

## МНОГОЦЕЛЕВА ОПТИМИЗАЦИЯ НА ПРОЦЕСА СМИЛАНЕ В БАРАБАННА ТОПКОВА МЕЛНИЦА ПО ОБОБЩЕНА ФУНКЦИЯ НА ПОЛЕЗНОСТ

Иван Минин<sup>1</sup>, Петко Недялков<sup>2</sup>, Антоанета Янева<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София, E-mail: [minin@dir.bg](mailto:minin@dir.bg)

<sup>2</sup>Технически университет, 1000 София, E-mail: [nedpetko@tu-sofia.bg](mailto:nedpetko@tu-sofia.bg)

<sup>3</sup>Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София, E-mail: [antoaneta.yaneva@gmail.com](mailto:antoaneta.yaneva@gmail.com)

**РЕЗЮМЕ.** Работата представя продължение на изследването на барабанни топкови мелници. На базата на проведен пасивен факторен експеримент в обогатителна фабрика за медни руди и на получени три целеви функции е избрана обобщена функция на полезност. Резултатите от експеримента са подложени на статистически анализ посредством програмата Statgraphics. Получен е адекватен модел на обобщената функция на полезност. Намерени са оптималните стойности на управляващите фактори, действащи на процеса смилане и графично е показано тяхното влияние върху стойностите на обобщената функция на полезност.

### MULTIPURPOSE OPTIMIZATION OF THE PROCESS OF GRINDING IN A DRUM BALL MILL SUMMARIZED IN THE UTILITY FUNCTION

Ivan Minin<sup>1</sup>, Petko Nedyalkov<sup>2</sup>, Antoaneta Yaneva,

<sup>1</sup>University of Mining and Geology „St. Ivan Rilski“, 1700 Sofia, E-mail: [minin@dir.bg](mailto:minin@dir.bg)

<sup>2</sup>Technical University, 1000 Sofia, E-mail: [nedpetko@tu-sofia.bg](mailto:nedpetko@tu-sofia.bg)

<sup>3</sup>University of Mining and Geology „St. Ivan Rilski“, 1700 Sofia, E-mail: [antoaneta.yaneva@gmail.com](mailto:antoaneta.yaneva@gmail.com)

**ABSTRACT.** The work presents prolongation of drum ball mills examination. A summary function of utility is selected on the base of conducted passive factor experiment in a concentration plant, processing copper ore, and the three obtained functions. The results of the experiment are subjected to statistical analysis using the program Statgraphics. An adequate model of the summary function of utility is received. Optimal values of the governing factors are found and their influence on the summary function of the utility is graphically shown. The most important practical conclusions are systematized.

## 1. Теоретична постановка

Качеството на функциониране на един обект или система е комплексен показател, съставен от множество целеви параметри  $/1/$ . Всеки от тях има определено значение, но не е достатъчен за оптимално управление на обекта. Оптималните стойности на различните целеви параметри обикновено се получават при различни стойности на множество управляващи параметри, а оптимизацията само по един критерий не винаги е най-доброто решение. В действителност реалните технологични оптимизационни задачи винаги са многоцелеви.

Някои от многоцелевите задачи могат да се сведат до един основен параметър, а останалите да играят ролята на областни ограничения. Такова разделяне обаче не винаги е възможно.

Множеството целеви параметри

$$Q(x) = [Q_1(x), Q_2(x), \dots, Q_m(x)] \quad (1.1)$$

носи названието векторен критерий. Оптимизационната задача при векторен критерий изисква намирането на  $x^*$ , при който множеството целеви параметри  $Q_j(x), j = 1, 2, \dots, m$  ще удовлетвори комплекс от компромисни изисквания.

Съществуват различни концепции за решаване на оптимизационните задачи с няколко критерия за оптималност.

Предложените методи могат да се разделят главно на две групи:

1. Методи за намиране на множеството Парето-оптимални решения (множество на неподобряващи се точки).
2. Методи на скаларизацията и компромисните решения.

