ГОДИШНИК на Минно-геоложкия университет “Св. Иван Рилски”, Том 48, Св. III, Механизация, електрификация и автоматизация на мините, 2005
ANNUAL of the University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski”, Vol. 48, Part III, Mechanization, electrification and automation in mines, 2005

АНАЛИЗ НА ДВИЖЕНИЕТО НА РОТАЦИОНЕН ФЕРОМАГНИТЕН ЕЛИПСОИД ВЪВ ВЪРТЯЩО СЕ МАГНИТНО ПОЛЕ

Константин Костов, Стефан Пулев, Константин Тричков

Минно-геоложки университет “Св. Иван Рилски”, 1700 София

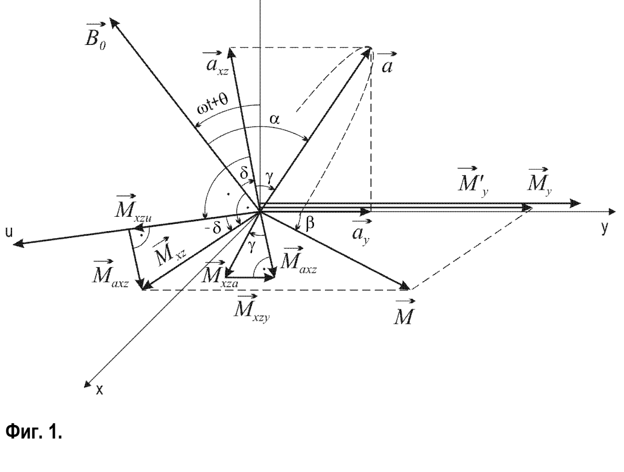
РЕЗЮМЕ. Използването на цилиндрични феромагнитни работни частици, задвижвани от въртящо се магнитно поле, намира широко приложение за интензифициране на някои технологични процеси. При изчислението на електромагнитния момент, действащ на такива частици, се налага заменянето им с ротационни елипсоиди. В настоящата работа се изследва динамиката на движението на един ротационен елипсоид във въртящо се магнитно поле, в изотропна непрекъсната среда, при произволни начални условия.

ANALYSIS OF MOVEMENT OF ROTATIONAL FERROMAGNETIC ELLIPSOID PLACED IN ROTATING MAGNETIC FIELD

Konstantin Kostov, Stefan Pulev, Konstantin Trichkov
University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski”, 1700 Sofia

ABSTRACT. Cylindrical ferromagnetic working particles driven by a rotating field are widely used to intensify certain technological processes. Rotational ellipsoids are used to model these particles when calculating the electromagnetic torque acting on them. This paper considers the dynamics of the movement of a rotational ellipsoid placed in a rotating magnetic field in an isotropic continuous medium under any initial conditions.

Познаването на закона на движението на работните частици на вихровата машина е необходимо, за да се изчисли правилно технологическият им ефект. При това трябва да се намери връзката между параметрите на магнитното поле, размерите на частиците, масата и магнитните им свойства от една страна и характеристиките на движението им. Обикновено те са с цилиндрична форма, с отношение между дължината и диаметъра $6 \div 10$, но за целите на анализа е целесъобразно заменянето им с ротационен елипсоид, Костов (2004). В настоящата работа се изследва динамиката на движението на един ротационен елипсоид във въртящо се магнитно поле, в изотропна непрекъсната среда, при произволни начални условия.



Фиг. 1.

Въвеждаме неподвижна декартова координатна система xyz, чиято координатна равнина xOz съвпада с равнината на въртене на вектора на полето $\vec{B}_o$, а началото ѝ – с центъра на елипсоида (пресечната точка на осите му). Означаваме:

$\vec{a}$ – вектор, приложен в центъра на елипсоида и насочен по оста му; Показва положението на разглежданото тяло в пространството. Модулът му $\left|\vec{a}\right|$ е равен на дългата полуос a (ротационната ос) на елипсоида.

α – ъгъл между вектора на полето $\vec{B}_o$ и вектора $\vec{a}$;

ω – ъглова скорост на въртящото се магнитно поле;

$\omega\, t + \theta$ – ъгъл между оста z и вектора на полето $\vec{B}_o$;

γ – ъгълът, който равнина xOz сключва с вектора $\vec{a}$;

δ – ъгъл между $\vec{B}_o$ и $\vec{a}_{xz}$;

β – ъгъл между оста y и момента $\vec{M}$, действащ на елипсоида.

