

## ДВИЖЕНИЕ НА МАТЕРИАЛНА ЧАСТИЧКА ВЪВ ВЪРТЯЩ СЕ ЦИЛИНДРИЧЕН БАРАБАН

Кристиян Цветков

МГУ "Св. Иван Рилски", 1700 София

**РЕЗЮМЕ:** В работата се изследва движението на материална частичка (точкова маса) в хоризонтален цилиндричен барабан. Изследва се относителното движение на частичката спрямо вътрешната цилиндрична повърхнина на барабана под действие на собственото ѝ тегло, центробежната сила и силата на триене. Получени са аналитични зависимости за определяне на ъгъла на завъртане и ъгловата скорост на частичката. На базата на получените аналитични зависимости е изследвано влиянието на основни геометрични, физични и кинематични параметри върху относителното движение между барабана и материалната частичка. Влиянието на отделните параметри върху това движение е представено в графична форма. Извършен е анализ на получените резултати, който позволява да се направи качествена и количествена оценка на влиянието на отделните параметри върху изследвания механичен процес.

### MOTION OF A MATERIAL PARTICLE IN A ROTATING CYLINDRICAL DRUM

*Kristian Tsvetkov*

<sup>1, 2</sup> UMG ST. IVAN RILSKI, 1700 Sofia

**ABSTRACT:** This paper discusses the motion of a material particle (a point mass) in a horizontal cylindrical drum. The particle movement is studied relative to the inner cylindrical drum surface under the action of its own weight, centrifugal force and force of friction. Analytical dependencies have been obtained for determining the rotational angle and the particle angular velocity. The effect of basic geometric, physical and kinematic parameters on the relative movement between the drum and the material particle is investigated on the basis of the analytical dependencies derived. The influence of each parameter on that movement is represented graphically. The results obtained are analyzed thus allowing a qualitative and quantitative assessment of the effect of the individual parameters on the mechanical process under study.

### I. ВЪВЕДЕНИЕ

Различни промишлени процеси, отнасящи се до технологична обработка и преработка на насипни (зърнести) продукти, се осъществяват в апарати, чийто работен орган е въртящ се цилиндричен барабан.

Такива машини са: барабанните зърночистачни и сортиращи машини (триори) в селското стопанство; много смесители и гранулятори в химическата и хранително-вкусовата промишленост; различните барабанни, промивни и пресевни машини в обогатяването, строителството и миннодобивната промишленост.

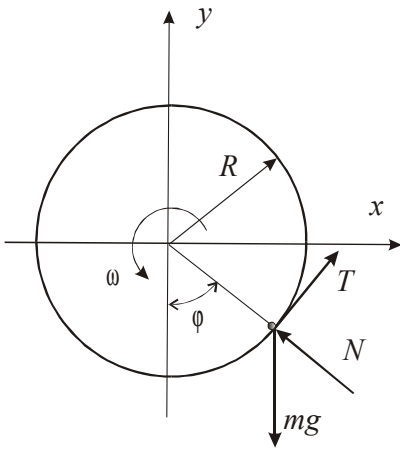
Основна характеристика на работния процес при тези машини е, че той се осъществява вътре във въртящ се цилиндричен (или леко коничен) барабан. Взаимодействието между вътрешната повърхнина на барабана и материалните частички под действие на гравитационните и центробежните сили и породените от тях сили на триене осигурява относителното движение (плъзгане) между частичките и барабана. Това относително движение позволява да се осъществяват технологични процеси като пресяване, промиване, смесване, гранулиране, зърноочистка и др. Стеснените условия на разполагане и движение на материалните частички вътре в барабана позволяват само тяхното относително плъзгане по цилиндричната повърхност.

В настоящата работа се разглежда движението на отделна материална частичка (точка) по вътрешната повърхност на хоризонтален цилиндричен барабан под действие на собственото ѝ тегло, действащата върху нея центробежна сила и силите на триене. Получените резултати ще позволят да се направи както качествена, така и количествена оценка на изследвания процес; ще дадат възможност за формулиране и решаване на оптимизационни задачи. Това ще открие възможности за подходящ избор на конструктивни и техникологични параметри, водещи до най-добри решения.

### II. ТЕОРЕТИЧНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

В цилиндричен барабан с хоризонтална ос е поставена частичка (материална точка). В началния момент точката се намира в най-ниското положение в барабана. Последният се върти с постоянна ъглова скорост  $\omega$ . Поради триенето точката започва да се движи заедно с барабана (фиг.1). Уравненията на движение на точката имат вида:

$$(1) \quad \begin{aligned} 0 &= T - mg \sin \varphi, \\ mR\omega^2 &= N - mg \cos \varphi, \end{aligned}$$



Фиг. 1.