В задачите за векторна оптимизация се е наложила концепцията за Парето-оптималност съгласно принципа, предложен от Парето  $/1/$ . Парето-оптималното управление е такова, че всяко отклонение от него води до влошаване

на поне един от разглежданите критерии. Или управление  $x^* \in \Gamma_x$  е Парето-оптимално, ако не съществува друго решение  $x^0$  в допустимата област  $\Gamma_x$  така, че

$$Q_j(x^0) \geq Q_j(x^*), j = 1, 2, \dots, m \quad (1.2)$$

като неравенството се спазва строго поне за един от критериите. Посоката на неравенството е съобразена с изискването за максимизация на всеки от критериите. Характерно за Парето-оптимални решения е това, че в допустимата област не съществува друго решение, при което всички компоненти на векторния критерий  $Q_j(x), (j = 1, 2, \dots, m)$  да имат по-добри стойности от Парето-оптималните решения.

При методите за скаларизация и компромисни решения в зависимост от приетата схема за компромис се препоръчва една оптимална точка, която максимално да удовлетворява обобщаващия скаларен критерий (максимум полезност, минимум загуби от утопично решение и др.).

В задачите за многокритериална оптимизация основен проблем е „взимането на решение“ коя точка от компромисната област да бъде избрана за оптимална. Това решение трябва да бъде максимално подпомогнато от избрания метод за многоцелева оптимизация. Избраният метод в настоящата разработка е този на многоцелева оптимизация по обобщена функция на полезност. При него много-целевата оптимизация се свежда към едноцелева, като множеството критерии се привеждат към един. Ако всички критерии имат една и съща дименсия, обобщената целева функция се получава чрез просто сумиране на критериите, умножени на техните тегловни коефициенти  $W_j$ :

$$Q(x) = \sum_{j=1}^m Q_j(x) \cdot W_j \quad (1.3)$$

На практика много рядко се случва всички целеви функции да са с еднаква дименсия и тогава критерият (1.3) не може да се състави. Тогава целевите параметри трябва да се приведат към еднаква скала на измерение и след това да се състави обобщен критерий. За такава скала се използва полезността на получените резултати за целевите параметри при различни стойности на  $X$ . Според теорията на полезност на всяко явление, събитие или целеви параметър може да се постави съответствие с положително число от 0 до +1, което да изразява полезността му.

Целевият параметър  $Q_j(x^{(u)})$  в условията  $u$  за  $X$  се трансформира в коефициент на полезност  $\eta_j(x^{(u)})$  по формулата:

$$\eta_j(x^{(u)}) = \frac{k_j [Q_j(x^{(u)}) - Q_{cj}]}{Q_{max j} - Q_{min j}}, j = 1, 2, \dots, m, \quad (1.4)$$

където:

$k_j = +1$ , когато повишението на  $Q_j$  е полезно, и  $k_j = -1$ , намаляването на  $Q_j$  е полезно;

$Q_{cj}$  е най-безполезният резултат за целевия параметър, зададен по стандарт, отраслова нормала и др. или получен в границите на допустимото пространство. Ако вземем първоначално минималните стойности на този параметър, в последствие ще ги повишаваме, за да свием областта на изследването;

$Q_{max j}$  и  $Q_{min j}$  са границите на полезност, т. е. максималната и минималната стойност на  $Q_j(x)$ . Избирането на границите на полезност се прави по предварително зададени изисквания или по най-добрия и най-лошия резултат, получени за  $Q_j(x)$  в областта  $X \in \Gamma_x$ .

## 2. Избор на обобщена функция на полезност, описваща процеса смилане в БТМ за условията на фабрика „Елаците“

От формула (1.4) всеки целеви параметър  $Q_j$  ще се трансформира в коефициент на полезност  $\eta_j$  в границите от 0 за най-безполезния до +1 за най-полезния резултат. Ако в допустимото пространство  $X \in \Gamma_x$  има резултати за  $Q_j$ , по-лоши от най-безполезния  $Q_{cj}$ , при прилагане на формула (1.4) те се приемат за равни на  $Q_{cj}$ .

