



МИННО-ГЕОЛОЖКИ УНИВЕРСИТЕТ
„СВ. ИВАН РИЛСКИ”
МИННОТЕХНОЛОГИЧЕН ФАКУЛТЕТ
КАТЕДРА „МАРКШАЙДЕРСТВО И ГЕОДЕЗИЯ”

инж. Александър Евтимов Цонков

**ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ИНВАРИАНТНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НА ДЕФОРМАЦИИТЕ ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ
ИЗМЕРВАНИЯ**

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертационен труд за присъждане на
образователна и научна степен "ДОКТОР"

Научна специалност: „Маркшайдерство”
Професионално направление: 5.7. Архитектура, строителство и геодезия
Област на висшето образование: 5. Технически науки

Научен консултант:
доц. д-р инж. Станислав Топалов

София
2018

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от Разширен катедрен съвет на катедра „Маркшайдерство и геодезия“ към Минно-технологичен факултет на МГУ „Св. Иван Рилски“, София, на 26.03.2018 г., съгласно Ректорска заповед № Р - 328 от 14.03.2018 г.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои пред Научно жури, утвърдено със заповед № Р - 440 от 20.04.2018 г. на Ректора на МГУ „Св. Иван Рилски“ и ще се проведе на 13.06.2018 г. от 11.00 часа в зала 204-А Минстрой” на Минно-технологичен факултет, МГУ „Св. Иван Рилски“, София.

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Сектор „Следдипломна квалификация” на МГУ „Св. Иван Рилски”, Ректорат, ет. 3, стая № 79, тел. 02/ 80 60 209.

Утвърденото Научно жури е в състав:

1. Доц. д-р Станислав Топалов – председател
2. Проф. д.т.н. Методи Маждраков, външен
3. Проф. д-р Койно Боев, външен
4. Проф. д-р Кръстю Дерменджиев, вътрешен
5. Доц. д-р Ефтим Николов, външен

Резервни членове:

1. Проф. д-р Георги Стоянчев, вътрешен
2. Проф. д-р Георги Михайлов, вътрешен

РЕЦЕНЗЕНТИ:

1. Проф. д.т.н. Методи Георгиев Маждраков
2. Проф. д-р Койно Боев Йовков

Дисертантът е докторант на самостоятелна подготовка към катедра „Маркшайдерство и геодезия” на Минно-технологичния факултет.

Автор: маг. инж. Александър Евтимов Цонков

Заглавие: „Определяне на инвариантните характеристики на деформациите чрез маркшайдерски измервания”

Тираж: 25 броя

Отпечатано в Издателска къща „Св. Иван Рилски” на МГУ „Св. Иван Рилски”, София.

СЪДЪРЖАНИЕ

Обща характеристика на дисертационния труд	5
Въведение.....	5
Актуалност на проблема	6
Цели и задачи на дисертационната работа.....	6
Научни подходи и методи.....	7
Публикации.....	7
Структура и обем на дисертационния труд.....	7
Съдържание на дисертационния труд	
I. СКАЛНИЯТ МАСИВ КАТО СРЕДА НА ИЗЯВА НА ГЕОМЕХАНИЧНИТЕ ЯВЛЕНИЯ И ПРОЦЕСИ	8
I.1. Скалният масив – основен обект на геомеханичните изследвания	8
I.2. Геомеханични явления и процеси в масива.....	9
I.3. Фактори, влияещи върху геомеханичните процеси	9
II. ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ И МЕТОДИ ЗА ТЯХНОТО ИЗУЧАВАНЕ	10
II.1. Методи за изследване на геомеханични процеси	10
II.2. Геомеханични процеси и маркшайдерски измервания за изследването им при строителство и подземно разработване на находища	14
II.3. Геомеханични процеси и маркшайдерски измервания за изследването им при открито разработване на находища	18
II.4. Изводи	20
III. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ИНВАРИАНТНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ДЕФОРМАЦИИТЕ ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ ИЗМЕРВАНИЯ	21
III.1. Определяне на елементите на деформации	21
III.2. Оценка на точността на определените елементи на деформации	26
III.3. Връзка между стойностите на инвариантните характеристики на деформациите и допустимите (критични) деформации за различни категории съоръжения	36
III.4. Възможни области на приложение на разглеждания метод	38
III.5. Изводи	38
IV. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ. РЕЗУЛТАТИ	39
IV.1. Общи положения	39
IV.2. Определяне на елементите на деформации за стената на шламохранилище към мини „Бобов дол” ЕАД	39

IV.3. Определяне на елементите на деформации за скалния масив при вертикална шахта „Кичеста”, рудник „Девина”, Балкански въглищен басейн	41
IV.4. Определяне на елементите на деформации за целици в метазалеж 44 в рудник „Джурково”, „Лъки Инвест” ЕООД	44
IV.5. Изводи	46
V. МОДЕЛНО ОПИСАНИЕ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ	46
V.1. Въведение	46
V.2. Избор на математичен модел, описващ изучаваните геомеханични процеси	46
V.3. Визуализация и интерпретация на резултатите от маркшайдерски измервания при изследване на геомеханични процеси	48
V.4. Изводи	53
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	53
НАСОКИ ЗА БЪДЕЩИ ИЗСЛЕДВАНИЯ	54
ПРЕТЕНЦИИ ЗА НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ	55
ПУБЛИКАЦИИ	56
БИБЛИОГРАФИЯ	56
SUMMARY	60

ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Въведение

Развитието на минното дело се основава на непрекъснато усъвършенстване на научното познание за средата на добивните работи, за протичащите в нея физични и механични процеси, за възможностите за повишаване на ефективността и безопасността на работа, за правомерното и разумно управление на запасите от минерални суровини.

Това предполага много добро познаване на взаимоотношенията между отделните елементи на сложната система на минното производство. Управлението ѝ изисква постоянно следене на поведението на всяко звено, на всеки процес, на всеки етап от добива. Анализирането на конкретното състояние в даден момент от време трябва да доведе до решение относно запазване или промяна на процесите и връзките между тях, осигуряващи нормалната работа в предприятието.

Независимо от това, дали експлоатацията се води по открит или по подземен начин, в скалния масив протичат редица процеси, познаването на които би довело до вземане на адекватни и реално-отговорни решения относно системата на разработване, реда за работа в пространството и времето на отделните работни места, за мерките за безопасност, за предвиждане в разумни граници на рисковете в конкретните ситуации.

За процесите в скалния масив се съставят, приемат и използват различни модели, позволяващи тяхното описание и прогнозиране. Тъй като приетите модели характеризират средата и процесите при някои условности и непълноти, то и резултатите, по отношение на конкретно състояние или на прогнозна стойност, ще бъдат верни с определена степен на вероятност.

Представата за взаимодействието между отделните елементи на средата позволява да се достигне до решаването на проблема с построяване на максимално адекватни модели на процесите в минното производство. Решенията в това отношение изискват опит и познания в различни области. За изучаването на причините за възникване и характеристиките на процесите в масива е необходимо и натрупване на множество като количество и вид данни.

При формирането на моделите се предлагат варианти, които се оценяват по различни критерии. Въз основа на оценките се избира най-добрия. Той трябва да характеризира тенденцията на изменение във времето и пространството на изследваните явления и процеси с оглед управлението на открития или подземен рудник.

При изучаване на процесите се различават два етапа:

1. Математическо описание (моделиране, идентификация) на процеса;
2. Прогнозиране на бъдещи стойности на изследваните величини за различни моменти от времето.

Изходната информация, необходима за осигуряване на рационалните решения и съответните анализи, се набира главно от изследвания и измервания в естествени условия. Освен познатите от скалната механика методи за

определяне на физико-механичните характеристики на масива и неговото поведение, широко се използват маркшайдерски методи за определяне на пространствени изменения на характерни точки от средата и земната повърхност, чрез които се съди за промени в напрегнато-деформираното състояние на масива вследствие на природни или технологични фактори.

В настоящата разработка се изследва възможността за характеризиране на напрегнато-деформираното състояние на наблюдавани обекти чрез резултати от маркшайдерски наблюдения. За целта се определят стойностите на инвариантните характеристики на деформациите: главни деформации, техните посоки, формоизменението и относителното изменение на площите.

Актуалност на проблема

Познаването на състоянието на масива или обекта и на протичащите в него процеси определя правилните решения относно неговото управление и безрискова експлоатация.

В маркшайдерската практика, чрез ъглово-линейни и височинни измервания се определят: граници на зоните при подработване и надработване; параметри на процеса на движение на скалите; изменението на размерите и формата на минните изработки. Установяват се хоризонтални и вертикални премествания и техните скорости през различните стадии на деформационните процеси.

Изменението на пространственото положение на наблюдаваните точки, определено в различни моменти от време, дефинира промени в състоянието на масива или обекта. Изучаването на тези промени е необходимо за осигуряване на безопасната експлоатация на обекта. За целта се прилага стандартна маркшайдерска апаратура и методика на измерване.

Възможността за използване на резултатите от маркшайдерските измервания за оценка на състоянието на масива или обекта се основава на наблюдения в естествена среда, което определя реалност на получените стойности за конкретните технически, минно-технически и геоложки условия. Чрез маркшайдерските измервания се определят характеристики на деформационните процеси, които се отнасят за по-големи зони в масива, поради полесното и бързо получаване на необходимите величини, в сравнение с други известни методи, за които се изисква повече време, труд и специализирана апаратура.

Цели и задачи на дисертационната работа

Целта на дисертационната работа е:

Разработване и апробиране на метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите в скалния масив, обект или съоръжение, чрез използване на резултати от маркшайдерски измервания.

Във връзка с нея, са дефинирани следните основни задачи:

1. Описание на геомеханични процеси и методи за тяхното изучаване при подземно и открито разработване на въглищни и рудни находища;

2. Разработване на метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите в минни масиви чрез маркшайдерски измервания;
3. Определяне на инвариантните характеристики на деформациите чрез предлагания метод за:
 - съоръжение, подработвано от минни работи;
 - скален масив, подложен на влиянието на минни работи, за условията на възглицен рудник;
 - целици, подложени на влиянието на минни работи, за условията на полиметално находище.
4. Определяне на точността на изчислените елементи на деформациите в зависимост от точността на изходните данни;
5. Установяване на връзката между стойностите на главните деформации и критичните хоризонтални деформации за изследваните обекти;
6. Интерпретация и визуализация на получените резултати.

Научни подходи и методи

Използвани са следните общонаучни методи и подходи: дефиниране на задачите, анализ на геомеханичните процеси и оценка на методите за изучаването им, формулиране на метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите, провеждане на експериментални измервания в естествена и руднична среда, анализ на получените резултати за изследваните обекти, формиране на детайлни и обобщени изводи.

Публикации

Основните моменти в дисертационния труд са разгледани в 3 публикации. Те са докладвани на международни научни конференции и са публикувани в сборниците им.

Структура и обем на дисертационния труд

Структурата на дисертационния труд обхваща увод, пет глави, заключение, насоки за бъдещи изследвания, претенции за приноси, публикации от автора по темата и използвана литература. Общият обем на дисертацията е 142 страници. Съдържа 76 фигури, 13 таблици, 101 номерирани формули и едно приложение. Цитирани са 76 литературни източници. Номерата на фигурите, таблиците, формулите и ползваните източници в автореферата, съответстват на тези в дисертационния труд.

СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

I. СКАЛНИЯТ МАСИВ КАТО СРЕДА НА ИЗЯВА НА ГЕОМЕХАНИЧНИТЕ ЯВЛЕНИЯ И ПРОЦЕСИ

I.1. Скалният масив – основен обект на геомеханичните изследвания

Основни обекти на геомеханичните изследвания при добива на подземни богатства са [31]:

- скалният масив и земната повърхност;
- минните изработки;
- механичните явления, предизвикани в масива от естествени или изкуствени въздействия;
- факторите, влияещи върху механичните свойства на масива и механичните процеси в него при различни въздействия;
- средствата за регулирано инженерно въздействие върху скалния масив с цел насочено изменение на неговите свойства и състояние.

Скалният масив като среда, в която се предизвикват и проявяват геомеханичните явления и процеси, е основен обект на изследванията. Важна негова характеристика е изменението на напрегнатото му състояние вследствие прокарването на минните изработки.

Изследванията на теорията и минната практиката показват, че характерът на деформационните процеси в масива и скалите около изработките се определя от напрегнатото състояние и якостните и деформационни свойства на скалите [48].

По вид на деформиране и разрушаване средата се разглежда като еластична, крехка, пластична, вискозна, сипееща се. За целите на минната геомеханика се извършват комплексни изследвания, включващи лабораторни, натурни (в естествени условия) и аналитични методи.

В лабораторните и теоретичните изследвания основно място заема определянето на следните две зависимости:

- а) деформация, във функция от натоварването σ/ε ;
- б) деформация, във функция от времето ε/t .

Важна предпоставка за избора на подходящ теоретичен модел на скалния масив, на базата на който да се правят по-нататъшни изследвания, е правилната преценка на непрекъснатостта и еднородността му.

Средата се приема за непрекъсната [31] в случай, че величините $X_i (i=1,2,...,n)$ – премествания, деформации и напрежения, са непрекъснати във функция от координатите на дадена точка, т.е. на безкрайно малко нарастване на координатите да съответстват безкрайно малко нарастване на величините X_i :

$$\lim_{\Delta X_j \rightarrow 0} \Delta X_i = 0 \quad (I.1)$$

където: X_j – съответни координати;

ΔX_i – разлики в значението на X_i в съседните точки.

За еднороден или квазиеднороден се счита масив [36], чиито механични характеристики са еднакви или се различават незначително в различни (в това число и несъседни) точки:

$$|M_i(x_1, y_1, z_1) - M_i(x_0, y_0, z_0)| < \varepsilon_i; \quad (I.2)$$

при $\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2} < d_i,$

където: M_i е механичен параметър на масива;

x_0, y_0, z_0 и x_1, y_1, z_1 – координати на точки от масива;

ε_i, d_i – предварително зададени стойности ($i = 1, 2, \dots, n$).

Определянето на условията за запазване или загубване на устойчивост на елементите от масива и изработките, изясняването на закономерностите при взаимодействие между масива и крепежа, изучаване влиянието на минните изработки върху вместващия ги скален масив, са задачи на минната геомеханика, които се решават на основата на методите на изградени вече теории за състоянието на масива. Такива са методите на непрекъснатите среди (теория на еластичността, на пластичността, на пределното състояние, на пълзенето), на механиката на дискретните среди, вероятностно-статистическите и инженерни методи.

I.2. Геомеханични явления и процеси в масива

Първостепенен интерес за минната геомеханика представляват “скалният натиск” и “проявите на скалния натиск”. Скалният натиск, като явление, е събирателно понятие, обединяващо съвкупността от напрегнати състояния, образуващи се в масива вследствие на редица естествени и изкуствени въздействия. Определящ фактор е гравитацията, като постоянно и повсеместно действащо природно явление, а допълнителни са – тектонските процеси, дейността на човека при добива на полезното изкопаемо, строителството на различни съоръжения.

I.3. Фактори, влияещи върху геомеханичните процеси

Прокарването на минните изработки предизвиква изменение в напрегнато-деформираното състояние на скалния масив. Характерът на изменението зависи от съвкупното действие на много фактори, които могат да се подразделят на няколко групи [10]:

Първа група:

- особености на естественото поле на напреженията в ненарушен масив, т.е. до прокарване на минните изработки;

Втора група (пространствено-геометрични параметри на изработките):

- форма и размери на напречното сечение;
- съотношение между дължина, ширина и височина на изработката;
- наличие на съседни изработки и т.н.;

Трета група:

- деформационни характеристики на скалите в непосредствена близост до контура на изработките;

Четвърта група: (характеристики на въздействието на изработките по време на прокарването и експлоатацията им върху скалите около тях):

- динамични натоварвания по време на ПВР;
- изменение на свойствата на скалите под влияние на изветрянето от въздуха, водата, температурата и др.

II. ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ И МЕТОДИ ЗА ТЯХНОТО ИЗУЧАВАНЕ

II.1 Методи за изследване на геомеханични процеси

II.1.1. Общи сведения

Според [12] моделирането като метод има за цел протичащия в природата процес да бъде възпроизведен върху удобен за изучаване обект. Различават се следните групи модели:

1. Според начина на изграждане:
 - идеални (въображаеми) – на базата на теоретични схеми;
 - технически (материални) – представляват макети на реалните обекти;
2. Според използвания подход:
 - физическо моделиране;
 - математическо моделиране;
 - функционално моделиране.

Независимо от избрания подход идеализацията на скалния масив води до избор на едно от двете основни схващания за неговата същност:

1. Масивът е непрекъсната среда;
2. Масивът е дискретна среда.

Ако се предположи, че масивът е непрекъсната среда, се приема, че той е изотропен, хомогенен, без пукнатини и геоложки нарушения, без празни пространства. При движението в такава среда не се формират нови контактни повърхнини и не се разрушават съществуващите [12].

При разглеждане на масива като дискретна среда моделите трябва да отчитат анизотропност, нехомогенност, напуканост, пластова структура на средата.

Дейността на човека (прокарване на минни изработки, ПВР и др.) предизвиква нарушаване на равновесното състояние на масива, в резултат на което възникват изменение на величината и направлението на напреженията.

Тези процеси на изменение на НДС (напрегнато-деформираното състояние) на масива продължават във времето и пространството до достигане на ново статическо равновесие.

В тази връзка основните процеси, изучавани от механиката на скалите, са [8]:

1. Формиране на напрегнато състояние на скалния масив и неговото изменение;
2. Движение на скалите;
3. Взаимодействие на скалите и крепежа.

Общата методология на механиката на скалите се състои в широкото използване и анализ на наблюдения в естествени условия и едновременно с това и на методи за моделиране и аналитични изследвания на базата на

теоретични положения от основните раздели на съвременната механика, на математическите и физически аналогии.

Най-общо методите за изследване в механиката на скалите се систематизират в три групи:

1. Аналитични методи
2. Методи на физическото моделиране (лабораторни)
3. Методи за наблюдения и измервания в естествени условия

II.1.2. Теория на еластичността. Зависимост между напрежения и деформации

Приложната теория на еластичността е част от механиката на непрекъснатите среди [13]. Основната ѝ задача е да разработи ефективни математични методи за изследване на напрегнатото и деформираното състояние на твърдите деформируеми тела, намиращи се в покой или движение, вследствие на всевъзможни външни въздействия. Тя се изгражда върху основата на математичната теория на непрекъснатите среди след въвеждане на допълнителни опростяващи предпоставки.

По-долу са разгледани основните предпоставки, върху които се изгражда МТЕ (Математична теория на еластичността).

1. *Твърдите деформируеми тела са идеално еластични.*
2. *Зависимостта между напреженията и деформациите е линейна или нелинейна.*
3. *Твърдите деформируеми тела са еднородни и изотропни.*
4. *Идеално еластичните тела са достатъчно корави.*
5. *Твърдите еластични тела имат непрекъсната структура.*
6. *Твърдите деформируеми тела се намират в естествено напрегнато състояние.*
7. *Принципът на Сен-Венан е в сила.*
8. *Законите на статиката и динамиката за идеално твърдото тяло са в сила за всеки елементарен обем на изследваното деформируемо тяло.*

Съгласно геометричната теория на деформациите [13] едно тяло се премества в пространството като идеално твърдо тяло без да се деформира тогава, когато няма изменение на взаимните разстояния между точките му.

Когато тези разстояния се изменят, тогава преместването е съпроводено с деформация (промяна на формата).

Опитът показва, че напрегнатото и деформираното състояние на телата се намират в еднозначна функционална зависимост помежду си, която се определя от физичните им свойства. В линейната теория на еластичността връзката между напрежения и деформации е линейна и се представя от закона на Хук. Съгласно него деформацията на еластичното тяло е пропорционална на действащото върху него усилие.

