- Определяне на влиянието на фактора  $a$  при заместване от типа  $b - a$  по израза:

$$\Delta P_{(a)}^{b-a} = P_1 - P' = a_1 * b_1 - a_0 * b_1 = \Delta a \cdot b_1 \quad (\text{III.9})$$

- Определяне на влиянието на фактора  $b$  при заместване от типа  $b - a$  по израза:

$$\Delta P_{(b)}^{b-a} = P' - P_0 = a_0 * b_1 - a_0 * b_0 = \Delta b \cdot a_0 \quad (\text{III.10})$$

**5 и 6. Изразяване на средноаритметичната стойност за индивидуалното факторно влияние на изменението на всяка една участваща променлива от всички възможни комбинации на**

**последователност на заместване на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи при построяване на факторните вериги и Извеждане на математическата зависимост на индивидуалното факторно влияние на участващите променливи за всяка една факторна променлива от факторния модел**

- Определяне на усредненото влияние на фактора  $a$  по изказа:

$$\begin{aligned} \Delta P_{(a)} &= \frac{1}{2} (P_{(a)}^{a-b} + P_{(a)}^{b-a}) = \\ &= \frac{1}{2} (a_1 * b_0 - a_0 * b_0 + a_1 * b_1 - a_0 * b_1) = \\ &= \frac{1}{2} (\Delta a * b_0 + \Delta a * b_1) = \frac{\Delta a}{2} (b_0 + b_1) \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

- Определяне на усредненото влияние на фактора  $b$  по изказа:

$$\begin{aligned} \Delta P_{(b)} &= \frac{1}{2} (P_{(b)}^{a-b} + P_{(b)}^{b-a}) = \\ &= \frac{1}{2} (a_1 * b_1 - a_1 * b_0 + a_0 * b_1 - a_0 * b_0) = \\ &= \frac{1}{2} (\Delta b * a_1 + \Delta b * a_0) = \frac{\Delta b}{2} (a_0 + a_1) \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

Така за факторните влияния получаваме следните изрази:

- за фактора  $a$ :

$$\Delta P_{(a)} = \Delta a \frac{(b_0 + b_1)}{2}; \quad (\text{III.13})$$

- за фактора  $b$ :

$$\Delta P_{(b)} = \Delta b \frac{(a_0 + a_1)}{2}. \quad (\text{III.14})$$

В параграф III.2 е представена подробно апробация на методиката на усреднения метод на верижните замествания за двуфакторен кратен модел от типа  $P = \frac{a}{b}$ .

По аналогичен начин за факторните влияния са получени следните изрази:

- за фактора  $a$ :

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1} \right); \quad (\text{III.27})$$

- за фактора  $b$ :

$$\Delta P_{(b)} = \frac{a_0 + a_1}{2} \left( \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0} \right). \quad (\text{III.28})$$

По аналогичен начин се извеждат математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите променливи по методиката на усреднения метод на верижните замествания при останалите видове мултипликативни, кратни, адитивно или разликово-кратни,

мултипликативно-кратни и адитивна или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

В параграф III.3. е представена в табличен вид извършената систематизация на факторните модели и изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания. С цел по-бързо и лесно приложение на предложения усреднен метод на верижните замествания е целесъобразно да се представят съответните математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния. Систематизацията е извършена по видовете факторни модели, а именно: мултипликативни; кратни; адитивни или разликово-мултипликативни факторни модели; мултипликативно-кратни; адитивни или разликово-кратни факторни модели; адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели. Тя е представена на табл. №№ III.1 до III.9.

Апробацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания с придаване на количествени стойности на базисните (плановите) и фактическите стойности на факторните променливи е извършена в MS Excel среда. Апробацията на методиката е представена в Електронно приложение 1: „Factor\_Analysis.xls: Апробация на изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния“. При апробацията са използвани множество комбинации на входящите стойности на факторните променливи за потвърждаване на точността на изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на представените по-горе факторни модели.

Проверката за точността на изведените математически изрази за индивидуалните факторни влияния е извършена чрез сравняване на получените стойности по тях със средноаритметичните стойности на съответните факторни влияния, получени по всички възможни комбинации на поредността на заместване на факторните променливи при построяване на факторните вериги.

От табл. №№ от III.1 до III.9 се вижда, че за факторните модели, съдържащи повече от две факторни променливи, изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния по усреднения метод на верижните замествания са значително по-сложни, т.е. с нарастването на броя на факторните променливи се усложняват и изведените математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния. Този недостатък на метода лесно се преодолява чрез използване на предварително разработени шаблони в електронни таблици или в MS Excel среда.

**Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния**

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора $a$ , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора $b$ , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора $c$ , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора $d$ , $\Delta P_{(d)}$
<i>Мультипликативни факторни модели</i>				
$P = a * b$	$\frac{\Delta a}{2} (b_0 + b_1)$	$\frac{\Delta b}{2} (a_0 + a_1)$	-	-
$P = a * b * c$	$\frac{\Delta a}{3} \left( b_0 \cdot c_0 + b_1 \cdot c_1 + \frac{b_1 \cdot c_0 + b_0 \cdot c_1}{2} \right)$	$\frac{\Delta b}{3} \left( a_0 \cdot c_0 + a_1 \cdot c_1 + \frac{a_1 \cdot c_0 + a_0 \cdot c_1}{2} \right)$	$\frac{\Delta c}{3} \left( a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_1 + \frac{a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{2} \right)$	-
$P = a * b * c * d$	$\frac{\Delta a}{4} (b_0 c_0 d_0 + b_1 c_1 d_1) +$ $\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{b_1 c_0 d_0 + b_0 c_1 d_0 +}{b_0 c_0 d_1 + b_0 c_1 d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{4} (a_0 c_0 d_0 + a_1 c_1 d_1) +$ $\frac{\Delta b}{12} \left( \frac{a_1 c_0 d_0 + a_0 c_1 d_0 +}{a_0 c_0 d_1 + a_0 c_1 d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{4} (a_0 b_0 d_0 + a_1 b_1 d_1) +$ $\frac{\Delta c}{12} \left( \frac{a_1 b_0 d_0 + a_0 b_1 d_0 +}{a_0 b_0 d_1 + a_0 b_1 d_1} \right)$	$\frac{\Delta d}{4} (a_0 b_0 c_0 + a_1 b_1 c_1) +$ $\frac{\Delta d}{12} \left( \frac{a_1 b_0 c_0 + a_0 b_1 c_0 +}{a_0 b_0 c_1 + a_0 b_1 c_1} \right)$
<i>Кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b}$ ( $b \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1} \right)$	$\frac{a_1 + a_0}{2} \left( \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0} \right)$	-	-
$P = \frac{a}{c} = \frac{a * c}{b}$ ( $b \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2c_0 + c_1}{b_0} + \frac{2c_1 + c_0}{b_1} \right)$	$\frac{2(a_1 c_1 + a_0 c_0) + a_1 c_0 + a_0 c_1}{6} \left( \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_0} \right)$	$\frac{\Delta c}{6} \left( \frac{2a_0 + a_1}{b_0} + \frac{2a_1 + a_0}{b_1} \right)$	-
$P = \frac{a}{c} = \frac{a}{b * c}$ ( $b \neq 0; c \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2}{b_0 c_0} + \frac{2}{b_1 c_1} + \frac{1}{b_1 c_0} + \frac{1}{b_0 c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{2a_0 + a_1}{b_1 c_0} - \frac{2a_1 + a_0}{b_0 c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_1} - \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_0} \right)$	-
$P = \frac{a}{\bar{d}} = \frac{a * d}{b * c}$ ( $b \neq 0; c \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3d_0 + d_1}{b_0 c_0} + \frac{3d_1 + d_0}{b_1 c_1} + \frac{d_0 + d_1}{b_0 c_1} + \frac{d_0 + d_1}{b_1 c_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_1} - \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_0} + \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_0} - \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_1} - \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_0} + \frac{3a_0 d_0 + a_1 d_1 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_0 c_1} - \frac{3a_1 d_1 + a_0 d_0 + a_1 d_0 + a_0 d_1}{b_1 c_0} \right)$	$\frac{\Delta d}{12} \left( \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_0} \right)$



Таблица № III.2

**Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния**

Факторни модели	Влияние на фактора <i>a</i> , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора <i>b</i> , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора <i>c</i> , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора <i>d</i> , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-мултипликативни факторни модели</i>				
$P = a(b + c)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	-
$P = a(b - c)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	
$P = a(b + c + d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1 + d_0 + d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b - c - d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1 - d_0 - d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b + c - d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 + c_0 + c_1 - d_0 - d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$
$P = a(b - c + d)$	$\frac{\Delta a}{2}(b_0 + b_1 - c_0 - c_1 + d_0 + d_1)$	$\frac{\Delta b}{2}(a_0 + a_1)$	$-\frac{\Delta c}{2}(a_0 + a_1)$	$\frac{\Delta d}{2}(a_0 + a_1)$

**Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния**

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора <i>a</i> , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора <i>b</i> , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора <i>c</i> , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора <i>d</i> , $\Delta P_{(d)}$
<i>Мультипликативно-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b * c}$ ( $b \neq 0; c \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2}{b_0 c_0} + \frac{2}{b_1 c_1} + \frac{1}{b_1 c_0} + \frac{1}{b_0 c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{2a_0 + a_1}{b_1 c_0} - \frac{2a_1 + a_0}{b_0 c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_0} + \frac{2a_0 + a_1}{b_0 c_1} - \frac{2a_1 + a_0}{b_1 c_0} \right)$	-
$P = \frac{a * b}{c}$ ( $c \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2b_0 + b_1}{c_0} + \frac{2b_1 + b_0}{c_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left( \frac{2a_0 + a_1}{c_0} + \frac{2a_1 + a_0}{c_1} \right)$	$\frac{2(a_1 b_1 + a_0 b_0) + a_1 b_0 + a_0 b_1}{6} \left( \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a}{b * c * d}$ ( $b \neq 0; c \neq 0;$ $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3}{b_0 c_0 d_0} + \frac{3}{b_1 c_1 d_1} + \frac{1}{b_1 c_0 d_0} + \frac{1}{b_0 c_1 d_1} + \frac{1}{b_0 c_1 d_0} + \frac{1}{b_0 c_0 d_1} + \frac{1}{b_1 c_0 d_1} + \frac{1}{b_0 c_0 d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_1 + a_0}{b_0 c_1 d_1} + \frac{3a_0 + a_1}{b_1 c_0 d_0} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_1 d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_1 d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_0 d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0} + \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_1 d_1} - \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_0 d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_1 d_0} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_1 d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_0 d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_1} - \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_0} + \frac{3a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_1} - \frac{3a_1 + a_0}{b_1 c_1 d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_1 d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_1 d_0} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 c_0 d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 c_0 d_1} \right)$
$P = \frac{a * b * c}{d}$ ( $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3b_0 c_0 + b_1 c_0 + b_0 c_1 + b_1 c_1}{d_0} + \frac{3b_1 c_1 + b_1 c_0 + b_0 c_1 + b_0 c_0}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left( \frac{3a_0 c_0 + a_1 c_0 + a_0 c_1 + a_1 c_1}{d_0} + \frac{3a_1 c_1 + a_1 c_0 + a_0 c_1 + a_0 c_0}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{12} \left( \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1 + a_1 b_1}{d_0} + \frac{3a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1 + a_0 b_0}{d_1} \right)$	$\frac{3(a_0 b_0 c_0 + a_1 b_1 c_1) + a_1 b_1 c_0 + a_1 b_0 c_1 + a_1 b_0 c_0 + a_0 b_1 c_1 + a_0 b_0 c_1}{12} \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a * b}{c * d}$ ( $c \neq 0; d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3b_0 + b_1}{c_0 d_0} + \frac{3b_1 + b_0}{c_1 d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left( \frac{3a_0 + a_1}{c_0 d_0} + \frac{3a_1 + a_0}{c_1 d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_0 d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_0} + \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_0} + \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_0 d_1} - \frac{3a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_1 b_0 + a_0 b_1}{c_1 d_0} \right)$

## Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните

## факторни влияния

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора $a$ , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора $b$ , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора $c$ , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора $d$ , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b+c}$ $(b+c \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2}{b_0+c_0} + \frac{2}{b_1+c_1} + \frac{1}{b_1+c_0} + \frac{1}{b_0+c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1+c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1+c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0+c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1+c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_1+c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_0} \right)$	-
$P = \frac{a}{b-c}$ $(b-c \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2}{b_0-c_0} + \frac{2}{b_1-c_1} + \frac{1}{b_1-c_0} + \frac{1}{b_0-c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1-c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1-c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0-c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1-c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_1-c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_0} \right)$	-
$P = \frac{a+b}{c}$ $(c \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left( \frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{a_1+a_0+b_1+b_0}{2} \left( \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a-b}{c}$ $(c \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{-\Delta b}{2} \left( \frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{a_1+a_0-b_1-b_0}{c_1} + \frac{b_1+b_0-a_1-a_0}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a+b}{c+d}$ $(c+d \neq 0)$	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1} + \frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta b}{c_0+d_0} + \frac{2\Delta b}{c_1+d_1} + \frac{\Delta b}{c_0+d_1} + \frac{\Delta b}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_1+d_0} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_0+d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_0} \right]$

**Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния**

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора $a$ , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора $b$ , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора $c$ , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора $d$ , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a-b}{c-d}$ ( $c-d \neq 0$ )	$\Delta a \left( \frac{\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1}}{\frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0}} \right)$	$-\frac{\Delta b}{6} \left( \frac{\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1}}{\frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0}} \right)$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_1-d_0} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_0-d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_0} \right]$
$P = \frac{a+b}{c-d}$ ( $c-d \neq 0$ )	$\Delta a \left( \frac{\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1}}{\frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0}} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left( \frac{\frac{2}{c_0-d_0} + \frac{2}{c_1-d_1}}{\frac{1}{c_0-d_1} + \frac{1}{c_1-d_0}} \right)$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_1+d_0} - \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_0+d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0) + (a_1+b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1+b_1) + (a_0+b_0)}{c_1+d_0} \right]$
$P = \frac{a-b}{c+d}$ ( $c+d \neq 0$ )	$\Delta a \left( \frac{\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1}}{\frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0}} \right)$	$-\frac{\Delta b}{6} \left( \frac{\frac{2}{c_0+d_0} + \frac{2}{c_1+d_1}}{\frac{1}{c_0+d_1} + \frac{1}{c_1+d_0}} \right)$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_1-d_0} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_0-d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0-b_0) + (a_1-b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1-b_1) + (a_0-b_0)}{c_1+d_0} \right]$
$P = \frac{a}{b+c+d}$ ( $b+c+d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{\frac{3}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3}{b_1+c_1+d_1}}{\frac{1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0}} + \frac{\frac{3}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3}{b_1+c_1+d_0}}{\frac{1}{b_0+c_0+d_1} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0}} + \frac{\frac{3}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3}{b_1+c_1+d_0}}{\frac{1}{b_0+c_0+d_1} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0}} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_1+d_1} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_1+c_0+d_0} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_1} + \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_0+d_0} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_0+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_1} + \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1+c_0+d_0} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0+c_0+d_0} + \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_0+c_0+d_1} + \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_0} - \frac{a_0+a_1}{b_1+c_0+d_1} \right)$

## Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни

## ВЛИЯНИЯ

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора $a$ , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора $b$ , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора $c$ , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора $d$ , $\Delta P_{(d)}$
<i>Аддитивно или разликово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a}{b - c - d}$ ( $b - c - d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 - d_1} \right) + \frac{1}{b_1 - c_0 - d_0} + \frac{1}{b_1 - c_1 - d_0} + \frac{1}{b_0 - c_1 - d_1} + \frac{1}{b_0 - c_1 - d_0} + \frac{1}{b_0 - c_0 - d_1} + \frac{1}{b_1 - c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_1 - d_1} \right) + \frac{1}{b_1 - c_0 - d_0} - \frac{1}{b_0 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_1 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 - c_1 - d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_0 - d_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 - c_0 - d_1}{b_0 - c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \right) + \frac{1}{b_0 - c_1 - d_0} - \frac{1}{b_1 - c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_1 - c_0 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 - c_1 - d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_1 - c_0 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 - d_0} \right) + \frac{1}{b_0 - c_0 - d_1} - \frac{1}{b_1 - c_1 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{3 \cdot a_0 + a_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{3 \cdot a_1 + a_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_1 - d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_1 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 - d_0} \right)$
$P = \frac{a}{b - c + d}$ ( $b - c + d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{3}{b_1 - c_1 + d_1} \right) + \frac{1}{b_1 - c_0 + d_0} + \frac{1}{b_1 - c_1 + d_0} + \frac{1}{b_0 - c_1 + d_1} + \frac{1}{b_0 - c_1 + d_0} + \frac{1}{b_0 - c_0 + d_1} + \frac{1}{b_1 - c_0 + d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 - c_1 + d_1} \right) + \frac{1}{b_1 - c_0 + d_0} - \frac{1}{b_0 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_1 + d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 - c_1 + d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_0 + d_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 - c_0 + d_1}{b_0 - c_0 + d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \right) + \frac{1}{b_0 - c_1 + d_0} - \frac{1}{b_1 - c_0 + d_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_1 - c_0 + d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 - c_1 + d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_1 - c_0 + d_0}{a_0 + a_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_1 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 - c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 - c_0 + d_0} \right) + \frac{1}{b_1 - c_0 + d_1} - \frac{1}{b_1 - c_1 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{3 \cdot a_0 + a_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{3 \cdot a_1 + a_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_1 + d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 - c_1 + d_0}{a_0 + a_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 + d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 - c_0 + d_0} \right)$
$P = \frac{a}{b + c - d}$ ( $b + c - d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{3}{b_1 + c_1 - d_1} \right) + \frac{1}{b_1 + c_0 - d_0} + \frac{1}{b_1 + c_1 - d_0} + \frac{1}{b_0 + c_1 - d_1} + \frac{1}{b_0 + c_1 - d_0} + \frac{1}{b_0 + c_0 - d_1} + \frac{1}{b_1 + c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_0 + c_1 - d_1} \right) + \frac{1}{b_1 + c_0 - d_0} - \frac{1}{b_0 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 + c_1 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 + c_1 - d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 + c_0 - d_1}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 + c_0 - d_1}{b_0 + c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \right) + \frac{1}{b_0 + c_1 - d_0} - \frac{1}{b_1 + c_0 - d_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_1 + c_0 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{b_1 + c_1 - d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_1 + c_0 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_1 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{b_1 + c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{b_0 + c_0 - d_0} \right) + \frac{1}{b_1 + c_0 - d_1} - \frac{1}{b_1 + c_1 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{3 \cdot a_0 + a_1} - \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{3 \cdot a_1 + a_0} + \frac{a_0 + a_1}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 + c_1 - d_0}{a_0 + a_1} - \frac{b_0 + c_1 - d_0}{a_0 + a_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_0 - d_1} - \frac{a_0 + a_1}{b_1 + c_0 - d_0} \right)$

## Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните фактори

<b>ВЛИЯНИЯ</b>				
Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора <i>a</i> , $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора <i>b</i> , $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора <i>c</i> , $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора <i>d</i> , $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a + b + c}{d}$ ( $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 + b_0 + b_1 + c_0 + c_1}{2} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a - b - c}{d}$ ( $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta b}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta c}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 - b_0 - b_1 - c_0 - c_1}{2} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a + b - c}{d}$ ( $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta c}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 + b_0 + b_1 - c_0 - c_1}{2} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a - b + c}{d}$ ( $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{-\Delta b}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{\Delta c}{2} \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} \right)$	$\frac{a_0 + a_1 - b_0 - b_1 + c_0 + c_1}{2} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$

Таблица № III.8

## Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни

## Влияния

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора а, $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора б, $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора с, $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d, $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a+b}{c \cdot d}$ ( $c \neq 0; d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left( \frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} - \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_0 \cdot d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 + b_0) + a_1 + b_1}{c_0 \cdot d_0} - \frac{2(a_1 + b_1) + a_0 + b_0}{c_1 \cdot d_0} \right]$
$P = \frac{a-b}{c \cdot d}$ ( $c \neq 0; d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$-\frac{\Delta b}{6} \left( \frac{2}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2}{c_1 \cdot d_1} + \frac{1}{c_0 \cdot d_1} + \frac{1}{c_1 \cdot d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} - \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_0 \cdot d_1} \right]$	$\frac{1}{6} \left[ \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_1} - \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} + \frac{2(a_0 - b_0) + a_1 - b_1}{c_0 \cdot d_0} - \frac{2(a_1 - b_1) + a_0 - b_0}{c_1 \cdot d_0} \right]$
$P = \frac{a \cdot b}{c + d}$ ( $c + d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3 \cdot b_0 + b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot b_1 + b_0}{c_1 + d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 + d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 + d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left( \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{c_1 + d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_0 + d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 + d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 + d_0} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 + d_0} \right)$
$P = \frac{a \cdot b}{c - d}$ ( $c - d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3 \cdot b_0 + b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot b_1 + b_0}{c_1 - d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_0 - d_1} + \frac{b_0 + b_1}{c_1 - d_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left( \frac{3 \cdot a_0 + a_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_1 + a_0}{c_1 - d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_0 - d_1} + \frac{a_0 + a_1}{c_1 - d_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_1} - \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} + \frac{3 \cdot a_0 b_0 + a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_0 - d_0} - \frac{3 \cdot a_1 b_1 + a_0 \cdot b_0 + a_1 \cdot b_0 + a_0 \cdot b_1}{c_1 - d_0} \right)$

## Систематизация на факторните модели и математическите изрази за определяне на индивидуалните фактори

## Влияния

Факторни модели, (Ограничения)	Влияние на фактора а, $\Delta P_{(a)}$	Влияние на фактора б, $\Delta P_{(b)}$	Влияние на фактора с, $\Delta P_{(c)}$	Влияние на фактора d, $\Delta P_{(d)}$
<i>Адитивно или разликowo-мултипликативно-кратни факторни модели</i>				
$P = \frac{a(b+c)}{d}$ ( $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left[ \frac{2(b_0 + c_0) + b_1 + c_1}{d_0} + \frac{2(b_1 + c_1) + b_0 + c_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta b}{6} \left[ \frac{2a_0 + a_1}{d_0} + \frac{2a_1 + a_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta c}{6} \left[ \frac{2a_0 + a_1}{d_0} + \frac{2a_1 + a_0}{d_1} \right]$	$\frac{[(2a_0 + a_1)(b_0 + c_0)]}{6} + \frac{[(2a_1 + a_0)(b_1 + c_1)]}{6} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a(b-c)}{d}$ ( $d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{6} \left[ \frac{2(b_0 - c_0) + b_1 - c_1}{d_0} + \frac{2(b_1 - c_1) + b_0 - c_0}{d_1} \right]$	$\frac{\Delta b}{6} \left[ \frac{2a_0 + a_1}{d_0} + \frac{2a_1 + a_0}{d_1} \right]$	$-\frac{\Delta c}{6} \left[ \frac{2a_0 + a_1}{d_0} + \frac{2a_1 + a_0}{d_1} \right]$	$\frac{[(2a_0 + a_1)(b_0 - c_0)]}{6} + \frac{[(2a_1 + a_0)(b_1 - c_1)]}{6} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} \right)$
$P = \frac{a}{b(c+d)}$ ( $b \neq 0$ ; $c+d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left[ \frac{\frac{3}{b_0(c_0+d_0)} + \frac{3}{b_1(c_1+d_1)}}{\frac{1}{b_1(c_0+d_0)} + \frac{1}{b_1(c_1+d_0)}} + \frac{\frac{3}{b_1(c_0+d_0)} + \frac{3}{b_0(c_1+d_1)}}{\frac{1}{b_1(c_0+d_1)} + \frac{1}{b_0(c_1+d_1)}} \right]$	$\frac{1}{12} \left[ \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0+d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0+d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[ \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0+d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1+d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1+d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0+d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[ \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_0)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1+d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0+d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1+d_0)}}{a_0+a_1} \right]$
$P = \frac{a}{b(c-d)}$ ( $b \neq 0$ ; $c-d \neq 0$ )	$\frac{\Delta a}{12} \left[ \frac{\frac{3}{b_0(c_0-d_0)} + \frac{3}{b_1(c_1-d_1)}}{\frac{1}{b_1(c_0-d_0)} + \frac{1}{b_1(c_1-d_0)}} + \frac{\frac{3}{b_1(c_0-d_0)} + \frac{3}{b_0(c_1-d_1)}}{\frac{1}{b_1(c_0-d_1)} + \frac{1}{b_0(c_1-d_1)}} \right]$	$\frac{1}{12} \left[ \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0-d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_1(c_0-d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[ \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0-d_1)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1-d_0)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_0+a_1}{b_0(c_1-d_1)} - \frac{3a_0+a_1}{b_0(c_0-d_1)}}{a_0+a_1} \right]$	$\frac{1}{12} \left[ \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_0)}}{3a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_1(c_1-d_0)} - \frac{3a_1+a_0}{b_1(c_0-d_0)}}{a_0+a_1} + \frac{\frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_1)} - \frac{3a_1+a_0}{b_0(c_1-d_0)}}{a_0+a_1} \right]$



## ГЛАВА ЧЕТВЪРТА АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С ИНТЕГРАЛНИЯ МЕТОД

В глава четвърта е представена апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания, която е извършена чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени по интегралния метод за ограничения брой видове факторни модели, разработените в научната и учебната литература, при конкретни и еднакви входящи данни.

В параграф IV.1 е представена апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания, която е извършена чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени по интегралния метод за двуфакторни, трифакторни и четирифакторни модели при конкретни и еднакви входящи данни.