След трансформирането на физическите параметри в безразмерни полезности се съставя обобщената функция на полезност. Тя може да бъде:

1. Средноаритметична обобщена функция на полезност без тегловни коефициенти.

$$\phi_a(x) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \eta_j(x) \quad (2.1)$$

2. Средноаритметична обобщена функция на полезност с наличие на теглови коефициенти

$$\phi_a(x) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \eta_j(x) \cdot W_j \quad (2.2)$$

3. Средно геометрична обобщена функция на полезност

$$\phi_a(x) = \sqrt[m]{\eta_1(x) \cdot \eta_2(x) \cdot \dots \cdot \eta_m(x)} \quad (2.3)$$

За описание на процеса смилане в барабанни топкови мелници (БТМ) избираме средноаритметична обобщена функция на полезност без тегловни коефициенти, защото качествена оценка на тегловните коефициенти не може да бъде формулирана в рамките на направените изследвания. От друга страна средногеометричната обобщена

функция на полезност се използва при технологични процеси, за които продуктът не се приема за годен, ако дори един от целевите параметри не отговаря на изискванията за границите на полезност. Освен това използването на средно геометричната обобщена функция на полезност води до натрупване на грешки.

В таблица 1 са показани изчислените стойности на коефициентите на полезност  $\eta_E, \eta_q, \eta_k$  спрямо целевите функции:

1. Относителният енергоразход:

$$E = 0,146218 \cdot D_B \cdot D_B \cdot L_B + 0,0424305 \cdot M_T - 0,0611135 \cdot Q, kWh / t$$

2. Относителната производителност:

$$q = -3,27 \cdot 10^{-2} D_B \cdot D_B \cdot L_B + 2,124 \cdot 10^{-2} \cdot M_T + 6,74 \cdot 10^{-3} \cdot Q, \frac{t}{h \cdot m^3}$$

3. Добивът на разчетна класа:

$$k_{-0,08} = 9,08 \cdot 10^{-2} \cdot Q + 0,124 \cdot (k_{-15} - k_{\text{ш}}) + 0,247 \cdot M_T, \%$$

Трите целеви параметъра са получени след статистически анализ на резултатите от пасивния факторен експеримент, проведен във фабрика „Елаците“. В същата

таблица са показани и трите възможни обобщени функции на полезност (2,1),(2,2),(2.3) със следните означения:

-  $\phi_1$  е средноаритметична обобщена функция на полезност без тегловни коефициенти;

-  $\phi_2$  - средноаритметична обобщена функция на полезност с наличие на теглови коефициенти;

-  $\phi_3$  - средно геометричната обобщена функция на полезност.

Показани са също и стойностите на най-безполезна резултат за целевите параметри съответно  $Q_{CE}, Q_{Cq}, Q_{Ck}$ , както и границите на полезност на целевите параметри  $Q_{max} - Q_{min}$ , необходими за изчисляване на  $\phi_1, \phi_2$  и  $\phi_3$ .

Направените изчисления показват, че коефициентите  $k_j$  за енергоразхода не могат да бъдат с отрицателна стойност, поради факта, че за подобряване на смилането е необходима повече енергия.

### 3. Статистическа оценка на обобщената функция на полезност

Резултатите от таблица 1 са обработени статистически с програмата STATGRAPHICS. Получени са четири модела на средноаритметичната обобщена функция на полезност без тегловни коефициенти като единият е с константа, а другите без константи.