При деформация на безкрайно малка област около дадена точка векторът $d\vec{r}$ се определя с проекциите си dx , dy , dz върху координатните оси на подходящо

приета пространствена декартова координатна система $Oxyz$, както и с направление, зависещо от посочните му косинуси $l = \frac{dx}{dr}$, $m = \frac{dy}{dr}$, $n = \frac{dz}{dr}$.

При безкрайно малко афинно преобразуване той се изменя в нов вектор $d\vec{r}'$, чиято дължина се изразява по следните два начина:

$$1. \quad dr' = dr + \Delta dr = dr \left(1 + \frac{\Delta dr}{dr} \right) = dr(1 + \varepsilon_r), \quad (\text{II.1})$$

където $\varepsilon_r = \frac{\Delta dr}{dr}$ е отношението на много малкото изменение Δdr към първоначалната дължина dr . То се нарича линейна деформация на безкрайно малката област около точка на непрекъснатата среда по посока $d\vec{r}$. Положително е при относително удължение.

2. Чрез проекциите върху координатните оси на преобразувания вектор $d\vec{r}'$, определени с изразите:

$$\begin{aligned} dx' &= \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz; \\ dy' &= \frac{\partial v}{\partial x} dx + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz; \\ dz' &= \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz. \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Дължината му се определя от:

$$dr' = \sqrt{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}. \quad (\text{II.3})$$

В теорията на еластичността, обобщеният закон на Хук за идеално еластично, еднородно и изотропно тяло, дава връзката между деформациите и напреженията [47] и се изразява по следния начин:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]; & \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]; & \gamma_{yz} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz}; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]; & \gamma_{zx} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zx}, \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

където: E – модул на линейните деформации;
 ν – коефициент на Поасон.

Чрез изчислените деформации може да се определят напреженията в твърдото деформируемо тяло, пробните тела и минния масив.

II.1.3. Методи за изследване на напрегнато-деформираното състояние на скалния масив

За изследване на напреженията в скалния масив са разработени редица методи, които могат да бъдат систематизирани в следните групи [36]:

I група – Изследване на напрегнатото състояние на масива;

Метод на разтоварването;

- *Метод на компенсационното натоварване;*
- *Метод на разликата в налягането;*
- *Метод на еластичните включения;*
- *Метод на сондажите;*
- *Акустичен метод;*
- *Ултразвуков метод;*
- *Електрометричен метод;*
- *Сеизмичен метод;*
- *Сеизмоелектрически метод;*
- *Метод на разсейване на гама-кванти.*

II група – Изследване на деформации и премествания на масива;

Тук се отнасят наблюдения, които могат да бъдат непрекъснати, периодични, дълговременни или кратковременни.

III група – Изследване чрез моделиране на обектите и процесите в масива

- *Метод на еквивалентните материали;*
- *Поляризационно-оптичен метод;*
- *Метод на центробежното моделиране;*
- *Метод на структурните модели (блокове);*
- *Метод на електроаналогията;*
- *Методи за теоретични изследвания на геомеханични процеси.*

Друга група методи са *Аналитични и числени методи:*

- *Методи от теория на еластичността;*
- *Метод на крайните елементи;*
- *Метод на граничните елементи.*

Изводи

1. В зависимост от възприетия модел на скалния масив, се използва формулният апарат на различни дялове от механиката (теория на еластичността, теория на пластичността и т.н.).

2. Общата методология за изследване на процесите в скалния масив се състои в широкото използване и анализ на наблюдения в естествени условия и едновременно с това и на методи за моделиране и аналитични изследвания на базата на теоретични положения от основните раздели на съвременната механика, на математическите и физически аналогии.

3. Напрегнатото и деформираното състояние на телата се намират в еднозначна функционална зависимост помежду си, която се определя от физичните им свойства. В линейната теория на еластичността връзката между напрежения и деформации е линейна и се представя от закона на Хук.

4. Методите за изследване на напрегнатото състояние на масива дават добри резултати, които се отнасят обаче само за конкретните места на провеждане на експериментите. Изисква се използването на специализирана апаратура. Някои от методите са много трудоемки.

5. Методите, свързани с определяне на абсолютни и относителни премествания на части от скалния масив, изискват правилен избор на модел на

средата и съответно използване на формулен апарат за изчисляване на търсените величини.

6. Поради сложния характер на средата и на взаимодействието между изучаваните ѝ елементи, се налага идеализиране на реалните процеси, което може да доведе до недостатъчна достоверност на определените изходни механични характеристики и на напрегнато-деформираното състояние на масива.

II.2. Геомеханични процеси и маркшейдерски измервания за изследването им при строителство и подземно разработване на находища

II.2.1. Геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни въглищни находища

Многобройни изследвания с цел изучаване на геомеханични процеси във въглищни рудници при различни геоложки и минно-технически условия са обобщени и качествено, и количествено, определени в разработките на ст.н.с. I ст. Е.Михайлова [48, 49]. Основните фактори, оказващи влияние върху процесите, са следните:

Физико-механични свойства на вместващите скали;

Дълбочина на разработване;

Изземвана мощност;

Наклон на залягане на пластовете;

Тектонска нарушеност;

Обводненост на вместващите скали;

Начин на опазване на изработките;

Скорост на напредване на забоите;

Време на поддържане на изработките;

Размери на изработките;

Форма на сечението на изработките;

Съпротивление на крепежа;

Начин на прокарване на изработките.

II.2.1.1. Геомеханични процеси около единична изработка извън зоната на влияние на съседни изработки

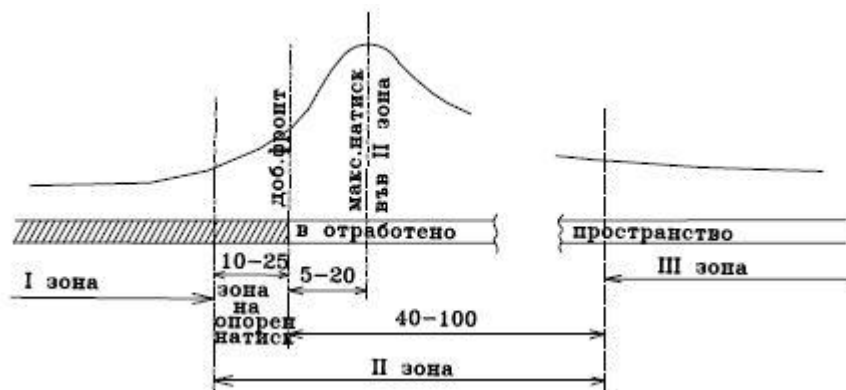
При прокарване на единична изработка в ненарушен масив около нея се образува област, в която напреженията са по-ниски от тези преди прокарването ѝ (област на нееластични деформации). Размерът на областта на влияние на единичната изработка и интензивността на преместване на скалите към изработката се определят от геостатичния товар (γH), от структурата и якостта на скалите, от параметрите на изработката и крепежа (сечение, носеща способност, податливост) [38].

II.2.1.2. Геомеханични процеси в зоната на влияние на добивните работи от собствения пласт

Различават се няколко етапа в периода на съществуване на изработките [62]:

- прокарване на изработката в неповлиян от минни работи масив;
- експлоатация и поддържане като единична;
- експлоатация в условията на влияние на добивните работи и на други съседни изработки.

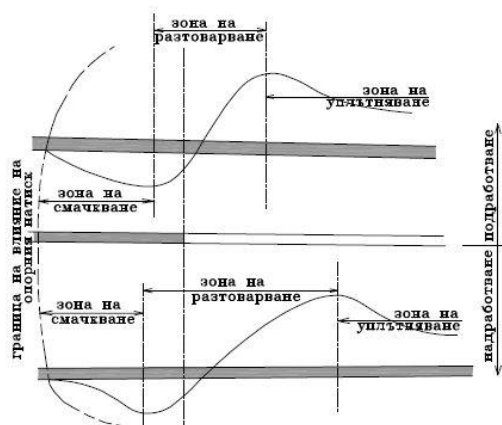
Докато подготвителните изработки се прокарват и поддържат в неповлиян от минни работи масив, върху тях действа само динамиката на собственото им влияние. Когато попаднат в зоната на влияние на добивните работи картината рязко се променя. Започва да им влияе динамиката на добивния фронт. В минно-добивната теория и практика най-често се възприема схемата, показана на фиг. II.8.



фиг. II.8. Зони на влияние на добивните работи в пласта

II.2.1.3. Геомеханични процеси в зоната на влияние на добивните работи от съседни пластове

При разработване на два и повече пласта в свита се извършва многократно подработване и надработване на скалния масив, което води до повторение и активизация на геомеханичните процеси в близост до изработките. Степента на тази активизация е толкова по-голяма, колкото е по-малко междупластието и колкото са по-здрави вместиците скали [5]. Тя се изразява в промяна на формата и размерите на зоните на влияние на добивните работи, нарушаване на скалите от междупластието, увеличаване степента на нарушеност на изработките. На фиг. II.12 е показана обобщената схема на влияние на добивните работи от съседен пласт (съгласно [4 и 39]) върху напрегнатото състояние на масива около него.



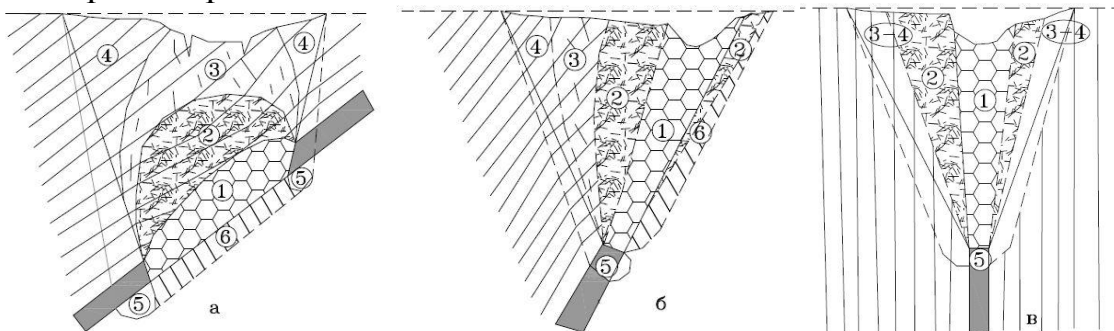
фиг. II.12. Обобщена схема на влияние на добивните работи от съседен пласт

II.2.2. Геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни рудни находища

При достигане до критични размери на празни пространства за дадени геоложки и минно-технически условия, се нарушава устойчивостта на вместващите скали, вследствие на което те започват да се движат. Процесът се развива в масива и при определени условия достига до земната повърхност [30]. Характеризира се с области на движение (зони на движение), които са различни за пластовите и за непластовите рудни находища

При находища със слоист строеж (около 78% от разработваните находища у нас имат слоист строеж) редът на зоните (фиг. II.16а, б, в) е:

1. Зона на безпорядъчно обрушаване (движения);
2. Зона на големи пукнатини и разкъсвания;
3. Зона на пукнатини;
4. Зона на плавни движения;
5. Зона на опорен натиск;
6. Зона на разтоварване.



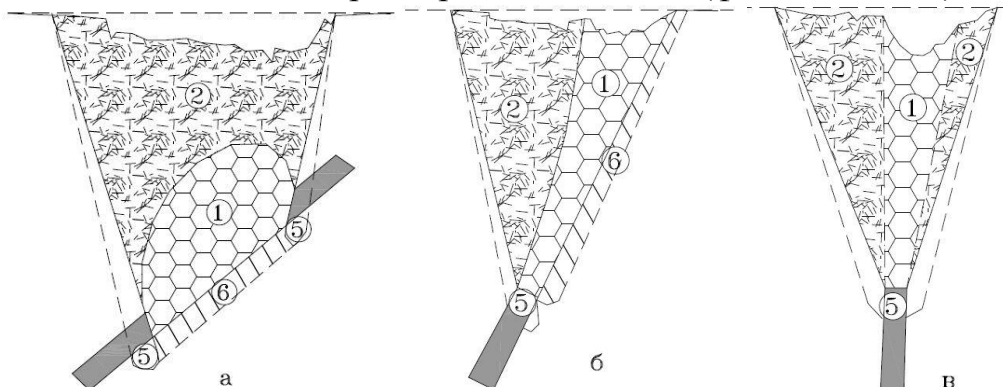
Зони на движение при находища със слоист строеж:

фиг. II.16.а

фиг. II.16.б

фиг. II.16.в

При находища с неслоист строеж редът на зоните (фиг. II.18а, б, в) е:



Зони на движение при находища с неслоист строеж:

фиг. II.18.а

фиг. II.18.б

фиг. II.18.в

1. Зона на безпорядъчно обрушаване (движения);
2. Зона на големи пукнатини и разкъсвания;
5. Зона на опорен натиск;
6. Зона на разтоварване.

Изследванията при рудни находища се водят главно в две направления [37]:

1. Поведение на скалния масив;
2. Поведение на земната повърхност.

Движенията на скалите са основна проява на механичните процеси, протичащи в масива, след нарушаване на неговото равновесно напрегнато състояние. Факторите, влияещи върху процеса движение на скалите, се систематизират в две групи – Фактори на средата и Фактори на минно-техническите условия.

II.2.3. Маркшайдерски измервания за изследване на геомеханични процеси при строителство и разработване на подземни находища

При изучаване на геомеханичните процеси, протичащи в скалния масив и на земната повърхност, при подземно разработване на находища, маркшайдерските наблюдения включват:

- Проектиране на параметрите на наблюдателната станция съобразно конкретните условия и целта на наблюденията;
- Избор на методи на измерване и съответстващите им по точност инструменти ;
- Извършване на измервания;
- Анализ на резултатите и последваща обработка;
- Интерпретация на крайните резултати;
- Прогнозиране развитието на наблюдаваните процеси в пространството и времето.

Чрез тази специална информационно-аналитична система за наблюдение, контрол и оценка на състоянието на скалния масив [42] се получават крайни резултати относно оценката на текущата геомеханична ситуация, прогнозата за развитието ѝ, препоръките за последваща безопасна работа.

Основен източник на информация за процесите в масива са инструменталните маркшайдерски наблюдения.

В зависимост от предназначението, конструкцията и срокът им на съществуване, наблюдателните станции биват [56, 60]:

1. *Дълговременна наблюдателна станция;*
2. *Наблюдателна станция (регулярна, обикновена);*
3. *Кратковременна наблюдателна станция;*
4. *Специална наблюдателна станция;*
5. *Комплексна наблюдателна станция.*

Обекти на маркшайдерските измервания са:

- Преместванията на наблюдавани точки и деформациите в масива и на земната повърхност;
- Изменението на формата и размерите на сечението на подземните изработки;
- Конвергенцията в изработките.

Измерванията са ъглови, дължинни и височинни, като в зависимост от необходимостта се извършват с инструменти с подходящи технически характеристики, обикновено в единната за рудника координатна система.

II.3. Геомеханични процеси и маркшейдерски измервания за изследването им при открито разработване на находища

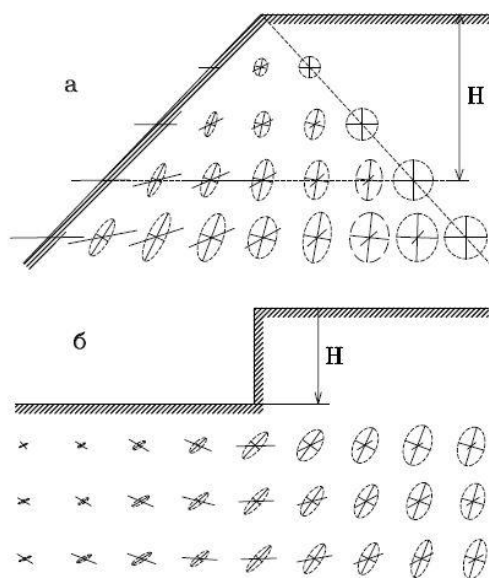
II.3.1. Скалният масив при открит добив на подземни богатства

При открит добив на подземни богатства основно изискване относно безопасната експлоатация на находищата е осигуряването на устойчивост на бортовете. Изменението на напреженията в масива предизвиква придвижване на скалите към изетото пространство. Ако се определят действащите при това движение напрежения, може да се пресметнат деформациите и съответно възможното нарушаване на устойчивостта.

При действие в скалния масив само на вертикално натоварване, което предизвиква напрежение σ_1 , в него възникват напрежения $\sigma_2 = \sigma_3$ на страничен натиск [67]. Големината им зависи от свойствата на скалите: модул на еластичност E , коефициент на Поасон μ , якост на едноосов натиск σ_H и от стойността на главното напрежение σ_1 . В масива се извършва изменение на силите на страничния натиск по направление, перпендикулярно на фронта на борта. Липсват сили, които да препятстват деформирането и пълзенето към отработеното пространство [36]. Поради тази причина характерът на преразпределение на напреженията се разглежда в плоско сечение, перпендикулярно на откритата повърхност. По продължение на фронта страничният отпор е постоянен [63].

Разпределението на напреженията в склоновите участъци коренно се различава от това в нормални равнинни условия [3]. Това се изразява в следното:

1. Елипсите на главните максимални и минимални напрежения постепенно се удължават и залягат с по-малък ъгъл в близост до склона (фиг. II.22);



фиг. II.22. Елипси на главните максимални и минимални напрежения

2. Големите разлики в главните напрежения в близост до склона определят по-големите величини на максималните тангенциални напрежения;

3. Посоките на тангенциалните напрежения описват криви (най-често кръговоцилиндрични), по които възникват зони на хлъзгане, зони на пластично деформиране, когато величината на тангенциалните напрежения превиши якостта на скалите.

II.3.2. Оценка на устойчивостта на откоси. Методи

За изясняване действието на факторите, влияещи на устойчивостта на откосите и бортовете, и за определяне на най-важните параметри на деформиране на откосите се използват различни методи на наблюдения [67]:

1. Визуални;
2. Инструментални;
3. Геофизични;
4. Геоложки и хидрогеоложки.

За получаването на реално възможна преценка на бъдещи стойности на изследваните параметри е необходимо създаването на адекватен модел на средата, на процеса, на влияещите фактори. За целта се прилагат различни методи на научното познание:

- Физическо моделиране;
- Моделиране с оптично-активни материали;
- Моделиране с еквивалентни материали;
- Центробежно моделиране;
- Математично моделиране.

Устойчивостта на откосите се оценява след избор на метод, подходящ за конкретните геоложки и инженерни условия. Познати са редица такива методи, които са претърпели развитие и допълване във времето от различни учени и изследователи [3]:

1. Метод на кръговоцилиндричната повърхнина
2. Метод на Н. Н. Маслов (F_p метод)
3. Метод на Г. М. Шахунянц
4. Съкратено аналитично решение на метода на Г. М. Шахунянц (предложено от К. Ангелов и др.)
5. Метод на „хоризонталните сили“ (метод на Маслов-Берер)
6. Изчислителни схеми за определяне на устойчивостта

II.3.3. Маркшайдерски измервания за изследване на геомеханични процеси при открит добив на подземни богатства

Маркшайдерските наблюденията за движение на скалите при открито разработване на подземни богатства включват [60]:

- Системни визуални наблюдения;
- Изучаване на геоложките и хидрогеоложките условия;
- Установяване на евентуални опасни зони;
- Провеждане на инструментални наблюдения;
- Проектиране на укрепването на изкуствено отслабените зони;
- Контрол на проектните параметри на рудника.

Залагат се наблюдателни станции, извършват се ъглово-линейни и височинни измервания, определят се вектори на премествания, скорости на движение и т.н.

Маркшайдерските наблюдения се провеждат с цел контрол на степента на устойчивост. Те се разделят на две големи групи [63]:

1. Преки наблюдения;
2. Косвени наблюдения (включват оценка на изменението на напрегнатото състояние на скалния масив в зоната на борта):

В други литературни източници [59] методите за изследване на устойчивостта се групират по друг начин:

Осови (едномерни) - наблюдават се движения по отношение на зададена линия или ос;

Планови - в съчетание с височинните методи дават най-пълна картина;

Височинни:

Пространствени.