На фиг.1 α, β, γ, $\omega\, t + \theta$ и δ са ориентирани ъгли.

В Костов (2004) се извежда изразът за синхронния момент, действащ върху феромагнитен ротационен елипсоид, поставен в хомогенно магнитно поле с магнитна индукция $\vec{B}_o$ и магнитен интензитет $\vec{H}_o$. Във вакуум $\vec{B}_o = \mu_o \vec{H}_o$ ($\mu_o = 4\pi\, 10^{-7}\; H/m$ е магнитната проницаемост за вакуум) и формулата за модула на момента има вида

$$M = -kB_o^2 \sin 2\alpha = -M_o \sin 2\alpha ,$$

където

$k > 0$ – коефициент, зависещ от размерите на елипсоида и от относителната му магнитна проницаемост μ_r. За конкретно тяло, при линейни условия ($\mu_r = const.$) се получава $k = const.$

$B_o = \left|\vec{B}_o\right|$ – модул на вектора на полето $\vec{B}_o$.

$M_o = kB_o^2$ – абсолютна стойност на максималния момент. Получава се при $\alpha = \pm \dfrac{\pi}{4}$.

Знакът минус отразява факта, че M винаги действа в посока, обратна на α. Векторът $\vec{M}$ е перпендикулярен на равнината, определена от $\vec{a}$ и $\vec{B}_o$.

Разлагаме векторите $\vec{a}$ и $\vec{B}_o$ по следния начин:

$$\vec{a} = \vec{a}_{xz} + \vec{a}_y \quad \text{и} \quad \vec{M} = \vec{M}_{xz} + \vec{M'_y} ,$$

където:

$\vec{a}_{xz}$ и $\vec{M}_{xz}$ са векторни компоненти съответно на $\vec{a}$ и на $\vec{M}$, техни проекции в равнина xOz;

$\vec{a}_y$ и $\vec{M'_y}$ са векторни компоненти на $\vec{a}$ и на $\vec{M}$ по оста y.

От Фиг. 1 се вижда, че скаларните компоненти са съответно:

$$a_{xz} = a.\cos\gamma , \qquad M_{xz} = -|M|\sin\beta ,$$
$$a_y = -a.\sin\gamma , \qquad M'_y = |M|\cos\beta .$$

Да изберем за обобщени координати, еднозначно определящи положението на елипсоида в пространството, ъглите γ и δ. В такъв случай е необходимо да се изразят α и β чрез γ и δ.

Скаларното произведение на векторите $\vec{B}_o$ и $\vec{a}$ е

$$\vec{B}_o.\vec{a} = B_o.a\cos\alpha = \vec{B}_o\left(\vec{a}_{xz} + \vec{a}_y\right)$$

Като вземем под внимание, че $\vec{B}_o.\vec{a}_y = 0$, защото $\vec{B}_o \perp \vec{a}_y$, получаваме

$$B_o.a\cos\gamma\cos\delta = B_o.a\cos\alpha .$$

Следователно

$$\cos\alpha = \cos\delta\cos\gamma . \tag{1}$$

Векторите $\vec{M}$ и $\vec{a}$ са перпендикулярни и $\vec{M}.\vec{a} = 0$.

$$\Rightarrow \vec{M}_{xz}.\vec{a}_{xz} + \vec{M'}_y.\vec{a}_y = 0 .$$

Тъй като $\vec{M} \perp \vec{B}_o$, от теоремата за трите перпендикуляра следва, че $\vec{M}_{xz} \perp \vec{B}_o$. Затова

$$-|M|\sin\beta \;\, a\cos\gamma\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) - |M|\cos\beta \;\, a\sin\gamma = 0.$$

$$\Rightarrow \sin\delta = -\cot g\beta .tg\gamma . \tag{2}$$

$$M_{xz} = -|M|.\sin\beta = -M_o\sin 2\alpha.\sin\beta =$$
$$= -\frac{2M_o\cos\alpha\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\sqrt{1+\cot g^2\beta}} .$$

Заместваме $\cos\alpha$ от (1) и $\cot g\beta$ от (2):

$$M_{xz} = -\frac{2M_o\cos\delta\cos\gamma\sqrt{1-\cos^2\delta\cos^2\gamma}}{\sqrt{1+\dfrac{\sin^2\delta}{tg^2\gamma}}} =$$
$$= -\frac{M_o\cos\delta\sin 2\gamma\sqrt{1-\cos^2\delta\cos^2\gamma}}{\sqrt{\sin^2\gamma + \sin^2\delta\cos^2\gamma}} = -M_o\cos\delta\sin 2\gamma .$$