Таблица 1

$W_{ji}$	0,5	0,3	0,2		
$k_j$	1	1	1		
$Q_C$	52,7	11,75	0,728		
$Q_{max} - Q_{min}$	10,7	4,1	0,355		
$\eta_k$	$\eta_E$	$\eta_q$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$
0,8505	0,4659	0,9915	0,76929	0,254433	0,732387
0,3178	0,0927	0,6930	0,367799	0,108425	0,273275
0,1682	0,4366	0,4507	0,351838	0,101743	0,321082
0,0561	0,2463	0,3352	0,212542	0,056327	0,166677
0,0000	0,3488	0,6197	0,322833	0,076193	0
0,5234	0,3293	0,7746	0,542427	0,171797	0,511077
0,1776	0,3122	0,3577	0,282504	0,084664	0,270681
0,6822	0,5951	0,7493	0,675554	0,223172	0,672563
0,3084	0,6439	0,5014	0,484574	0,149219	0,463497
0,4299	0,5976	0,6451	0,557513	0,174412	0,549272
0,6542	0,3415	0,8563	0,617336	0,20027	0,576193
0,6449	0,5683	0,7014	0,638187	0,211066	0,635823
0,4860	0,5317	0,6761	0,564582	0,179238	0,559017
0,8318	0,5659	0,7437	0,713764	0,244792	0,70474
0,6542	0,6293	0,7042	0,662566	0,218909	0,661841
0,5234	0,7049	0,5972	0,608475	0,197527	0,603961
0,4673	0,4512	0,6648	0,527766	0,167323	0,519461

0,4393	0,5512	0,5915	0,52734	0,167767	0,523211
0,4860	0,4854	0,6620	0,54444	0,173665	0,538488
0,3458	0,4805	0,5183	0,448197	0,140235	0,441601
1,0000	0,5829	0,8958	0,826234	0,284678	0,805263
0,7009	0,7756	0,5803	0,685609	0,233069	0,680748
0,7664	0,6073	0,4761	0,616576	0,220195	0,60511
0,6822	1,0000	0,2197	0,633987	0,228355	0,531213
0,4953	0,3805	0,7380	0,537948	0,169805	0,518126
0,4393	0,4390	0,5606	0,479613	0,154482	0,476368
0,2523	0,0463	0,6225	0,307071	0,088193	0,193808
0,1682	0,4585	0,4507	0,359155	0,103938	0,326376
0,1215	0,6561	0,3211	0,36624	0,107267	0,294714
0,7103	0,4195	0,5915	0,573781	0,199768	0,560689
0,0748	0,2732	0,6197	0,322552	0,081093	0,233048
0,7850	0,4610	0,7690	0,671679	0,228206	0,652884
0,7664	0,4390	0,8648	0,690056	0,229281	0,662638
0,6916	0,5049	0,4901	0,562203	0,198429	0,555203
0,3738	0,1195	0,9127	0,468673	0,135102	0,344193
0,4673	0,0756	1,0000	0,5143	0,152109	0,328137
0,6449	0,2805	0,7746	0,566665	0,187169	0,519391
0,3458	0,4780	0,5183	0,447384	0,139991	0,440852
0,4393	0,5220	0,4028	0,454673	0,152258	0,452013
0,3458	0,5537	0,3577	0,419066	0,136848	0,409146
0,2804	0,6707	0,0000	0,317035	0,113802	0
0,0654	0,0000	0,7352	0,266877	0,059918	0
0,3458	0,4756	0,4225	0,414646	0,133362	0,411128
0,6168	0,2805	0,5042	0,467179	0,164468	0,443506
0,5327	0,3195	0,6000	0,484074	0,160736	0,467423

Като модел с най-добри параметри е избран моделът М4. Уравнението на модел без константа в натурални променливи (таблица 2) изглежда по следния начин:

$$\phi_{1,2} = -7,97 \cdot 10^{-3} \cdot D_B^2 \cdot L_B + 9,76 \cdot 10^{-3} \cdot M_T + 3,35 \cdot 10^{-3} \cdot (k_{-15} - k_{III}) - 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2$$

Модел М4 може да бъде оценен като модел с най-висока адекватност. Коефициентът на множествена корелация  $R^2$  е съответно 97,45%, а коригираният коефициент на множествена корелация  $R^2(adj)$  е 97,26%. Този модел има и други високи показатели на оценка. Стойността на показателя на доверителна вероятност (*P-критерий*) за модела е под критичната 0,05, т.е. може да се приеме, че моделът е адекватен с доверителна вероятност над 95%. Друго голямо предимство на този модел е, че той обхваща най-много управляващи фактори.