За да се установи точността на предложения усреднен метод на верижните замествания, е необходимо да се направят допълнителни изследвания. Това включва числено тестване и сравнение на получените резултати, използвайки други аналогични/подобни методи. Апробацията на резултатите от ДФА по интегралния метод и по усреднения метод на верижните замествания в MS Excel среда при различни стойности на входящите променливи показва, че при мултипликативните факторни модели и двата метода дават идентични и точни резултати, въпреки че индивидуалните факторни влияния се изчисляват по различни математически изрази. Това е нормално, понеже и двата метода допускат средноаритметично разпределение на „неразложимия остатък“ между факторните влияния на участващите факторни променливи във факторния модел.

Параграф IV.2 представя резултатите от апробацията на резултатите при кратен двуфакторен модел ( $P = \frac{a}{b}$ ), а също така и за адитивно-кратните факторни модели, за които в научната литература са изведени математически изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния по интегралния метод, а именно:  $P = \frac{a}{b+c}$  и  $P = \frac{a}{b+c+d}$ .

На табл. № IV.4 са представени входящите данни за ДФА при двуфакторен кратен модел.

*Таблица № IV.4*

**Входящи данни за детерминиран факторен анализ**

Променлива	Базисни стойности	Фактически стойности	Абсолютно изменение
	$T_0$	$T_1$	$\Delta x = x_1 - x_0$
$a$	-5	11	16
$b$	5	10	5
$P = \frac{a}{b}$	-1	1,1	2,1

**По усреднения метод на верижните замествания:**

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{2} \left( \frac{1}{b_0} + \frac{1}{b_1} \right) = \frac{16}{2} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) = 2,4$$

$$\Delta P_{(b)} = \frac{1}{2} \left( \frac{a_1 + a_0}{b_1} - \frac{a_1 + a_0}{b_0} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{11 - 5}{10} - \frac{11 - 5}{5} \right) = -0,3$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 2,4 + (-0,3) = 2,1$$

**По интегралния метод:**

$$\Delta P_{(a)} = \frac{\Delta a}{\Delta b} \ln \left| \frac{b_1}{b_0} \right| = \frac{16}{5} \ln \left| \frac{10}{5} \right| = 3,2 + \ln(2) = 3,2 \cdot (0,6931) = 2,2181$$

$$\Delta P_{(b)} = \Delta P - \Delta P_{(a)} = 2,1 - (2,2181) = -0,1181$$

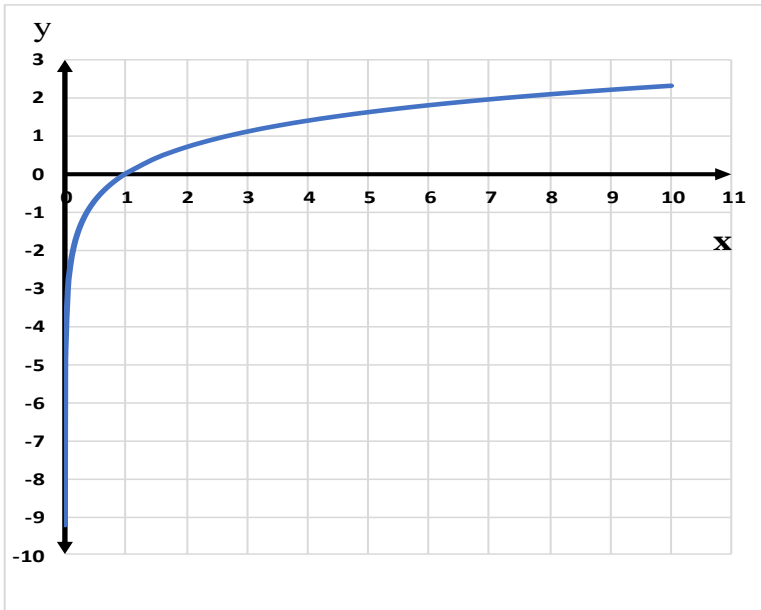
$$\Delta P = P_1 - P_0 = \Delta P_{(a)} + \Delta P_{(b)} = 2,2181 + (-0,1181) = 2,1$$

Оттук се вижда, че резултатите и по двата метода значително се различават. Интегралният метод определя точно посоките на влиянията на двата фактора.

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактора  $a$  по интегралния метод е равна на  $S_{\Delta P_{(a)}} = 2,2181 - 2,4 = -0,1819$ , а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор  $a$  по интегралния метод е равна на  $\delta_{\Delta P_{(a)}} = \frac{(2,2181 - 2,4)}{2,4} \cdot 100 = -7,58\%$ .

Абсолютната грешка на оценката на влиянието на фактора  $b$  по интегралния метод е равна на  $S_{\Delta P_{(b)}} = (-0,1181) - (-0,3) = 0,1819$ , а относителната грешка на оценката на влиянието на фактор  $b$  по интегралния метод е равна на  $\delta_{\Delta P_{(b)}} = \frac{(-0,1181) - (-0,3)}{-0,3} \cdot 100 = -60,63\%$ .

На фиг. IV.1. е представено изменението на функцията натурален логаритъм.



**Фиг. IV.1.** Изменение на функцията натурален логаритъм ( $y=\ln(X)$ )

Използването на функцията натурален логаритъм компрометира точността на получените резултати по интегралния метод при определяне на влиянието на фактора  $a$  (фактора в числителя на факторния модел).

Когато  $\left|\frac{b_1}{b_0}\right| = 1$ , тогава  $\ln\left|\frac{b_1}{b_0}\right| = 0$ , което нулира влиянието на фактора  $a$ .

Също така, когато  $\left|\frac{b_1}{b_0}\right| = 0$ , тогава  $\ln\left|\frac{b_1}{b_0}\right| \rightarrow -\infty$ , което компрометира количественото определяне на влиянието на фактора  $a$ , т.е., когато факторите  $b_0 = 0$  или  $b_1 = 0$ , тогава влиянието на фактора  $a$  не може да бъде количествено определено. И съответно влиянето на фактора  $b$  не може да бъде определено.

Когато  $0 < \left|\frac{b_1}{b_0}\right| < 1$ , тогава  $-\infty < \ln\left|\frac{b_1}{b_0}\right| < 0$  и абсолютните и относителните грешки на определените факторни влияния по интегралния метод и на двата фактора значително нарастват.

Следователно индивидуалните факторни влияния по интегралния метод не могат да бъдат точно количествено определени.

Идентични резултати се получават и при атестацията на точността на резултатите, получени по усреднения метод на верижните замествания и по интегралния метод за адитивно-кратните факторни модели от типа  $P = \frac{a}{b+c}$

$$P = \frac{a}{a+c+d}.$$

В параграф IV.4 са представени заключенията към глава четвърта.

При сравнението на получените резултати по усреднения метод на верижните замествания и по интегралния метод за факторните модели, за които има изведени математически изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по интегралния метод, можем да обобщим следното:

1. За мултипликативните факторни модели получените резултати са идентични, т.е. и двата метода постигат абсолютна точност.

2. При кратните и адитивно-кратните факторни модели усредненият метод на верижните замествания постига абсолютна точност.

3. Точността на резултатите по интегралния метод е компрометирана от участието на функцията натурален логаритъм при определяне на влиянието на фактора  $a$  (фактора в числителя на факторните модели), а впоследствие и на останалите фактори, които са функция на вече грешно определена стойност на фактора  $a$ .

4. Когато при кратен двуфакторен модел  $\left| \frac{b_1}{b_0} \right| = 0$ , при адитивно-кратен трифакторен модел  $\left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| = 0$ , и при адитивно-кратен четирифакторен модел  $\left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| = 0$ , тогава влиянието на фактора  $a$  по интегралния метод не може да бъде количествено определено, понеже  $\ln(0) \rightarrow -\infty$ . Впоследствие не могат да бъдат количествено определени и влиянията на останалите фактори във факторните модели.

5. Когато при кратен двуфакторен модел  $0 < \left| \frac{b_1}{b_0} \right| < 1$ , при адитивно-кратен трифакторен модел  $0 < \left| \frac{b_1+c_1}{b_0+c_0} \right| < 1$ , и при адитивно-кратен четирифакторен модел  $0 < \left| \frac{b_1+c_1+d_1}{b_0+c_0+d_0} \right| < 1$ , тогава абсолютните и относителните грешки на всички факторни влияния, определени по интегралния метод, значително нарастват.

Усредненият метод на верижните замествания притежава универсалността на метода на верижните замествания и се характеризира с точността, която постига интегралният метод при мултипликативните факторни модели от вида  $P = a * b$ ,  $P = a * b * c$  и  $P = a * b * c * d$ . И по двата метода факторните влияния се определят по различни математически изрази, но се получават идентични и точни количествени резултати.

