

ТЕОРЕТИЧНО ИЗСЛЕДВАНЕ ЗА ПРИЛОЖИМОСТТА НА МОДЕЛА НА МАНЕВИЧ-ПАВЛЕНКО ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ СЪПРОТИВЛЕНИЕТО ПРИ ИЗТРЪГВАНЕ НА ЕДИНИЧНА ТРАВЕРСА ОТ БАЛАСТОВАТА ПРИЗМА НА МЕСТИМ РЕЛСОВ ПЪТ

Атанас Смилян

Минно-геоложки университет
"Св. Иван Рилски"
София 1700, България

РЕЗЮМЕ

Увеличаването на съпротивителната способност на местимите релсови пътища срещу страничното им изместване би направило работата на технологичния железопътен транспорт в откритите рудници много по-надеждна. Това е свързано с увеличаване на съпротивлението при изтръгване на единична траверса и определяне на напрежението при това.

Разгледан е модел, създаден от Маневич-Павленко в средата на 80-те години на XX век и със средствата на техническата механика, математическата физика и класическият математически анализ е показана приложимостта му при решаването на тази задача.

ВЪВЕДЕНИЕ

При местимите релсови пътища се наблюдава уникално явление – депланирането им в хоризонталната равнина при летните сезони. Една от съществените причини за това е недостатъчната им съпротивителна способност срещу страничното им изместване в хоризонталната равнина.

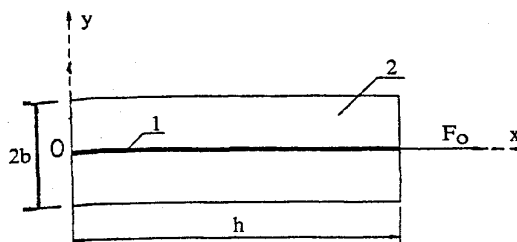
Сравнително евтина възможност без да се оскъпява съществено конструкцията на горното строене на местимите релсови пътища е да се вгради в нея метална траверса с кръстовидна форма в подрелсовите сечения.

Това инженерно решение, реализирано в масов мащаб изисква сериозни инвестиции. Резонен е въпросът оправдани ли са те и съществуват ли възможности с достатъчна точност да се оцени количествено увеличаването на съпротивлението на местимите пътища в хоризонтална равнина. Всъщност проблемът се свежда до намирането на достатъчно надежден метод за пресмятане на съпротивлението при изтръгване на единична траверса от баластовото легло. Това изисква разработването на адекватен математичен апарат, базиран на физически обоснован модел. Процесът има обаче динамичен характер. Следователно е необходимо да се опише механичната система от три траверси (средната се предполага, че е освободена от скрепителни връзки) и баласт в момент на гранично равновесие. Т.е. нужен е модел, чрез който с един и същи тип уравнения да се опишат процесите на гранично равновесие между баласта и траверсите с конвенционална и кръстовидна форма в подрелсовото сечение когато системата е все още в покой, но е налице първоначално макар и безкрайно малко преместване на изтръгваната траверса.

БАЗОВ МОДЕЛ

Принципно съществуват два подхода. Първият изисква създаването на нарочен модел, описващ въпросните физически процеси. Това обаче е много сложна задача, решима само с усилията на колективи. Вторият подход предполага използването на физико-математичен модел, разработен за други условия но приложим и за конкретната задача. Естествено прилагането му изисква и съответната физико-математическа обосновка.

В тази студия е избран втория подход. За аналогов и базов е избран моделът, разработен от Маневич и Павленко в началото на 90-те години в (Маневич Л. и др.



1982). Същността му е илюстрирана с фиг.1, а общата схема на разсъжденията е

Фигура 1. Базов модел на Маневич-Павленко

следната:

Физически моделът представлява равнинна пластинка (позиция 2) с размери "2.b" и "h", от която се изтръгва нишка (позиция 1). Равнинната пластинка (2)

представлява еднородна среда. Нишката (1) се намира в нея и е със структура, различна от тази на заобикалящата я среда:

- недеформируема е;
- твърда е.

След прилагане на осова сила "F₀" върху нишката по посока на оста "x", започва изтегляне (изтръгване) на нишката (1) от заобикалящата я среда на пластинката (2). За краткост по-нататък заобикалящата среда на пластинката е наричана матрица. При процеса на изтегляне (изтръгване), поведението на нишката (1) и матрицата (2) се изразява със следните зависимости:

- уравнения за равновесие на матрицата (2) – това е системата от частни диференциални уравнения (1);
- уравнение на преместване на точките на нишката (1) – диференциално уравнение (2).

$$\begin{cases} B_1 \frac{\partial^2 U}{\partial^2 y} + G \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + (v_2 B_1 + G) \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0 \\ G \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + B_2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (v_1 B_2 + G) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$EA \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = F_0 \delta(x) - 2\tau(x) \quad (2)$$