4. Намиране на оптимално отношение между управляващите фактори, действащи на процеса смилане в БТМ за условията на фабрика „Елаците“

От теорията на управление на технологичните процеси е известно, че режимът е оптимален когато обобщената функция на полезност има максимална стойност. За определяне на максималната стойност на обобщената функция на полезност са използвани програмите „Excel“ и „Matlab“.

Два от управляващите фактора, участващи в обобщената функция на полезност - вътрешният диаметър и дължината на барабана - се променят равномерно, защото са функция от износването. Това дава възможност те да бъдат представени графично в зависимост от получената в предишна работа функция за износване на облицовките -  $i, \%$ .

Други два от управляващите фактори, участващи в обобщената функция на полезност, обаче не подлежат на управление или се поддържат постоянни. Това са  $k_{-15} = 93,2\%$ , стойност, която се поддържа постоянна последните години, и количеството шисти в постъпващата в мелницата руда, фактор, който не може да бъде управляван, и поради това е избрана неговата средна стойност, а именно  $k_{III} = 28,65\%$ . По тази причина при използването на програмата „Excel“ има ограничения с тези стойности и са получени резултати, различни от пресметнатите посредством „Matlab“.

Таблица 2

Параметри на модел М4 без константа

Параметри	Стойност	Стандартна грешка	Т- статистика на Стюдънт		Р критерий
$D_B^2 \cdot L_B$	-0,00797	0,001746	-4,56412		0,000
$M_T$	0,009757	0,001126	8,66219		0,000
$k_{15} - K_{\text{Ш}}$	0,003352	0,001379	2,43085		0,0195
$Q^2$	-1,2E-05	5,49E-06	-2,27014		0,0285
	Сума от квадрати на модела	Степени на свобода	Средно на квадрати на модела	F критерий	Значимост на F
Модел	12,2088	4	3,0522	391,57	0,000
Остатък	0,319589	41	0,007795		
Общо	12,5284	45			
Коефициент на множествена корелация				97.4491 %	
Коригиран коефициент на множествена корелация				97.2624 %	
Стандартна грешка				0.0882885	
Средна абсолютна грешка				0.0704934	
Статистика на Дърбън - Отсън				1.0442	
Остатъчна автокорелация				0.435233	

Стойностите на управляващите фактори, при които ОФП е максимална, са показани в таблица 3:

Таблица 3

Управляващи фактори						ОФП	Програма
$D_B, m$	$L_B, m$	$M_T, t$	$Q, t / h$	$k_{15}, \%$	$K_{\text{Ш}}, \%$	$\phi_{1max}$	
4,07	6,14	174,4	123	93,2	11,3	0,9772	Matlab
4,07	6,14	174,4	123	93,2	28,65	0,942	Excel

5.Графично представяне на оптималното отношение на управляващите фактори

За по-добро графично представяне на получените резултати един от параметрите се ограничава като постоянен, а се дава влиянието на останалите два върху обобщената функция на полезност. Тя зависи от три параметъра, а не е възможно едновременното графично показване на изменение на всички параметри.

За графично представяне на зависимостта на обобщената функция на полезност от масата на топките и натоварването на мелницата с руда, са избрани два варианта на износване – при нова облицовка ( $i=0\%$ , фиг.1) и при максимално допустимо износване - преди подмяната и ( $i=100\%$ , фиг.2). Използвана е програмата „SURFER 8”.

