

Рецензия

По конкурс за доцент за нуждите на МГУ "Св. Иван Рилски професионално направление 4.5 Математика, научна специалност "Геометрия и топология", с единствен кандидат гл. ас. д-р Елза Иванова-Димова.

1. Биографични данни и общи сведения за кандидата.

Елза Иванова-Димова е родена в гр. София на 26.02. 1976. Завършва специалност Математика в СУ "Свети Климент Охридски" през 2000 г. с магистратура по обща топология. В периода 2003-7 г. е задочен докторант към катедра "Комплексен анализ и топология" на ФМИ, а през 2014 г. защитава докторска дисертация по топология с научен ръководител проф. Георги Димов. От 2003 до сега е заемала последователно длъжностите асистент, ст. асистент и гл. асистент към катедра Комплексен анализ и топология на ФМИ където води упражнения и е чела лекции по различни общоматематически и теоретични дисциплини. Научните интереси на Димова са в областта на общата и категорната топология и теория на решетките. Списъкът на нейните научни публикации съдържа 13 заглавия със забелязани 20 цитирания. За конкурса са представени 8 публикации (2 самостоятелни), с които не е участвувало в предишни конкурси. Те са публикувани в професионални списания индексирани в световно известни бази данни, 7 от публикациите са с импакт фактор, като за част от тях са представени 8 цитирания. Представен е и списък от множество участия в научни конференции и мероприятия (29) а също така и списък на научноизследователски проекти, в които Димова участва (12). Всички тези данни показват, че са изпълнени минималните формални изисквания от закона за научните степени и звания и съответните правилници, като в представената документация са отбелязани подробно съответните количествени основания.

2. Кратко описание и оценка на научните резултати в представените за конкурса статии.

Предложените статии са означени с В4-1, В4-2, Г7-1,...Г7-6 вероятно във връзка с различните раздели на закона за научните степени и звания. Тук ще класифицираме и разгледаме публикациите в няколко групи по научна тематика: (I) Хипертопологии, (II) Обобщения на двойствеността на Стоун за булевите алгебри, (III) Обща категорна схема за разширения на двойствености и приложения, (IV) Размерност и тегло за контактни алгебри.

(I) Хиперетопологии.

В тази група влизат работите В4-1 и Г7-6. Ако е дадено едно топологично пространство X , то от него по най-различни начини може да се получи ново топологично пространство, чиито точки са подмножества на X . Топологиите на такива

пространства се наричат хипертопологии, като стандартен пример са така наречените виеторисови топологии. Това е една твърде широка област на общата топология, която се изучава активно. Работата В4-1 е посветена на изучаването на един специален клас хипетопологии наречени хипертопологии от долно-виеторисов тип. Тук се разглеждат естествени връзки между изходното топологично пространство и производното пространство като например запазването на компактност и тегло. Работата Г7-6 е в известен смисъл обзорна и е посветена на изучаването на различни хипертопологии от виеторисов тип включващи например така наречените силни топологии от виеторисов тип (Дефиниция 2.8). В работата се сравняват резултати за хипертопологии на различни автори, като Choban [5], Clementino and Tholen [4], Michael [13], Schmidt [14] (тук както и по-нататък цитиранията са от литературата на обсъжданата статия). Посочени са интересни прости примери различаващи някои от разглежданите хипертопологии (примери 2.10, 2.11, 2.12).

(II) Обобщения на двойствеността на Стоун за булевите алгебри.

Тази група съдържа статиите В4-2 и Г7-1, които са в областта на категорната топология. Основен тип резултати в категорната топология са теореми за изоморфизъм (двойственост) между категории топологични пространства и категории от алгебричен тип, които естествено се дефинират в съответните пространства. Ползността на такъв тип изследвания за математиката е, че резултати за едната категория естествено се превеждат в резултати за другата категория. Класически пример е така наречената Двойственост на Стоун за булевите алгебри, която гласи, че категорията на булевите алгебри е дуално изоморфна (двойствена) на категорията на нулмерните компактни хаусдорфови пространства и непрекъснатите изображения, известни още като пространства на Стоун. Тази теорема се базира на основния факт, че отворено-затворените множества на едно топологично пространство образуват булева алгебра и ако X е пространство на Стоун, то неговата булева алгебра от отворено-затворени множества в известен смисъл кодира цялата информация за X . Статията В4-2 се отнася до едно много интересно обобщение на двойствеността на Стоун за булевите алгебри. Обобщението, което се прави в В4-2 е следното: отказваме се от свойството компактност в теоремата на Стоун и разглеждаме категорията на нулмерните хаусдорфови пространства. В статията са намерени дуалните алгебрични обекти на тази категория, който са едно специално обобщение на понятието булева алгебра, наречена dz -алгебра. Основен резултат тук е една теорема за двойственост между категорията на всички dz -алгебри (с подходящи морфизми) и категорията на хаусдорфовите нулмерни топологични пространства (Теорема 3.15), което е едно елегантно обобщение на Теоремата на Стоун. В статията се изучават различни версии и частни случаи на Теорема 3.15.

Статията Г7-1 е в известен смисъл продължение на В4-2. По-точно основен резултат от В4-2 се използва за получаване на ново доказателство на резултат на Димов [3] отнасящ се също до обобщения на двойствеността на Стоун за булевите

алгебри.

(III) Обща категорна схема за разширения на двойствености и приложения.

