ГОДИШНИК на Минно-геоложкия университет "Св. Иван Рилски", Том 52, Св.III, Механизация, електрификация и автоматизация на мините, 2009
ANNUAL of the University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", Vol. 52, Part III, Mechanization, electrification and automation in mines, 2009

ИЗХОДНИ ЗАВИСИМОСТИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НАДЕЖНОСТТА НА КОМУНИКАЦИОННА СИСТЕМА

Добрин Диков[1], Васил Ангелов[2]

[1] *Институт по отбрана МО, София*
[2] *Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София*

РЕЗЮМЕ. В статията се прилага математически модел за описание на надеждността на комуникационна система.

INITIAL RELATIONS FOR DETERMINATION OF COMMUNICATION SYSTEM RELIABILITY

Dobrin Dikov[1], Vasil Angelov[2]
[1] *Defence Institut, MD, Sofia*
[2] *University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia*

ABSTRACT: In the paper a mathematical model for description of communication system reliability is presented.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В настоящата работа на базата на известни математически методи [1] - [5] се прави оценка на надеждността на комуникационна система със случаен период на обслужване.

2. ИЗХОДНИ ЗАВИСИМОСТИ ЗА РАЗЧЕТ НАДЕЖНОСТТА НА СИСТЕМА СЪС СЛУЧАЕН ПЕРИОД НА ОБСЛУЖВАНЕ

Нека комуникационната система се състои от N елемента, обединени от някакво структурно построение. Ще предполагаме, че в процеса на експлоатация могат да се контролират само част от елементите и че времето за безотказна работа на всеки от елементите е експоненциално разпределено с плътност,

$$f_i(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t} .$$

На всяко възможно състояние на системата съответства собствена интензивност на възстановяване на работоспособността на елемента μ_i, която се пресмята при предположение, че времето за възстановяване на елемента е подчинено на експоненциалния закон. При отказ на контролиран елемент се вземат мерки за възстановяване работоспособността му, както и мерки по проверка изправността на някаква съвкупност неконтролирани елементи и възстановяване работоспособността им при наличие на отказ. При тези предположения ще определим показателите на надеждност на системата.

Най-напред ще определим вероятността $P(\tau_p)$ за безотказна работа на системата. Както при необслужвани системи се определя, че

$$P(\tau_p) = \sum_{i=1}^{N_P} P_i(\tau_p) , \qquad (1)$$

където $P_i(\tau_p)$ е вероятността в момент τ_p системата да премине в състояние $x_i \in R$, без да е попадала в състояние $x_j \in Q$.

Спецификата на организацията на експлоатацията на такива системи изисква при изследване надеждността им да се прилага моделът, основан на диференциални уравнения, аналогични на тези при необслужвани системи. Въз основа на диаграмата на преходите се получава линеен граф за определяне надеждността на системата. При съставянето на диаграмата и графа се отчита очевидното условие, че при преход на системата в едно от състоянията на множеството Q, възстановяването на работоспособността не води до изпълнение на задачата.

Съпоставянето на диференциалните уравнения, описващи обслужвани и необслужвани системи, показва, че определянето на показателя на надеждност става, както при необслужвани системи. Както е известно показателят на техническа готовност на комуникационната система със случаен период на обслужване се определя като вероятността системата да е изправна, в момента θ на постъпване на заявка. В този случай няма значение колко пъти до постъпване на заявката системата е давала отказ. Необходимо е само тя да бъде изправна в интервала $(\theta, \theta + \Delta\theta)$. Следователно, за определяне на показателя на техническа готовност на системата $K(\theta)$, се използват същите методи, както при определяне на показателя $P(\tau_p)$, като сега се отчитат преходите на системата от състоянията от множеството Q, в състоянията от множеството R, ако тези преходи са преди момента θ. Системата уравнения за определяне на $K(\theta)$ има вида:

$$\frac{d}{d\theta}\overline{K}(\theta) = \overline{K}(\theta)\Lambda_1 \quad (2),$$

където Λ_1 е матрицата на преходите на системата от състояния от множеството Q в състояния от множеството R,

$\overline{K}(\theta)$ – вектор на вероятностите на състоянията в момента θ.

Ако е зададено началното състояние на системата, решението на задачата може да се получи с известните методи или с помощта на линеен граф. Тогава

$$K(\theta) = \sum_{i=1}^{N_P} K_i(\theta) \quad (3),$$

където $K_i(\theta)$ е вероятността в момента θ, системата да се намира в състояние $x_i \in R$.