където: z(u, v) - векторът на преместване на матрицата;
u, v - компонентите на вектора на преместване на матрицата. В случая съвпадат с осите x и y;
G - коравина на матрицата на срязване;
F₀ - осовата сила, приложена на нишката в граничната точка;
EA - геометрическа характеристика на нишката при опън;
B₁, B₂ - коравината на опън и натиск на матрицата;
u₁, u₂ - коефициентите на Поасон;

t(y) - напрежение на срязване между нишката и матрицата. Предполага се, че в зоната на контакта

$$\tau(y) = G \frac{\partial U}{\partial X} \Big|_{x=0} \quad \mathbf{t}(y) = 0$$

W - преместване на нишката;

δ(y) - делта функция на Дирак. Представлява интегрален функционал и характеризира изтръгващата сила.

Новата система от уравнения [(1) и (2)] е със следните гранични условия (3) – [3.1], [3.2], [3.3], [3.4].

$$[3.1] \quad \begin{cases} U = W \\ V = 0 \end{cases} \Big|_{x=0} \quad \text{- физическият му смисъл е, че по}$$

направление на нишката "y" компонентата на решението "U" съвпада с "W", което е решението на уравнението (2). Т.е., ако се знае в коя да е точка "y" значението на "W", то "U" (компонента на вектора на преместване на матрицата) има същата стойност. На практика означава,

че векторът на преместване на матрицата за точки лежащи на оста "y" има втора компонента V=0 (решението Z=U,0 или Z=W,0);

$$[3.2] \quad U = V = 0 \Big|_{y=\pm b} \quad \text{- физическият му смисъл е, че}$$

матрицата е захваната в двата си края успоредно на оста "x", т.е., че е гарантирана неподвижност на матрицата извън точките с координати "±b";

$$[3.3] \quad \frac{\partial U}{\partial y} = V = 0 \Big|_{x=0} \quad \text{- физическият му смисъл е, че}$$

векторът на скоростта на преместване на матрицата по направление на оста "x" е равно на нула в точката x=0;

$$[3.4] \quad U = V = 0 \Big|_{x=l} \quad \text{- физическият му смисъл е, че}$$

когато "x" е много голямо преместванията в матрицата са нула.

АНАЛОГОВА АДАПТАЦИЯ НА БАЗОВИЯ МОДЕЛ КЪМ РЕШАВАНАТА ЗАДАЧА

Особеностите на модела на Маневич - Павленко са:

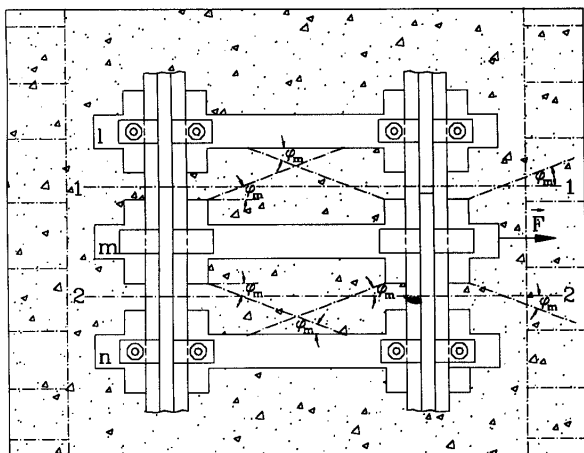
- матрицата е еднородна среда;
- нишката е със структура, отлична от тази на матрицата и носи следните характеристики:
 - недеформируема е;
 - твърда е;

При изтегляне на стоманена траверса с кръстовидна форма в под-релсовото сечение, освободена от скрепителни връзки и потопена до горния си ръб в баластовата призма, следва да се наблюдава:

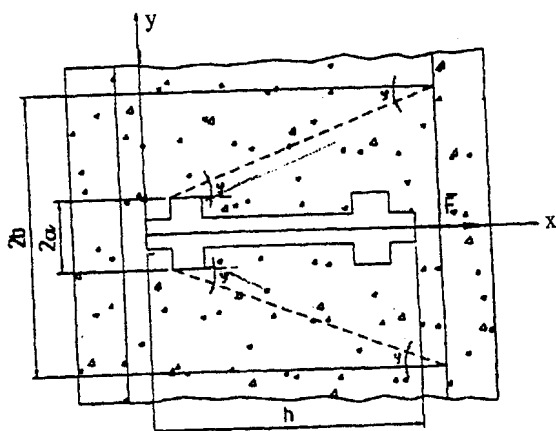
- срязване на баласта по повърхнини, изобразени с линии 1-1 и 2-2 (фиг.2), т.е. поради различната си структура, тази схема може да се третира последния начин:
 - баластът - като матрица;
 - траверсата - като изтръгвана нишка;
- срязване на баласта по повърхнини, съвпадаща с долната основа на траверсата. Т.е., ако се допусне, че по височината на траверсата поведението на срязване по всички хоризонтални сечения на изтръгваната траверса е едно и също, то картината по принцип наподобява до степен на идентификация теоретичния модел по фиг.1.