II.4. Изводи

На базата на разгледаните геомеханични процеси и методите за тяхното изучаване при подземно и открито разработване на въглищни и рудни находища може да се направят следните по-важни изводи:

1. Методологията на изследване на процесите в скалния масив трябва да се основава на наблюдения в естествени условия, съвместно с методи за моделиране и аналитични изследвания.

2. Резултатите от методите за изследване на напрегнатото състояние на масива в естествени условия се отнасят само за ограничени конкретни места на провеждане на експериментите. Някои от тях са трудоемки и изискват специализирана апаратура.

3. Изборът на модел на масива, физичните уравнения, крайните и гранични условия на аналитичните решения, трябва да се основават на експериментални изследвания и наблюдения, каквито могат да са и маркшайдерските.

4. Използваните за изучаване на деформационното състояние на скалния масив, при подземно и открито разработване на подземни богатства, ъглово-линейни и височинни маркшайдерски измервания служат за определяне на: линейните размери на зоните в масива с различно деформационно състояние; границите на зоните при подработване и надработване; параметрите на процеса на движение на скалите; изменението на размерите и формата на минните изработки. Чрез тях се установяват хоризонтални и вертикални премествания и техните скорости през различните стадии на деформационните процеси, за определяне на положението и формата на повърхнините на плъзгане и т.н.

5. Приложимостта на маркшайдерските методи за определяне на положението в пространството и времето на наблюдавани точки от масива, както и точността и бързината на измерванията, показват възможността за използването им при изследване на геомеханични процеси.

6. С предлагания в разработката метод се цели използване на резултатите от маркшайдерски измервания при оценка на геомеханичното състояние на

скалния масив и характеризиране на това състояние чрез стойностите на главните деформации, техните посоки, интензивността на формоизменението и относителното изменение на площите във времето и пространството.

III. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ИНВАРИАНТНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ДЕФОРМАЦИИТЕ ЧРЕЗ МАРКШАЙДЕРСКИ ИЗМЕРВАНИЯ

III.1. Определяне на елементите на деформации

III.1.1. Общи сведения

Нуждата от прогнозиране на деформираното състояние на скалния масив и земната повърхност налага прилагането на подходящи методи на наблюдение за установяване на съответните процеси и адекватни мероприятия за тяхното регулиране в определени граници.

В основата на изучаването на деформации се поставя принципа на инвариантност [58], т.е. изследването на геометрически или физически свойства на обекта, които не зависят от избора на координатна система. Важна роля в изследване на полета на деформации и тяхната връзка с минните работи имат геодезическите и маркшайдерските методи.

В настоящата разработка се разглеждат задачи, свързани с изследвания за установяване на стойностите на главните деформации, на локалните направления на главните оси на деформации и максималното преместване на фиксирани точки от земната повърхност или на точки в тунелни и други подземни минни изработки и в скалния масив и характеризиране и интерпретация на важни процеси, свързани с тези точки. Решенията се основават на подходящи повторни или многократни измервания.

При определяне на деформации като основен елемент (елементарен елемент) се използва отделния триъгълник (с върхове върху разглеждания обект) като се приема хипотезата за локално еднородното му деформиране.

Един равнинен триъгълник е дефиниран с:

- три страни;
- две страни и заключен ъгъл между тях;
- страна и два от ъглите му (за сумата от трите ъгъла важи условието за равенство на π).

III.1.2. Изчисляване на елементите на деформации за елементарен триъгълник от измерени дължини

В представената работа се правят сравнения и анализи на някои формули за определяне на деформации в даден участък, разглеждан с дефиниран с трите си страни триъгълник като се използват повторните им измервания. Деформациите се представят като се използва координатна система, свързана само с разглеждания триъгълник и е в неговата равнина. Тези начини за определяне на деформациите може да се приложат и за GPS измервания чрез които се определят достатъчно точно земни хорди, а така също и при класически координатни определяния.

Изследваните елементи на деформациите на триъгълника ABC с върхове A, B, C , се представят с:

- относително изменение на площта – дилатация θ ;
- формоизменение – максимално преместване γ_m ;
- главни стойности на деформациите E_1 и E_2 в посоките T_1 и T_2 на главните оси.

Тъй като стойностите им не зависят от възприетата координатна система, те се наричат инвариантни характеристики на деформациите.

Главните стойности на деформациите представляват относителните изменения на дължините по направление на главните оси. Дилатацията и максималното преместване характеризират относителното изменение на площта и на формата на изследваната елементарна фигура.

Измерените елементи в триъгълника ABC за епоха t са страните a, b, c (фиг. III.1), а за епоха t' – за изместения триъгълник $A'B'C'$ са съответно a', b', c' . Въвежда се декартова правоъгълна координатна система Oxy с начало в съвпадналите точки A и A' ($O \equiv A \equiv A'$) и ос y по посока на страната b (посоките на страните b и b' съвпадат – фиг. III.1). Ъглите в триъгълниците са означени със същите букви като върховете им и могат да се представят аналитично чрез съответните страни. Например за ъгъл A важи

$$\cos A = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}. \quad (\text{III.1})$$

В така въведената координатна система координатите на точките са:

$$\begin{aligned} \text{за т. } A \equiv A' &: & x_A = y_A = x'_A = y'_A = 0; \\ \text{за т. } B &: & x_B = c \sin A; & y_B = c \cos A; \\ \text{за т. } C &: & x_C = 0; & y_C = b; \\ \text{за т. } B' &: & x_{B'} = c' \sin A'; & y_{B'} = c' \cos A'; \\ \text{за т. } C' &: & x_{C'} = 0; & y_{C'} = b'; \\ & & c' = c + \delta c; & b' = b + \delta b; & A' = A + \delta A. \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

където δb , δc , δA са съответно изменението на страните b и c и на ъгъла A между второто и първото измерване.

Разглеждат се три варианта на предлагания метод за определяне на елементите на деформации, за които условно се въвеждат наименованията:

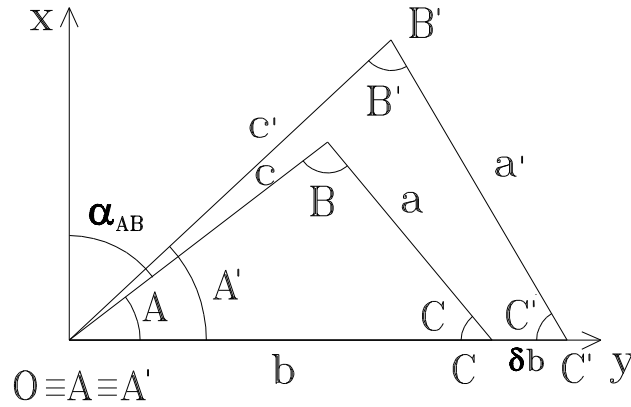
1. Координатен вариант

Търси се връзка между координатите на върховете на триъгълника, определени в двете епохи, и неизвестните величини ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} , ε_{yx} :

$$x' = (1 + \varepsilon_{xx}) \cdot x + \varepsilon_{xy} \cdot y \quad (\text{III.3})$$

$$y' = \varepsilon_{yx} \cdot x + (1 + \varepsilon_{yy}) \cdot y;$$

като формулите се прилагат за координатите на точките A, B, C и A', B', C' за епохите t и t' .



фиг. III.1. Триъгълник ABC с измерени елементи в две епохи

Поради преместването на точката A' в точката A , от формули (III.2) и (III.3) се съставят само 3 уравнения за определяне на неизвестните ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} , ε_{yx} и затова се използва и формулата за представяне на площния мащаб

$$(1 + \varepsilon_{xx})(1 + \varepsilon_{yy}) - \varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx} = p = \theta + 1; \quad \theta = p - 1; \quad (III.4)$$

стойността на p се определя като се използва формулата за площ на равнинен триъгълник

$$p = \frac{\sqrt{s'(s'-a')(s'-b')(s'-c')}}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}, \quad (III.5)$$

където

$$s' = \frac{1}{2}(a' + b' + c'); \quad s = \frac{1}{2}(a + b + c).$$

След това се прилагат формулите

$$E_1 = \frac{1}{2}(\theta + \gamma_m); \quad E_2 = \frac{1}{2}(\theta - \gamma_m); \quad (III.6)$$

$$\gamma_m = \left[(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \gamma_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \gamma_2 = (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx});$$

$$\operatorname{tg} 2T_E = \frac{\gamma_2}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}; \quad T_1 = T_{E_1}; \quad T_2 = T_{E_2} = T_{E_1} \pm \frac{\pi}{2}.$$

В случая на специално въведената координатна система е удобно посоката за екстремната стойност E_1 да се задава спрямо ос y (страна на триъгълника) и формулата се представя с

$$\operatorname{tg} T_b = \frac{\gamma_2}{2(E_1 + \varepsilon_b - \theta)}; \quad \varepsilon_b = \frac{\delta b}{b}; \quad (III.7)$$

като ъгълът T_b се отчита обратно на часовниковата стрелка.

2. Смесен вариант

Използват се формулите

$$\varepsilon_{ij} = \cos^2 \alpha_{ij} \varepsilon_{xx} + \sin^2 \alpha_{ij} \varepsilon_{yy} + \cos \alpha_{ij} \sin \alpha_{ij} \varepsilon_{xy}; \quad (III.8)$$

$$\varepsilon_{xy} = \gamma_2; \quad \theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}; \quad i \equiv A; \quad j \equiv B; \quad k \equiv C;$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\delta s_{ij}}{s_{ij}} = \frac{s'_{ij} - s_{ij}}{s_{ij}}; \quad (III.9)$$

$$\cos \alpha_{ij} = \frac{(x_j - x_i)}{s_{ij}}; \sin \alpha_{ij} = \frac{(y_j - y_i)}{s_{ij}}, \quad (\text{III.10})$$

където величините ε_{ij} се определят чрез измерените страни на триъгълника за двете епохи, а коефициентите в (III.8) пред ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} се определят по (III.10) чрез координатите за върховете на триъгълника (означени са с i, j, k) за епоха t , представени в (III.2).

След това се прилагат формули (III.6) и (III.7).

3. Директен вариант

Формулите се получават като се използват уравненията от представения координатен метод и се извършват подходящи аналитични преобразувания.

Площната деформация $\theta = p - 1$ се определя чрез предварително изчисляване на p по формули (III.5), а величините $\gamma_2 = \varepsilon_{xy}$ и γ_m по изразите:

$$\gamma_2 = \varepsilon_{xy} = \frac{[(1 + \varepsilon_c) \cos A' - (1 + \varepsilon_b) \cos A]}{\sin A},$$

(III.11)

$$\gamma_m = [(2\varepsilon_b - \theta)^2 + \gamma_2^2]^{\frac{1}{2}};$$

$$\varepsilon_b = \frac{\delta b}{b}; \quad \varepsilon_c = \frac{\delta c}{c}.$$

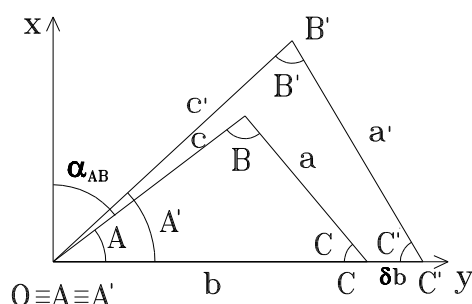
След това се определят E_1 , E_2 , T_{E1} и T_{E2} по формулите дадени в (III.6), както и T_b по (III.7).

Резултатите от изчисленията по трите варианта за приет модел на триъгълник са представени в *Приложение III.1* и са напълно идентични. Решенията и проверката са извършена чрез създадена програма на Microsoft Office Excel.

Изрично трябва да се отбележи, че при използване на специалната координатна система, взета в равнината на триъгълника, резултатите за стойностите на елементите на деформации не се влияят от нея.

Приложение III.1

Изчисляване на елементите на деформации за теренен елементарен триъгълник (пример)



1. Координатен вариант

Входни данни:

$a = 1670,814 \text{ м}$	$a' = 1670,782 \text{ м}$	$da = -0,0000191523$
$b = 2494,693 \text{ м}$	$b' = 2494,713 \text{ м}$	$db = 0,0000080170$

$$c = 2086,616 \text{ м} \quad c' = 2086,638 \text{ м} \quad dc = 0,0000105434$$

Изчисляване на координати:

$$\begin{aligned} X_A &= 0,000 \text{ м} & X_{A'} &= 0,000 \text{ м} \\ Y_A &= 0,000 \text{ м} & Y_{A'} &= 0,000 \text{ м} \\ X_B &= 1385,232 \text{ м} & X_{B'} &= 1385,211 \text{ м} \\ Y_B &= 1560,481 \text{ м} & Y_{B'} &= 1560,528 \text{ м} \\ X_C &= 0,000 \text{ м} & X_{C'} &= 0,000 \text{ м} \\ Y_C &= 2494,693 \text{ м} & Y_{C'} &= 2494,713 \text{ м} \\ A &= 46,2170^\circ & A' &= 46,2156^\circ \end{aligned}$$

Изчисляване на допълнителни елементи:

$$\begin{aligned} s &= 3126,0615 \text{ м} \\ s' &= 3126,0665 \text{ м} \\ p &= 0,9999934556 \\ \theta &= -0,0000065444 \end{aligned}$$

Изчисляване на неизвестните ε_{xx} , ε_{xy} , ε_{yy} , ε_{yx} (формулите се прилагат за т.В и за т.С):

$$X' = (1 + \varepsilon_{xx}) \cdot X + \varepsilon_{xy} \cdot Y$$

$$Y' = \varepsilon_{yx} \cdot X + (1 + \varepsilon_{yy}) \cdot Y$$

$$1 + \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} = p = \theta + 1$$

Система уравнения:

$$1) c' \cdot \sin A' = XB + \varepsilon_{xx} \cdot XB + \varepsilon_{xy} \cdot YB$$

$$2) c' \cdot \cos A' = \varepsilon_{yx} \cdot XB + YB + \varepsilon_{yy} \cdot YB$$

$$3) b' = \varepsilon_{yx} \cdot XC + YC + \varepsilon_{yy} \cdot YC$$

$$4) 1 + \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} = p = \theta + 1$$

Решение:

$$\varepsilon_{xx} = -0,0000145614198978$$

$$\varepsilon_{xy} = 0,0000000001036287$$

$$\varepsilon_{yy} = 0,0000080170185270$$

$$\varepsilon_{yx} = 0,0000251308058178$$

Изчисляване на елементите на деформации:

$$E_1 = 0,0000136197 \quad \theta = -0,0000065444$$

$$E_2 = -0,0000201641 \quad T_b = 26,701350^\circ \text{ (ъгъл спрямо страната } b \text{ – обратно на час.стрелка)}$$

$$\gamma_m = 0,0000337838$$

$$\gamma_2 = 0,0000251309 \quad Fi = 73,298650^\circ \text{ (посочен ъгъл спрямо условия X)}$$

2. Смесен вариант

Изчисляване на неизвестните ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} (формулата се прилага за страните a , b и c):

$$\varepsilon_{ij} = (\cos \alpha_{ij})^2 \cdot \varepsilon_{xx} + (\sin \alpha_{ij})^2 \cdot \varepsilon_{yy} + \cos \alpha_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij} \cdot \varepsilon_{xy}$$

където $i=A$; $j=B$; $k=C$

за страната А – В:

$$\varepsilon_{AB} = 0,0000105434$$

$$\cos \alpha_{AB} = 0,6638651349$$

$$\sin \alpha_{AB} = 0,7478523134$$

за страната А – С:

$$\varepsilon_{AC} = 0,0000080170$$

$$\cos \alpha_{AC} = 0,0000000000$$

$$\sin \alpha_{AC} = 1,0000000000$$

за страната В – С:

$$\varepsilon_{BC} = -0,0000191523$$

$$\cos \alpha_{BC} = -0,8290758949$$

$$\sin \alpha_{BC} = 0,5591360841$$

Система уравнения:

$$1) \varepsilon_{AB} = (\cos \alpha_{AB})^2 \cdot \varepsilon_{xx} + (\sin \alpha_{AB})^2 \cdot \varepsilon_{yy} + \cos \alpha_{AB} \cdot \sin \alpha_{AB} \cdot \varepsilon_{xy}$$

$$2) \varepsilon_{AC} = (\cos \alpha_{AC})^2 \cdot \varepsilon_{xx} + (\sin \alpha_{AC})^2 \cdot \varepsilon_{yy} + \cos \alpha_{AC} \cdot \sin \alpha_{AC} \cdot \varepsilon_{xy}$$

$$3) \varepsilon_{BC} = (\cos \alpha_{BC})^2 \cdot \varepsilon_{xx} + (\sin \alpha_{BC})^2 \cdot \varepsilon_{yy} + \cos \alpha_{BC} \cdot \sin \alpha_{BC} \cdot \varepsilon_{xy}$$

Решение:

$$\varepsilon_{xx} = -0,0000145611$$

$$\varepsilon_{yy} = 0,0000080170$$

$$\varepsilon_{xy} = 0,0000251311$$

Изчисляване на елементите на деформации:

$$E_1 = 0,0000136199 \quad \theta = -0,0000065441$$

$$E_2 = -0,0000201639 \quad T_b = 26,701714^\circ \text{ (ъгъл спрямо страната } b \text{ – обратно на час.стрелка)}$$

$$\gamma_m = 0,0000337838$$

$$\gamma_2 = 0,0000251311 \quad Fi = 73,298286^\circ \text{ (посочен ъгъл спрямо условия X)}$$

3. Директен вариант

Изчисляване на елементите на деформации:

$$E_1 = 0,0000136199 \quad \theta = -0,0000065444$$

$$E_2 = -0,0000201641 \quad T_b = 26,701285^\circ \text{ (ъгъл спрямо страната } b \text{ – обратно на час.стрелка)}$$

$$\gamma_m = 0,0000337838$$

$$\gamma_2 = 0,0000251308 \quad Fi = 73,298715^\circ \text{ (посочен ъгъл спрямо условия X)}$$

Крайни резултати от трите варианта

	Координатен вариант	Смесен вариант	Директен вариант
$E_1 =$	0,0000136197	0,0000136199	0,0000136197
$E_2 =$	-0,0000201641	-0,0000201639	-0,0000201641
$\theta =$	-0,0000065444	-0,0000065441	-0,0000065444
$\gamma_2 =$	0,0000251309	0,0000251311	0,0000251308
$\gamma_m =$	0,0000337838	0,0000337838	0,0000337838
$T_b =$	26,701350	26,701714	26,701285
$Fi =$	73,298650	73,298286	73,298715

Изчислените стойности на елементите на деформации се отнасят за цялата площ на изследвания триъгълник в неговата равнина, но се отбелязват в центъра на тежестта му (пресечната точка на медианите) с координати:

$X_{\text{цт}} = 461,744 \text{ м}; \quad Y_{\text{цт}} = 1351,725 \text{ м};$

III.2. Оценка на точността на определените елементи на деформации

III.2.1. Предварителни сведения

Най-подходящи за определянето на средните квадратни грешки на елементите на деформации (θ , γ_m , γ_2 , E_1 , E_2 , T_{E1} , T_{E2}) са формулите за директно изчисляване на елементите на деформации – (III.4), (III.5), (III.6), (III.7).

В зависимост от начина на определяне на дължините на страните – от директно измерване или чрез предварителни координатни изчисления на върховете на разглеждания триъгълник (индиректно определяне на дължини), се явяват различни подходи при определяне на споменатите грешки:

I Вариант – триъгълник с директно измерени страни;

II Вариант – триъгълник с изчислени страни чрез предварително определени пространствени декартови координати на върховете на триъгълника.

