ГОДИШНИК на Минно-геоложкия университет "Св. Иван Рилски", Том 53, Св.III, Механизация, електрификация и автоматизация на мините, 2010
ANNUAL of the University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", Vol. 53, Part III, Mechanization, electrification and automation in mines, 2010

ПАРАЛЕЛНА ОБРАБОТКА НА ИНФОРМАЦИЯТА ПРИ РЕАЛИЗАЦИЯ НА ПРИБЛИЖЕНИ МЕТОДИ ЗА НАМАЛЯВАНЕ ИЗТИЧАНЕТО НА ЧЕСТОТИ ПРИ СПЕКТРАЛНИЯ АНАЛИЗ

Ясен Видолов

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, e-mail: nre@abv.bg

РЕЗЮМЕ. Предложени са решения, позволяващи въвеждането на паралелизъм при реализация на три различни метода за интерполационно определяне на точна честота от спектър. Тяхното използване води до съществено намаляване на времето необходимо за реализация на изчислителните процедури. При методите на Джонсън и Куин се постига двукратно увеличение на бързодействието , а при тегловният метод, базиран на теоремата на Парсевал се постига инвариантност на времето за изпълнение спрямо броя на участващите амплитуди. Освен при пряката реализация на методите, разпаралелване е предложено и при откриването на честотата с максимална амплитуда от спектъра.

PARALLEL REPRESENTATION OF INTERPOLATION APPROACHES FOR FREQUENCY ESTIMATION

Yasen Vidolov
University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail: nre@abv.bg

ABSTRACT. This paper proposes parallel operations over tree interpolation methods for precise frequency estimation. Parallel computation of the Johnson and Quinn methods double computational speed. The weighted method based on Parseval's theorem achieve invariant execution time, independent from the participating amplitudes. Parallelism is proposed for the maximum amplitude finder algorithm as well.

Въведение

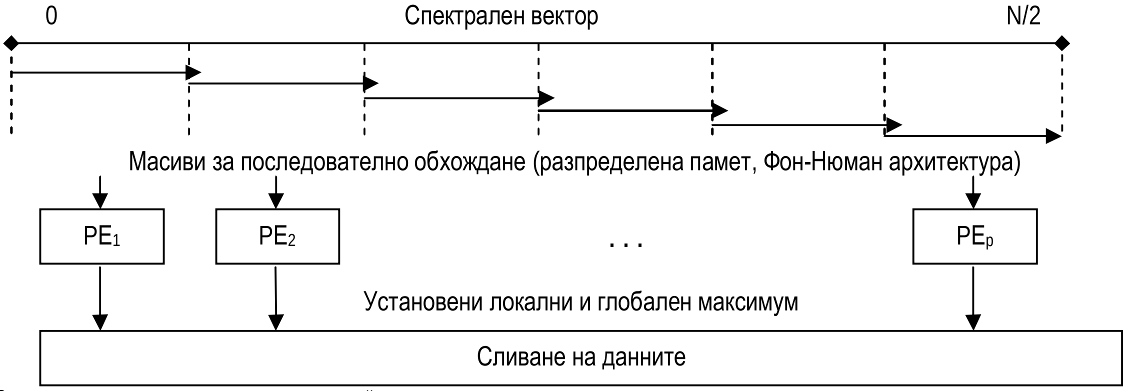
При спектралния анализ данните подлагани на обработка би следвало да са получени при интервал на дискретизация T_0, който трябва да бъде така подбран, че честотите на всички хармоници, съставящи изследвания процес да бъдат кратни на $1/T_0$. В реални условия при планирането и провеждането на експерименталните изследвания честотите изграждащи изследвания процес не са предварително известни. Това не позволява подходящ избор на интервал на дискретизация, в резултат на което при реализация на Фурие трансформация се наблюдава явление, известно като "изтичане на честоти". То се изразява в разпределението на енергията на даден хармоник в област от близки честоти и формиране на камбана от честоти с амплитуда по-малка от тази на действително съществуващия хармоник. Изтичането на честоти е сериозен проблем с негативно отражение върху точността на спектралния анализ. Един от подходите за решаването му е използването на приближени методи за намиране на точна честота, каквито са методите на Грандки, Куин, Джонсън, както и тегловния метод за линейно усредняване чрез теоремата на Парсевал (Thomas Grandke, 1983; B. G. Quinn, 1994; Richard G. Lyons, 2004, V.K. Jain et al, 1979). Те могат се прилагат както при Дискретната Фурие Трансформация (ДФТ), така и при Бързата Фурие Трансформация (БФТ). По същество представляват коригиращи преобразования, целящи подобряване на качествените показатели на спектралния анализ, а именно определяне на честотите на минималния брой хармонични съставни в сигнала, като някои от методите позволяват и оценка на съответните им амплитуди.