При кратните и адитивно-кратните факторни модели от вида  $P = \frac{a}{b}$ ;  $P = \frac{a}{b+c}$  и  $P = \frac{a}{b+c+d}$  се получават отклонения на количествените стойности за индивидуалните факторни влияния и по двата метода. Тази неточност на интегралния метод при кратните и адитивно-кратните факторни модели се дължи на използването на функцията логаритъм натурален в математическите изрази за **приближено** определяне на влиянието на фактора  $a$  (факторът в

числителя на факторния модел) по интегралния метод, а впоследствие и за влиянието на останалите фактори, участващи в знаменателя на факторните модели, понеже те са функция на вече неточно (приближено, а понякога и невъзможно да се определи, както беше показано по-горе) влияние на фактора *a*.

Усредненият метод на верижните замествания притежава абсолютна точност за разлика от интегралния метод при ограничения кръг от разработените за него кратни и адитивно-кратни факторни модели. Следователно усредненият метод на верижните замествания се характеризира със следните предимства пред останалите методи на ДФА, а именно: пълна универсалност относно видовете факторни модели, точност и еднозначност на получените резултати.

## **ГЛАВА ПЕТА АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С МЕТОДА НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ**

В глава пета е представена апробацията на точността на резултатите по усреднения метод на верижните замествания, която е извършена чрез съпоставяне с аналогичните резултати, получени по метода на верижните замествания при конкретни и еднакви входящи данни за мултипликативни, кратни и адитивно-кратни факторни модели. В заключението към глава пета са представени следните изводи.

Предложеният усреднен метод на верижните замествания може да се разглежда и като подобрен на метода на верижните замествания. Поради това е целесъобразно да се направят допълнителни изследвания. Целта на тези изследвания е да се установи точността на получените резултати, получени от тези два метода. При сравняване на точността на получените резултати по усреднения метод на верижните замествания чрез съпоставяне с тези по метода на верижните замествания се вижда, че има явни и значими абсолютни и относителни отклонения. Те са в резултат на различието в допусканията на двата метода.

При усреднения метод на верижните замествания допускането е за едновременно изменение на участващите фактори между двата анализирани периода (базов и фактически), т.е. те се променят с еднаква скорост (линейно). Тук се получава средноаритметично разпределение на „неразложимия остатък“ между факторните променливи.

Допускането при метода на верижните замествания е за т.нар. „стъпаловидно“ изменение на участващите фактори във факторния модел. Първо се изменя стойността на първия фактор от базова на фактическа при запазване на базовите стойности на останалите фактори. На втория етап се променя стойността на втория фактор от базова на фактическа, при променена

вече стойност на първия фактор и базови стойности на останалите фактори. На третия етап се променя стойността на третия фактор от базова на фактическа, при променени стойности на първия и втория фактор и запазване на базовата стойност на четвъртия фактор. На четвъртия етап се променя стойността на четвъртия фактор от базова на фактическа, при променени стойности на останалите три фактора. По този начин „неразложимият остатък“ се разпределя неравномерно („стъпаловидно“) по факторните влияния. Първият фактор не получава разпределение от „неразложимия остатък“, а останалите фактори получават различно (неравномерно) разпределение от него. Разпределението на „неразложимия остатък“ по метода на верижните замествания между участващите фактори зависи от поредността на заместване на съответния фактор при построяване на факторните вериги.

## **ГЛАВА ШЕСТА**

### **ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ**

В глава шеста е извършена атестация на усреднения метод на верижните замествания за провеждане на динамичен ДФА. Тук е извършена практическата атестация на усреднения метод на верижните замествания за двуфакторен кратен модел и за четирифакторен адитивно-кратен модел. Разгледан е практически пример за динамичен ДФА на двуфакторен кратен модел на нетната рентабилност на приходите от продажби и на четирифакторния адитивно-кратен модел на показателя обща ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

Практическото приложение на интегралния метод за извършване на динамичен ДФА при мултипликативни факторни модели е представено в разработките на следните автори: С.В. Чеботарев (Чеботарев, 2001); Е.А. Филатов (Filatov, 2013, 2018, 2021); Е.А. Филатов и И.Г. Дайкусова (Filatov and Dykusova, 2013); Филатов и Л.Г. Рудикх (Filatov and Rudykh, 2014, 2020); М.В. Матвеева и Е.А. Филатов (Matveeva and Filatov, 2021).

Усредненият метод на верижните замествания е единственият точен и универсален метод на ДФА при кратен факторен модел или модел, съдържащ кратен елемент.

Тук трябва да споменем, че основната част от икономическите и финансовите показатели имат факторни модели, които са кратни или съдържат кратен елемент в тях.

Усредненият метод на верижните замествания е лесно приложим при извършване на динамичен ДФА на всички видове математически детерминирани факторни модели. Неговата универсалност, точност и еднозначност дават неограничена възможност за широко приложение при извършване на динамичен детерминиран факторен анализ на всички видове математически детерминирани факторни модели.

В параграф IV.1 е представено разчленяването на анализирания период на подпериоди.

Изменението на резултативния показател ( $\Delta P$ ) и измененията на участващите фактори ( $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d, \dots$ ) през анализирания подпериод може да се представи чрез следните изрази:

$$\Delta P_t = P_t - P_{t-1}; \quad (\text{VI.1})$$

$$\Delta a_t = a_t - a_{t-1}; \quad (\text{VI.2})$$

$$\Delta b_t = b_t - b_{t-1}; \quad (\text{VI.3})$$

$$\Delta c_t = c_t - c_{t-1}; \quad (\text{VI.4})$$

$$\Delta d_t = d_t - d_{t-1}, \quad (\text{VI.5})$$

където:  $t$  е индексът на  $t^{\text{тата}}$  стойност на резултативния показател и на участващите факторни променливи във времето,  $t = 0, 1, 2, 3, \dots, T$ ;  $t_0$  и  $t_T$  са съответно: началото и края на целия анализиран период;  $t_{t-1}$  и  $t_t$  са съответно: началото и края на  $t^{\text{тия}}$  подпериод.

Индексът на  $t^{\text{тия}}$  подпериод заема стойности от 1 до  $T$  ( $t = 1, 2, 3, \dots, T$ ).

Оттук лесно може да се извърши динамичен ДФА на резултативния показател за целия период и по отделните подпериоди в него.

В параграф IV.2 е представен практически пример за извършване на динамичен ДФА на двуфакторния кратен модел на нетната рентабилност на приходите от продажби на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

В параграф IV.3 е представен практически пример за извършване на динамичен ДФА на четирифакторния модел на показателя обща рентабилност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

Детайлизираният вид на показателя обща ликвидност ( $TL$ ) има следния детерминиран факторен модел:

$$TL_t = \frac{MR_t + CR_t + CF_t}{CO_t}, \quad (\text{VI.9})$$

където:  $MR_t$  е стойността на материалните запаси за периода  $t$ , хил.лв.;

$CR_t$  – стойността на краткосрочните вземания за периода  $t$ , хил.лв.;

$CF_t$  – стойността на краткосрочните финансови средства (краткосрочни финансови активи плюс парични средства и парични еквиваленти) за периода  $t$ , хил.лв.;

$CO_t$  – стойността на текущите задължения за периода  $t$ , хил.лв.

Математическите изрази за определяне на индивидуалните факторни влияния на четирифакторния адитивно-кратен модел на общата ликвидност, представени в табл. № III.7, се преобразуват в следния вид:

- за фактора материални запаси ( $MR$ ):

$$\Delta TL(MR)_t = \frac{\Delta MR}{2} \left( \frac{1}{CO_{t-1}} + \frac{1}{CO_t} \right); \quad (\text{VI.10})$$

- за фактора краткосрочни вземания ( $CR$ ):

$$\Delta TL(CR)_t = \frac{\Delta CR}{2} \left( \frac{1}{CO_{t-1}} + \frac{1}{CO_t} \right); \quad (VI.11)$$

- за фактора краткосрочни финансови средства ( $CF$ ):

$$\Delta TL(CF)_t = \frac{\Delta CF}{2} \left( \frac{1}{CO_{t-1}} + \frac{1}{CO_t} \right); \quad (VI.12)$$

- за фактора текущи задължения ( $CO$ ):

$$\Delta TL(CO)_t = \frac{MR_{t-1} + MR_t + CR_{t-1} + CR_t + CF_{t-1} + CF_t}{2} \left( \frac{1}{CO_t} - \frac{1}{CO_{t-1}} \right). \quad (VI.13)$$

Необходимите данни за извършване на динамичен детерминиран факторен анализ на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017÷2021 г. са със свободен достъп и са взети от консолидираните годишни финансови отчети на предприятието, налични на сайта на Българска фондова борса<sup>1</sup>.

Входящите данни и получените резултати от извършения детерминиран факторен анализ на показателя обща ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017÷2021 г. са представени в табл. № VI.2. и Електронно приложение 3: TL\_Analysis.xls: Динамичен детерминиран факторен анализ на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г.