За прилагане на посочените варианти трябва да се разполага с частните производни на елементите на деформациите относно измерените страни на триъгълника в различните епохи и затова тези изводи се правят предварително. В тази връзка са изведени следните аналитични диференциални формули:

III.2.2. Аналитични диференциални формули

Представени са диференциалните формули за $d\theta$, $d\gamma_2$, $d\gamma_m$, dE_1 , $d(2T_E)$:

$$\begin{aligned} d\theta = (1 + \theta) & \left\{ -\frac{a \cos A}{bc \sin^2 A} da - \left[\frac{1}{b} + \frac{\cos A}{bc \sin^2 A} (c \cos A - b) \right] db - \left[\frac{1}{c} + \frac{\cos A}{bc \sin^2 A} (b \cos A - c) \right] dc + \right. \\ & \left. + \frac{a' \cos A'}{b'c' \sin^2 A'} da' + \left[\frac{1}{b'} + \frac{\cos A'}{b'c' \sin^2 A'} (c' \cos A' - b') \right] db' + \left[\frac{1}{c'} + \frac{\cos A'}{b'c' \sin^2 A'} (b' \cos A' - c') \right] dc' \right\} = \\ & = m_1 da + m_2 db + m_3 dc + m_4 da' + m_5 db' + m_6 dc'; \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

$$\begin{aligned}
d\gamma_2 = & \left[(1 + \varepsilon_b) - \gamma_2 \frac{\cos A}{\sin A} \right] \frac{a}{bc \sin A} da + \left\{ \frac{b'}{b^2} \frac{\cos A}{\sin A} + \left[(1 + \varepsilon_b) - \gamma_2 \frac{\cos A}{\sin A} \right] \frac{1}{bc \sin A} (c \cos A - b) \right\} db + \\
& + \left\{ -\frac{c'}{c^2} \frac{\cos A'}{\sin A} + \left[(1 + \varepsilon_b) - \gamma_2 \frac{\cos A}{\sin A} \right] \frac{1}{bc \sin A} (b \cos A - c) \right\} dc + \\
& - (1 + \varepsilon_b) \frac{a'}{b'c' \sin A} da' + \left[\frac{1}{b} \frac{\cos A}{\sin A} + (1 + \varepsilon_b) \frac{(c' \cos A' - b')}{b'c' \sin A} \right] db' + \left[\frac{1}{c} \frac{\cos A'}{\sin A} - (1 + \varepsilon_b) \frac{(b' \cos A' - c')}{b'c' \sin A} \right] dc' = \\
& = n_1 da + n_2 db + n_3 dc + n_4 da' + n_5 db' + n_6 dc'; \quad (III.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d\gamma_m = & \frac{1}{\gamma_m} [(2\varepsilon_b - \theta)(2d\varepsilon_b - d\theta) + \gamma_2 d\gamma_2] = \\
& = \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_1 \right] da + \left[-\frac{2b' (2\varepsilon_b - \theta)}{b^2 \gamma_m} - \frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_2 \right] db + \\
& + \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_3 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_3 \right] dc + \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_4 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_4 \right] da' + \\
& + \left[\frac{2(2\varepsilon_b - \theta)}{\gamma_m} \frac{1}{b} - \frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_5 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_5 \right] db' + \left[-\frac{2\varepsilon_b - \theta}{\gamma_m} m_6 + \frac{\gamma_2}{\gamma_m} n_6 \right] dc' = \\
& = p_1 da + p_2 db + p_3 dc + p_4 da' + p_5 db' + p_6 dc'; \quad (III.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dE_1 = & \frac{1}{2} d\theta + \frac{1}{2} d\gamma_m = \frac{1}{2} [(m_1 + p_1) da + (m_2 + p_2) db + (m_3 + p_3) dc + \\
& + (m_4 + p_4) da' + (m_5 + p_5) db' + (m_6 + p_6) dc'] = \\
& = k_1 da + k_2 db + k_3 dc + k_4 da' + k_5 db' + k_6 dc'; \quad (III.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d(2T_E) = & \sin 2T_E \cos 2T_E [(m_1' + n_1') da + (m_2' + n_2') db + (m_3' + n_3') dc + \\
& + (m_4' + n_4') da' + (m_5' + n_5') db' + (m_6' + n_6') dc'], \quad (III.16)
\end{aligned}$$

където

$$m_i' = \frac{m_i}{(2\varepsilon_b - \theta)}; \quad m_2' = \frac{m_2 + \frac{b'}{b^2}}{(2\varepsilon_b - \theta)}; \quad m_5' = \frac{m_5 - \frac{1}{b}}{(2\varepsilon_b - \theta)}; \quad n_i' = \frac{n_i}{\gamma_2}; \quad i = 1, 3, 4, 6.$$

III.2.3. Връзка между елементите на деформации и измерените страни на триъгълника

Изчисляването на частните производни може да се извърши и след изразяване на търсените елементи на деформациите чрез измерените страни на триъгълника. Формулите имат вида:

За γ_2 :

$$\text{От (III.11)} \quad \gamma_2 = \varepsilon_{xy} = \frac{[(1 + \varepsilon_c) \cos A' - (1 + \varepsilon_b) \cos A]}{\sin A};$$

$$\text{и от (III.1)} \quad \cos A = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}; \quad \cos A' = \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'};$$

както и от връзките

$$\varepsilon_c = \frac{\delta c}{c} = \frac{c' - c}{c}; \quad \varepsilon_b = \frac{\delta b}{b} = \frac{b' - b}{b}; \quad \sin A = \sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2};$$

се получава

$$\gamma_2 = \frac{\left[\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}}; \quad (\text{III.17})$$

За θ :

$$\text{От (III.5)} \quad p = \frac{\sqrt{s'(s'-a')(s'-b')(s'-c')}}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}};$$

и от (III.4) $\theta = p - 1$;

както и от връзките

$$s' = \frac{1}{2}(a' + b' + c'); \quad s = \frac{1}{2}(a + b + c);$$

се получава

$$\theta = \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1; \quad (\text{III.18})$$

За γ_m :

$$\text{От (III.11)} \quad \gamma_m = \left[(2\varepsilon_b - \theta)^2 + \gamma_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

и от (III.17) и (III.18) се получава

$$\gamma_m = \left\{ \left[2 \frac{b'-b}{b} - \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 \right]^2 + \left\{ \frac{\left[\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}} \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.19})$$

За E_1 и E_2 :

$$\text{От (III.6)} \quad E_1 = \frac{1}{2}(\theta + \gamma_m); \quad E_2 = \frac{1}{2}(\theta - \gamma_m);$$

и от (III.18) и (III.19) се получава

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 + \right. \\ &\quad \left. + \left[2 \frac{b'-b}{b} - \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 \right]^2 + \left\{ \frac{\left[\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}} \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad (\text{III.20}) \\ E_2 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 - \right. \\ &\quad \left. - \left[2 \frac{b'-b}{b} - \sqrt{\frac{(a' + b' + c')(b' + c' - a')(a' + c' - b')(a' + b' - c')}{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}} - 1 \right]^2 + \left\{ \frac{\left[\left(1 + \frac{c'-c}{c} \right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b} \right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}} \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; \end{aligned}$$

За $2T_E$:

$$\text{От (III.6)} \quad \operatorname{tg} 2T_E = \frac{\gamma_2}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}; \quad T_1 = T_{E_1}; \quad T_2 = T_{E_2} = T_{E_1} \pm \frac{\pi}{2};$$

$$\gamma_m = [(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \gamma_2^2]^{\frac{1}{2}} \text{ и } \gamma_m = [(2\varepsilon_b - \theta)^2 + \gamma_2^2]^{\frac{1}{2}};$$

се получава

$$2T_E = \operatorname{arctg} \frac{\left[\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right) \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \left(1 + \frac{b'-b}{b}\right) \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]^2}}; \quad (III.21)$$

$$\left[2 \frac{b'-b}{b} - \sqrt{\frac{(a'+b'+c')(b'+c'-a')(a'+c'-b')(a'+b'-c')}{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}} - 1 \right]^2;$$

III.2.4. Частни производни на елементите на деформации, изразени директно чрез измерените страни на триъгълника

Съответните частни производни спрямо страните на триъгълника, определени в две епохи, имат вида:

За γ_2 :

(III.22)

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial a} = \frac{a \left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)}{bc \sqrt{1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2c^2}}} - \frac{a(b^2 + c^2 - a^2) \left[\frac{\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \frac{(b^2 + c^2 - a^2) \left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)}{2bc} \right]}{2b^2c^2 \left[1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2c^2} \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial b} = \frac{(b^2 + c^2 - a^2) \left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)}{2b^2c} - \frac{\left(1 + \frac{b'-b}{b}\right) (b^2 + c^2 - a^2) \left[\frac{-(b'-b)}{b^2} - \frac{1}{b} \right]}{2bc} -$$

$$\frac{\left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{2b^3c^2} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc^2} \right] \left[\frac{\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \frac{\left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{2 \left[1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2c^2} \right]^{\frac{3}{2}}}; \quad (III.23)$$

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial c} = \frac{(b'^2 + c'^2 - a'^2) \left[\frac{-(c'-c)}{c^2} - \frac{1}{c} \right]}{2b'^2c'} + \frac{(b^2 + c^2 - a^2) \left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)}{2bc^2} - \frac{\left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)}{b} -$$

$$\frac{\left[\frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{2b^3c^2} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc^2} \right] \left[\frac{\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2 + c'^2 - a'^2)}{2b'c'} - \frac{\left(1 + \frac{b'-b}{b}\right)(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc} \right]}{\sqrt{1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2c^2}}}$$

$$-\frac{\left[\frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{2b^2c^3}-\frac{b^2+c^2-a^2}{b^2c}\right]\left[\frac{\left(1+\frac{c'-c}{c}\right)(b'^2+c'^2-a'^2)}{2b'c'}-\frac{\left(1+\frac{b'-b}{b}\right)(b^2+c^2-a^2)}{2bc}\right]}{2\left[1-\frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}\right]^{\frac{3}{2}}}; \quad (\text{III.24})$$

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial a'} = \frac{-a' \left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)}{b'c' \sqrt{1 - \frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}}; \quad (\text{III.25})$$

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial b'} = \frac{-\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2+c'^2-a'^2)}{2b'^2c'} + \frac{1 + \frac{c'-c}{c}}{c'} - \frac{b^2+c^2-a^2}{2b^2c}}{\sqrt{1 - \frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}}; \quad (\text{III.26})$$

$$\frac{\partial \gamma_2}{\partial c'} = \frac{-\left(1 + \frac{c'-c}{c}\right)(b'^2+c'^2-a'^2)}{2b'c'^2} + \frac{b'^2+c'^2-a'^2}{2cb'c'} + \frac{1 + \frac{c'-c}{c}}{b'}}{\sqrt{1 - \frac{(b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}}}; \quad (\text{III.27})$$

По аналогичен начин са получени и формули за θ .

За получаване на частните производни за γ_2 и за θ са използвани *online* програми (напр. www.derivative-calculator.net). За останалите елементи на деформациите: γ_m , E_1 , E_2 и $2T_E$, изразите в съответните формули (III.19), (III.20) и (III.21) са по-сложни и численото диференциране директно от тях се затруднява. Ето защо е удачно прилагането на числена диференциация за получаване на частните производни на формулите за изчисляване на елементите на деформации чрез измерените дължини на страните на триъгълника в двете епохи. Резултатите съвпадат с тези от преработените формули, отбелязани вече в т. III.2.2.

III.2.5. Теория на числената диференциация

Целта на численото диференциране е чрез помощни изчисления да се определи стойността на производната в желана точка. Както е известно първата производна се представя графично чрез наклона на допирателната към графиката на функцията в същата точка и се изразява чрез формулата

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}; \quad (\text{III.34})$$

В тази формула Δx се заменя с малко крайно число h и тя приема вида

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x)}{h}; \quad (\text{III.35})$$

При достатъчно малка стойност за h формулата е приблизително вярна. При замяна на Δx с $-h$ тя има вида

$$f'(x) = \frac{f(x-h) - f(x)}{-h} \quad (\text{III.36})$$

и също е приблизително решение за $f'(x)$. Тези изрази са известни като представяне на производната чрез две точки.

Ако се прокара линия през точки с координати $[x-h, f(x-h)]$ и $[x+h, f(x+h)]$, наклонът ѝ е много по-близък до този на допирателната в точка $[x, f(x)]$, отколкото на тези от горните изрази. Ето защо за целта е удачно използването на приближението [40]:

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (\text{III.37})$$

Формулата е известна като представяне на първа производна чрез три точки.

III.2.6. Оценка на точността на определените елементи на деформации в зависимост от точността на изходните данни

За конкретния случай се означават измерените в две епохи страни на триъгълника по следния начин: $a_1 = s_1$, $b_1 = s_2$, $c_1 = s_3$, $a_2 = s_4$, $b_2 = s_5$, $c_2 = s_6$. Тогава за предложените два варианта се процедира по следния начин:

I Вариант – триъгълник с директно измерени страни

Диференциалната връзка между деформационните елементи и измерените страни, например за елемента E_1 (същото важи и за останалите), се представя във вида:

$$dE_1 = \frac{\partial E_1}{\partial s_1} \cdot ds_1 + \frac{\partial E_1}{\partial s_2} \cdot ds_2 + \frac{\partial E_1}{\partial s_3} \cdot ds_3 + \frac{\partial E_1}{\partial s_4} \cdot ds_4 + \frac{\partial E_1}{\partial s_5} \cdot ds_5 + \frac{\partial E_1}{\partial s_6} \cdot ds_6, \quad (\text{III.38})$$

$$a_1 = s_1, b_1 = s_2, c_1 = s_3, a_2 = s_4, b_2 = s_5, c_2 = s_6, \quad (\text{III.39})$$

където a_1 , b_1 , c_1 и a_2 , b_2 , c_2 са страните на триъгълника от първото и повторното измерване.

При независими измервания средната квадратна грешка в $E_1 - m_{E_1}$, се представя с

$$m_{E_1}^2 = \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_1} \right)^2 \cdot m_{s_1}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_2} \right)^2 \cdot m_{s_2}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_3} \right)^2 \cdot m_{s_3}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_4} \right)^2 \cdot m_{s_4}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_5} \right)^2 \cdot m_{s_5}^2 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial s_6} \right)^2 \cdot m_{s_6}^2, \quad (\text{III.40})$$

където с m_{s_i} , $i=1,2,3,4,5,6$, са означени средните грешки на измерените страни.

Формулата може да се представи и във вида [25]:

$$m_{E_1}^2 = A_{E_1} \cdot \overline{Q_s} \cdot A_{E_1}^*, \quad (\text{III.41})$$

при

$$A_{E_1} = \left[\frac{\partial E_1}{\partial s_1}, \frac{\partial E_1}{\partial s_2}, \frac{\partial E_1}{\partial s_3}, \frac{\partial E_1}{\partial s_4}, \frac{\partial E_1}{\partial s_5}, \frac{\partial E_1}{\partial s_6} \right], \quad (\text{III.42})$$

$$ds = [ds_1, ds_2, ds_3, ds_4, ds_5, ds_6], \quad (\text{III.43})$$

$$dE_1 = A_{E_1} \cdot ds^*, \quad (\text{III.44})$$

и

$$\overline{Q_s} = m_0^2 \cdot Q_s = \begin{bmatrix} m_{s_1}^2 & & & & & \\ & m_{s_2}^2 & & & & \\ & & m_{s_3}^2 & & & \\ & & & m_{s_4}^2 & & \\ & & & & m_{s_5}^2 & \\ & & & & & m_{s_6}^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{III.45})$$

като е записана и формула (III.38) отново с приетите означения (III.42) и (III.43).

Частните производни са представени с изразите от т. III.2.2. направени са и контроли за някои частни производни с изчислените директно по (III.22 – III.33).

Разширението на означенията за $m_{E_1}^2$ в (III.41) ще се използва за случаите когато страните не са измерени директно (II вариант) и матрицата Q_s не е диагонална, както е в (III.45).

II Вариант – трите върха на триъгълника са дефинирани (зададени) с пространствени правоъгълни декартови координати

В случая дължините на страните на триъгълника се определят по известна формула и например за страната $s_{1,2}$ в триъгълника 1,2,3, тя има вида

$$s_{1,2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad (\text{III.46})$$

където x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 , са пространствените правоъгълни декартови координати на точките 1 и 2.

За $ds_{1,2}$ се получава

$$ds_{1,2} = R_{12}^x(dx_2 - dx_1) + R_{12}^y(dy_2 - dy_1) + R_{12}^z(dz_2 - dz_1) = A_{12}dx_{12}^*, \quad (\text{III.47})$$

$$R_{12}^x = (x_2 - x_1)/s_{12}, \quad R_{12}^y = (y_2 - y_1)/s_{12}, \quad R_{12}^z = (z_2 - z_1)/s_{12}, \quad (\text{III.48})$$

$$dx_{12} = [dx_1, dy_1, dz_1, dx_2, dy_2, dz_2], \quad (\text{III.49})$$

$$A_{12} = [-R_{12}^x, -R_{12}^y, -R_{12}^z, R_{12}^x, R_{12}^y, R_{12}^z]. \quad (\text{III.50})$$

Общо за трите страни може да напише

$$[ds_{12}, ds_{13}, ds_{23}]^* = R \cdot dX^*, \quad (\text{III.51})$$

където R и dX се представят с

$$R = R^{xyz} = \begin{bmatrix} -R_{12}^x & -R_{12}^y & -R_{12}^z & R_{12}^x & R_{12}^y & R_{12}^z & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -R_{23}^x & -R_{23}^y & -R_{23}^z & R_{23}^x & R_{23}^y & R_{23}^z \\ R_{31}^x & R_{31}^y & R_{31}^z & \cdot & \cdot & \cdot & -R_{31}^x & -R_{31}^y & -R_{31}^z \end{bmatrix}, \quad (\text{III.52})$$

$$dX = [dx_1, dy_1, dz_1, dx_2, dy_2, dz_2, dx_3, dy_3, dz_3]^*. \quad (\text{III.53})$$

Аналогични са формулите за второто измерване, с означение ('):

$ds'_{12}, ds'_{23}, ds'_{31}, R_2, dX_2$ при координати $x'_1, y'_1, z'_1, x'_2, y'_2, z'_2, x'_3, y'_3, z'_3$.

Матрицата $\overline{Q}_{xyz}$ на двете групи наблюдения, които са независими едно от друго, се представя във вида

$$\bar{Q}_{xyz} = \begin{bmatrix} m_{01}^2 \cdot Q_1 & \\ & m_{02}^2 \cdot Q_2 \end{bmatrix}, \quad (\text{III.54})$$

$Q_1 = Q_{xyz}^{123}$, $Q_2 = Q_{x'y'z'}^{123}$, са извадки от съответните матрици Q_{xyz} и $Q_{x'y'z'}$ от изчисленията от първото и второто измерване, а m_{01} и m_{02} са средните квадратни грешки за единица тежест.