където  $N$  е нормалната реакция,  $T$  е силата на триене,  $R$  е радиусът на барабана,  $m$  е масата на точката,  $g$  е земното ускорение, а ъгълът  $\varphi$  определя положението на точката спрямо неподвижната координатна система  $Oxy$ . Ще приемем, че

$$(2) \quad T = \mu N,$$

където  $\mu$  е коефициентът на триене при плъзгане. Точката ще се движи заедно с барабана, докато силата на триене  $T$  е по-голяма от силата  $mg \sin \varphi$ . При равенство на тези две сили точката е в положение на равновесие  $\varphi_0$ , което се определя от уравнението

$$(3) \quad \sin \varphi_0 = \mu \left( \cos \varphi_0 + \frac{R\omega^2}{g} \right).$$

Ще изследваме движението на точката след достигане на равновесното положение. Съответните уравнения на движение са:

$$(4) \quad \begin{aligned} mR\ddot{\varphi} &= T - mg \sin \varphi; \\ mR\dot{\varphi}^2 &= N - mg \cos \varphi; \\ T &= \mu N, \end{aligned}$$

които водят до

$$(5) \quad \ddot{\varphi} = \mu \left( \dot{\varphi}^2 + \frac{g}{R} \cos \varphi \right) - \frac{g}{R} \sin \varphi,$$

при начални условия:

$$(6) \quad \varphi(0) = \varphi_0, \dot{\varphi}(0) = \omega.$$

Уравнението (5) може да се запише като

$$(7) \quad \frac{1}{2} \frac{d\dot{\varphi}^2}{d\varphi} = \mu \left( \dot{\varphi}^2 + \frac{g}{R} \cos \varphi \right) - \frac{g}{R} \sin \varphi,$$

което притежава интеграла

$$(8) \quad \dot{\varphi}^2 = Ce^{2\mu\varphi} + \frac{2g}{R(1+4\mu^2)} \left[ 3\mu \sin \varphi + (1-2\mu^2) \cos \varphi \right],$$

където интеграционната константа  $C$  в съответствие с уравнения (6) ще се определи от

$$(9) \quad C = e^{-2\mu\varphi_0} \left\{ \omega^2 - \frac{2g}{R(1+4\mu^2)} \left[ 3\mu \sin \varphi_0 + (1-2\mu^2) \cos \varphi_0 \right] \right\}.$$

Понеже  $\omega$  е свързана с  $\varphi_0$  чрез равенството (3), то за  $C$  се получава:

$$(10) \quad C = e^{-2\mu\varphi_0} \left\{ \frac{g}{R\mu} (\sin \varphi_0 - \mu \cos \varphi_0) - \frac{2g}{R(1+4\mu^2)} \left[ 3\mu \sin \varphi_0 + (1-2\mu^2) \cos \varphi_0 \right] \right\}.$$

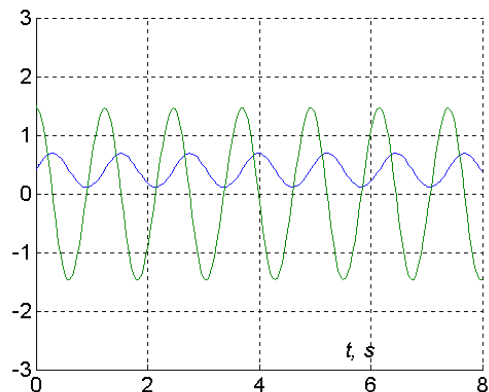
Като заместим в (8)  $\dot{\varphi} = 0$  и  $C$  с израза (10), се получава уравнение за определяне на минималната и максималната стойност на ъгъла  $\varphi$ :  $\varphi_{\min}$  и  $\varphi_{\max}$ . Периодът на това движение  $T_P$  се определя след още едно интегриране:

$$(11) \quad T_P = 2 \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi(\varphi)}},$$

където функцията  $\Phi(\varphi)$  се представя от израза

$$(12) \quad \Phi(\varphi) = Ce^{2\mu\varphi} + \frac{2g}{R(1+4\mu^2)} \left[ 3\mu \sin \varphi + (1-2\mu^2) \cos \varphi \right],$$

при което константата  $C$  е определена от равенство (10).



Фиг. 2.

Движението на точката, определено от решението на уравнение (5), т.е. графиките на  $\varphi(t)$  и  $\dot{\varphi}(t)$ , е показано на Фиг. 2.

В уравнение (5) са приети стойностите:  $\mu = 0,4$ ;  $R = 0,4$  m;  $\omega = 1,5$  rad/s.