Извършването на проверка е задължително и тя включва сравняване на абсолютното изменение на резултативния показател дали е равно на сумата от четирите факторни влияния. Проверката показва несъществени абсолютни и относителни грешки, които са вследствие на изчислителни закръгления. Максималната абсолютна грешка не надвишава 0,0000001, а максималната относителна грешка не надвишава 0,000001%. Това потвърждава изключително високата точност, с която се характеризира усредненият метод на верижните замествания.

---

<sup>1</sup> <https://www.bse-sofia.bg/bg/disclosure-by-issuers>



Таблица № VI.2.

**Входящи данни и получени резултати от извършения детерминиран факторен анализ на показателя обща ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2018 ÷ 2021 г.**

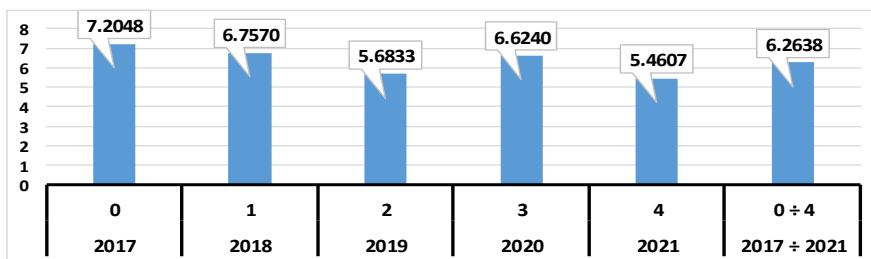
## Входящи данни

Показател	Подпериод					
	2017	2018	2019	2020	2021	2017÷2021
	0	1	2	3	4	0 ÷ 4
Стойност на материалните запаси (MR), хил.лв.	80633	85104	97926	99269	104761	467693
Стойност на краткосрочните вземания (CR), хил.лв.	120193	130990	122667	113002	132411	619263
Стойност на краткосрочните финансови активи (CF), хил.лв.	31053	31044	23913	24165	9025	119200
Стойност на текущите задължения (CO), хил.лв.	32184	36575	43022	35694	45085	192560
<b>Обща ликвидност (TL)</b>	<b>7.2048</b>	<b>6.7570</b>	<b>5.6833</b>	<b>6.6240</b>	<b>5.4607</b>	<b>6.2638</b>

## Получени резултати

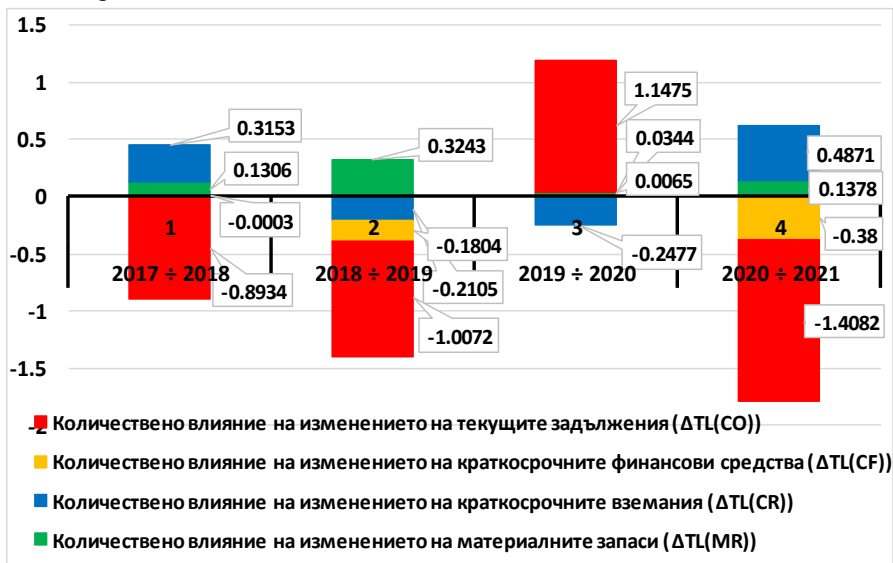
Показател	Анализиран период				
	2017÷2018	2018÷2019	2019÷2020	2020÷2021	2017÷2021
	1	2	3	4	0 ÷ 4
Абсолютно изменение на материалните запаси ( $\Delta MR = MR_t - MR_{t-1}$ ), хил.лв.	4471	12822	1343	5492	24128
Относително изменение на материалните запаси ( $\% \Delta MR = \Delta MR * 100 / MR_{t-1}$ ), %	5.54%	15.07%	1.37%	5.53%	29.92%
Абсолютно изменение на краткосрочните вземания ( $\Delta CR = CR_t - CR_{t-1}$ ), хил.лв.	10797	-8323	-9665	19409	12218
Относително изменение на краткосрочните вземания ( $\% \Delta CR = \Delta CR * 100 / CR_{t-1}$ ), %	8.98%	-6.35%	-7.88%	17.18%	10.17%
Абсолютно изменение на краткосрочните финансови активи ( $\Delta CF = CF_t - CF_{t-1}$ ), хил.лв.	-9	-7131	252	-15140	-22028
Относително изменение на краткосрочните финансови активи ( $\% \Delta CF = \Delta CF * 100 / CF_{t-1}$ ), %	-0.03%	-22.97%	1.05%	-62.65%	-70.94%
Абсолютно изменение на текущите задължения ( $\Delta CO = CO_t - CO_{t-1}$ ), хил.лв.	4391	6447	-7328	9391	12901
Относително изменение на текущите задължения ( $\% \Delta CO = \Delta CO * 100 / CO_{t-1}$ ), %	13.64%	17.63%	-17.03%	26.31%	40.09%
Абсолютно изменение на общата ликвидност ( $\Delta TL = TL_t - TL_{t-1}$ )	<b>-0.4478</b>	<b>-1.0737</b>	<b>0.9407</b>	<b>-1.1632</b>	<b>-1.7441</b>
Относително изменение на общата ликвидност ( $\% \Delta TL = \Delta TL * 100 / TL_{t-1}$ ), %	-6.21%	-15.89%	16.55%	-17.56%	-24.21%
Количествено влияние на материалните запаси ( $\Delta TL_{MR}$ )	<b>0.1306</b>	<b>0.3243</b>	<b>0.0344</b>	<b>0.1378</b>	<b>0.6424</b>
Относително влияние на материалните запаси ( $\% \Delta TL_{MR} = \Delta TL_{MR} * 100 / TL_{t-1}$ ), %	1.81%	4.80%	0.61%	2.08%	8.92%
Количествено влияние на краткосрочните вземания ( $\Delta TL_{CR}$ )	<b>0.3153</b>	<b>-0.2105</b>	<b>-0.2477</b>	<b>0.4871</b>	<b>0.3253</b>
Относително влияние на краткосрочните вземания ( $\% \Delta TL_{CR} = \Delta TL_{CR} * 100 / TL_{t-1}$ ), %	4.38%	-3.12%	-4.36%	7.35%	4.52%
Количествено влияние на краткосрочните финансови средства ( $\Delta TL_{CF}$ )	<b>-0.0003</b>	<b>-0.1804</b>	<b>0.0065</b>	<b>-0.3800</b>	<b>-0.5865</b>
Относително влияние на краткосрочните финансови средства ( $\% \Delta TL_{CF} = \Delta TL_{CF} * 100 / TL_{t-1}$ ), %	0.00%	-2.67%	0.11%	-5.74%	-8.14%
Количествено влияние на текущите задължения ( $\Delta TL_{CO}$ )	<b>-0.8934</b>	<b>-1.0072</b>	<b>1.1475</b>	<b>-1.4082</b>	<b>-2.1253</b>
Относително влияние на текущите задължения ( $\% \Delta TL_{CO} = \Delta TL_{CO} * 100 / TL_{t-1}$ ), %	-12.40%	-14.91%	20.19%	-21.26%	-29.50%
Комплексно влияние: $\Delta TL = \Delta TL_{MR} + \Delta TL_{CR} + \Delta TL_{CF} + \Delta TL_{CO}$	<b>-0.4478</b>	<b>-1.0737</b>	<b>0.9407</b>	<b>-1.1632</b>	<b>-1.7441</b>
Сумарно относително влияние, $\% \Delta TL = \Delta TL_{MR} + \Delta TL_{CR} + \Delta TL_{CF} + \Delta TL_{CO}$ , %	-6.21%	-15.89%	16.55%	-17.56%	-24.21%
Проверка: $\Delta TL = \Delta TL_{MR} + \Delta TL_{CR} + \Delta TL_{CF} + \Delta TL_{CO}$	Грешно	Върно	Грешно	Върно	Върно
Стойност на абсолютната грешка, $S_{\Delta TL}$ , лв./лв.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Проверка: $\% \Delta TL = \% \Delta TL_{MR} + \% \Delta TL_{CR} + \% \Delta TL_{CF} + \% \Delta TL_{CO}$	Грешно	Върно	Върно	Върно	Върно
Стойност на относителната грешка, $\delta_{TL}$ , %	0.000000%	0.000000%	0.000000%	0.000000%	0.000000%

Стойностите на общата ликвидност ( $\Delta TL$ ) през подпериодите и за целия период е представено на фиг. VI.4.