Матрицата Q_1 , горен индекс ⁽¹⁾ за отделните членове, както е известно, има вида:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} q_{x_1x_1}^1 & q_{x_1y_1}^1 & q_{x_1z_1}^1 & q_{x_1x_2}^1 & q_{x_1y_2}^1 & q_{x_1z_2}^1 & q_{x_1x_3}^1 & q_{x_1y_3}^1 & q_{x_1z_3}^1 \\ q_{y_1x_1}^1 & q_{y_1y_1}^1 & q_{y_1z_1}^1 & q_{y_1x_2}^1 & q_{y_1y_2}^1 & q_{y_1z_2}^1 & q_{y_1x_3}^1 & q_{y_1y_3}^1 & q_{y_1z_3}^1 \\ q_{z_1x_1}^1 & q_{z_1y_1}^1 & q_{z_1z_1}^1 & q_{z_1x_2}^1 & q_{z_1y_2}^1 & q_{z_1z_2}^1 & q_{z_1x_3}^1 & q_{z_1y_3}^1 & q_{z_1z_3}^1 \\ q_{x_2x_1}^1 & q_{x_2y_1}^1 & q_{x_2z_1}^1 & q_{x_2x_2}^1 & q_{x_2y_2}^1 & q_{x_2z_2}^1 & q_{x_2x_3}^1 & q_{x_2y_3}^1 & q_{x_2z_3}^1 \\ q_{y_2x_1}^1 & q_{y_2y_1}^1 & q_{y_2z_1}^1 & q_{y_2x_2}^1 & q_{y_2y_2}^1 & q_{y_2z_2}^1 & q_{y_2x_3}^1 & q_{y_2y_3}^1 & q_{y_2z_3}^1 \\ q_{z_2x_1}^1 & q_{z_2y_1}^1 & q_{z_2z_1}^1 & q_{z_2x_2}^1 & q_{z_2y_2}^1 & q_{z_2z_2}^1 & q_{z_2x_3}^1 & q_{z_2y_3}^1 & q_{z_2z_3}^1 \\ q_{x_3x_1}^1 & q_{x_3y_1}^1 & q_{x_3z_1}^1 & q_{x_3x_2}^1 & q_{x_3y_2}^1 & q_{x_3z_2}^1 & q_{x_3x_3}^1 & q_{x_3y_3}^1 & q_{x_3z_3}^1 \\ q_{y_3x_1}^1 & q_{y_3y_1}^1 & q_{y_3z_1}^1 & q_{y_3x_2}^1 & q_{y_3y_2}^1 & q_{y_3z_2}^1 & q_{y_3x_3}^1 & q_{y_3y_3}^1 & q_{y_3z_3}^1 \\ q_{z_3x_1}^1 & q_{z_3y_1}^1 & q_{z_3z_1}^1 & q_{z_3x_2}^1 & q_{z_3y_2}^1 & q_{z_3z_2}^1 & q_{z_3x_3}^1 & q_{z_3y_3}^1 & q_{z_3z_3}^1 \end{bmatrix}, \quad (\text{III.55})$$

Структурата на матрицата Q_2 е аналогична. Следователно матрицата $\bar{Q}_s$ ще има вида

$$\bar{Q}_s = \begin{bmatrix} m_{01}^2 \cdot R_1 \cdot Q_1 \cdot R_1^* & \\ & m_{02}^2 \cdot R_2 \cdot Q_2 \cdot R_2^* \end{bmatrix} \quad (\text{III.56})$$

и за $m_{E_1}^2$ се получава

$$m_{E_1}^2 = A_{E_1} \cdot \bar{Q}_s \cdot A_{E_1}^*. \quad (\text{III.57})$$

При една и съща конфигурация на мрежата и еднаква точност на измерванията, двете матрици, включени в (III.54), са идентични. Тогава стойността на m_{E_1} зависи от конфигурацията на триъгълника.

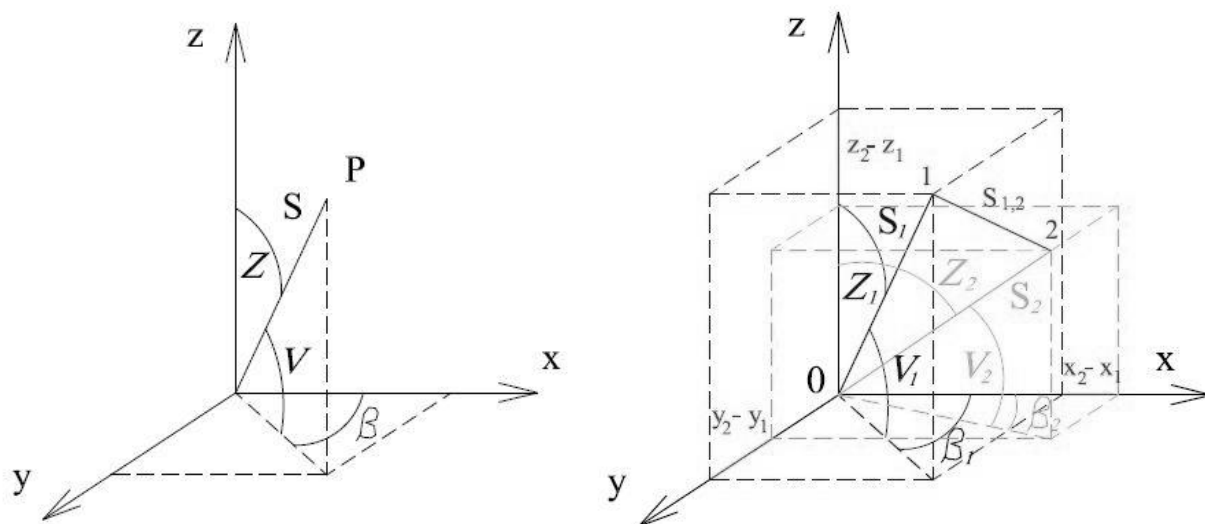
В таблица III.1 и в още три аналогични таблици са показани стойностите на частните производни, получени по аналитичните формули и чрез числено диференциране при различна стъпка за елементите на деформации. За целта е създадена програма на Microsoft Office Excel. Изчислени са пълните диференциали по двете групи формули. Определени са разликите между получените стойности.

Таблица III.1

Елем. на дефор - мации	Аналитични формули частни производни	Числено диференциране частни производни стъпка 0,001	Разлика 2 - 3	Числено диференциране частни производни стъпка 0,002	Разлика 2 - 5	Числено диференциране частни производни стъпка 0,005	Разлика 2 - 7	Числено диференциране частни производни стъпка 0,010	Разлика 2 - 9
$\theta'a$	-0,0005446588739731	-0,0005446553094091	-3,56456E-09	0,0005446553094923	-3,56448E-09	-0,0005446553095312	-3,56444E-09	-0,0005446553095256	-3,56445E-09
$\theta'b$	-0,0000963124964040	-0,0000963118660935	-6,30311E-10	0,0000963118660380	-6,30366E-10	-0,0000963118661046	-6,30299E-10	-0,0000963118660935	-6,30311E-10
$\theta'c$	-0,0004072173402054	-0,0004072146753131	-2,66489E-09	0,0004072146751466	-2,66506E-09	-0,0004072146752354	-2,66497E-09	-0,0004072146752354	-2,66497E-09
$\theta'a'$	0,0005446764549571	0,0005446728902903	3,56467E-09	0,0005446728903458	3,56461E-09	0,0005446728903680	3,56459E-09	0,0005446728903680	3,56459E-09
$\theta'b'$	0,0000963025268376	0,0000963018966238	6,30214E-10	0,0000963018966238	6,30214E-10	0,0000963018966016	6,30236E-10	0,0000963018965905	6,30247E-10
$\theta'c'$	0,0004072183184622	0,0004072156535306	2,66493E-09	0,0004072156534474	2,66501E-09	0,0004072156534751	2,66499E-09	0,0004072156534696	2,66499E-09
	пылен диференциал	пылен диференциал		пылен диференциал		пылен диференциал		пылен диференциал	
d θ	0,0000000000085896	0,0000000000085896	-1,08001E-17	0,0000000000171795	-2,43645E-16	0,0000000000429479	2,23555E-16	0,0000000000858957	4,47111E-16

III.2.7. Оценка на точността на страните на триъгълниците при тригонометричен модел на измерване

Тук се има предвид модел, при който координатите на наблюдаваните точки се определят в пространствена декартова координатна система чрез измереното наклонено разстояние, хоризонтален ъгъл и вертикален (или зенитен) ъгъл (фиг. III.5). Когато инструментът отчита вертикален ъгъл, се ползват формули (III.58)÷(III.63), а при измерен зенитен ъгъл – формули (III.64)÷(III.66).



Фиг. III.5.

Стойностите на средните квадратни грешки на страните на триъгълника, необходими за формула III.40, могат да бъдат определени по следния начин.

При измерени вертикални ъгли (V):

$$x = S \cos V \cos \beta \quad (III.58)$$

$$y = S \cos V \sin \beta$$

$$z = S \sin V$$

Диференцира се относно S, V, β :

$$dx = \cos V \cos \beta dS - S \sin V \cos \beta dV - S \cos V \sin \beta d\beta \quad (III.59)$$

$$dy = \cos V \sin \beta dS - S \sin V \sin \beta dV + S \cos V \cos \beta d\beta$$

$$dz = \sin V dS + S \cos V dV$$

Разстоянието $S_{1,2}$ между точките 1 и 2, се определя по формулата

$$S_{1,2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (III.60)$$

а изменението му поради промени в координатите на точките, е

$$dS_{1,2} = \frac{1}{S_{1,2}}(x_2 - x_1)(dx_2 - dx_1) + \frac{1}{S_{1,2}}(y_2 - y_1)(dy_2 - dy_1) + \frac{1}{S_{1,2}}(z_2 - z_1)(dz_2 - dz_1) \quad (III.61)$$

и съответно

$$dS_{1,2} = \frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_1} dS_1 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_1} dV_1 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_1} d\beta_1 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_2} dS_2 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_2} dV_2 + \frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_2} d\beta_2 \quad (III.62)$$

$$dS_{1,2} = \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} \cos V_2 \cos \beta_2 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} \cos V_2 \sin \beta_2 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} \sin V_2 \right] dS_2 + \quad (III.63)$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_2 \sin V_2 \cos \beta_2 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_2 \sin V_2 \sin \beta_2 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos V_2 \right] dV_2 + \\
& + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos V_2 \sin \beta_2 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_2 \cos V_2 \cos \beta_2 \right] d\beta_2 + \\
& + \left[\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} \cos V_1 \cos \beta_1 + \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} \cos V_1 \sin \beta_1 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} \sin V_1 \right] dS_1 + \\
& + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_1 \sin V_1 \cos \beta_1 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_1 \sin V_1 \sin \beta_1 + \frac{(z_2 - z_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos V_1 \right] dV_1 + \\
& + \left[-\frac{(x_2 - x_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos V_1 \sin \beta_1 - \frac{(y_2 - y_1)}{S_{1,2}} S_1 \cos V_1 \cos \beta_1 \right] d\beta_1
\end{aligned}$$

Подобни изрази са изведени и при измерени зенитни ъгли.

Тогава за средната квадратна грешка на страната $S_{1,2}$ на триъгълника, се получава:

$$m_{S_{1,2}}^2 = \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_1} \right)^2 m_{S_1}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_1} \right)^2 m_{V_1}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_1} \right)^2 m_{\beta_1}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial S_2} \right)^2 m_{S_2}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial V_2} \right)^2 m_{V_2}^2 + \left(\frac{\partial S_{1,2}}{\partial \beta_2} \right)^2 m_{\beta_2}^2 \quad (\text{III.67})$$

където $m_{S_1}, m_{V_1}, m_{\beta_1}, m_{S_2}, m_{V_2}, m_{\beta_2}$ са грешките, които са свързани с точността на инструмента и условията на измерване. По аналогичен начин се определят оценките и за другите страни на триъгълника. Изчислените стойности за всички страни се поставят във формула (III.40).

III.3. Връзка между стойностите на инвариантните характеристики на деформациите и допустимите (критични) деформации за различни категории съоръжения

Съгласно действащите у нас инструкции за опазване на обекти и съоръжения от вредното влияние на минните работи във въглищни басейни [29] и в условията на рудни находища [30], опазваните обекти и съоръжения се класифицират в няколко групи (категории). За всяка от тях са определени стойностите на допустимите (критични) деформации.

В изследванията по-горе се установяват локални направления на главните оси на деформациите, главните деформации, максималното преместване, формоизменението и техните стойности, чрез изчислени премествания на точки, разположени върху наблюдавана повърхност или съоръжение или в скалния масив. При определяне на елементите на деформации за даден обект се използва отделен триъгълник (с върхове върху обекта) или се съставя мрежа от триъгълници, покриващи обекта. Приема се хипотезата за локално еднородното им деформиране. Получените стойности за всеки триъгълник се отнасят за цялата му площ, но се отбелязват в центъра на тежестта му. Посоката на главните деформации се определя в локална за всеки триъгълник координатна система, която лежи в неговата равнина. След това е възможно да се преизчислят тези посоки в единна за наблюдавания обект координатна система.

Стойностите на главните деформации представляват относителните изменения на дължините по направление на главните оси за периода между две измервания. Тези стойности се получават за равнината на триъгълника. При хоризонтално (или приблизително хоризонтално) негово разположение може да се сравняват получените стойности на главните деформации с критичните хоризонтални такива за наблюдавания обект.

Ако триъгълникът е с друга ориентация в пространството, е необходимо векторът на главната деформация да се проектира върху хоризонтална равнина като се вземе предвид и неговата посока. За целта чрез пространствените координати на трите върха на триъгълника се съставя уравнението на неговата равнина имайки предвид известната формула за общо уравнение на равнина в пространството:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (\text{III.68})$$

Уравнението на равнина през три точки, нележащи върху една права, има вида:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{III.69})$$

където:

(x, y, z) са координати на произволна точка от равнината;

(x_i, y_i, z_i) са координати на трите известни точки, върхове на триъгълника.

Двустенният ъгъл между две равнини се характеризира чрез косинуса на ъгъла между двата нормални вектора на пресичащите се равнини:

$$\cos \varphi = \hat{n}_1 \cdot \hat{n}_2 = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}; \quad (\text{III.70})$$

където:

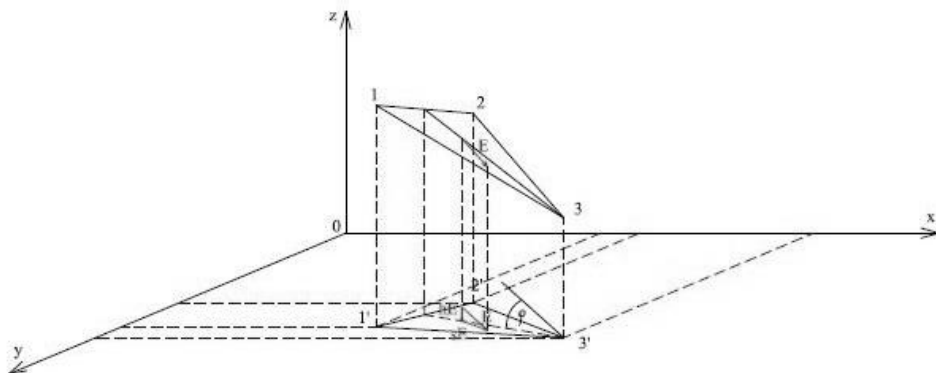
$\hat{n}_1$ и $\hat{n}_2$ са двата нормални вектора на пресичащите се равнини;

A_1, B_1, C_1 са коефициенти от уравнението на равнината на триъгълника;

A_2, B_2, C_2 са коефициенти от уравнението на хоризонталната равнина.

Така може да се определи ъгъла между хоризонталната равнина и равнината на триъгълника.

Впоследствие, чрез подходящи изчисления (фиг. III.6), се определя хоризонталната съставлява на главната деформация в хоризонталната равнина.



Фиг. III.6.

Получените стойности може да се сравняват със съответните допустими (критични) за наблюдаваното съоръжение или обект.

По този начин инвариантните характеристики на деформациите може да се използват в процеса на контрол и управление на състоянието на минните масиви, на различните съоръжения, в строителството и т.н.

III.4. Възможни области на приложение на разглежданите методи

Изучаването на напрегнато-деформираното състояние на скалния масив на повърхността и в дълбочина и необходимостта от прогнозирането му изискват провеждането на непрекъснати наблюдения. Това може да се осъществи чрез маркшайдерски измервания и прилагане на предложения по-горе метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите за обекти като:

- Свлачищни райони;
- Бортове на открит рудник;
- Стени на шламохранилища, язовири и други съоръжения в режим на нормална експлоатация или при екстрени условия;
- Земната повърхност, подработвана от минни работи;
- Скалният масив и подземни изработки, на различни хоризонти, етажи или подетажи, разположени във вертикална или наклонена равнина, подложени на подработване или надработване от съседни минни изработки;
- Скалният масив и подземни изработки в един и същ пласт или хоризонт, подложени на взаимното си влияние;
- Скалният масив около единична подземна изработка;
- Целици при различни системи на разработване и в различни типове находища.

III.5. Изводи

Като следствие от представеното в горните страници може да се направят следните по-важни изводи:

1. Предложен е метод в три варианта за определяне на инвариантните характеристики на деформациите, чиито стойности могат да се определят чрез резултати от маркшайдерски измервания в скалния масив, на земната повърхност, на различни съоръжения и обекти, подложени на влиянието на подземни и открити минни работи, както и на други влияния,

2. Резултатите от решенията по трите варианта на предложения метод са идентични (Приложение III.1).

3. При приет критерий за точност на елементите на деформациите, изведените формули за тяхната оценка, в зависимост от точността на изходните данни, дават възможност за избор на подходящ по точност метод на маркшайдерските измервания.

4. Изведени са формули за оценка на точността на страните на триъгълниците в зависимост от измерваните величини, която оценка участва при определяне на точността на изчислените елементи на деформациите.

5. Направеното сравнение между разликите в частните производни, получени чрез аналитичните формули и чрез числено диференциране, показва, че те са незначителни при различни стъпки на диференциране, което води до незначителни разлики в пълния диференциал. Това потвърждава възможността за приложение на численото диференциране при извършените изследвания.

6. Показана е възможността за сравнение на стойностите на главните деформации с допустимите (критични) стойности на хоризонтални деформации за изследвани обекти и съоръжения.

7. Посочените възможни области на приложение на разглеждания метод в минното дело, строителството и изследователската дейност, определят важността и отговорността на маркшайдерските наблюдения при осигуряване на безопасна работа и нормална експлоатация на изследваните обекти.

IV. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ. РЕЗУЛТАТИ

IV.1. Общи положения

Съгласно поставените цел и задачи в предложената работа се оценяват възможностите за приложение на метода при изследване на геомеханичното състояние на:

1. Стена на шламохранилище към мини „Бобов дол” ЕАД;
2. Скалния масив при вертикална шахта „Кичеста”, рудник „Девина”, Балкански въглищен басейн;
3. Целици в метазалеж 44 в рудник „Джурково”, „Лъки Инвест” ЕООД;

По този начин се обхващат обекти в масива и съоръжения на земната повърхност, във въглищни и в полиметални находища.

IV.2. Определяне на елементите на деформации за стената на шламохранилище към мини „Бобов дол” ЕАД

IV.2.1. Обща характеристика на обекта и резултати от изследванията

Шламохранилището се намира западно от гр.Бобов дол и граничи с населеното място. Под съоръжението са се водели минни работи на дълбочина около 400 м и стената е подработвана многократно. В североизточна посока в непосредствена близост се намират вертикалните крила на пластовете, достигащи до земната повърхност. През 2003 г. започва работа нов фронт (421^{9м}), разположен непосредствено под стената. В тази връзка през 2002 г. е проектирана и изградена специална наблюдателна станция. В периода на измерванията са извършени 14 наблюдения от гл.ас. Катя Асенова и от автора [72].

За онагледяване на приложението на метода за изчисляване на елементите на деформации са използвани резултатите от 9-то и 10-то наблюдение. От проведените наблюдения са определени разстоянията между реперите в двете епохи. Създадена е мрежа от триъгълници, като за всеки от тях са определени:

- посоката и стойността на главната стойност на деформациите – E_1 ;

- посоката и стойността на главната стойност на деформациите – E_2 ;
- стойността на относителното изменение на площта – θ ;
- стойността на интензивността на формоизменение – γ_m ;
- центъра на тежестта на триъгълника.

Конкретните стойности за тях, както и оценките им, са изчислени в таблица. Определени са и посоките на главните значения на деформациите – E_1 .