Тази група обхваща статиите Г7-2, Г7-3, Г7-4, които също са в областта на категорната топология, но са обединени от една обща идея. Тази идея се базира на една категорна конструкция, която при наличие на определени условия позволява да се построяват разширения на съществуващи двойствености. Един вариант на такава конструкция е описан в Г7-2, от която се получава едно ново доказателство на двойствеността на Федорчук като подходящо разширение на двойствеността на Стоун. Двойствеността на Федорчук се отнася до категорията на компактните хаусдорфови пространства с морфизми квази-отворените изображения. Дуалните обекти на тази категория са пълни булеви алгебри с една бинарна релация (която ще наричаме "контакт") аналог на релацията близост от теория на близостните пространства на Ефремович. Двойствеността на Федорчук е близка до аналогична двойственост на де Врис, която се различава по вида на съответните морфизми.

Споменатата по-горе категорна конструкция за разширяване на двойствености се обобщава в Г7-3 и се прилага за едно ново доказателство на дуалността на де Врис и нейна модификация с по-добри морфизми. Като приложение на тази конструкция е дадено и ново доказателство на продължението на двойствеността на де Врис върху категорията на пространствата на Тихонов с непрекъснати изображения получено в [7] от Безанишвили и съавтори.

Категорната конструкция за продължение на двойствености развита в Г7-2 се прилага в Г7-3 за получаване на ново доказателство за двойственост на категорията на локално компактните хаусдорфови пространства и непрекъснатите изображения. Дуалните обекти на тази категория са пълните локални контактни алгебри на Роепер [28], които разширяват езика на алгебрите на де Врис с един едноместен предикат за ограниченост, който в топологичните модели на алгебрата отговаря на компактните регулярно затворени множества.

(IV) Размерност и тегло за контактни алгебри. Към този раздел принадлежи статията Г7-5. В нея става дума за контактни и предконтактни алгебри, които са по-обща от алгебрите на де Врис. Контактната алгебра е булева алгебра с една допълнителна бинарна релация наречена "контакт" удовлетворяваща няколко естествени аксиоми а предконтактната алгебра е едно нейно естествено обобщение. Стандартен пример за контактни алгебри са булевите алгебри от регулярно затворените множества на произволно топологично пространство като контактът означава наличие на обща точка. Естествен въпрос за контактните алгебри е пренос на определени свойства от топологичен характер преформулирани с помощта на езика на контактната алгебра, като естествена база за един такъв пренос са теоремите за двойственост от категорната топология. В статията се дискутира преноса на понятията тегло и размерност. За получените алгебрични аналози се

доказват редица теореми показващи че най-естествени алгебрични аналози на тези понятия имаме в случая на локални контактни алгебри.

В заключение на този раздел искам да спомена, че резултатите в представените статии са твърде технически и математически нетривиални. Тематиката в (I) е от общата топология, но тази от (II), (III) и (IV) е в една гранична област между топология, алгебра и теория на категориите с приложения в математическата логика. Това се вижда например от факта, че в света има периодични научни форуми с такава комбинация на тематиката. Един от тях е, например, TACL: Topology, Algebra and Categories in Logic, като в неговото издание TACL-2019 Димова участва (№25 от списъка научни конференции и мероприятия). Освен това контактните алгебри от разделите (III) и (IV) намериха свое приложение в информатиката като един удобен език за описание на геометрична и топологична информация. Искам да спомена още, че предложените за конкурса статии, въпреки че са публикувани през последните няколко години, те получават бърз отзвук: наличието на 7 цитирания по тях доказва това.

Освен копия на публикуваните статии Димова е представила тяхно разширено резюме с неформално въведение за всяка от тях, в което правилно са отразени получените резултати. Имам бележка относно българския превод на фразата *duality theorems*. Мисля че в контекста на категорната топология по-точен би бил преводът *теореми за двойственост*, който има своята употреба в българската математическа литература.

Понеже част от статиите са в съавторство и няма изрична декларация на авторите за индивидуалния принос на всеки от тях, приемам, както е общоприето в научната практика, че всеки от тях има равно участие.

3. Лични впечатления. Познавам Елза Иванова-Димова като колежка във ФМИ, като съпруга на моя колега Георги Димов а също и като съавтор в една от нейните публикации, която не е представена за участие в този конкурс. Имам добри впечатления от нейни доклади в научни форуми където и аз съм участвувал и мисля, че тя е млад научен работник работещ в престижна област на математиката, която е богата на интересни проблеми. Нямам преки впечатления от нейната преподавателска работа във ФМИ, но знам, че води упражнения по дисциплини преподавани в различни катедри, което говори, че е натрупала рутинен преподавателски опит.

4. Заключение.

Представените от гл. ас. д-р Елза Иванова-Димова документи и материали е в пълно съответствие с изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, както и с Правилата за заемане на академични длъжности в МГУ „Св. Иван Рилски“. Димова е представила 8 научни статии публикувани в международни издания с рецензиране, индексирани от международни бази данни с научна информация

(Web of Science и Scopus), 7 от тях с импакт фактор. Като имам предвид описаните по-горе научни достижения в предложените за оценка статии, предлагам убедено на уважаемото научно жури да избере гл. асистент д-р Елза Иванова-Димова за доцент за нуждите на МГУ "Свети Иван Рилски" в научното направление 4.5 Математика, научна специалност "Геометрия и топология".

София, 11-05-23 Рецензент:

/ Проф. Д-р Димитър Вакарелов /