При положение, че траверсата се намира в баластовото легло и около нея от двете и страни липсват няколко съседни траверси, то срязването на баласта (съгласно изложените по-горе съображения) става под ъгъл φ (фиг. 3) от по-далечния (спрямо посоката на изтръгването) край на кръстовидните уширения по повърхнини, съвпадаща с равнината на долната основа. Последното се дължи на обстоятелството, че наличието на подтраверсови прагове под и в съседство на изтръгнатата траверса обуславя по-голямо съпротивление на срязване на баластовата

призма под ъгъл "φ" (на вътрешно триене на баласта) в дълбочина към земната основа. В същото време активно действаща по оста на траверсата сила "F₀" търси зоната на най-малкото съпротивление. А то е именно по хоризонталната равнина, съвпадаща с долната основа на изтръгваната траверса поради по-малката-степен на уплътнение в сравнение с уплътнението на баласта в зоната на подтраверсовите прагове. Изложените по-горе съображения са логични и верни. Но те не отчитат и няма как да отчитат, че моделът на Маневич – Павленко е създаден за изтръгване на нишка от композитна среда.



Фигура 2. Линии на срязване на баласта при изтегляне на кръстовидна траверса



Фигура 3. Илюстрация на срязването на баласта, предизвикано от кръстовидната форма на траверсата

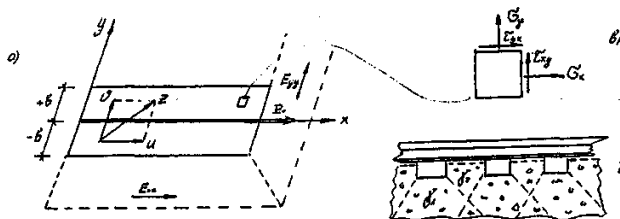
За да се избегнат съмнения в правомерността при използването на базовия модел за целите на решаваната задача се налага и обстойна теоретична обосновка.

ОСНОВНИ ПРЕДПОСТАВКИ ЗА ПРИЛОЖЕНИЕ НА МОДЕЛА

Основните предпоставки, предполагащи обосноваността на теоретичната предпоставка за приложение на модела Маневич – Павленко са по фиг. 4.

Те са:

ПЪРВО: Приема се, че се разглежда част от равнинен фрагмент от баластовата призма и релсотраверсовата скара. Допуска се, че по някакъв (неизвестен начин засега) начин траверсите са свити обемно до превръщането им в безразмерни нишки и при изтръгването им от баластовата призма предизвикват (пак за сега по неизвестен начин) срязване в баластовото легло по оста "x" (фиг. 4.а).



Фигура 4. Изходна база за генезис на модела Маневич-Павленко. а) принципна схема на местимата релсова линия по модела Маневич-Павленко; б) физическо поведение на баластовото легло; в) елементарен сегмент от уплътненото баластово легло

ВТОРО: Компонентите U и V на вектора z на преместването на матрицата са успоредни на осите x и y (фиг. 4.а);

ТРЕТО: Еластичните модули на баластовото легло, макар и близки по стойности по осите x и y са различни, т.е., $E_{xx} \neq E_{yy}$ (по фиг. 4.а), т.е. баластовата призма е ортотропна. Като по оста на пътя E_{yy} е по-голям от модула напречно на пътя E_{xx} .

ЧЕТВЪРТО: Баластът е уплътнен в степен до образуване на под-траверсови прагове и плътността му като функция на обемното тегло е по неравенството:

$$\gamma_1 > \gamma_2 < \gamma_{cp}^{\theta} \quad (\text{по фиг. 4 в}), \quad (4)$$

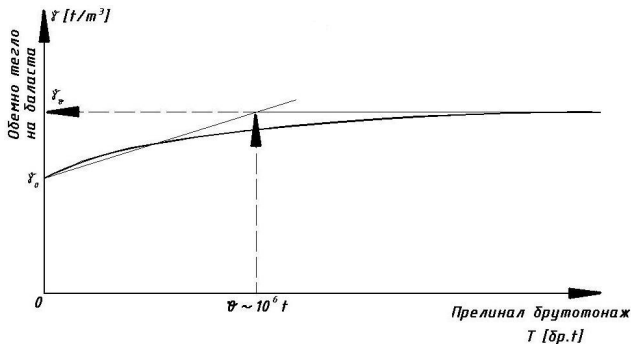
където: γ_{cp}^{θ} е бруто тонажът, след чието преминаване е така уплътнен, че по поведение и свойства се доближава до тези на еластичното тяло.

ПЕТО: Системата е в динамично равновесие, т.е. всеки безкрайно малък елемент от матрицата е в равновесие – по (фиг. 4.в).