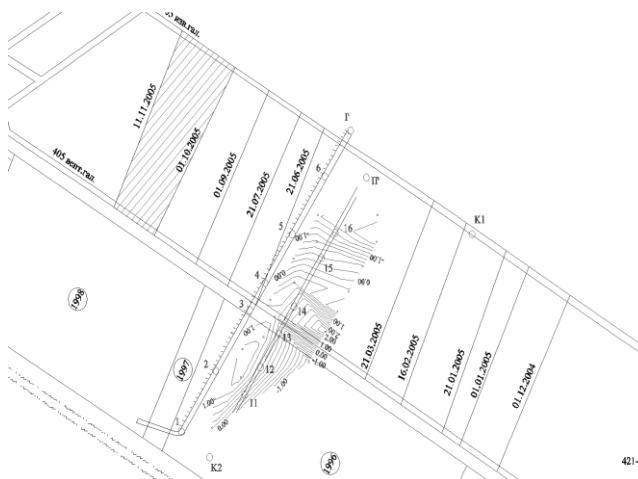
Чрез стойностите са създадени и графични модели (фиг.IV.3, IV.4, IV.5 и IV.6) за деформационното състояние на стената на шламохранилището за посочения период на наблюдение.



фиг.IV.3. Стойности и изолинии на главните деформации – ($E_1 \cdot 10^{-3}$)



фиг.IV.4. Стойности и изолинии на главните деформации – ($E_2 \cdot 10^{-3}$)



фиг.IV.5. Стойности и изолинии на относителното изменение на площта на трците (дилатация – $\theta \cdot 10^{-3}$)



фиг.IV.6. Стойности и изолинии на интензивността на формоизменение на трците (максимално преместване – $\gamma_m \cdot 10^{-3}$)

IV.2.2. Определяне на зоните с различни стойности на главните деформации и сравнение с критични за съоръжението хоризонтални деформации

За разглеждания обект са определени стойностите на главните деформации за всеки от покриващите го триъгълници. Резултатите са получени като са взети предвид измененията в положението на наблюдаваните точки във времето под

влияние на добивните минни работи. За всяко регулярно измерване са определяни стойности на E_1 спрямо първоначалното положение на върховете на триъгълниците. Получените стойности са отнесени към центъра на тежестта на всеки триъгълник. Създаден е план на наблюдавания обект върху който с изолинии са изобразени зони с различни стойности на хоризонталните деформации. Тези стойности са сравнени с условно приетата критична хоризонтална деформация $2 \cdot 10^{-3}$. На фиг.IV.7 е показано с различни цветове развитието на деформационния процес във времето и са определени зоните с надвишаващи критичната стойност ($2 \cdot 10^{-3}$) хоризонтални деформации.

На базата на резултатите от изследванията може да се направят следните изводи и заключения:

1. Получените резултати от изследването на деформираното състояние на масива за разглеждания период между 9-то и 10-то наблюдение потвърждават общата представа за поведението му при подработване с минни работи.

2. При непрекъснато следене на поведението на стената, както в процеса на подработването ѝ с минни работи, така и след това, чрез определените стойности на изследваните елементи на деформациите, може да се прогнозира опасните зони и моменти на поява на стойности, надвишаващи критичните за съоръжението. Въз основа на тези прогнози се предприемат мерки за осигуряване на безопасното състояние на съоръжението и неговата дълго-временна и безопасна експлоатация.

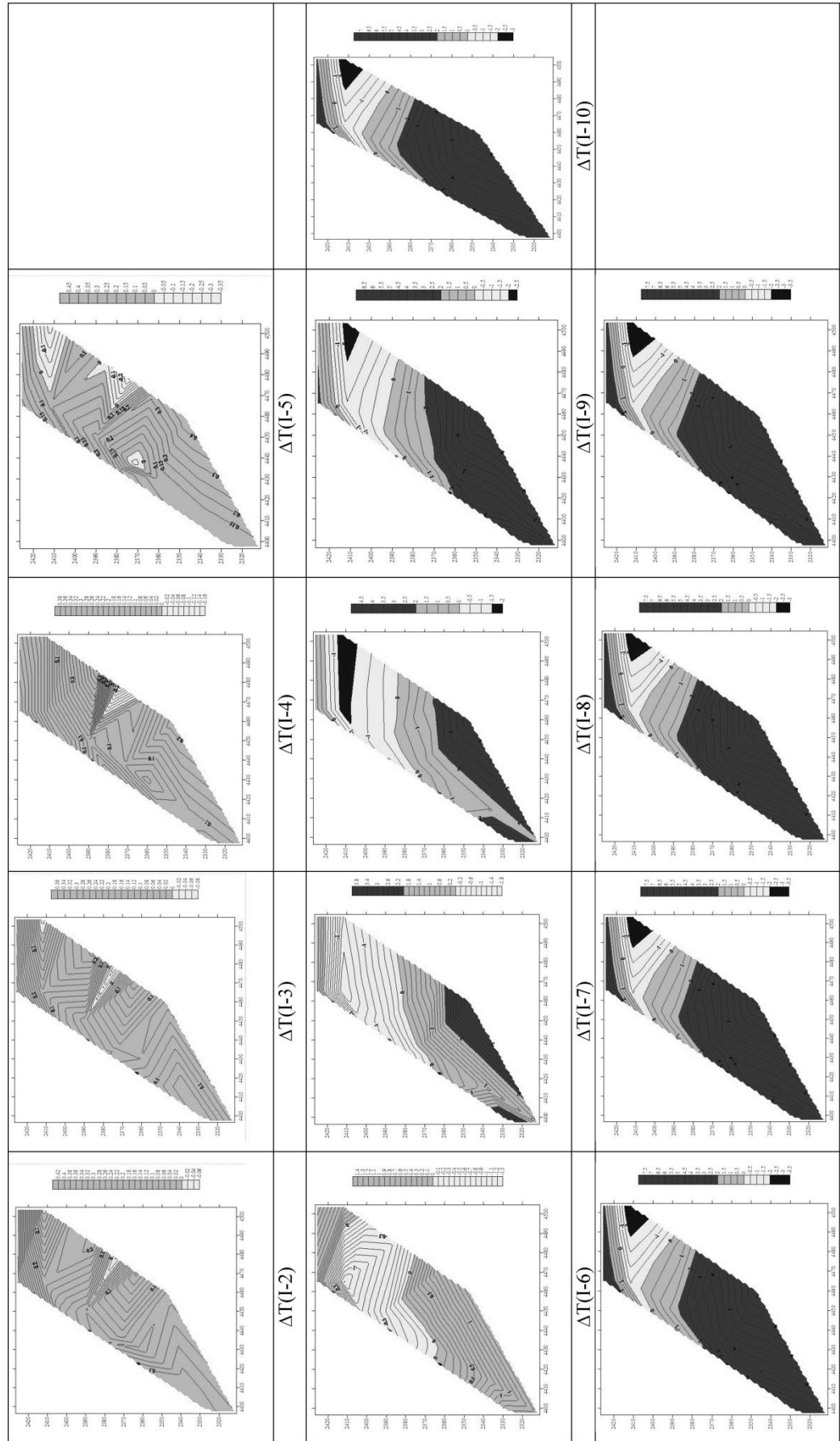
Във връзка с изследванията са направени и конкретни изводи и заключения относно стойностите на деформациите, посоките им, зоните с разтягане и със свиване, зоните с хоризонтални деформации, надвишаващи критичните стойности и т.н.

IV.3. Определяне на елементите на деформации за скалния масив при вертикална шахта „Кичеста”, рудник „Девина”, Балкански въглищен басейн

За оценка на деформационното състояние на скалния масив в участък “Кичеста” на несъществуващия вече рудник “Девина” са използвани данни от маркшайдерски наблюдения, проведени за изучаване на възможността за безопасно подработване на вертикална шахта “Кичеста” при изземване на въглищни запаси в близост до нея. Задачата за разработване на мерки за провеждане и контрол за безопасно подработване на вертикалната шахта е изпълнена от колектив с ръководител ст.н.с. инж. Ефтим Николов от Дирекцията за Научни Изследвания при “Минпроект” ЕАД. Маркшайдерските наблюдения са извършвани от автора и технически сътрудници.

IV.3.1. Кратки сведения за природните и минно-техническите условия

Вертикална шахта “Кичеста” е разположена в доломити и доломитизирани варовици в които не са регистрирани тектонски размествания. Въгленосната зона е със стръмен наклон (над 70°), отстои на 40-50 м северно от шахтата и



обхваща голям брой въглищни пластове. Регистрирани са и множество геоложки нарушения с различна ориентация. От въглищните пластове само три са с промишлена мощност (II-ри, V-ти южна зона и VI-ти южна зона), която варира от 0,70 м до 0,90 м.

По време на наблюденията добивни работи са водени между двете най-долни нива 777 и 826 по II-ри пласт със запълване на отработеното пространство и по V-ти ю.з. и VI-ти ю.з. с обрушаване.

За нуждите на прогнозирането на очаквани деформации от влиянието на минните работи е създадена наблюдателна станция. Тъй като обект на опазване е шахтата, наблюдателните линии са заложени по травербаните, започващи от нея към въгленосната зона, на всички възможни нива (нива 928, 876, 826 и 777). На земната повърхност точките от наблюдателната линия са разположени точно във вертикалната равнина над споменатите травербани. Извършвани са периодични наблюдения на всички линии като са измервани височинни и линейни величини спрямо неподвижни точки извън зоната на влияние на добивните работи.

IV.3.2. Оценка на деформационното състояние на скалния масив по данни от маркшайдерски наблюдения

За онагледяване на оценката на деформационното състояние на масива около вертикалната шахта са изчислени елементите на деформациите по резултатите от две последователни наблюдения.

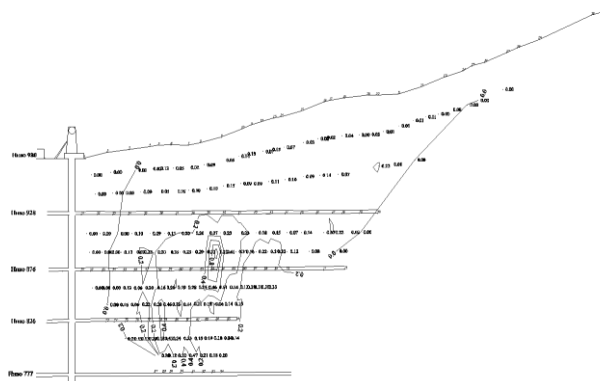
От проведените наблюдения са определени координатите на стабилизирани точки. Чрез тях са изчислени разстоянията между реперите в двете епохи. Създадена е мрежа от триъгълници, свързващи наблюдаваните точки на отделните нива и земната повърхност [71]. За всеки от тях са определени:

- посоката и стойността на главната деформация – E_1 ;
- стойността на главната деформация – E_2 ;
- стойността на относителното изменение на площта – θ ;
- стойността на интензивността на формоизменение – γ_m ;
- центъра на тежестта на триъгълника.

Определена е и посоката на главната деформация – E_1 , нанесена в центъра на тежестта на всяка елементарна фигура.

Чрез стойностите на изчислените за всеки триъгълник елементи на деформациите са създадени графични модели на деформационното състояние на скалния масив за периода между двете наблюдения.

На фиг.IV.10 е показана графиката за разпределение на стойностите на главната деформация E_1 . Подобни модели са съставени и за другите елементи на деформациите - E_2 , θ и γ_m .



фиг.IV.10. Стойности и изолинии на главната деформация – ($E_1 \cdot 10^{-3}$).

На базата на резултатите от изследванията може да се направят следните изводи и заключения:

1. Получените стойности на елементите на деформациите за изследвания период от време потвърждават представата за поведението на масива при подработването му със стръмни пластове.
2. Получените стойности на деформациите за интервала между двете наблюдения не представляват опасност за вертикалната шахта.
3. При извършване на регулярни наблюдения и изчисления на стойностите на елементите на деформациите може да се прогнозира развитието на деформационния процес в масива и при необходимост да се предприемат допълнителни мерки за опазване на вертикалната шахта, както и да се определят подходящи зони за прокарване на нови изработки.

Във връзка с изследванията са направени и конкретни изводи и заключения относно стойностите на деформациите, посоките им, зоните с разтягане и със свиване и т.н.

IV.4. Определяне на елементите на деформации за целици в метазалеж 44 в р-к „Джурково”, „Лъки Инвест” ЕООД

IV.4.1. Кратки сведения за природните и минно-техническите условия

Лъкинското рудно поле се намира на 5 км. южно от гр. Лъки по северния склон на Централно-Родопския купол и по западната граница на Източно-Родопското палеогенско понижение. Рудник „Джурково” разработва едни от най-значителните оловно-цинкови рудни запаси в района. Добивът е подземен.

Литоложката структура на находището е представена от гнайси, слюдени шисти, мрамори и пегматити. Средната мощност на жилните тела варира от 0.5м. до 2.5м., а на метасоматичните – от 0.5 до 5-6м.

Системите на разработване, използвани към настоящия момент, са: Система с подетажно обрушване и Камерно-стълбова система.

IV.4.2. Оценка на деформационното състояние на целик по данни от маркшайдерски наблюдения

От началото на 2017 година в зоната на метазалеж 44 е изградена специална наблюдателна станция. Тя има за цел да осигури надеждно и точно определяне на пространственото положение на стабилизираните в два целика реперни точки (фиг.IV.14).



фиг.IV.14. Снимки на целик 2 в метазалеж 44

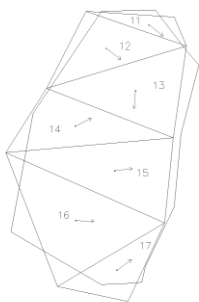
Реперите са разположени по контура на целиците в линии в горната, средната и долната им част. Периодичните наблюдения са извършени от гл.ас.Милена Бегновска и от автора. За онагледяване на изчисляването на елементите на деформации са използвани резултатите от 2-то и 3-то наблюдение (проведени съответно на 14.02.2017 и 23.03.2017 г.).

От проведените наблюдения са определени дължините на страните на триъгълниците в трите нива на целик № 2 в двете епохи. Мрежите от триъгълници са показани на фиг. IV.16, IV.17 и IV.18.

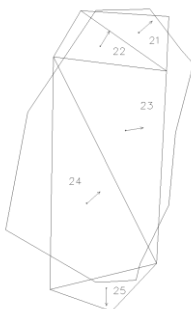
За всеки триъгълник са изчислени:

- посоката и стойността на главната деформация – E_1 ;
- посоката и стойността на главната деформация – E_2 ;
- стойността на относителното изменение на площта – θ ;
- стойността на интензивността на формоизменение – γ_m ;
- центъра на тежестта на триъгълника.

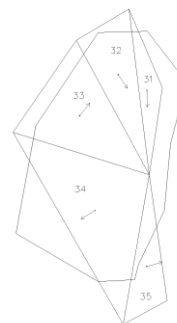
На фиг.IV.16, IV.17 и IV.18 се вижда още и посоката на главната деформация – E_1 , нанесена в центъра на тежестта на всяка от елементарните фигури.



фиг.IV.16. Триъгълници в долната част на целика



фиг.IV.17. Триъгълници в средната част на целика



фиг.IV.18. Триъгълници в горната част на целика

На базата на резултатите от изследванията са направени заключения и изводи относно стойностите и посоките на деформациите в различните нива (горна, средна и долна зона) на наблюдавания целик.

IV.5. Изводи

Въз основа на резултатите от изследванията може да се направят следните изводи и заключения:

1. Предложеният метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите е приложим за посочените типове обекти и условия.

2. Получените резултати потвърждават представата за поведението на наблюдаваните обекти, подложени на геомеханични процеси от различен характер.

3. Маркшайдерските измервания осигуряват необходимите данни за изчисляване на стойностите на елементите на деформациите и спомагат за охарактеризиране на геомеханичното състояние на наблюдаваните обекти в пространството и във времето.

4. Получените стойности за главните деформации могат да послужат за сравняване с допустимите (критични) хоризонтални деформации за съответния вид наблюдаван обект, вследствие на което да се посочат опасни зони и да се предприемат адекватни мерки за запазване на неговата цялост и безопасна експлоатация.

V. МОДЕЛНО ОПИСАНИЕ НА ГЕОМЕХАНИЧНИ ПРОЦЕСИ

V.1. Въведение

Въз основа на натрупани знания, опит и данни за поведението на изследвания скален масив или обект, се изгражда представата за развитие на деформационните процеси в пространството и времето. Тази представа предопределя условията за управление и прилагането на различни решения и мерки, както по отношение на ефективност, така и на безопасност на работа и експлоатация.

V.2. Избор на математичен модел, описващ изучаваните геомеханични процеси

Решенията по отношение на създаването на адекватни, достатъчно близки по определен критерий до реалните процеси математически модели, изискват опит и познания в различни области. Познаването на технологията на добива, на законите на скалната механика, на връзките и зависимостите на процесите в масива, както и натрупаната информация от многократни наблюдения за конкретните обекти, позволява успешното решаване на инженерните задачи. При формирането на математическите модели се предлагат варианти, които се оценяват по различни критерии. Въз основа на оценките се избира най-добрият. Познати са софтуерни пакети и отделни компютърни програми с помощта на които се търси тенденцията на изменение във времето и пространството на изследваните явления и процеси.

При изучаване на процесите се различават два етапа:

- *математическо описание* (моделиране, идентификация) на процеса;
- *прогнозиране на бъдещи стойности* на изследваните величини за различни моменти от времето.

За получаване на резултати за двата етапа на изследване на процеса чрез динамичния статистически анализ е необходимо да се анализира изменението на компонентите на времевите редове. За целта данните от времевия ред се разделят на отделни съставлящи – тренд, циклични, сезонни и случайни колебания.

Трендовите модели са функции на времето. Те могат да бъдат линейни или нелинейни. Линейният трендов модел може да се опише с формулата:

$$Y_t = b_0 + b_1 t. \quad (V.3)$$

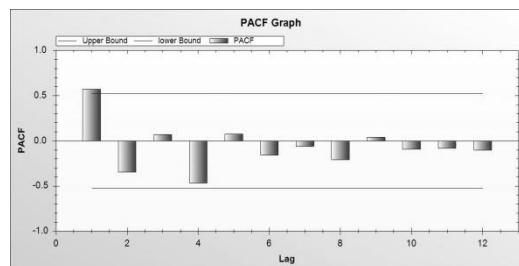
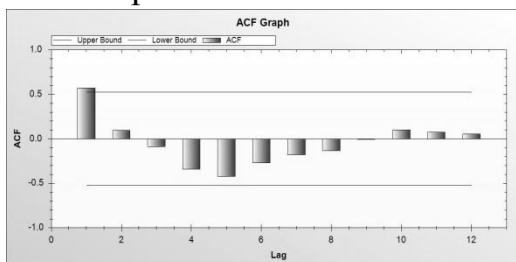
Когато трендът в изследвания динамичен ред има нелинейна форма, линейният трендов модел не е подходящ за неговото моделиране. Всички нелинейни модели могат да бъдат използвани за моделиране на тренда в динамичните редове след като бъдат представени като функции на времето [43], [41].

Различните софтуерни продукти предлагат възможност за избор на изглаждащата крива, като за всяка избрана се извеждат и различни оценки.

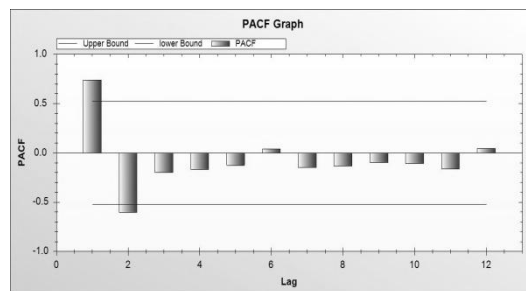
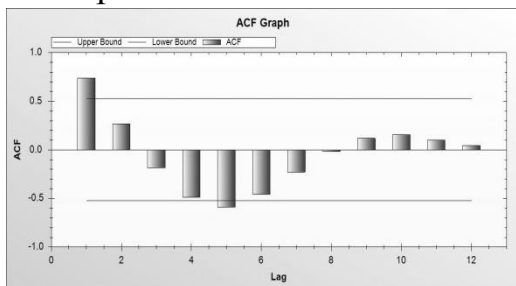
Оценки за близостта на апроксимиращата емпиричните данни функция могат да бъдат остатъчната дисперсия, стандартната грешка, коефициентът на корелация (R), коефициентът на детерминация (R^2). Най-добрият тренд е при най-малка стандартна грешка и най-голяма стойност на R^2 . Независимо от компютърното ранжиране на математичните модели, изследователят трябва да избере този, който е най-близък до реалния като поведение от гледна точка на технологията и на механиката.