Използването на приближени методи за честотна оценка е свързано с реализиране на относително тежки изчислителни процедури ангажиращи значителен времеви ресурс. Това налага търсене на подходи за повишаване на бързодействието, като един от тях е паралелната обработка на информацията.

Ускорено определяне на максималната амплитуда от спектъра

Намирането на всички екстремуми на амплитудата, получена в резултат на Фурие трансформацията (ФТ) е първия етап от приложението на всеки един от приближените методи за честотна оценка. Класически той може да се реализира чрез последователно обхождане и сравнение на всички елементи на масива, формиран при ФТ. В този случай е със сложност по време O(N/2), където N е броя на положителните честоти в изследвания спектър и често ангажира по-голямата част от времето за изпълнението на всеки един от приближените алгоритми. Повишаване на бързодействието на този етап може да се постигне чрез разпаралелване на функцията за намиране на екстремумите, като P на брой изчислителни единици (PE) разделят спектралния вектор на равни части и всяка обработи вектор с дължина от N/2P елемента. Необходима е и схема за синхронизация на записа на откритите екстремуми в общата памет. При използване на локална памет, принадлежаща на калкулиращите единици, синхронизация не е необходима. Вместо нея е нужен механизъм за последователното сливане на информацията. Тогава търсенето ще се изпълнява за време, кратно на (N/2P + ξ), където ξ е загуба на време поради синхронизиращия механизъм. Необходимо е да се предвиди застъпване на обработваните вектори с по един елемент поради специфика на алгоритъма за установяване на максимум, намиращ се на границата между два изследвани вектора. Сливането има за цел да определи коя от стойностите намерени от PE е максималната за целия изследван спектър, и е възможно то да бъде реализирано чрез една от наличните изчислителни единици, при условие, че техния брой не надвишава дължината на вектора (P ≤ N/2P).

На фиг. 1 са представени застъпващите се спектрални сегменти, които се подават за обработка на изчислителните единици.



Фиг. 1. **Сегментирано търсене на максимална стойност**

Повишаване на бързодействието при реализация на приближените методи за честотна оценка

Тегловния метод, **базиращ се на теоремата на Парсевал**

При изтичане на честоти мощността на реално съществуващия хармоник е разпръсната и разпределена в камбаната от хармоници.

Съгласно теоремата на Парсевал, сумата от мощностите на хармониците, образуващи “камбаната” е равна на мощността на реалната честота. В непрекъснат и дискретен вид тази теорема може да се изрази чрез зависимостите

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \, dt = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) \, d\omega \tag{1}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} |x_i|^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{K-1} |X_k|^2 \tag{2}$$

където:
f(t) и x_i са съответно непрекъснатия и дискретизиран сигнал, подложен на Фурие трансформация;
Φ(ω) и X_k са магнитудите в непрекъснат и дискретен вид на получения след Фурие трансформация спектър;
n е обема на извадката на дискретизирания сигнал;
K е броя оценявани честоти от спектъра.

Квадратът на всяка оценявана амплитуда (съответно спектралната й мощност) се равнява на сумата от квадратите на амплитудите на съседните хармоници. Това означава, че реалната амплитуда може да бъде определена с достатъчна точност чрез използване на зависимостта:

$$A_f = \sqrt{\sum_{i=p-j}^{p+j} A_i^2} \tag{3}$$

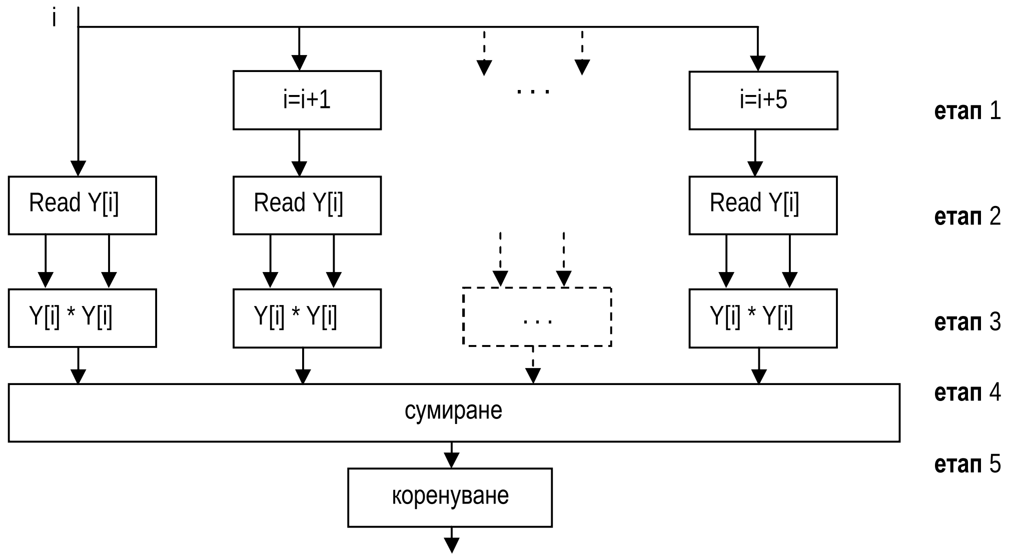
където ‘p’ е индекса на хармоника с максимална амплитуда, а ‘j’ е броя съседни хармоници, които желаем да прибавим. С увеличаване на стойността на ‘j’ нараства точността на прилаганата оценка, но същевременно намалява възможността за оценяване на близки честоти, за това подбирането й зависи от параметрите на всеки конкретен случай. Сложността по време на зависимост (3) е O(N), където N е броя на сумираните амплитуди (N=2j+1).

Аналогично можем да подходим и при намиране на оценка на реалната честота, използвайки зависимостта:

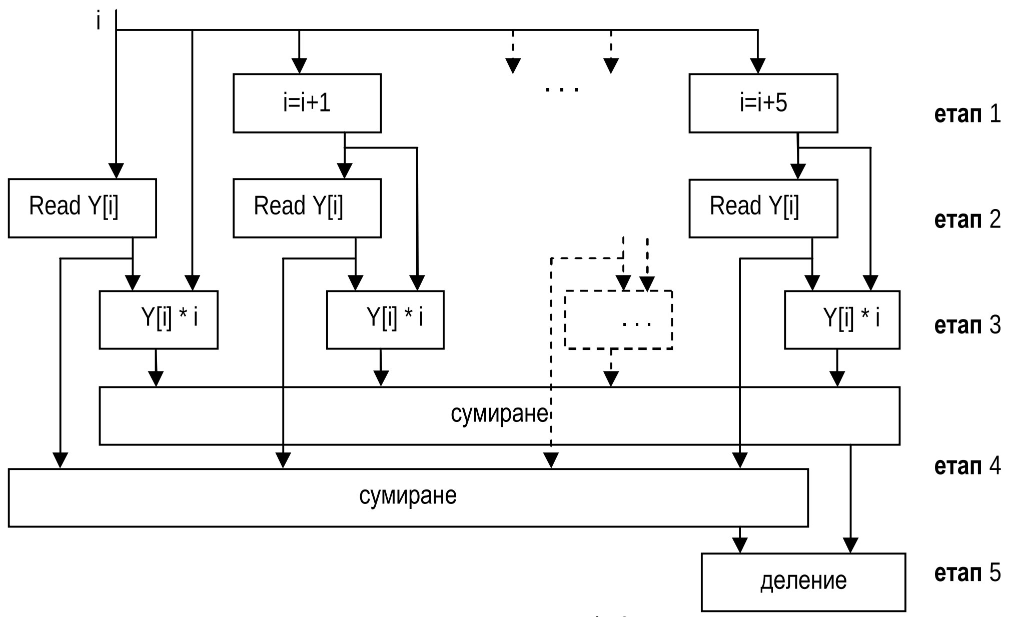
$$f' = \frac{\sum_{i=p-j}^{p+j} \left(i.P_i.\Delta \mathrm{F} \right)}{\sum_{i=p-j}^{p+j} P_i} \tag{4}$$

Тегловният метод, базиращ се на теоремата на Парсевал може да бъде прилаган при анализ на сигнали с няколко хармонични съставни, само когато няма припокриване на камбаните им. Неизпълнението на това изискване ще доведе до недетерминираност на амплитудата, повлияна от всеки хармоник поотделно.