Ако в уравнение (3) положим:

$$tg \frac{\varphi_0}{2} = u, \sin \varphi_0 = \frac{2u}{1+u^2}, \cos \varphi_0 = \frac{1-u^2}{1+u^2},$$

се получава квадратното уравнение

$$\mu \left( \frac{R\omega^2}{g} - 1 \right) u^2 - 2u + \mu \left( \frac{R\omega^2}{g} + 1 \right) = 0.$$

Условието за съществуване на реални корени на това уравнение е

$$(13) \quad 1 + \mu^2 \geq \mu^2 \frac{R^2 \omega^4}{g^2}.$$

Уравнение (13) определя и условието за съществуване на равновесното положение  $\varphi_0$ . Но това не е единственото ограничение за изследваното движение. Ще разглеждаме само такива движения на точката, при които тя не напуска вътрешната страна на барабана. Това означава, че  $\varphi_{max} \leq \frac{\pi}{2}$ . Като използваме отново уравнение (8) (за  $\dot{\varphi} = 0$  и  $\varphi = \varphi_{max} = \frac{\pi}{2}$ ), ще намерим съответните стойности на константата  $C$  и на ъгъла  $\varphi_0$ , както и граничната стойност на ъгловата скорост, която ще бъде по-малка от тази, определена от (13).

Естествено е да търсим корена  $\varphi_0$  на уравнението (3) в интервала  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ . Тогава вместо условието (13), ще бъде в сила условието

$$(13a) \quad 1 \geq \mu \frac{R\omega^2}{g}.$$

От последната зависимост, (която гарантира, че точката няма да напусне вътрешната повърхнина на барабана) може да се определи граничната стойност на ъгловата скорост на барабана  $\omega_{UB}$ . Въртеливото движение на барабанната машина в реални условия ще се определя от условието  $\omega \leq \omega_{UB}$ .

### III. АНАЛИЗ НА ТЕОРЕТИЧНИТЕ ИЗСЛЕДВАНИЯ

На фиг. 2 са показани ъгловата скорост  $\dot{\varphi}(t)$  и ъгловото преместване  $\varphi(t)$  на материалната частичка в равнина, перпендикулярна на оста на барабана. Величината на тези параметри определя големината и интензивността на преместването на частичката по вътрешната повърхнина на барабанната машина. Характерът и големината на параметрите  $\varphi(t)$  и  $\dot{\varphi}(t)$  са от значение за осъществяване на технологичните процеси пресяване, смесване, гранулиране и др. в съответните барабанни машини. Колкото динамичността в изменението на  $\varphi(t)$  и  $\dot{\varphi}(t)$  е по-голяма, толкова по-добре се реализира съответния технологичен процес. Очевидно е, почти синусоидалното изменение на величините  $\varphi(t)$  и  $\dot{\varphi}(t)$ , представени на фиг. 2, както и строгата им периодичност, определена от формула (11).

### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Извършените теоретични изследвания се отнасят до взаимодействието на отделна материална частичка и въртящ се цилиндричен барабан в условията на триене при плъзгане. Подобен работен процес се среща в изпълнителните органи на различни технологични машини в обогатяването, миннодобивната, химическата, хранително-вкусовата, селскостопанската и др. промишлености. Такива машини са различните барабанни пресеватели, смесители, гранулятори, зърночистачни и сортиращи машини (триори) и др.

Аналитичните изрази и графичната интерпретация на функционалната връзка между кинематичните, геометричните и физическите параметри на процеса на относително движение между материалната частичка и барабанния изпълнителен орган потвърждават качествено явленията, наблюдавани при реалните технологични машини. Провеждането на разширен обем изчисления с вариране на отделните параметри в широки граници, както и наблюдения на технологичните показатели на реални производствени машини при различни работни режими ще позволи да се прецизират получените аналитични резултати.

### Литература

1. Андреев, С.Е., В.В. Зверевич, В.А. Перов. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. Недра, М., 1980.
2. Барабанные вращающиеся грохоты. Справочник по обогащению руд, т.1, с. 33-35, Недра, М. 1982.
3. Цветков, Х.К. Барабанны пресевни уредби. Учебник по обогатителни машини, с. 44-53. Техника, 1988.
4. Гришаев, И.Г. Переработка пульпы фосфатов аммония различной влажности в промышленных барабанных грануляторах-сушилках. Химическая

- промышленность, 2002, 5, 34-36, ISSN 0023-110X. УДК 661, МСНТИ: 61.13.
5. Селиванов, Ю.Т. К вопросу повышения эффективности работы барабанных смесителей сыпучих материалов. Химическая промышленность, 2002, 7, 52-54, ISSN 0023-110X. УДК 661, МСНТИ: 61.13.
6. Семенов, Д.В. Влияние вида обкатки помольных барабанов планетарных мельниц на основные динамические характеристики. Химическая промышленность, 2004, LXXXI, 3, 126-130, ISSN 0023-110X. УДК 661, МСНТИ: 61.13.
7. Цветков, Х.К., А.И. Янева. Основни силови и технологични показатели на барабанен пресевател. Сп. Геология и минерални ресурси, с. 16-20, кн. 5, 2006.

Препоръчана за публикуване  
Рецензент: доц. д-р В. Пожидаева