Като пример за приложението на времевите редове при изследването на елементите на деформации (в случая E_1) са взети триъгълници №4 и №13 от стената на шламохранилището, посочено в т.IV.2.

Триъгълник №4



Триъгълник №13



фиг.V.2. Графики на ACF и на PACF за триъгълници №4 и №13.

Графиките и изчислените величини за изследвания обект са получени чрез софтуерното приложение „Zaitun Time Series”, чиито изисквания относно минимален брой данни не са съвсем строги [76]. На фиг.V.2 са показани автокорелационната и частната автокорелационна функция за триъгълници №4 и №13.

Изчислени са резултатите от анализа на данните за E_1 за двата триъгълника чрез линеен, квадратичен и кубичен тренд и съответните им оценки.

Следващата стъпка в изследванията е прогнозиране на бъдещи стойности на изследваните параметри за избран момент от време. То може да се извърши и оцени със специализирани софтуерни продукти или с такива, с по-общ характер.

V.3. Визуализация и интерпретация на резултатите от маркшайдерски измервания при изследване на геомеханични процеси

За да се получат правилни оценки от интерпретацията на резултатите е необходимо те да бъдат показани по подходящ начин и в подходяща форма.

В следващите страници са онагледяват тези възможности на база резултатите от определените хоризонтални и вертикални премествания и елементи на деформациите за стената на шламохранилището към мини „Бобов дол” ЕАД.

V.3.1. Визуализация и интерпретация на резултатите за хоризонтални и вертикални премествания

Изчислени са стойностите на хоризонталните и вертикалните премествания чрез предложените в [28] общоизвестни таблични форми (таблици V.3 и V.4):

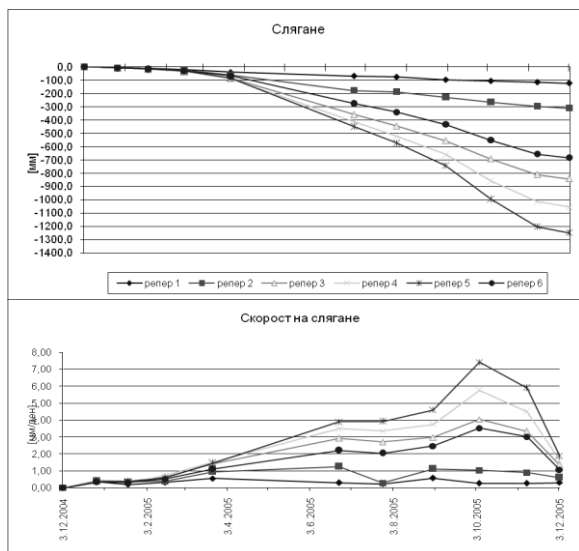
Таблица V.3. Изчисляване на ХОРИЗОНТАЛНИ ПРЕМЕСТВАНИЯ

Дата							$\Delta t_{i-1} = \dots\dots$		$\Delta T_{i1} = \dots\dots$	
№ на наблюдаваната точка	Начални координати, [m]		Текущи координати, [m]		Хоризонтални премествания, [mm]		Скорост на хор.преместване, [mm]/.....		Хоризонтално преместване, [mm]	
	X	Y	X	Y	в хор. равнина	перп. на	в хор. равнина	перп. на	в хор. равнина	перп. на
Наблюдение	I		i		i - (i-1)		i, (i-1)		i - I	
т.1										
т.2										

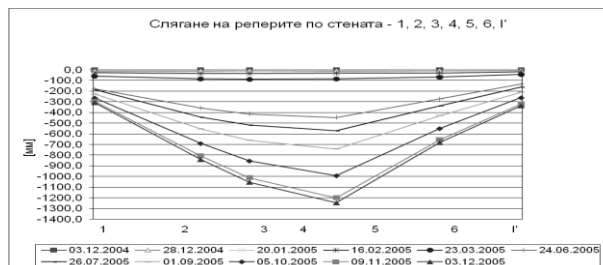
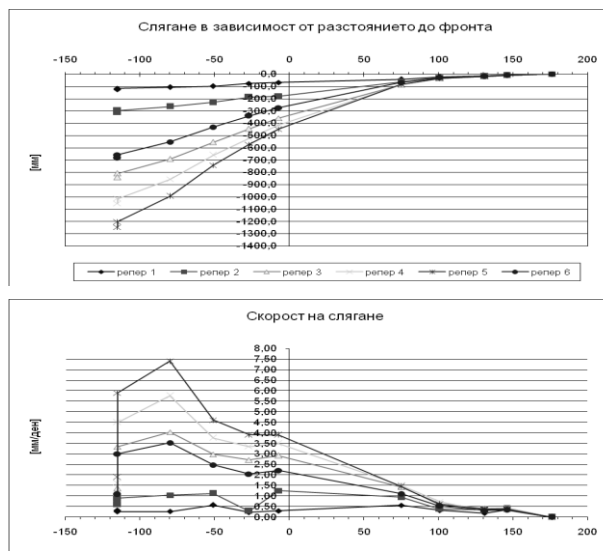
Таблица V.4. Изчисляване на ВЕРТИКАЛНИ ПРЕМЕСТВАНИЯ

Дата				$\Delta t_{i-1} = \dots\dots$	$\Delta T_{i1} = \dots\dots$
№ на наблюдаваната точка	Начална кота, [m]	Текуща кота, [m]	Вертикални премествания, [mm]	Скорост на верт.преместване, [mm]/.....	Вертикално преместване, [mm]
Наблюдение	<i>l</i>	<i>i</i>	<i>i - (l-1)</i>	<i>i, (l-1)</i>	<i>i - l</i>
т.1					
т.2					

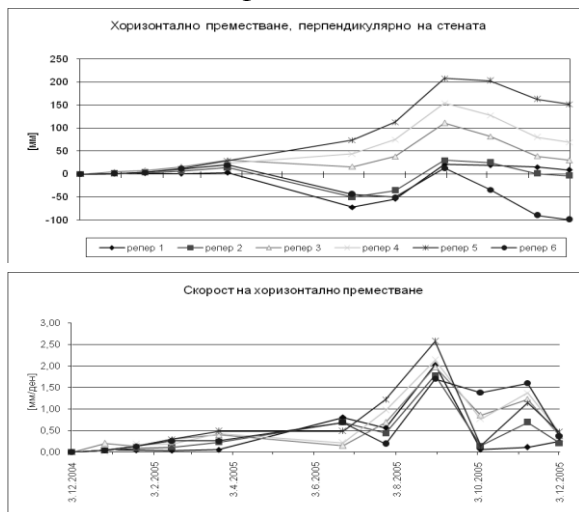
На фиг.V.4 и фиг.V.5 са показани графиките на изчислените вертикални и хоризонтални премествания и техните скорости на някои от реперите по стената за проведените наблюдения.



фиг.V.4.



фиг.V.6. Вертикални премествания и скорости в зависимост от отстоянието от фронта и от разположението по стената



фиг.V.5

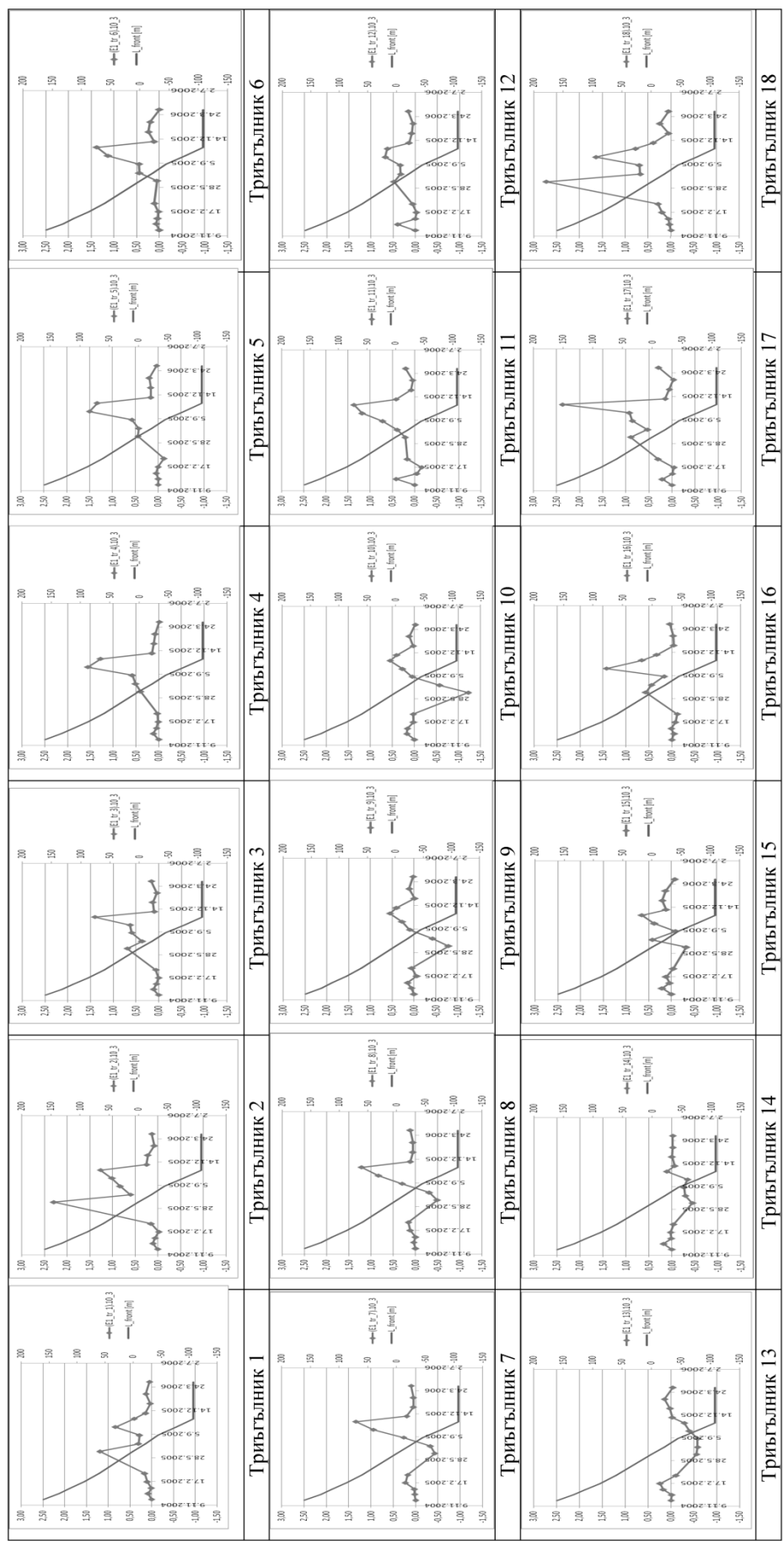
На фиг.V.6 се виждат вертикалните премествания и техните скорости на същите репери в зависимост от отстоянието им от фронта и от разположението им по стената.

V.3.2. Визуализация и интерпретация на резултатите за елементите на деформациите

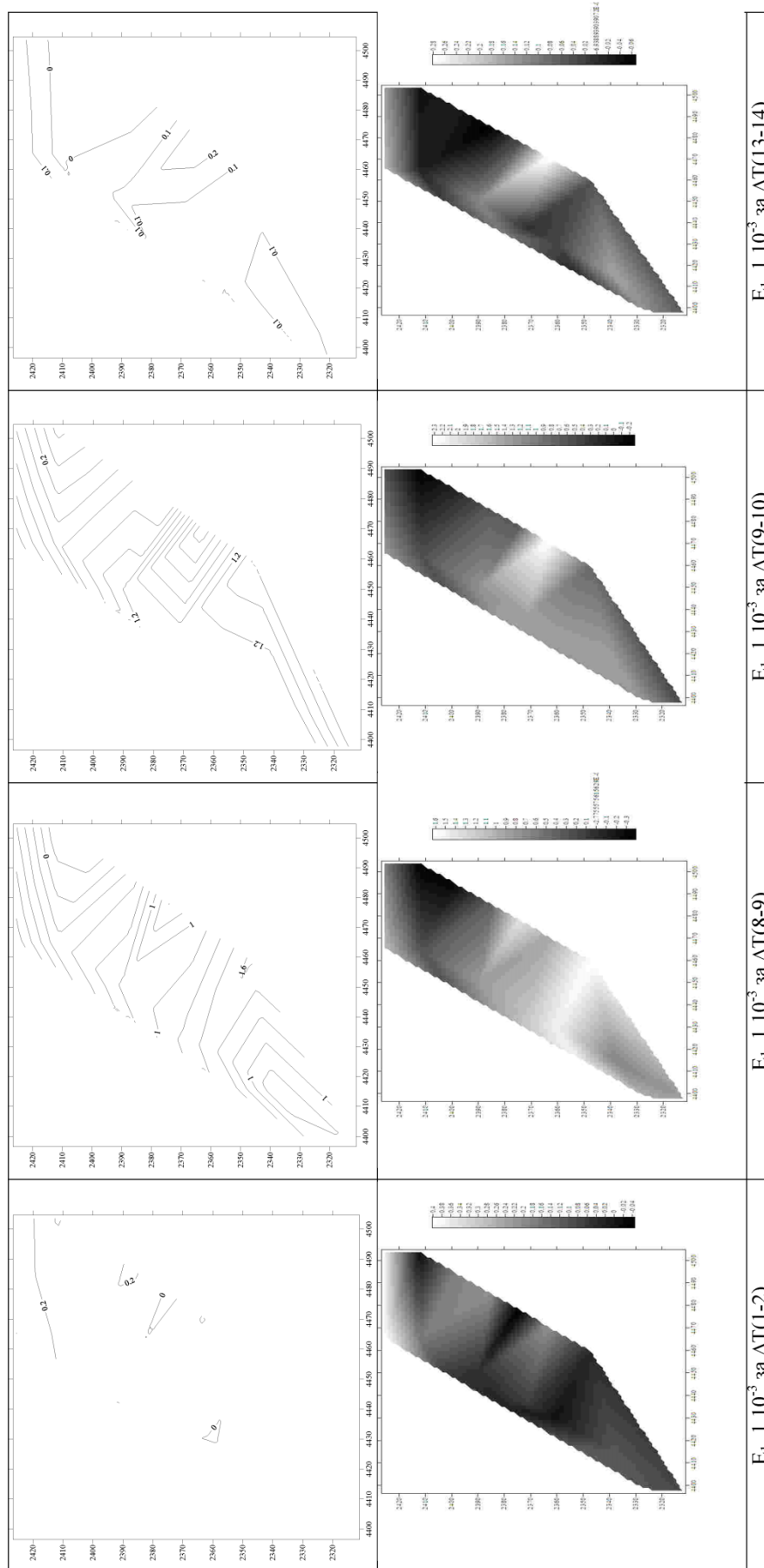
За определяне и характеризирание на деформационното състояние на стената на шламохранилището в периода на подработване, са изчислени елементите на деформации за всеки от 18-те триъгълника от мрежата.

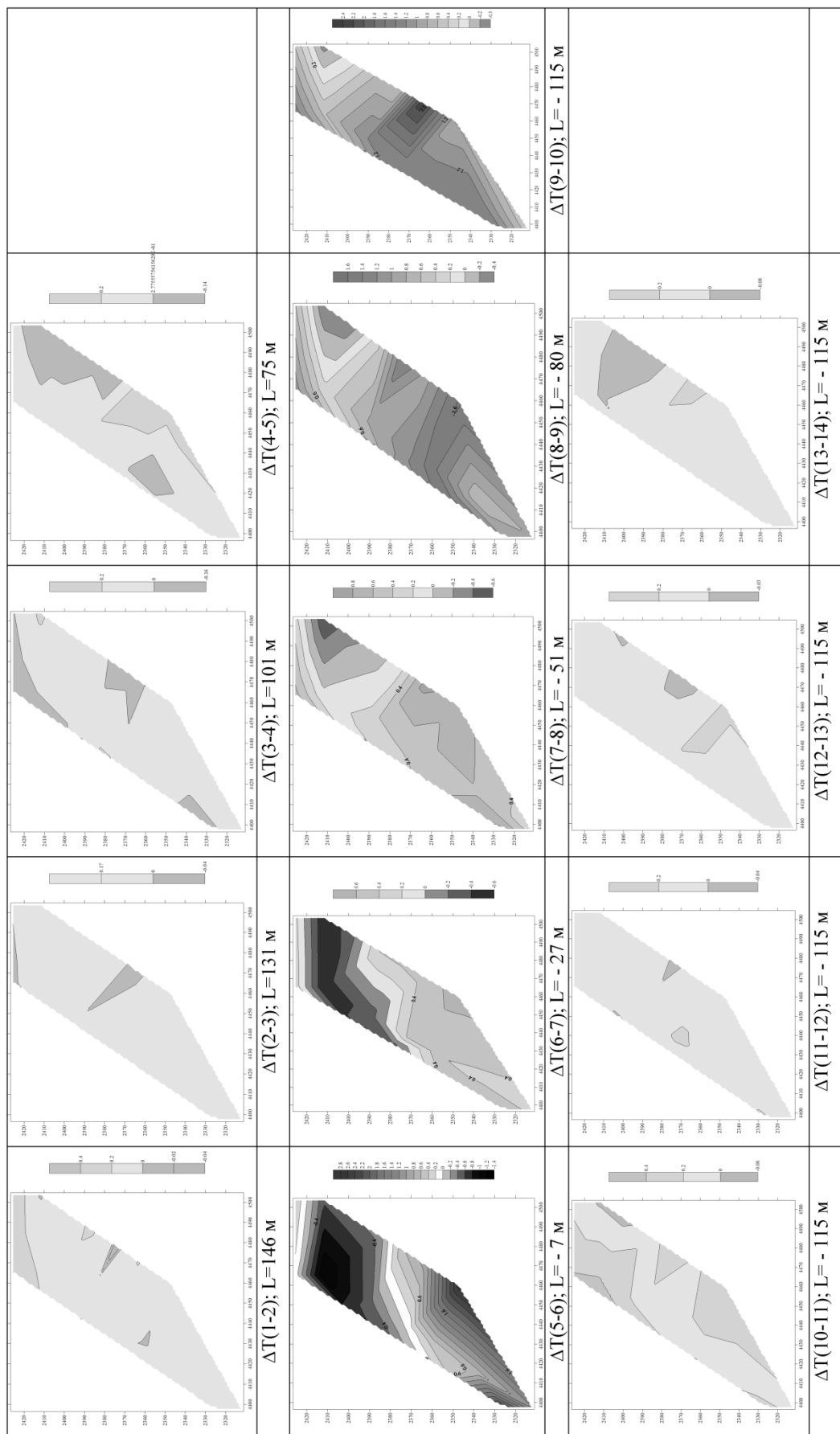
На следващата фигура (фиг.V.7) се вижда изменението във времето на стойностите на главната деформация E_1 за всеки от разглежданите триъгълници и отстоянието на стената на шламохранилището от движещия се въглищен фронт. Направени са изводи относно получените резултати.

Изменението на деформационното поле на обекта може да бъде показано и чрез различни графични модели, генерирани например в средата на



Фиг. V.7. Графики на $E_L \cdot 10^{-3}$ и отстояние (L) на стената от линията на добивния фронт за целия срок на наблюденията





Фиг. V.13. Контурни карти за $E_1 \cdot 10^{-3}$ и отстояние (L) на стената от линията на добивния фронт в интервалите (ΔT) между измерванията

софтуерния продукт SURFER 8.0, като *3D-повърхнина*, *мрежеста (wireframe) карта*, *векторна карта* и *релефна карта със светлосенки*.