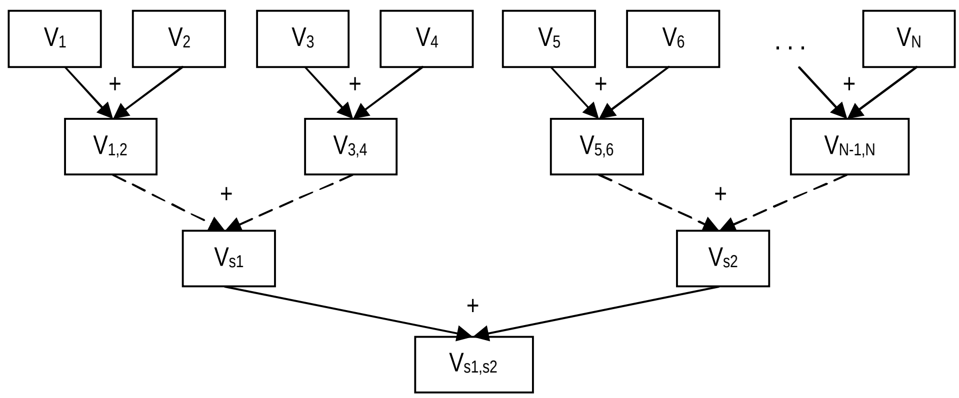
Зависимости (3) и (4) подлежат на разпаралелване, като сложността им по време достига O(1). Всеки паралелен клон обработва по една амплитуда, като броят на клоновете е равен на общия брой амплитуди (фиг. 2 и 3). На първия етап се определят индексите на елементите в паметта на изчислителното устройство. То трябва да поддържа възможност за едновременното им прочитане на втория етап от разпаралелването. Това може да бъде постигнато чрез успоредното свързване на N на брой P-битови памети, образувайки единична памет с (NP)-битова шина за данни. На третия етап се извършва повдигане на втора степен на съответната амплитуда, с цел превръщането ѝ в мощност. Четвъртият етап се изразява в едновременното сумиране на всички пресметнати мощности. То от своя страна може да бъде разпаралелено чрез N/2 броя суматори с време за изчисление $O(\log_2 N)$, както е показано на фиг. 4. На всеки етап разрядността на суматорите е с 1 бит по-голяма от тази на предходния.



Фиг. 2. **Разпаралелване на операциите за пресмятане на реалната амплитуда при** j = 2



Фиг. 3. **Разпаралелване на операциите за пресмятане на реалната честота при** j = 2



Фиг. 4. **Паралелно сумиране на** N-**променливи**

Метод на Куин

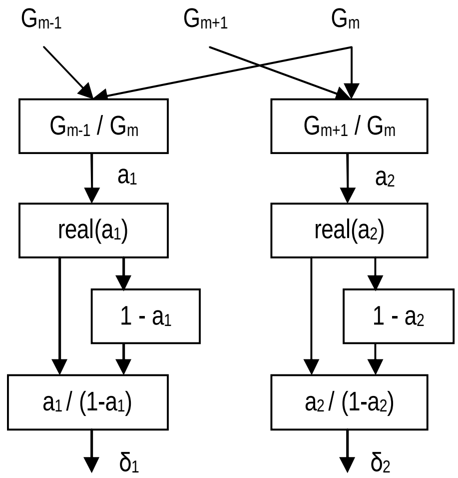
Методът на Куин използва хармоника с максимална амплитуда G_m, както и двата му съседни G_{m-1} и G_{m+1} като входни данни в интерполационните зависимости:

$$\alpha_1 = real\left(\frac{G_{m-1}}{G_m}\right) \qquad \delta_1 = \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1}$$
$$\alpha_2 = real\left(\frac{G_{m+1}}{G_m}\right) \qquad \delta_2 = \frac{-\alpha_2}{1-\alpha_2} \tag{5}$$

Стойността на честотното отклонение δ се определя от:

$$\delta = \begin{cases} \delta_2, & ако\ \delta_1 > 0\ и\ \delta_2 > 0 \\ \delta_1, & в\ останалите\ случаи \end{cases} \tag{6}$$

Метода на Куин подлежи на разпаралелване, като се постига увеличаване на бързодействието на изчисленията с фактор 2. Блок-схема на паралелната обработка е изобразена на фиг. 5.



Фиг. 5. Метод на Куин реализиран чрез 2 паралелни клона

Квадратична интерполационна зависимост на Джонсън

Индексно-базираният център може да се пресметне чрез зависимостта

$$m_{peak} = m_k - real(\delta) \tag{7}$$

Където: real (δ) е реалната част на честотното отклонение δ, определящо се чрез израза:

$$\delta = \frac{X(m_{k+1}) - X(m_{k-1})}{2X(m_k) - X(m_{k+1}) - X(m_{k-1})} \tag{8}$$