**Фиг. VI.4.** Стойности на общата ликвидност „Монбат“ АД по подпериоди и за целия анализиран период

На фиг. VI.5 са представени количествените влияния на изменението на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност на текущите задължения върху абсолютното изменение на резултативния показател – обща ликвидност по подпериоди.



**Фиг. VI.5.** Количествени влияния на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност на текущите задължения върху абсолютното изменение на обща ликвидност на „Монбат“ АД по подпериоди

На основата на резултатите, представени в табл. № VI.2 и фиг. VI.5, се формулират следните изводи по отделните анализирани подпериоди:

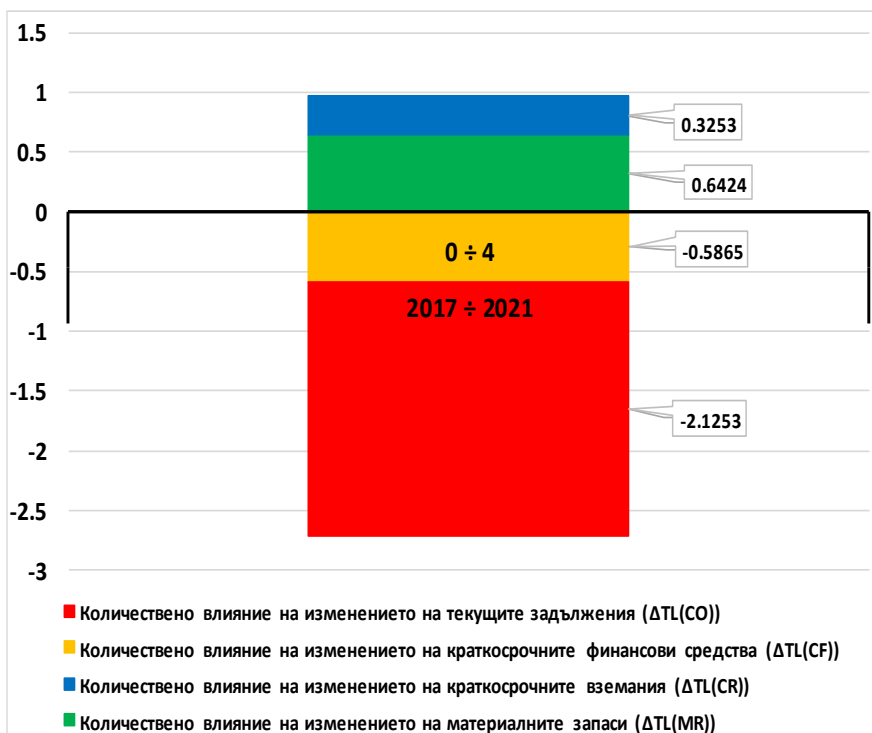
1. През 2018 г. общата ликвидност се е влошила с 0,4478 или с 6,22%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 4470 хил.лв. или с 5,54% подобрява показателя с 0,1306 или с 1,81%. Увеличението на стойността на краткосрочните вземания с 10 797 хил.лв. или с 8,98% подобрява показателя с 0,3153 или с 4,38%. Намалението на стойността на краткосрочните финансови активи с 9 хил.лв. несъществено влошава показателя с 0,0003 или с 0.00%. Увеличението на стойността на текущите задължения с 4 391 хил.лв. или с 13,64% влошава показателя с 0,8934 или с 12,40%.

2. През 2019 г. общата ликвидност се е влошила с 1,0737 или с 15,89%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 12 822 хил.лв. или с 15,07% подобрява показателя с 0,3243 или с 4,80%. Намалението на стойността на краткосрочните вземания с 8 323 хил.лв. влошава показателя с 0,2105 или с 3,12%. Намалението на стойността на краткосрочните финансови активи с 7 131 хил.лв. или с 22,97% влошава показателя с 0,1804 или с 2,67%. Увеличението на стойността на текущите задължения с 6 447 хил.лв. или с 17,63% влошава показателя с 1,0072 или с 14,91%.

3. През 2020 г. общата ликвидност нараства с 0,9407 или с 16,55%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 1 343 хил.лв. или с 1,37% подобрява показателя с 0,0344 или с 0,61%. Намалението на стойността на краткосрочните вземания с 9665 хил.лв. или със 7,88% влошава показателя с 0,2477 или с 4,36. Увеличението на стойността на краткосрочните финансови активи с 252 хил.лв. или с 1,05% подобрява показателя с 0,065 или с 0,11%. Намалението на стойността на текущите задължения с 7328 хил.лв. подобрява показателя с 1,1475 или с 20,19%.

4. През 2021 г. общата ликвидност се е влошила с 1,1633 или със 17,56%. Увеличението на стойността на материалните запаси с 5 492 хил.лв. или с 5,53% подобрява показателя с 0,1378 или с 2,08%. Увеличението на стойността на краткосрочните вземания с 19 409 хил.лв. или със 17,18% подобрява показателя с 0,4871 или със 7,35%. Намалението на краткосрочните финансови активи с 15 140 хил.лв. или с 62,65% влошава показателя с 0,3800 или с 5,74%. Увеличението на текущите задължения с 9 391 хил.лв. или с 26,31% влошава показателя с 1,4082 или с 21,26%.

На фиг. VI.6 са представени количествените влияния на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност на текущите задължения върху абсолютното изменение на общата ликвидност за целия анализиран период.



**Фиг. VI.6.** Количествени влияния на факторите стойност на материалните запаси, стойност на краткосрочните вземания, стойност на финансовите активи и стойност на текущите задължения върху абсолютното изменение на обща ликвидност на „Монбат“ АД за целия анализиран период

На основата на резултатите, представени в табл. № VI.2 и фиг. VI.6, се формулират следните изводи за целия анализиран период:

1. За целия анализиран период 2017 ÷ 2021 г. общата ликвидност на „Монбат“ АД се е влошила с 1,7441 или с 24,21%.

2. Увеличението на стойността на материалните запаси с 24 128 хил.лв. или с 29,92% подобрява показателя с 0,6424 или с 8,92%.

3. Увеличението на краткосрочните вземания с 12 218 хил.лв. или с 10,17% подобрява показателя с 0,3253 или с 4,52%.

4. Намалението на стойността на краткосрочните финансови активи с 22 028 хил.лв. или с 70,94% влошава показателя с 0,5865 или с 8,14%.

5. Увеличението на стойността на текущите задължения с 12 901 хил.лв. или с 40,09% влошава показателя с 2,1253 или с 29,50%.

В параграф IV.3 се представени кратки изводи към глава шеста, а именно:

1. Резултатите от извършените динамични ДФА на нетната рентабилност на приходите от продажби и на общата ликвидност на „Монбат“ АД за периода 2017 ÷ 2021 г. безусловно подчертават лесната приложимост и универсалност на усреднения метод на верижните замествания за целите на динамичния ДФА на съставни икономически, финансови и други показатели. Това е единственият точен метод, който е приложим за детерминирани факторни модели, съдържащи кратен елемент в тях.

2. За избягване на изчислителни грешки е задължително да се извърши проверка на точността на получените абсолютни и относителни факторни влияния на участващите фактории променливи, съответно върху абсолютното и относителното изменение на резултативния показател.

3. При динамичния ДФА по усреднения метод на верижните замествания абсолютните и относителните грешки са нула. Това потвърждава точността на усреднения метод на верижните замествания.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Основните изводи от извършеното научно изследване се свеждат до следното:

1. Съществуващите до момента методи на ДФА се характеризират с редица предимства, но и с множество недостатъци, а също така и с различна степен на универсалност (приложимост), т.е. голяма част от тях са изведени само за ограничен брой и видове факторни модели.

2. До момента не съществуваше единен метод на ДФА, който да е универсален, т.е. да е приложим за всички видове факторни модели. Изключение прави методът на верижните замествания. Но чрез него не могат да се получат еднозначни резултати относно количественото определяне на факторните влияния. Това обосновава острата необходимост от разработване на нов точен, еднозначен, директен и универсален метод на ДФА.

3. Разработеният нов метод на ДФА, а именно усредненият метод на верижните замествания, решава дългогодишен научен и приложен проблем, а именно точност и еднозначност по отношение на количественото определяне на индивидуалните факторни влияния върху изменението на резултативния показател при детерминирани факторни модели.

4. Усредненият метод на верижните замествания се характеризира с пълна универсалност на приложение относно всички видове детерминирани факторни модели и чрез него се получават точни и еднозначни математически изрази и резултати за точното и еднозначно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите факторни променливи за

всичките видове факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

5. Аprobацията на методиката на усреднения метод на верижните замествания потвърждава основното предимство на метода, а именно точността и еднозначността на получените резултати при количествено определяне на индивидуалните факторни влияния на участващите фактори във всички видове факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

6. Усредненият метод на верижните замествания е абсолютно точен, универсален и лесно приложим метод на ДФА за извършване на динамичен ДФА на всички видове факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи.