ОБОСНОВКА НА ПЛЪТНОСТТА НА БЕТОНОВАТА ПРИЗМА

Във връзка с четвъртата предпоставка и зависимостта (5) следва да се отбележи, че при разработката на (Стоянов Д. и др., 1998) и (Стоянов Д. и др., 2000) от колектива на Д. Стоянов бяха извършени наблюдения върху товаронапрежението от работните влакосоъстави при местим релсов път в насапище "Обручище" към рудник "Трояново" на мини "Марица изток" ЕАД.

Според *Иванов Г. (1981), Т. Костов и др. (1991), Г. Шахонянц и др. (1982)*, а и по принцип администрациите на конвенционалните железници в много страни приемат, че баластовото легло на железния път е в достатъчна степен уплътнено след преминаването по него на 1000000 бруто тона. При това се приема, че процесът протича по графиката на фиг. 5.



Фигура 5. Илюстрация на процеса на уплътняване на баласта в баластовата призма след преминаване на определен бруто тонаж

В полза на сигурността в разчета по долу е прието постоянен брой на вагоните 16;

- вагоните са с обем 40 m³ и тара 34 t. Превозваната откритка е от различни глини със средно обемно тегло 2,1 t/m³ и среден коефициент на разбухване K_p = 1,45. Премерени са 29 вагона и е установен среден коефициент на напълване на вагоните K_n = 1,02. , В такъв случай брутно тегло на един влакосъстав е:

$$Q_{бр} = n_e \cdot V_e \cdot \rho \cdot K_n \cdot q_T \cdot K_p \quad (5)$$

а товаронапрежението от него изисква добавката на теглото на празния влак –

$$P_n = n_e \cdot q_e$$

където:

P_n - теглото на локомотива. За серия EL2- P_n = 147 t;

n_e - брой вагони във влакосъстава. Прието n_e = 16;

V_e - обем на коша на вагона. За използване в наблюдаваните влакосъстави с руски и български думпкири V_e = 40 m³;

K_n - коефициент на напълване на коша на вагона.

Средният коефициент в разчета е K_n = 1,02;

K_p - коефициент на разбухване. Приет K_p = 1,45;

q_T - коефициент на вагоните q_T ≈ 34 t.

Или товаронапрежението от един влак е 2 274 t.

И за двата рудника, ползващи насипище "Обручище" се работи с двусменен режим на жп транспорта. В полза на сигурността е взет коефициент на използването му

$$K_e = 0,75;$$

- натоварения абзетцер AS-6 приема между 3 и 6 влака на час. В полза на сигурността в разчета са приети 4 вл/ч. Или за едно денонощие се приемат от абзетцер AS-6

$$N_{вл.дн} = n_{вл/ч} \cdot T \cdot K_e = 4 \cdot 24 \cdot 0,75 = 72 \text{ влака}$$

Тогава общия бруто тонаж на едно денонощие е:

$$Q_{бр.дн} = N_{вл.дн} \cdot Q_{бр} = 2274 \cdot 72 = 163\,728 \text{ t}$$

Това означава, че бруто тонаж от 100000 t по местимия релсов път на абзетцер AS-6 в насипище "Обручище" се набира за по-малко от 7 денонощия.

Следователно след 6-7 дни работа по новото трасе баластът в баластовата призма на местимия релсов път при абзетцер AS-6 е уплътнен по (5) и поведението и свойствата му се доближават до тези на еластично тяло.

ТЕОРЕТИЧНО ДОКАЗАТЕЛСТВО

Като се знае всичко това, се приема, че матрицата (баластовото легло) е в равновесие. Тогава всеки равнинен фрагмент от него (по първа предпоставка) е в равновесие. Това се отнася и за безкрайно малкия елемент от матрицата – фиг. – 4.в., т.е. в сила са условията за равновесие.

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

От теоретичната механика и съпромата (*Кисляков С., 1980, Федосьев В., 1965 и др.*) е известно, че безкрайно малките премествания на матрицата по компонентите U и V на вектора Z (по втората предпоставка) се изписват с уравненията:

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y} \\ \varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \end{cases} \quad (7)$$

Изписан в обобщен вид, закона на Хук е:

$$\begin{cases} \sigma_x = a_{11} \varepsilon_{xx} + a_{12} \varepsilon_{yy} + a_{13} \varepsilon_{xy} \\ \sigma_y = a_{21} \varepsilon_{xx} + a_{22} \varepsilon_{yy} + a_{23} \varepsilon_{xy} \\ \tau_{xy} = a_{31} \varepsilon_{xx} + a_{32} \varepsilon_{yy} + a_{33} \varepsilon_{xy} \end{cases} \quad (8)^*$$

* Уравнения (8) представляват равнинния случай. Ако се третира пространствен случай, уравненията са 6, а коефициентите a_{ij} -36.

В системата уравнения (8) a_{ij} са еластични константи, характеризиращи свойствата на матрицата (уплътнената баластова призма). Понеже е прието (трета предпоставка по IV), че матрицата е ортотропна, тези два коефициента, въз основа на теоремата за взаимодействие на работите и пресмятанятия (Федосъев В., 1965), са два по два равни.