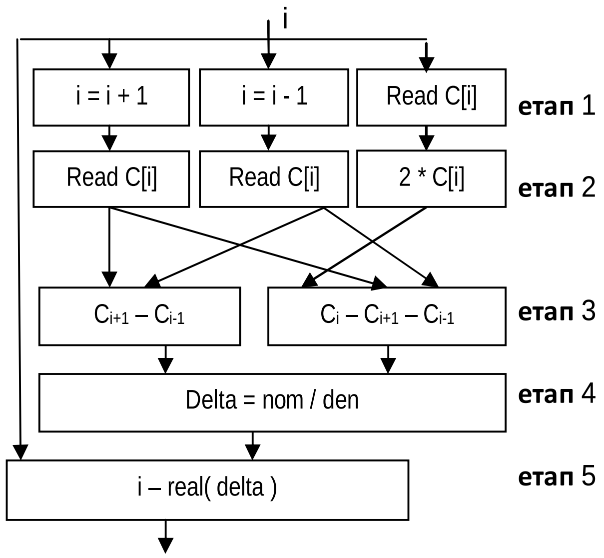
m_k е целочислен индекс на максималния магнитуд $|X(m_k)|$; $X(m_{k-1})$ и $X(m_{k+1})$ са комплексни хармоници от двете страни в съседство на максималния.

На базата на комплексно базираните стойности X_m, X_{m-1} и X_{m+1} се определя индексно-базираната честота m_{peak}, която може да не бъде целочислена. Преобразуването в честотна оценка се извършва по зависимостта:

$$f_{peak} = m_{peak}\frac{Fs}{n} \tag{9}$$

Структурата, позволяваща изчисляването на зависимост (9) с използване на паралелна обработка е представена на фиг. 6. 'C' представляват комплексни величини. Ако реалната и имагинерна част се запишат в две съседни клетки от паметта, извличането на реалната част на комплексната величина delta става чрез използването само на едната променлива и не изисква допълнителни операции. На етапи 1 и 2 се определят стойностите m_{k-1}, m_k и m_{k+1}, участващи в интерполационната зависимост. На етап 3 се пресмятат числителя и знаменателя за оценка на честотното отклонение δ.

Увеличеното бързодействие зависи от метода на реализация на операцията деление, ангажираща относително голямо време спрямо останалите операции. Лесно може да се забележи, че при използване на квадратичната интерполационна зависимост, предложена от Джонсън, се ангажира минимален времеви ресурс, тъй като реализирането ѝ се осъществява чрез бързи операции умножение, сумиране и единствена операция деление.



Фиг. 6. Паралелно изпълнение на метода на Джонсън

Заключение

Разгледани са приближени методи за установяване на точна честота. Всички те изискват предварителното намиране на максималната амплитуда от изследвания спектър. Това ангажира по-голямата част от времето за изпълнение на всеки един интерполационен подход.

Приложен е алгоритъм за паралелно установяване на максимума, който предлага многократно увеличаване на бързодействието пропорционално на броя паралелни изчислителни единици спрямо векторното поелементно обхождане и сравнение. Той има времева сложност O(N/2P), като с увеличаване на броя (P) на изчислителните единици PE се увеличава бързодействието на паралелната обработка, като максимално бързодействие $O(\log_2 N/2)$ се постига при P = N/4, където всяка PE сравнява по 2 амплитуди от изследвания спектър.

При разпаралелване на методите на Джонсън и Куин се постига двукратно повишено бързодействие, докато при метода, базиран на теоремата на Парсевал се постига сложност O(1), изразяваща се във време за изпълнение, независещо от броя пресмятани амплитуди, и по този начин при увеличаване на точността на метода се запазва бързия изчислителен подход. Ефектът от представените решения се повишава с увеличаване броя на търсените точни честоти.

Литература

Grandke Thomas, "Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals," IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, Vol. IM-32, pp 350-355, June 1983.

Препоръчана за публикуване от катедра „Автоматизация на минното производство", МЕМФ

http://mathworld.wolfram.com/ParsevalsTheorem.html

http://en.wikipedia.org/wiki/Spectral_density

http://en.wikipedia.org/wiki/Bin-centres

Jain V.K. et al, "High-Accuracy Analog Measurements via Interpolated FFT," IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, Vol. IM-28, pp 113-122, June 1979.

Lyons Richard G., "Understanding Digital Signal Processing", Second Edition, ISBN 0-13-108989-7, Pearson Education, Inc., 2004, pp.523-525

Quinn B. G., "Estimating Frequency by Interpolation Using Fourier Coefficients," IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 42, pp. 1264-1268, May 1994.

Quinn B. G. and Kootsookos P. J., "Threshold Behaviour of the Maximum Likelihood Estimator of Frequency", IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 42, pp 3291-3294, November 1994.

Rife D. C. and Boorstyn R. R., "Single-Tone Parameter Estimation from Discrete-Time Observations", IEEE Trans. Information Theory, Vol. IT-20, pp 591-598, September 1974.