Макар че уравненията (1) и (3) имат еднакъв вид, решенията им са различни, тъй като диаграмите на преходите в разглежданите случаи са различни. Известният коефициент на готовност K е граничната стойност на показателя на техническа готовност $K(\theta)$. Ще отбележим, че в болшинството случаи, срещани в практиката на обслужваните системи, граничните вероятности на състоянията са постоянни, т.е.

$$\lim_{\theta\to\infty}\frac{dK(\theta)}{d\theta} = 0.$$

Ако означим $\lim_{\theta\to\infty} K_i(\theta) = B_i$, то $\lim_{\theta\to\infty}\overline{K}(\theta) = \overline{B}$, където $\overline{B}$ е векторът от граничните вероятности на състоянията. Тогава (2) добива вида

$$\overline{B}\ \Lambda_1 = 0. \quad (4).$$

Решението на системата (4) предвид естественото изискване $\sum_{i=1}^{M} B_i = 1$, позволява показателят на постоянна готовност K да се определи като сумата

$$K = \sum_{i=1}^{N_P} B_i, \quad (5),$$

т.е. въз основа на диаграмата на преходите на системата.

3. ИЗХОДНИ ЗАВИСИМОСТИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАДЕЖДНОСТТА НА СИСТЕМА БЕЗ РЕЗЕРВИРАНЕ

Ще предполагаме, че броят на проверяваните при контрол елементи е $N_1 \le N$, а интензивността на отказите на *i*-ия елемент е λ_i. При възникване на отказ на проверяван елемент работоспособността на проверяваната част от системата се възстановява с интензивност μ, а работоспособността на непроверяваната част не се променя.

За разглежданата система са възможни следните независими състояния:

x_1 – проверяваните и непроверяваните елементи са изправни;

x_2 – налице е отказ на проверяван елемент, системата се ремонтира, непроверяваните елементи са изправни;

x_3 – налице е отказ на непроверяван елемент, проверяваните елементи са изправни;

x_4 – появяват се откази на непроверявани елементи, когато системата е в състояние x_2;

x_5 – появяват се откази на проверявани елементи, когато системата е в състояние x_3.

С помощта на изложените методи намираме

$$K(\theta) = \left[\frac{\mu}{\delta\Lambda + \mu} + \frac{\delta\Lambda}{\delta\Lambda + \mu}e^{-(\delta\Lambda+\mu)\theta}\right]e^{-(1-\delta)\Lambda\theta} \quad (6),$$

където $\Lambda = \sum_{i=1}^{N}\lambda_i,\ \delta = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_1}\lambda_i}{\Lambda}$.

При $\delta = 1$ зависимостта (6) приема вида на коефициента на готовност, а при $\delta = 0$ – вероятността за безотказна работа за време θ.

4. ИЗХОДНИ ЗАВИСИМОСТИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАДЕЖДНОСТТА НА СИСТЕМА С РЕЗЕРВИРАНЕ

Ще предполагаме, че в система с резервирани елементи са възможни различни видове контролирани състояния: системата се контролира така, че се определя само нейната изправност; контролира се само един елемент; контролират се всички елементи. В зависимост от провеждания контрол, се получават различни резултати по осигуряване надеждността на системата в процеса на нейната експлоатация. Ще разгледаме типичния за практиката случай – постоянно включен резерв при контрол само на изправността на системата. Тогава

$$P(\tau) = 1 - [1 - p_1(\tau)]^N,\ T_0 = \frac{1}{\lambda_{1}}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{i}, \quad (7),$$

където $p_1(\tau) = e^{-\lambda_1 \tau}$ е вероятността за безотказна работа на един елемент. По такъв начин посочените характеристики са равни на характеристиките на необслужвани системи.

При еднакви интензивности имаме:

$$K = \frac{3\mu}{3\mu + 2\lambda} \text{ при } N = 2;$$

$$K = \frac{11\mu}{11\mu + 6\lambda} \text{ при } N = 3;$$

$$K = \frac{25\mu}{25\mu + 12\lambda} \text{ при } N = 4,$$

$$K = \frac{\mu \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{i}}{\mu \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{i} + \lambda} \text{ при произволно } N. \quad (8)$$

Ако работоспособността на системата се определя от не по-малко от *N-m* нейни елементи, то

$$K = \frac{\mu \sum_{i=N-m}^{N} \frac{1}{i}}{\mu \sum_{i=N-m}^{N} \frac{1}{i} + \lambda} \quad (9).$$

За T_0 имаме:

$$T_0 = \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda(2\lambda + \mu)} \text{ при N = 2,}$$

$$T_0 = \frac{11\lambda + 5\mu}{2\lambda(3\lambda + \mu)} \text{ при N = 3,}$$

$$T_0 = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\lambda + \mu}{\lambda^{j+1}(j+1)} \text{ за произволно N} \quad (10).$$

5. ИЗХОДНИ ЗАВИСИМОСТИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАДЕЖДНОСТТА НА СИСТЕМАТА С КОМБИНИРАНО ОБСЛУЖВАНЕ

Комбинираното обслужване обединява характерните черти на периодичното обслужване и обслужването със случаен период. На практика то се реализира във вид на планово периодично обслужване с период T_1 и обслужване със случаен период при поява на отказ преди планово обслужване. Ето защо комбинираното обслужване може да се разглежда като случайно обслужване, реализирано в интервала T_1. Предшествалото планово обслужване преди този интервал определя началните условия за реализация на обслужване със случаен период. Така обслужването със случаен период може да се разглежда като комбинирано обслужване при T_1 равно на общото време за експлоатация. Посочената връзка позволява да се разработят методи за изследване надеждността на системи с комбинирано обслужване на основата на математическия апарат, използван при системи с планово периодично обслужване и с обслужване със случаен период.