За графичното представяне на зависимостта на обобщената функция на полезност от масата на топките и износването са избрани два варианта на натоварване с руда – с ниски стойности ( $Q=115t/h$ , фиг.3) и с максимално натоварване за експеримента ( $Q=165t/h$ , фиг.4).

За графичното представяне на зависимостта на обобщената функция на полезност от натоварване на мелницата с руда и износването са избрани два варианта

на масата на топките – при минимално количество ( $M=120t$ , фиг. 5) и при максимално количество топки ( $M=175t$ , фиг. 6).

#### 6.Изводи

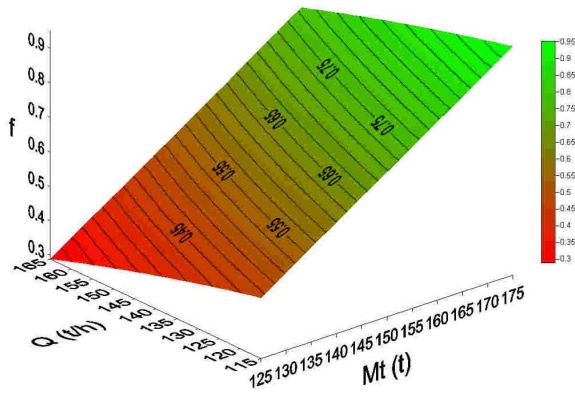
След анализ на получения математичен модел на обобщената функция на полезност и графиките, показващи влиянието на отделните фактори върху тази функция, могат да бъдат направени следните изводи:

1. Мелниците от този тип, работещи в условията на „Елаците мед” – АД, имат оптимален режим на работа при нови облицовки, минимално натоварване с руда и максимален топков товар в диапазона на направените измервания.

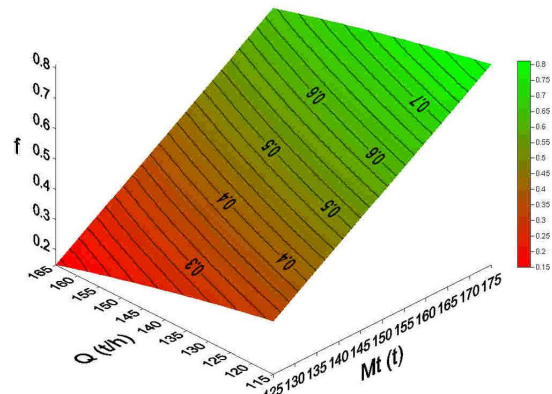
2. Количеството топки в барабана на мелницата в никакъв момент не трябва да е по-малко от 140 тона.

3. Мелниците от този тип, работещи в условията на „Елаците мед” – АД, имат оптимален режим на работа при нови облицовки, минимално натоварване с руда и максимален топков товар в диапазона на направените измервания.

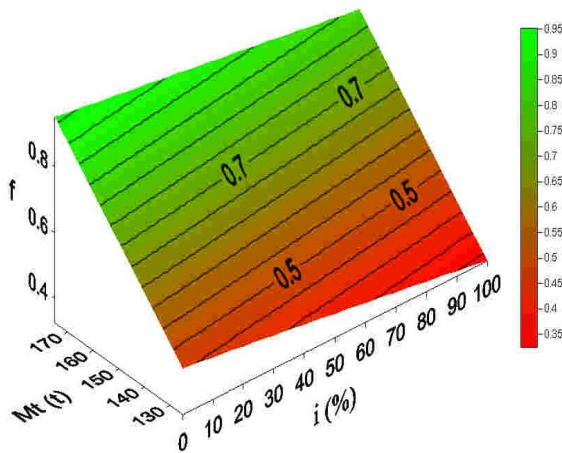
4. Количеството топки в барабана на мелницата в никакъв момент не трябва да е по-малко от 140 тона.