Замества се законът на Хук в условията за равновесие, диференцира се по "x" и "y" и се събират първото и третото и второто и четвъртото уравнения.

$$1. \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = a_{11} \cdot \frac{\varepsilon_{xx}}{\partial x} + a_{12} \cdot \frac{\varepsilon_{yy}}{\partial x} + a_{13} \cdot \frac{\varepsilon_{xy}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = a_{31} \cdot \frac{\varepsilon_{xx}}{\partial y} + a_{32} \cdot \frac{\varepsilon_{yy}}{\partial y} + a_{33} \cdot \frac{\varepsilon_{xy}}{\partial y}$$

Или

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = a_{11} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_{12} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + a_{13} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + a_{13} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = a_{31} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + a_{32} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + a_{33} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + a_{33} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}$$

Поради приетата ортотропност

$$a_{13} = a_{31} = a_{32} = a_{23} = 0$$

$$a_{12} = a_{21}$$

Тогава първото уравнение добива вида по 1'

$$1'. \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = a_{11} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_{33} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (a_{12} + a_{33}) \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}$$

$$2. \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0$$

Или

Аналогично уравнение (2) добива вида по 2'

$$2'. \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = a_{33} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + a_{22} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (a_{21} + a_{33}) \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$

Или системата уравнения за равновесие (6) добива вида по (9)

$$\begin{cases} a_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + (a_{12} + a_{33}) \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0 \\ a_{33} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + a_{22} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (a_{21} + a_{33}) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

От друга страна обобщения закон на Хук (Кисляков С., 1980, Федосъев В., 1965 и др.) при двумерната задача се записва по (10)

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_x}{E_{xx}} - \mu_x \frac{\sigma_y}{E_{xx}} \quad \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E_{xx}} (\sigma_x - \mu_x \sigma_y) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_y}{E_{yy}} - \mu_y \frac{\sigma_x}{E_{yy}} \quad \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E_{yy}} (\sigma_y - \mu_y \sigma_x) \\ \varepsilon_{xy} = \gamma_x = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \quad \tau_{xy} = G_{xy} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (10)$$

където: μ_x, μ_y - коефициенти на Поасон за връзка между напречните и надлъжните деформации;

G_{xy} - втори модул (на Юнг) на срязване.

Умножава се първото уравнение от (10) с μ_y и се събира с второто уравнение, а второто се умножава с μ_x и се събира с първото. След известни преобразувания (6) и (10) добиват вида по (11):

$$\begin{cases} \frac{E_{xx} \sigma_y}{1 - \mu_x \mu_y} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + G_{xy} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y} + \frac{E_{xx} \sigma_y}{1 - \mu_x \mu_y} \mu_x + G_{xy} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0 \\ G_{xy} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{E_{yy} \sigma_x}{1 - \mu_x \mu_y} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{E_{yy} \sigma_x}{1 - \mu_x \mu_y} \mu_y + G_{xy} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Съпоставката на системата (11) и системата (1) от базовия модел на Маневич - Павленко (Маневич Л. и др., 1982) и системата (9) дава основание да се твърди, че:

$$- a_{11} = \frac{E_{xx}}{1 - \mu_x \mu_y} \quad \text{в базовия модел е обозначено с } B_1 \text{ и}$$

изразява приведения модул на еластичност на матрицата по "x";

$$- a_{22} = \frac{E_{yy}}{1 - \mu_x \mu_y} \quad \text{в базовия модел е обозначено с } B_2 \text{ и}$$

изразява приведения модул на еластичност на матрицата по "y";

- $a_{33} = G_{xy}$ в базовия модел е обозначено с G и изразява приведения втори модул (на срязване) на Юнг;;

$$- a_{21} = \frac{E_{xx}}{1 - \mu_x \mu_y} \cdot \mu_x = \frac{E_{yy}}{1 - \mu_x \mu_y} \cdot \mu_y = \mu_x B_1 = \mu_y B_2$$

С извършените преобразувания и изводи се обуславя приложимостта на системата уравнения (1) от базовия модел за решаваната в случая задача. Остава да се обоснове и каститивността на третото уравнение - (2) от базовия модел. За целта се разсъждава така:

Ако се приеме че нишката в модула се подчинява на закона на Хук при едномерно напрегнато състояние - опън, то напрежението в нея е:

$$\sigma_x = \frac{P}{F} \quad (12)$$

където F – лицето на нишката.