Аналогично намираме:

$$M'_y = |M|\cos\beta = M_o\sin 2\alpha\cos\beta =$$
$$= \frac{2M_o\cos\alpha\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\sqrt{1+\cot g^2\beta}}\cot g\beta = -M_o\sin 2\delta\cos^2\gamma .$$

Като използваме избраните обобщени координати, разлагаме движението на елипсоида на две ротации, чиито оси сключват прав ъгъл помежду си. $\vec{M'_y}$ поражда ротация в равнина xOz с текущ ъгъл спрямо оста z на неподвижната координатна система $\omega t + \theta + \delta$ и ъглова скорост $\omega + \dot{\delta}$. Ротация, описваща ъгъл γ, се създава от момент, перпендикулярен на равнината, в която лежат $\vec{a}$ и $\vec{a}_{xz}$. Затова разлагаме $\vec{M}_{xz}$ на

– компонента $\vec{M}_{xzu}$ по ос u, която е на положителен ъгъл $\pi/2$ от $\vec{a}_{xz}$. Именно $\vec{M}_{xzu}$ изменя ъгъл γ.

– компонента $\vec{M}_{axz}$ по оста $\vec{a}_{xz}$.

От Фиг. 1 се вижда, че скаларните компоненти M_{xzu} и M_{axz} са:

$$M_{xzu} = \left|\overrightarrow{M}_{xz}\right|\cos(\pi + \delta) = -M_o\cos^2\delta\,\sin 2\gamma, \quad (3)$$

$$M_{axz} = \left|\overrightarrow{M}_{xz}\right|\cos(\delta + \pi/2) = -M_o\sin\delta\,\cos\delta\,\sin 2\gamma.$$

Разлагаме $\overrightarrow{M}_{axz}$ на

– компонента $\overrightarrow{M}_{xza}$ по оста $\vec{a}$. Създава ротация около оста $2a$ на елипсоида.

– компонента $\overrightarrow{M}_{xzy}$ по оста y. $\overrightarrow{M}_{xzy}$ е колинеарен на $\overrightarrow{M'_y}$.

Скаларните компоненти са:

$$M_{xza} = \frac{M_{axz}}{\cos\gamma} = -M_o\sin 2\delta\,\sin\gamma,$$

$$M_{xzy} = -\left|\overrightarrow{M}_{xza}\right|\cos(\pi/2 - \gamma) = -M_o\sin 2\delta\,\sin^2\gamma.$$

И така, разложихме $\overrightarrow{M}$ по следния начин:

$$\overrightarrow{M} = \left(\overrightarrow{M'}_y + \overrightarrow{M}_{xzy}\right) + \overrightarrow{M}_{xzu} + \overrightarrow{M}_{xza}.$$

Скаларната компонента на въртящия момент по оста y е

$$M_y = M'_y + M_{xzy} = -M_o\sin 2\delta\,\cos^2\gamma -$$
$$-M_o\sin 2\delta\,\sin^2\gamma = -M_o\sin 2\delta.$$

Оказа се, че освен ротациите около осите u и y, съществува и ротация около оста $2a$, дължаща се на момента $\overrightarrow{M}_{xza}$. Следователно кинетичната енергия на елипсоида има вида:

$$T = \frac{1}{2}J\left(\omega + \dot{\delta}\right)^2 + \frac{1}{2}J\dot{\gamma}^2 + \frac{1}{2}J_a\dot{\varphi}^2, \quad (4)$$

където

– J_a е инерционният момент на ротационния елипсоид спрямо оста $2a$;

– $\dot{\varphi}$ е ъгловата скорост на елипсоида при въртенето му около оста $2a$; Следователно φ е третата обобщена координата. Нека отчитаме φ от по-далечната от равнина xOz линия, където равнината, образувана от $\vec{a}$ и $\vec{a}_{xz}$ пресича елипсоида в началния момент $t = 0$. Приемаме положителната посока да се определя по правилото на десния винт с ос $\vec{a}$.

– J е инерционният момент на ротационния елипсоид спрямо ос $2b$, минаваща през центъра на тежестта му и перпендикулярна на $\vec{a}$.