Ще предполагаме, че времето за безотказна работа на всеки от елементите е експоненциално разпределено, както и че времето за възстановяване работоспособността на отказал елемент също е експоненциално разпределено. Тогава вероятностите на състоянията на системата в момент от време $\tau_4 \in T_1$ могат да бъдат определени като решения на (2), където $\overline{K}(\tau_4)$ е векторът-ред на вероятностите на състоянията на системата в момента $\tau_4 \in T_1$, Λ_1 – матрица на интензивностите, отчитаща преходите на системата от състояния $x_j \in Q$ в състояния $x_i \in R$. Вероятностите на състоянията в момента $\tau_4 \in T_1$ са обусловени само от преходите вътре в множествата *R* и *Q* и преходите от множеството *R* в множеството *Q* се определят от системата

$$\frac{d}{d\tau_4} \overline{P}(\tau_4) = \overline{P}(\tau_4)\Lambda, \quad (11),$$

където $\overline{P}(\tau_4)$ е векторът-ред на вероятностите на състоянията на системата в момента $\tau_4 \in T_1$, Λ – матрица на интензивностите на преходите.

Уравненията се решават по методите, изложени във (2), (3) и се намира показателят на надеждност на системата за интервала T_1. Като начални условия при решаване на уравненията в интервала до първото планово обслужване се използват, както и по-рано, елементите на вектора-ред $\overline{P}(0)$. При решаване на уравненията в интервала между първото и второто планово обслужване, като начални $\overline{P}(1) = \overline{P}(\tau_4)U'$ или $\overline{K}(1) = \overline{K}(\tau_4)U$, където U и U' са матричните оператори, описващи степента на влияние на обслужването върху вероятността $\overline{P}(T_1)$ за техническо изправно състояние на системата в момента $\tau_4 = T_1$ (показател за техническа готовност) и върху вероятността $\overline{K}(T_1)$ за безотказна работа за време T_1, получени след решаване на системите (2) и (11) при начални условия, характеризирани с вектора $\overline{P}(0)$.

Ако се изследва надеждността на система с комбинираното обслужване за произволен интервал T_{1j}, разположен между $(j-1)$-то и j-то обслужване, системите се решават последователно при начални условия, определени за интервала T_{1j}, по формулите:

$$\overline{P}(j-1) = \overline{P}\left[(j-1)T_1\right]U', \quad (12),$$

$$\overline{K}(j-1) = \overline{K}\left[(j-1)T_1\right]U \quad (13),$$

$$\overline{P}'(j-1) = \overline{P}\left[(j-1)T_1\right]U \quad (14).$$

Показателят за техническа готовност на системата и вероятностите за технически изправно състояние на системата в момента $\tau_4 \in T_{1j}$ се определят от (2) при начални условия, определени от (13). Вероятностите за безотказна работа и вероятностите за технически изправно състояние на системата в интервал τ_{4j} или в друг интервал $\tau \in T_{1j}$ се определят от (11) при начални условия, определени от (14). Определянето на тези показатели за момент от време преди началото на експлоатация на системата се извършва при начални условия, определени от (12).

Разчетният показател на надеждността се намира по формулата

$$H = \sum_{x_i \in R} P(x_i, t), \qquad (15),$$

където $P(x_i, t)$ е вероятността системата да се намира в състояние x_i в момента t.

При определяне на показателя за техническа готовност $K(\theta)$ на системата или на показателя за техническа изправност $P(\theta)$ в качеството на разчетен момент от време θ се избира моментът на постъпване на заявка за използване на системата. При определяне на вероятностите за техническа изправност за време τ_k или вероятностите за безотказна работа за време τ_p се избира краят на интервалите θ или τ_p.

Литература:

Гиндев Е., *Увод в теорията и практиката на надеждността.Основи на приложната надеждност,* Академично издателство "Проф. Марин Дринов", София, 2000г.

Гнеденко Б. В., Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев, *Математические методы в теории надежности*, Москва, Наука, 1965г.

Гнеденко Б. В., И. Н. Коваленко, *Введение в теорию массового обслуживания*, Наука, Москва, 1987г.

Диков Д.М., *Дисертация „Обобщен модел за технологично развитие на стационарната комуникационна система на Българската армия"* София, ИПИО,В.А."Г.С.Раковски", 2008г.

Начев А.И., *Структурно-функционална надеждност в компютърните мрежи,* Военно издателство, София, 2002г.

Препоръчана за публикуване
от катедра „Математика", МЕМФ