Напрежението по пълния запис на закона на Хук се изразява с (14) и по (8)

$$\sigma_x = a_{11} \varepsilon_{xx} + a_{12} \varepsilon_{yy} + a_{13} \varepsilon_{xy} \quad (13)$$

но

$$a_{12} \varepsilon_{yy} = 0 \quad (14)$$

(15) следва от едномерността на нишката

Още,

$$a_{13} \varepsilon_{xy} = 0 \quad (15)$$

(16) следва от $a_{13}=a_{31}$ поради приетата ортотропност (трета основна предпоставка от VI)

Следователно напрежението в нишката може да се изрази още с:

$$\sigma_x = a_{11} \varepsilon_{xx} \quad (16)$$

Но от теоретичната механика и съпротивата (Кисляков С., 1980, Федосъев В. 1965, и др.) и вече приложените уравнения (7) е известно че

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (17)$$

Тогава

$$\frac{\sigma_x}{\partial x} = a_{11} \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} = a_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (18)$$

От друга страна базовия модул на Маневич-Павленко (Маневич Л. и др. 1982) третира състояние, при което изтръгваната нишка е все още в равновесие. В същото време от извода (11)

$$a_{11} = \frac{E_{xx}}{1 - \mu_x \mu_y} \quad (19)$$

В случая поради едномерността на изтръгваната нишка $\mu_y = 0$, т.е.

$$a_{11} = E_{xx} \quad (20)$$

Следователно

$$\frac{\sigma_x}{\partial x} = E_{xx} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (21)$$

Ако се погледне третото уравнение (2) от базовия модел по друг начин и се съобрази втората основна предпоставка на компонентите на вектора Z на преместването с осите x и y , то ако се замени W (преместването) с неговата компонента и се съобрази от (22), че към него от (13) следва да се добави лицето F , то (2) се представя във вида:

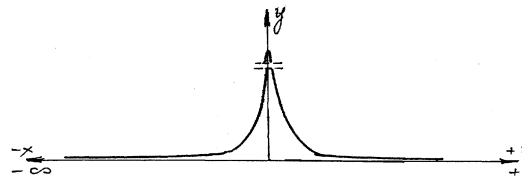
$$F \cdot E_{xx} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F_0 \delta(x) - 2\tau(x) \quad (22)$$

По нататък се разсъждава така: предполага се за момент, че лявата страна на (22) е ясна и следва да се изясни дясната част.

В нея съществува произведението $F_0 \delta(x)$, където F_0 е изтръгващата сила, а $\delta(x)$ е делта функция на Дирак. Делта функцията в такъв случай се въвежда за да се обозначи характеристиката на силата. Тя $[\delta(x)]$ е обобщена функция. Няма физически смисъл. Изразява само, че силата е приложена в точка (точкова сила) и че се мени от нула до някаква стойност. Именно тази крайна стойност предизвиква изтръгването. Изменението от нула до крайната стойност е подчинено на закона

$$\begin{aligned} \delta(x) \Big|_{x=\pm f} &= 0 & \text{ъ} \\ & & \text{п} \\ \delta(x) \Big|_{x=0} &= \int_{-f}^{+f} \delta(x) dx = 1 & \text{з} \\ & & \text{ю} \end{aligned} \quad (23)$$

Геометричката интерпретация е по фиг. 6.



Фигура 6. Геометричката интерпретация на интеграла от делта функцията на Дирак

Едно от свойствата на $\delta(x)$ е, че подинтегралната му площ е винаги единица. Това позволява да се вземе серия от $\delta(x)$ с постоянно стесняващ се интервал като така се характеризира промяната на силата от нула до стойност, при която настъпва изтръгване. Т.е. присъствието на $\delta(x)$ в дясната част на уравнението (22) не променя силата, а само я характеризира.

Остава да се изясни физическият смисъл на последния член в дясната страна на равенството (22). Разсъждава се така:

Уравнението

$$F \cdot E_{xx} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F_0 \delta(x) \quad (24)$$

е всъщност друг вид запис на закона на Нютон, представян обикновено във вида (25).

$$\bar{F} = m \cdot \bar{a} \quad (25)$$

Но от математическата физика (Арманович И. и др. 1969, Генчев Т., 1976, Течение 1982-1994, Течение 1971-1982, Течение 1985-1999 и др.) е известно, че пълния на този

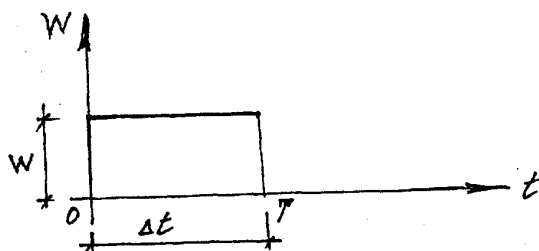
закон включва още съпротивлението на средата, в която се извършва движението на движещия се елемент (в случая – изтръгваната нишка) и неговата инертност.

Ако с W се означи координатата и траекторията на точките от нишката във времето с t и отсъства съпротивление, то записът на Нютоновия закон има вида по (26)

$$mW'' = F \quad (26)$$

където W е преместването на точките от изтръгваната нишка.