Инерционните моменти се определят както следва:

$$J_a = \frac{m}{5}\left(a^2 + b^2\right),$$

$$J = \frac{2mb^2}{5},$$

където m е масата на елипсоида.

При разлика между ъгловите скорости на полето и на елипсоида по оста y в неподвижната координатна система, т.е. при $\dot{\delta} \neq 0$, има условия за индуциране на вихрови токове в проводящия елипсоид и възниква асинхронен момент (момент на вихровите токове). Да разложим вектора $\vec{B}_o$ в момента, когато $\delta = 0$ на

$\vec{B}_{oa}$ – компонента по оста $\vec{a}$,

$\vec{B}_{oa\perp}$ – компонента, перпендикулярна на $\vec{a}$.

Поради съществуващата симетрия, при относителното движение на $\vec{B}_{oa\perp}$ спрямо елипсоида се индуцират е.д.н. с равни амплитуди и с противоположни фази в равноотдалечените от центъра му елементарни участъци. Същевременно е очевидно, че няма условия за създаване на токове, така че полето $\vec{B}_{oa\perp}$ не създава момент.

Полето $\vec{B}_{oa}$ индуцира вихрови токове. То е с модул $B_o\cos\gamma$, върти се спрямо елипсоида с ъглова скорост $\dot{\delta}$ и създава асинхронен момент. Точното аналитично изчисляване на последния е невъзможно, но поради това, че е значително по-малък от синхронния, известна неточност не би повлияла съществено на уравнението на движението. Да приемем, че

– ротационният елипсоид е заменен с цилиндър със същия обем и с дължина $2a$;

– магнитната проницаемост μ на тялото е постоянна;

– токовите контури на вихровите токове във всяко сечение, перпендикулярно на $\vec{a}$, представляват концентрични окръжности с център върху оста $\vec{a}$;

– полето на плътността на вихровите токове е плоско-паралелно;

– пренебрегваме размагнитващото влияние на феромагнитния материал на тялото, дължащо се на хомогенното му намагнитване; Това не води до голяма грешка, защото оста $2a$ е $6 \div 10$ пъти по-дълга от диаметъра на цилиндъра.

Да отбележим с R радиуса на заменящия цилиндър. Ясно е, че $R = hb$, където $h < 1$ е коефициент, зависещ от a и b, който лесно се изчислява. С намаляване на текущия радиус r на даден цилиндър се увеличава индуктивността на токовите тръби и затова плътността на вихровите токове намалява. При това за по-дебел цилиндър явлението е още по-подчертано, ако сравняваме при същите относителни текущи радиуси r/R. Поради това може да се приеме, че за радиуси на изследваните тела $R = 0{,}8 \div 3mm$, които представляват интерес на изследването, целият ток е съсредоточен в токова тръба с външен радиус R и дебелина d, независеща от R. Разбира се, d зависи от кръговата честота на пренамагнитването $\dot{\delta}$, но тук тази зависимост се пренебрегва. Приемаме $d = 0{,}4mm$. Тогава активното съпротивление на тръбата е приблизително

$$R_{mp} = \rho \frac{2\pi \left(R - \frac{d}{2}\right)}{2a\,d} = \rho \frac{\pi \left(R - \frac{d}{2}\right)}{a\,d}.$$

Намираме индуктивността на токовата тръба, като считаме, че $2a >> R$ и следователно се сцепва с целия поток, създаден от нея:

$$L_{mp} = \frac{\mu\,\pi R^2}{2a}.$$

Сега можем да използваме формулата за средната стойност на асинхронния момент от (Фархи и Папазов, 1981), като имаме предвид, че хомогенното поле $\vec{B}_{oa}$ създава вихровите токове при въртенето си спрямо тялото:

$$M_{в} = -\frac{\dot{\delta} B_{oa}^2 \pi^2 R^4 R_{mp}}{2\left(R_{mp}^2 + \dot{\delta}^2 L_{mp}^2\right)}$$

Пренебрегваме $\dot{\delta}^2 L_{mp}^2$ в знаменателя, заместваме определените по-горе величини и получаваме

$$M_{в} = -\frac{\dot{\delta} B_o^2 \pi\, a\,d\,h^4 b^4 \cos^2\gamma}{2\rho\left(R - \frac{d}{2}\right)} = -M_{\gamma}\dot{\delta}\cos^2\gamma, \quad (5)$$

където M_{γ} е моментът на вихровите токове при $\gamma = 0$ за $\dot{\delta} = 1\frac{rad}{s}$. За елипсоид с определени размери и дадена магнитна проницаемост, $M_{\gamma} = const.$ Моментът $M_{в}$ действа по оста y и се проявява само при разлика между ъгловите скорости на полето и на тялото по оста y. Знакът минус показва, че той се противопоставя на промяната на ъгъла δ.