На фиг.V.9 са показани графики за разпределението на стойностите на главната деформация E_1 за интервалите между (1-2), (8-9), (9-10) и (13-14) измервания. За целта са използвани контурни карти и образни (image) карти. Има създадени подобни графични модели и за другите елементи на деформациите: E_2 , θ , γ_m .

На фиг. V.13 са показани контурни карти за $E_1 \cdot 10^{-3}$ и отстоянието (L) на стената от линията на добивния фронт в интервалите (ΔT) между всички измервания.

V.4. Изводи

Въз основа на показаното в тази част на разработката може да се направят следните изводи и заключения:

1. За подобряване на оценките при избора на модел както за представяне на деформационния процес във времето, така и за прогнозиране на бъдещи стойности на изследваните параметри, е необходимо натрупване на по-голям брой данни от измервания.

2. Следвайки динамиката на деформационния процес след всяко наблюдение трябва да се проверява и избира подходящият за момента модел, който след правилна интерпретация на резултатите, да определи интервала от време до следващото измерване въз основа на предварително зададена стойност на опасни деформации.

3. Използването на възможностите на съвременна както измервателна, така и изчислителна техника и подходящи софтуерни продукти осигурява надеждност и представителност на крайните резултати от изследванията.

4. Подходящото визуално представяне на междинни и крайни резултати от маркшайдерските измервания подпомага значително изследователския процес и позволява вземането на правилни своевременни инженерни решения относно безопасността на наблюдавания обект.

5. Графично представените стойности на инвариантните характеристики на деформациите, съвместени с някои технологични фактори, дават много ясна представа за връзките помежду им и обясняват текущото геомеханично състояние на скалния масив, породено от влиянието на минните работи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методологията на изучаване на процесите в скалния масив се основава на наблюдения в естествени условия, съвместно с методи за моделиране и аналитични изследвания. За правилните решения от значение е оценката на масива (средата), като в зависимост от нея е използването на съответен формулен апарат.

В масовата практика за изучаване на деформираното състояние на скалния масив се използват ъглово-дължинни и височинни маркшайдерски измервания, които служат за определяне предимно на геометрични елементи: линейни

размери на зони в масива с различно деформирано състояние; граници на зони при подработване и надработване; параметри на процеса на движение на скалите; изменение на размерите и формата на минните изработки. Чрез тези измервания се установяват хоризонтални и вертикални премествания и техните скорости през различните стадии на деформационния процес.

Представената разработка изследва възможността за използване на маркшайдерски измервания при изучаване на напрегнато-деформираното състояние на скалния масив, на съоръжение или на друг обект. Предложен е метод за определяне на стойностите на инвариантните характеристики на деформациите и техните точности по данни от тези измервания.

Приложимостта на метода се доказва от резултатите при изследване на деформираното състояние на скалния масив за обекти от минната практика – подработвана стена на шлагохранилище, скалния масив в близост до вертикална шахта за условията на въглищен рудник, целик в полиметално находище. В разгледаните примери от практиката се потвърждава общата представа за поведението на масива при съответните технологични условия.

Показана е връзката между стойностите на главните деформации и допустимите (критични) хоризонтални деформации за различни съоръжения и обекти.

В разработката са посочени и възможности за математическото описание на изследваните процеси, както и за прогнозиране на бъдещи стойности на изучаваните величини. Решаването на тези проблеми, съвместно с подходящото им графично представяне, допринася за вземането на подходящи решения относно устойчивостта на скалния масив и обектите и възможността за тяхното безопасно и дълговременно използване.

С разработената методика и с направеното изследване за нейната приложимост са решени поставените задачи, с което е постигната целта на дисертационния труд.

НАСОКИ ЗА БЪДЕЩИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

При последващо изучаване на изменението на деформираното състояние на скалния масив или обект, с използване на предлагания в тази разработка метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите, авторът вижда необходимост от решаването на следните задачи:

- Определяне влиянието на размера на страните на триъгълниците върху крайните резултати;

- Определяне влиянието на формата на триъгълниците върху крайните резултати;

- Определяне на връзка между стойностите на главните деформации и на допустимите (критични) вертикални деформации за различни обекти и съоръжения.

ПРЕТЕНЦИИ ЗА НАУЧНО - ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

Въз основа на научно-изследователска работа и приложни изследвания и резултати от тях, представени в дисертационната работа, може да се формулират следните научно-приложни приноси:

1. Предложен е метод за определяне на инвариантните характеристики на деформациите в скалния масив, обект или съоръжение (т.ІІІ.1), чрез използване на резултати от маркшейдерски измервания.

2. Дефинирани са възможни области на приложение (т.ІІІ.3) на предлагания метод за условията на минната практика при подземно и открито разработване на находища, както и за някои видове обекти и съоръжения на земната повърхност.

3. Предложени са формули за изчисляване на частните производни за оценка на точността на елементите на деформации (т.ІІІ.2.2, ІІІ.2.3, ІІІ.2.4) и се потвърждава възможността за приложение на численото диференциране при направените изследвания.

4. Идентичността на резултатите при различните варианти на метода дава възможност да се оценява точността им по предложените формули, като за целта:

а) при директни измервания (т.ІІІ.2.6) – използват се директно изведените средни квадратни грешки на измерените дължини на страните;

б) при индиректните измервания (т.ІІІ.2.6) – използва се цялата информация, до получаване на корелационната матрица за индиректно получените дължини на страните.

в) при независими наблюдения от една станция (т.ІІІ.2.7).са предложени формули за определяне на точността на страните на триъгълниците.

5. Определена е връзката между стойностите на главните деформации и допустимите (критични) хоризонтални деформации (т.ІІІ.2.8). за различни съоръжения и обекти.

6. Чрез резултатите от изследването на деформираното състояние на скалните масиви при:

а) подработване на стената на шламохранилището (т.ІV.2);

б) подработване на ВШ „Кичеста” (т.ІV.3);

в) целик в р-к „Джурково” (т.ІV.4),

се потвърждава общата представа за поведението им при съответните технологични условия.

7. Предложени са различни възможности за визуализация и интерпретация (т.V) на получените резултати.

ПУБЛИКАЦИИ

Основните моменти в дисертационния труд са разгледани в следните публикации:

1. Цонков, А., Използване на резултати от маркшайдерски измервания при изследване на геомеханични процеси, XIII Национална конференция с международно участие по открит и подводен добив-Международен дом на учените "Фр.Ж.Кюри" 1-5 септември 2015, ISSN:1314-8877.

Цонков, А., Изучаване на деформационното състояние на скалния масив при изземване на въглищни запаси в близост до вертикална шахта чрез маркшайдерски измервания, VII Международна конференция по геомеханика, Международен дом на учените "Фр.Ж.Кюри", 27 юни-1 юли 2016, ISSN 1314-6467.

2. Цонков, А., Интерпретация на резултати от маркшайдерски измервания при изследване на геомеханични процеси, Пета национална научно-техническа конференция с международно участие "Технологии и практики при подземен добив и минно строителство", гр. Девин, 4-7 октомври 2016, ISSN 1314-7056.

БИБЛИОГРАФИЯ (пълнен списък)

1. Агошков, М.И., И.Т.Айтматов, Ш.А.Болгожин и др., Проблемы механики горных пород и разработки месторождений полезных ископаемых, „Илим“, Фрунзе, 1982, 466 стр.
2. Алимжанов, М.Т., Об одной модели работы горного массива вблизи выработки, Вопросы механики горных пород, Сборник Московского горного института, Недра, Москва, 1971.
3. Ангелов, К., Инженерна геодинамика, учебник за МГУ, София, 1997, 237 стр.
4. Андонов, Е., Р.Парашкевов, Върху поведението на системата "скали-податлив метален крепеж" в зоната на опорния натиск, Въглища, бр.9, 1981.
5. Бажин, Н.П., О.И.Мельников, В.С.Пиховкин, В.В.Райский, Охрана подрабатываемых подготовительных выработок, Недра, Москва, 1978.
6. Басинский, Ю.М., В.Ф.Водянов, В.М.Кулешов и др., Охрана капитальных выработках от влияния очистных работ, Киев, Техника, 1983.
7. Басинский, Ю.М., Е.А.Иванов, Исследование влияния сопротивления крепи на величину и скорость смещения пород на контуре капитальной выработки, сб. ВНИМИ LXIII, Ленинград, 1967.
8. Берон, А.И., Е.С.Ватолин, М.И.Койфман и др., Свойства горных пород при разных видах и режимах нагружения, Москва, „Недра“, 1984, 276 стр.
9. Болгоин, Ш.А., Ф.И.Клиновицкий, Геомеханические условия охраны подготовительных выработок при отработке угольных пластов, Наука, Казахск.ССР, Алма-Ата, 1982.
10. Борисов, А.А., Механика горных пород и массивов, Москва, Недра, 1980.
11. Влох, Н.П., Управление горным давлением на подземных рудниках, Недра, Москва, 1994.
12. Вълков, М., Геомеханични модели в минното дело, изд.къща "Св.Ив.Рилски", София, 2011.
13. Върбанов, Хр., А.Тепавичаров, Т.Ганев, Приложна теория на еластичността и пластичността, изд. Техника, София, 1992.

14. Горные науки освоение и сохранение недр земли, под ред. акад. К.Н. Трубецкого, изд. Академии горных наук, Москва, 1997.
15. Господинов, Сл., Определяне на блоково обусловени равнинни деформации на земната кора посредством измерени пространствени хорди, Военно-топографска служба, 2011.
16. Григоренко, А.Г., Измерение смещений оползней, Москва, Недра, 1988.
17. Грицко, Г.И., В.А.Шалауров, Горное давление при групповой разработке пластов, АН СССР, Сибирское отделение, „Недра”, Новосибирск, 1978.
18. Давыдович, И.Л., Н.П.Бажин, Ю.П.Коренной и др., Горное давление в подготовительных выработках угольных шахт, Москва, Недра, 1971.
19. Даскалова, М., Върху определянето на деформации с методите на геодезията, год. УАСГ, св.3, т. XXXIX, 1998.
20. Демидович, Б.П., И.А.Марон, Основы вычислительной математики, изд. Второе, исправленное, Госуд. изд. физико-матем. литературы, Москва, 1963.
21. Дерменджиев, Кр., Изследвания върху дълговременните свойства на скалите във връзка с повишаване устойчивостта на подземните минни изработки, дисерт. труд, София, 1979.
22. Дерменджиев, Кр., Комплексна процедура за изследване и проектиране на участъкова добивна технологична схема, хабил. труд, София, 2006.
23. Димов, И., Нова хипотеза относно образуването и развитието на нееластично-вискозна област около единичните хоризонтални изработки и шахти. Год. ВМГИ,
24. Есиков, Н.П., Методы кинематического анализа современных движений земной поверхности, Геол. и геофизика, № , стр.130-141.
25. Златанов, Г., Обобщение на метода на най-малките квадрати за изравнение на нормално разпределени измервания, печ.база УАСГ, София, 1996.
26. Иванов, В., Геомеханична оценка на масива след закриване на р-к „Росен”, Бургаски медни мини ЕАД, год. на МГУ, т.49, св. II, 2006.
27. Иванов, В., Геомеханична оценка на р-к „Димов дол”, (Маданско рудно поле), год. на МГУ, т.50, св. II, 2007.
28. Инструкция за изследване на деформациите на сгради и съоръжения чрез геодезически методи, София, 1980.
29. Инструкция за опазване на обектите и съоръженията от вредното влияние на минните работи във въглищните басейни. Министерство на енергетиката. София, 1983.
30. Инструкция за опазване на съоръженията и обектите от вредното влияние на подземните минни работи за условията на рудните находища, КНИППИ „Нипроруда”, София, 1989.
31. Йофис, М.А., А.И.Шмелев, Инженерная геомеханика при подземных разработках, Недра, Москва, 1985
32. Катков, Г.А., А.А.Журило, Проявления горного давления при выемке пластов с труднообрушаемыми породами кровли, Уголь, бр.8, 1983.
33. Кошелев, К.В., А.И.Ланда, Ю.А.Петренко, Деформирование подготовительных выработок в зонах геологических нарушений, Уголь, бр.10, 1982.
34. Кратч, Г., Сдвигание горных пород и защита подрабатываемых сооружений, „Недра”, Москва, 1978.
35. Крупенников, Г.А., А.М.Козел, Методические вопросы исследований проявлений горного давления в капитальных выработках, сб. ВНИМИ LXV. Горное

давление, движение горных пород и методика маркшейдерских работ., Ленинград, 1966.

36. Кузнецов, Г.Н., К.А.Ардашев, Н.А.Филатов и др., Методы и средства решения задач горной геомеханики, Москва, „Недра”, 1987.

37. Кузнецов, М.А., А.Г.Акимов, В.И.Кузьмин, М.Г.Панталеев, М.Ф.Чернишев, Сдвигание горных пород на рудных месторождениях, „Недра”, Москва, 1971.

38. Кузьмыч, А.С., Н.Т.Калюжный, А.С.Видулин, Расположение полевых выработок при разработке угольных месторождений, Недра, Москва, 1981.

39. Кулешов, В.М., Закономерности деформирования подрабатываемых и надрабатываемых угольных пластов, Разработки месторождений полезных ископаемых, вып.50, Техника, Киев, 1978.

40. Лекции по математика на СУ "Св. Климент Охридски".

41. Маждраков, М.Г., Маркшайдерство. Методика на маркшайдерските работи в откритите рудници, учебник ВМГИ, София, 1983.

42. Макаров, А.Б., Практическая геомеханика. Пособие для горных инженеров., „Горная книга”, Москва, 2006, 387 стр.

43. Манов, А., Статистика със SPSS, Тракия-М, София, 2001.

44. Марков, Г.И., Новые представления о формировании напряженно-деформированного состояния пород в верхней части земной коры и их научно-методологическое и практическое значение, Механика горных пород при подземном строительстве и освоении месторождений на больших глубинах (Памяти чл.кор. АН СССР И.А.Турчанинова). Ленинград, „Наука”, 1983.

45. Масов, Т., Геодезически работи при оценка на риска от природни бедствия, XXV межд.симп.”Съвременните технологии, обучението и професионалната практика в геодезията и свързаните с нея области”, София, 05-06 ноември 2015.

46. Методические указания по исследованию горного давления на угольных и сланцевых шахтах, ВНИМИ, Ленинград, 1973.

47. Минчев, И.Т., Механика на непрекъснатите среди, София, Техника, 1980.

48. Михайлова, Е., Прогнозиране проявите на скалния натиск в зоната на влияние на дългите добивни забои, хабил. труд, 1980.

49. Михайлова, Е., А.Тончев, Е.Николов, М.Мушакова, Повишаване устойчивостта на изработките в зоната на влияние на добивните работи в рудник “Гита Господинова”, Задача 2.58, междинен отчет, МНИ ПКИ “Минпроект-ДНИ”, юни 1986.

50. Николов, Е.Д., Прояви на скалния натиск в подготвителните изработки в рудник “Бабино”, Варна, V конгрес междунар. маркш. конгрес, том 4, стр.159.

51. Парашкевов, Р., Механика на скалите, София, Техника, 1969.

52. Райский, В.В., Влияние осадок основной кровли на неравномерного деформирования пород в подготвительных выработках, сб. ВНИМИ XLII, Ленинград, 1961.

53. Сборник ВНИМИ LXXXI, 1970.

54. Сонин, С.Д., М.Н.Шейхт, И.Л.Черняк, В.С.Лукичев, Борьба с пучением пород в горных выработках, Недра, Москва, 1960.

55. Справочник маркшейдерскому делу, под ред. А.Н. Омельченко, 4-е изд.перераб. и доп., М., „Недра”, 1979.

56. Справочник по маркшайдерство, Научен редактор М.Г.Маждраков, София, Техника, 1979.

57. Тагамлици, Я., Диференциално смятане, шесто издание, ДИ Наука и изкуство, 1978.
58. Тадеев, А.А., О картографическом смысле инвариантных характеристик деформации земной поверхности, Геодезия, картография и аэрофотосъемки, №43, стр.117-121.
59. Тер-Степанян, Г.И., Геодезические методы изучения динамики оползней, изд. 2-е, перераб., М., „Недра”, 1979, 157 стр.
60. Турчанинов, И.А., М.А.Йофис, Э.В.Каспарьян, Основы механики горных пород, Ленинград, Недра, 1989.
61. Турчанинов, И.А., Развитие механики горных пород, Механика горных пород при подземном строительстве и освоении месторождений на больших глубинах (Памяти чл.кор. АН СССР И.А.Турчанинова). Ленинград, „Наука”, 1983.
62. Указания по рациональному расположению, охране и поддержанию горных выработок на угольных шахтах СССР, ВНИМИ, Ленинград, 1977.
63. Ушаков, А.Н., А.Н.Белоликов, В.Н.Земисев, Г.А.Кротов, Г.Н.Кузнецов и др., Маркшейдерское дело, учебник для вузов, М., „Недра”, 1989.
64. Фильчаков, П.Ф., Численные и графические методы прикладной математики, Наукова думка, Киев, 1970.
65. Фисенко, Г.Л., Предельные состояния горных пород вокруг выработок, Москва, Недра, 1976.
66. Харалампиев, К. SPSS за напреднали, Университетско изд. Св.Кл.Охридски, С., 2007.
67. Христов, Ст., Устойчивост и отводняване на откосите в откритите рудници и кариери, изд.къща „Св.Ив.Рилски”, МГУ, София, 2000.
68. Хрисчев, Г.С., Влияние на подземните минни работи върху устойчивостта на земната повърхност, Техника, София, 1991.
69. Хрисчев, Г.С., К.Йотов, К.Георгиев, Опазване на съоръженията и обектите от вредното влияние на подземните минни работи, Техника, София, 1978.
70. Хрисчев, Г.С., Опазване на съоръженията и обектите от вредното влияние на подземните минни работи, „Техника”, София, 1967.
71. Цонков, Ал., Изследване на геомеханични процеси чрез маркшайдерски измервания, Четвърта национална научно-техническа конференция с международно участие "Технологии и практики при подземен добив и минно строителство", Девин, 2014.
72. Цонков, Ал., Оценка на възможността за приложение на някои геодезични задачи при наблюдения на устойчивостта на стената на шламохранилище към "Мини Бобов дол" ЕАД., Юбилейна национална маркшайдерска конференция с международно участие "Иновации в маркшайдерството и геотехниката", Варна, 2003.
73. Черняк, И.Л., А.Б.Юсов, Управление массивом пород вокруг подготовительной выработки с помощью активного распора, Уголь, бр.9, 1982.
74. Черняк, И.Л., В.Ф.Черкасов, Д.И.Бухный, Периодичность проявлений горного давления в подготовительных выработках, Уголь, бр.5, 1983.
75. Шушков, А.М., Э.А.Феликс, Охрана наклонных горных выработок от вредного влияния надработки, сб. ВНИМИ, LVII, Ленинград, 1965.
76. Zaitun Time Series V 0.2.1 - User Manual

SUMMARY

DETERMINATION OF THE INVARIANT CHARACTERISTICS OF THE DEFORMATIONS BY MINE SURVEYING MEASUREMENTS

Alexander Evtimov Tsonkov

The presented study explores the possibility of using mine surveying measurements in studying the strained-deformed state of the rock massif, facility or other object. A method is proposed for determining the values of the invariant characteristics of the deformations and their accuracy by data from these measurements.

The applicability of the method is evidenced by the results of the study of the deformed state of the rock massif for sites from the mining practice - undermined wall of a sludge storage site, a rock mass near a vertical shaft for the conditions of a coal mine, a pillar in a polymetal deposit. In the case studies examined, the general idea of the behavior of the array in the respective technological conditions is confirmed.

The relationship between the values of major deformations and acceptable (critical) horizontal deformations for different facilities and objects is shown.

The thesis also presents possibilities for the mathematical description of the studied processes as well as for forecasting of future values of the studied quantities. Solving these problems, along with their appropriate graphical representation, contributes to making appropriate solutions to the sustainability of the rock mass and sites and the possibility of their safe and long-term use.