И тъй като нишката се движи само по права линия, то преместването на една точка от нишката се движи само по права линия, по фиг. 7.



Фигура 7. Геометрично изобразяване на едномерно преместване на точките на нишката за време Δt

В най-общия случай законът е нелинеен, защото зависи от времето t , преместването W и неговата втора производна. Когато се решават такива задачи, винаги стремежът е да се търси линейно решение, защото математическата физика предлага готови решения.

Например ако се предположи, че F зависи линейно от преместването W и първата му производна W' , формализиран математическият запис на тази зависимост изглежда така:

$$F(W_1 + W_2, W', t) = F(W_1, W', t) + F(W_2, W', t) \quad (27)$$

Това означава още, че

$$W = W_1 + W_2 \quad (28)$$

Когато една функция зависи линейно от първия и втория си аргумент, решението може да се представи във вида:

$$F(W, W', t) = C_1 W + C_2 W' + F(t) \quad (29)$$

където C_1 и C_2 са известни интегрални константи.

Тогав записът на закона на Нютон в третирия случай е:

$$C_1 W'' + C_2 W' + C_3 W = F(t) \delta(x) \quad (30)$$

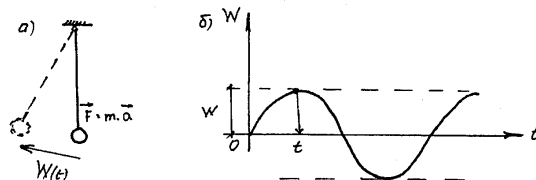
Физическият смисъл на константите е както следва:

C_1 – характеризира масата на нишката;

C_2 – характеризира съпротивлението (контактното) на външната среда (матрицата), в която се движи нишката;

C_3 – характеризира инерцията на движещата се нишка.

Физическият смисъл на тези константи най-нагледно се илюстрира и обяснява с една от най-лесните задачи в механиката – махалото (фиг. 8).



Фигура 8. а) Схематично изображение на махало, задвижено със сила \vec{F} и отместено на W б) Графика на движение на махалото във времето.

Възможни са четири случая:

Първи случай: Средата е без съпротивление, силата е приложена еднократно.

В този случай уравнението на махалото е:

$$W''(t) + \omega^2 W(t) = 0 \quad (31)$$

Решение на диференциалното уравнение (31) е:

$$W(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \quad (32)$$

Тук C_i са константи и зависят от A (амплитудата) и ϕ (фазата), а ω е честотата.

Втори случай: Средата е без съпротивление, силата F_0 действа постоянно по косинусов закон.

Уравнението на махалото сега е:

$$W''(t) + \omega^2 W(t) = F_0 \cos \omega_1 t \quad (33)$$

Решение на диференциалното уравнение (33) е:

$$W(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{F_0}{\omega^2 - \omega_1^2} \cos \omega_1 t \quad (34)$$

В този случай при $\omega_1 = \omega$ е налице явлението резонанс.

Трети случай: Средата е със съпротивление, силата е приложена еднократно.

Уравнението на махалото сега е:

$$W''(t) + 2\gamma W'(t) + \omega^2 W(t) = 0 \quad (35)$$

Ако се допусне линейна зависимост между преместването W' и времето t , то решението зависи от характеристикното уравнение (36) :

$$\lambda^2 + a\lambda + \omega^2 = 0 \quad (36)$$

Дискриминантата D на (36) е:

$$D = a^2 - 4\omega^2 \quad (37)$$

Решението на (35) има физически смисъл, когато дискриминантата D е отрицателна, т.е. $D < 0$. Тогава корените на характеристикното уравнение (36) са:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-a \pm i\sqrt{a^2 - 4\omega^2}}{2} \quad (38)$$

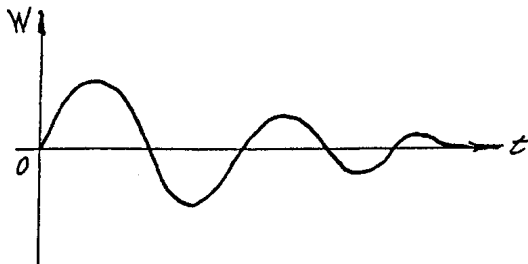
и се представя във вида (39):

$$\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta \quad (39)$$

Тогава решението на уравнението на махалото (35) е:

$$W(t) = C_1 e^{\alpha t} \cdot \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \cdot \sin \beta t + \Phi(t) \quad (40)$$

Това е случаят за постепенно затихване на амплитудата и честотата – фиг.9.



Фигура 9. Постепенно затихване на амплитудата и честотата на махалото

Четвърти случай: Средата е със съпротивление, силата е приложена по косинусов закон.