Освен разгледаните дотук двигателни моменти, съществуват и съпротивителни, дължащи се на силите на триене. Поради малките размери на елипсоида, линейните скорости са малки и затова приемаме, че моментите на триене са пропорционални на първата степен на съответната ъглова скорост. При това коефициентите на пропорционалност при движенията по δ и по γ са равни, защото въртенето и в двата случая е около оста $2b$ на елипсоида.

Като имаме предвид, че моментите M_{xzu}, M_y и M_{xza} действат съответно по направление на обобщените координати γ, δ и φ, съставяме системата диференциални уравнения на Лагранж от втори род (Писарев и др., 1988). За тази цел първо намираме производните на кинетичната енергия:

$$\frac{\partial T}{\partial \gamma} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = J\dot{\gamma};$$
$$\frac{\partial T}{\partial \delta} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} = J\left(\omega + \dot{\delta}\right);$$
$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = J_a\dot{\varphi}.$$

Уравненията на Лагранж са:

$$\left|\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = M_{xzu} - k_1\dot{\gamma} \\ &\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} = M_y - M_{\gamma}\dot{\delta}\cos^2\gamma - k_1\left(\omega + \dot{\delta}\right) \\ &\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = M_{xza} - k_2\dot{\varphi}. \end{aligned}\right.$$

Тук $k_1\dot{\gamma}$, $k_1\left(\omega + \dot{\delta}\right)$ и $k_2\dot{\varphi}$ са моменти на триене при описване на съответните ъгли, а k_1 и k_2 са коефициенти на пропорционалност. Знаците минус пред моментите на триене показват, че те са обратно насочени на съответните ъглови скорости. Заместваме намерените по-горе моменти и получаваме

$$\left|\begin{aligned} &J\ddot{\gamma} = -M_o\cos^2\delta\,\sin 2\gamma - k_1\dot{\gamma} \\ &J\ddot{\delta} = -M_o\sin 2\delta - M_{\gamma}\dot{\delta}\cos^2\gamma - k_1\dot{\delta} - k_1\omega \quad (6) \\ &J_a\ddot{\varphi} = -M_o\sin 2\delta\,\sin\gamma - k_2\dot{\varphi}. \end{aligned}\right.$$

Уравненията на Лагранж (6) описват движението на ротационен елипсоид, поставен в общо положение във въртящо се с постоянна ъглова скорост хомогенно магнитно поле, във всеки момент от времето. Това е нехомогенна нелинейна система от диференциални уравнения от втори ред. Системата е нерешима в квадратури. Забелязваме, че първите две уравнения са независими от третото. При това последното не допринася за решаване на поставената задача, защото въртенето около оста $\vec{a}$ няма технологичен ефект.

Да разгледаме системата, съставена от първите две уравнения, като предполагаме, че асинхронният момент е много по-малък от синхронния и затова го пренебрегваме. Получаваме:

$$\begin{cases} J\ddot{\gamma} = -M_o\cos^2\delta\,\sin 2\gamma - k_1\dot{\gamma} \\ J\ddot{\delta} = -M_o\sin 2\delta - k_1\dot{\delta} - k_1\omega\,. \end{cases} \qquad (7)$$

Да потърсим решение за случая, когато ъглите γ и δ са достатъчно малки, за да може да се приеме

$$\sin 2\gamma = 2\gamma\,,\quad \sin 2\delta = 2\delta \quad \text{и} \quad \cos\delta = 1\,.$$

Тогава системата (7) добива вида

$$\begin{cases} \ddot{\gamma} + 2k_3\dot{\gamma} + \omega_o^2\gamma = 0 \\ \ddot{\delta} + 2k_3\dot{\delta} + \omega_o^2\delta = 2k_3\omega\,, \end{cases} \qquad (8)$$