7. Усредненият метод на верижните замествания е математически метод, който може да намери широко приложение за изследване не само на икономически модели, но и за неикономически такива.

Актуалността на разгледаните в настоящото научно изследване въпроси предопределя основните насоки за допълнителна изследователска работа по проблема. Те могат да се очертаят в следните направления:

1. Да се изведат математическите зависимости по методиката на усреднения метод на верижните замествания за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния за факторни модели, съдържащи пет и повече факторни променливи, което е изключително трудоемка задача.

2. Да се апробират и да се потвърди точността на изведените нови математически зависимости, съдържащи пет и повече факторни променливи, получени по методиката на усреднения метод на верижните замествания с помощта на електронни таблици или в MS Excel среда.

3. Усредненият метод на верижните замествания да се адаптира и за сложни съставни детерминирани факторни модели на основата на разлагане на резултативния показател на подпоказатели.

4. Усредненият метод на верижните замествания може да намери по-широко приложение, а именно извършване на количествени анализи на детерминирани факторни модели не само на икономически и финансови показатели, но и на показатели от всички научни области.

#### IV. ПРИНОСНИ МОМЕНТИ В НАУЧНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ

Научните и научно-приложните приноси в научното изследване се свеждат до следното:

1. Извършен е критичен анализ на същността, допусканията, методиките, приложимостта, предимствата, недостатъците, точността и еднозначността на резултатите за всички съществуващи в научната литература и практика методи на ДФА и е обоснована острата необходимост от разработването на усреднения метод на верижните замествания.

2. Разработена е методиката на предложения усреднен метод на верижните замествания, а именно: същност, допускане, етапи на методиката, приложимост за видовете факторни модели.

3. Изведени са общо 153 бр. аналитични изрази за 42 вида детерминирани факторни модели, съдържащи до четири факторни променливи, които служат за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния по методиката на усреднения метод на верижните замествания, а именно:

- 9 бр. математически изрази за 3 вида мултипликативни факторни модели;
- 12 бр. математически изрази за 4 вида кратни факторни модели;
- 22 бр. математически изрази за 6 вида адитивно или разликово-мултипликативни факторни модели;
- 18 бр. математически изрази за 5 вида мултипликативно-кратни факторни модели;
- 60 бр. математически изрази за 16 вида адитивно или разликово-кратни факторни модели;
- 32 бр. математически изрази за 8 вида адитивно или разликово-мултипликативно-кратни факторни модели.

4. Изведени са математическите изрази за директно количествено определяне на индивидуалните факторни влияния за детерминирани факторни модели, съдържащи разликов елемент в тях чрез усреднения метод на верижните замествания.

5. Изведените аналитични изрази за количествено определяне на индивидуалните факторни влияния са систематизирани в табличен вид според вида на факторния модел, описващ връзката между резултативен показател и участващи факторни променливи. Тези аналитични изрази са имплементирани (атестирани) в разработено приложение в средата на MS Excel.

6. Усредненият метод на верижните замествания е атестиран за условията на динамичен детерминиран факторен анализ, като е потвърдена неговата точност, еднозначност и универсална приложимост.

## V. НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ, СВЪРЗАНИ С ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Митев В. Методът на верижните замествания – практическо приложение във финансово-стопанския анализ, предимства и недостатъци. *Годишник на МГУ „Св. Ив. Рилски”*, т. 51, св. IV, ИК „Св. Ив. Рилски”, С., 2008, с. 45-48, ISSN 1312-1820.
2. Митев В. Усреднен метод на верижните замествания. *„Икономически и социални алтернативи“*, бр. 4, 2020, 90-100, ISSN 1314-6556: DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2020.4.09>.
3. Митев В. Усреднен метод на верижните замествания – приложимост, предимства и недостатъци. *„Икономически и социални алтернативи“*, бр. 2, 2021, с. 127-138, ISSN 1314-6556: DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2021.2.08>.
4. Митев В. *Финансово-стопански анализ на минното предприятие*. (Първо издание), „Авангард Прима”, С., 2008, 141 с., ISBN 978-954-323-397-7.
5. Митев В. *Финансово-стопански анализ на минното предприятие*. (Второ издание), „Авангард Прима”, С., 2019, 141 с., ISBN 978-954-323-397-7.
6. Митев В.Ц. Апробация усредненного метода цепных подстановок для трех- и четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей. *Финансы: теория и практика*, Том. 26, № 6, 2022, с. 166-174. DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174. ISSN 2587-5671. (Print), ISSN 2587-7089 (Online), (Русский язык)  
  
Mitev V. Ts. Approbation of the averaged method of chain substitutions for three- and four-multiples and multiplicative-multiples factor models. *Finance: Theory and Practice*. 2022;26(6):166-174. DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174. ISSN 2587-5671 (Print), ISSN 2587-7089 (Online), (English).
7. Митев В. Динамичен детерминиран факторен анализ по усреднения метод на верижните замествания. *„Икономически и социални алтернативи“*, бр. 1, 2023, с. 131-148, ISSN 1314-6556, DOI: <https://doi.org/10.37075/ISA.2023.1.11>



## **VI. SUMMARY**

### **AVARAGED CHAIN SUBSTITUTION METHOD**

Veselin Mitev

A thorough critical analysis of the essence, assumptions, applicability, advantages, disadvantages, accuracy, and unequivocalness of the results for all methods of deterministic factor analysis existing in the scientific literature and practice have been carried out.

The urgent need to develop the averaged chain substitution method is justified. On this basis, the methodology of the averaged chain substitution method was developed, namely: essence, assumption, stages of the methodology, applicability to the types of factor models.

Through the implementation of the averaged chain substitution method, 153 analytical expressions were derived for 42 numbers deterministic factor models, containing up to four factor variables, which serve to quantify the individual factor influences using the methodology of the averaged chain substitution method, namely for: multiplicative; multiples; additive or different-multiplicative; multiplicative-multiples; additive or different-multiplicative and additive or different-multiplicative-multiples factor models.

The derived analytical expressions for the quantification of individual factor influences are systematised in tabular form according to the type of factor model, describing the relationship between the resultative indicator and participating factor variables.

All derived mathematical expressions are attested in MS Excel environment and their absolute accuracy and unequivocalness is confirmed.

An approbation of the accuracy of the result by the averaged method of chain substitutions was carried out, which was carried out by comparison with analogous results obtained after the integral method and after the method of chain substitutions for specific and identical data for multiplicative, multiple and additive-multiple factor models.

The averaged chain substitution method has been certified for the conditions of dynamic deterministic factor analysis and its accuracy and universal applicability have been confirmed.

## СЪДЪРЖАНИЕ НА АВТОРЕФЕРАТА

<b>I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД</b>	<b>3</b>
Актуалност на темата	3
Теза на дисертационния труд	3
Предмет на изследването	4
Цел на изследването	4
Изследователски задачи	4
Прилагани подходи	5
Използвани методи	5
Обект на изследването	5
Източници на проучването	5
Научна новост	5
Приложимост на резултатите	6
<b>II. СТРУКТУРА И СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД</b>	<b>6</b>
<b>III. КРАТКО ИЗЛОЖЕНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД</b>	<b>8</b>
<b>ПРЕДГОВОР</b>	<b>8</b>
<b>ГЛАВА ПЪРВА</b>	
ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧНИ ОСНОВИ НА ДЕТЕРМИНИРАНИЯ ФАКТОРЕН АНАЛИЗ	10
<b>ГЛАВА ВТОРА</b>	
МЕТОДИКА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	16
<b>ГЛАВА ТРЕТА</b>	
АПРОБАЦИЯ НА МЕТОДИКАТА НА УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	20
<b>ГЛАВА ЧЕТВЪРТА</b>	
АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С ИНТЕГРАЛНИЯ МЕТОД	33
<b>ГЛАВА ПЕТА</b>	
АПРОБАЦИЯ НА ТОЧНОСТТА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ ЧРЕЗ СЪПОСТАВЯНЕ С МЕТОДА НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	37
<b>ГЛАВА ШЕСТА</b>	
ДИНАМИЧЕН ДЕТЕРМИНИРАН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ ПО УСРЕДНЕНИЯ МЕТОД НА ВЕРИЖНИТЕ ЗАМЕСТВАНИЯ	38
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	<b>45</b>
<b>IV. ПРИНОСНИ МОМЕНТИ В НАУЧНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ</b>	<b>47</b>
<b>V. НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ, СВЪРЗАНИ С ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД</b>	<b>48</b>
<b>VI. SUMMARY</b>	<b>49</b>