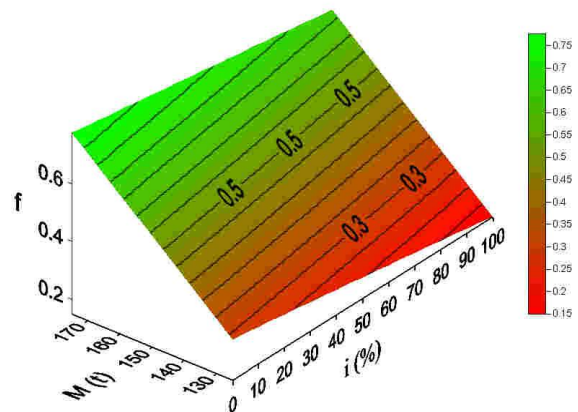
Фиг. 1.  $\phi = f(M_t, Q, i = 0\%)$



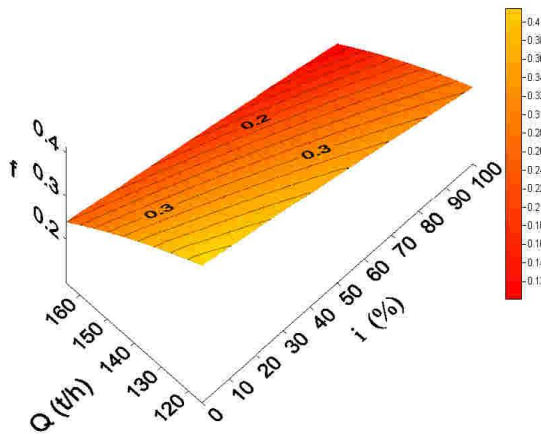
Фиг. 2.  $\phi = f(M_t, Q, i = 100\%)$



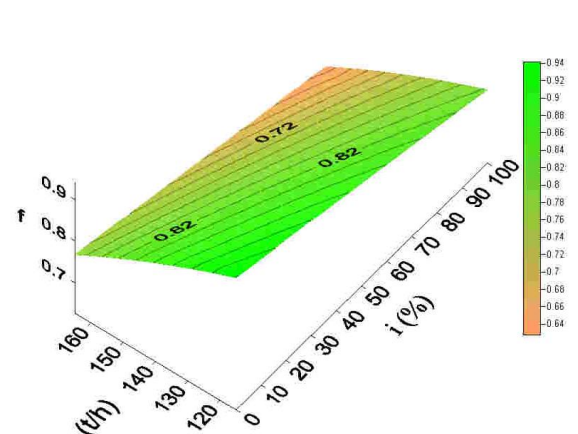
Фиг. 3.  $\phi = f(M_t, i, Q = 115t / h)$



Фиг. 4.  $\phi = f(M_t, i, Q = 165t / h)$



Фиг. 5.  $\phi = f(i, Q, M_t = 120t)$



Фиг. 6.  $\phi = f(i, Q, M_t = 175t)$

5. С износването на облицовките на мелницата, т.е. с увеличаване на вътрешния диаметър и дължина на барабана, пропорционално трябва да се увеличават и количеството топци в барабана, което значи да се поддържа постоянен коефициентът на запълване със смилащи тела.

6. С износването на облицовките на мелницата, т.е. с увеличаване на вътрешния диаметър и дължина на

барабана, пропорционално трябва да се увеличават и количеството топци в барабана, което значи да се поддържа постоянен коефициентът на запълване със смилащи тела.

7. Количеството преработена руда от момента на поставяне на нови облицовки до всеки следващ момент дава необходимата информация за вътрешния диаметър и дължина на барабана, което свързано с известната

зависимост на износването на топките от тази преработка е достатъчно условие за управление на процеса на дозиране на добавяните топки, така че да бъде поддържан технологичен режим, близък до оптималния.

*Препоръчана за публикуване от катедра  
„Механизация на мините”, МЕМФ*

## **Литература**

1. Стоянов, К. С., "Оптимизация на технологични процеси", София, Техника, 1993 г.
2. Хоменюк, В. В., "Элементы теории многоцелевой оптимизации", Москва, Наука, 1983 г.