където сме заместили

$$\omega_o^2 = \frac{2M_o}{J},\quad 2k_3 = \frac{k_1}{J}\,.$$

Получиха се две независими диференциални уравнения. Второто е нехомогенно и неговото решение е сумата от общия интеграл на хомогенното уравнение плюс един частен интеграл на нехомогенното. Решението на частния интеграл дава стационарния процес, който настъпва след безкрайно много време и е дадено в Костов (2004), където се определя ъгълът $\delta_{cm} = const.$, при който настъпва равновесие между синхронния и съпротивителния момент. Решенията на двете линейни хомогенни диференциални уравнения от втори ред с постоянни коефициенти са известни, (Писарев и др., 1988). Нека приемем първо, че средата е с малко триене, т.е. $k_3 < \omega_o$. В този случай общите интеграли на диференциалните уравнения имат вида:

$$\begin{aligned} \gamma &= A_o e^{-k_3 t}\sin(\omega' t + \theta'), \\ \delta &= C_o e^{-k_3 t}\sin(\omega' t + \varphi') + \delta_{cm}, \end{aligned} \qquad (9)$$

където

$\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - k_3^2}$ е честота на затихващите трептения;

A_o, C_o, θ' и φ' са интеграционни константи и се определят чрез началните условия по отношение на $\gamma, \delta, \dot{\gamma}$ и $\dot{\delta}$. Да отбележим величините в момента $t = 0$ с индекс нула. Тогава например константите за първото движение са:

$$A_o = \sqrt{\gamma_o^2 + \left(\frac{k_3\gamma_o + \dot{\gamma}_o}{\omega'}\right)^2}\,,$$

$$\theta' = arctg\frac{\omega'\gamma_o}{k_3\gamma_o + \dot{\gamma}_o}.$$

Движението на елипсоида е затихващо трептеливо по отношение на равнина xOz и на въртящия се вектор на полето $\vec{B}_o$ и води до анулирането на γ и установяването на $\delta = \delta_{cm}$. Вижда се, че движенията по двете координати са независими, но честотата им на трептене ω' е еднаква. Честотата на трептене зависи от масата и размерите на тялото, от магнитната му проницаемост, от магнитната индукция на въртящото поле B_o и от съпротивлението на средата. Известно е, че ω_o е собствената честота на трептене при липса на триене. Виждаме, че честотата на трептене в съпротивителна среда ω' е по-малка от ω_o.

Ъгълът δ се отчита спрямо въртящия се вектор $\vec{B}_o$. Следователно абсолютната ъглова скорост на елипсоида по оста y е $\omega + \dot{\delta}$, т.е. основното движение на тялото е ротация с ъглова скорост ω.

Да разгледаме сега движението при голямо съпротивление на средата. Тогава $k_3 > \omega_o$ и общите интеграли на диференциалните уравнения имат вида:

$$\begin{aligned} \gamma &= A_1 e^{-k_3 t} sh(\lambda t + \theta_1'), \\ \delta &= C_1 e^{-k_3 t} sh(\lambda t + \varphi_1') + \delta_{cm}, \end{aligned} \qquad (10)$$

където

$$\lambda = \sqrt{k_3^2 - \omega_o^2}$$

A_1, C_1, θ_1' и φ_1' са интеграционни константи и се определят от началните условия $\gamma_o, \dot{\gamma}_o, \delta_o,$ и $\dot{\delta}_o$. Движението по двете координати е апериодично и отново води до анулирането на γ и установяването на $\delta = \delta_{cm}$.

Нека $k_3 = \omega_o$. Законът на движението има вида

$$\begin{aligned} \gamma &= e^{-k_3 t}(A_2 t + A_3), \\ \delta &= e^{-k_3 t}(C_2 t + C_3) + \delta_{cm}. \end{aligned} \qquad (11)$$

Това е граничното апериодично движение. Интеграционните константи се намират по същия начин. Може да се докаже, че в този случай системата най-бързо достига установеното си състояние $\gamma = 0$ и $\delta = \delta_{cm}$.

Получена е връзка между закона на движение, параметрите на полето, размерите, масата и магнитната проницаемост на елипсоида. Това е необходимо за изчисляването на технологичния ефект на работните частици на вихровата машина.

Литература

Костов, К. Н. 2004. Ротационен феромагнитен елипсоид във въртящо се магнитно поле. – *Год. МГУ "Св. Ив. Рилски"*, т. 47, св. III, Мех. електриф., 105-107.

Писарев, А., Ц. Парасков, С. Бъчваров. 1988. *Курс по теоретична механика*. С., Техника, 501 с.

Фархи, С., С. Папазов, 1981. *Теоретична електротехника*, ч. 1. С., Техника, 630 с.

Препоръчана за публикуване от
Катедра "Електротехника", МЕМФ