Уравнението на махалото сега е:

$$W''(t) + aW'(t) + \omega^2 W(t) = F_0 \cdot \cos \omega_1 t \quad (41)$$

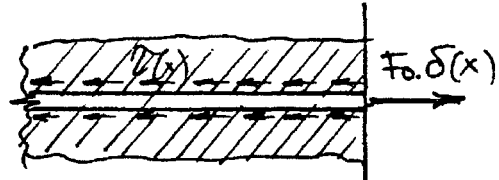
Без да се отделя внимание на решението (41), ако то се анализира и се предположи, че масата на махалото е нормирана към единица, то на лице е пълно сходство и със закона на Нютон, и с модела на Маневич-Павленко (Маневич Л. и др., 1982) за изтръгваната нишка. При това:

а) коефициента пред втората производна на преместването W'' е единица. В базовия модел този коефициент е $F \cdot E_{xx}$.

б) коефициента пред първата производна изразява съпротивлението на средата, в която махалото се движи. В общия случай това е съпротивление на триене

В базовия модел на Маневич-Павленко това е контактно съпротивление на средата около нишката. Означено е с $t(x)$ и е прехвърлено в дясната страна на равенството, защото винаги противодейства на изтръгващата сила.

Стойността на коефициента пред $t(x)$ е 2, защото се предполага, че то се проявява едновременно от двете страни на нишката – фиг. 10.



Фигура 10. Илюстрация за проявлението на контактното напрежение $t(x)$

в) коефициента ω пред преместването $W(t)$ изразява инерцията на процеса, която пък зависи от теглото на движещата се маса.

В базовия модел коефициента C_3 е нула, защото авторите Маневич и Павленко (Маневич Л. и др., 1982) предполагат, че едномерната нишка е безтегловна. Така именно в крайна сметка уравнението в базовия модел добива вида по (2), а именно:

$$F \cdot E_{xx} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F_0 \delta(t) - 2\tau(x)$$

Това обаче не изчерпва всички особености на генезиса на базовия модел. Защото за да заработят трите уравнения [система (1) и уравнение (2)] в един модел е необходимо системата за равновесие на матрицата (1) и уравнението за движение на нишката да се обвържат в една зависимост.

Тази връзка авторите на модела (Маневич Л. и др., 1982) формулират чрез зададената зависимост (42).

$$\tau(x) = G \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (42)$$

Тя дефинира, че контактното напрежение в направлението $y=0$ е пропорционално на приведеня втори модул на Юнг на матрицата. При по-голямо G , $t(x)$ става по-голямо.

Това G е точно коефициента a_{33} на матрицата.

$$G = \frac{G_{xy}}{1 - \mu_{xy}} \quad (43)$$

Или контактното напрежение е пропорционално на еластичния модул на срязване на матрицата и обратно

пропорционално на разликата ($1-\mu_x\mu_y$), където μ_x и μ_y са коефициентите на Поасон за вече уплътненото баластово легло по оси x и y .

РЕЗУЛТАТИ И ИЗВОДИ

ОСНОВНИЯТ ИЗВОД е, че третото уравнение (2) на базовия модел не се интересува и не се влияе от типа на съпротивлението, което заобикалящата среда (матрицата) оказва на изтръгваната нишка – триене, срязване, срязване при адхезия, срязване при триене и пр. Уравнението само отчита количеството на съпротивлението на заобикалящата среда (матрица) при изтръгването на нишката. Именно за това авторите на модела го дефинират като “контактно” и имат предвид, че то се проявява и действа едновременно от двете страни по цялата дължина на изтръгваната нишка.

ОСНОВНИЯТ РЕЗУЛТАТ е в приведеното доказателство за правомерността за приложимост на модела, създаден от Маневич и Павленко за определяне на съпротивлението, което се оказва на изтръгваната траверса (третирана като нишка) от страна на баластовото легло (третирано като матрица) от местим релсов път.

ЛИТЕРАТУРА:

Маневич Л, Павленко А., 1982. Прикладная математика и теоретическая физика. – . Москва, кп. 3

Стоянов Д. и др., 1998. Превантивен контрол и ремонтно-възстановителни работи на местимите релсови пътища в открития рудник “Трояново” към “Мини Марица изток” ЕАД. – Договор 1633/1998 при НИС на МГУ. Архив на НИС при МГУ.

Стоянов Д., и др., 2000. Превантивен контрол и ремонтно-възстановителни работи по местимите релсови пътища в открития рудник “Трояново север” към “Мини Марица изток” ЕАД. – Договор 1683/2000 при НИС на МГУ. Архив на НИС при МГУ.

Иванов Г., и др., 1981. Горно строене и поддържане на железния път. София, Техника

Костов Т. И др., 1991. Железопътно строителство. – София, Издателство на УАСГ.

Шахонянц Г., 1982. Железнодорожный путь. – Москва, Транспорт.

Кисляков С., 1980. Съпротивление на материалите. – София, Техника.

Федосьев В., 1965. Съпротивление на материалите. – София, Техника.

Араманович И. и др., 1969. Уравнения математической физики. – Москва, Наука.

Генчев Т., 1976. Частни дифференциални уравнения. – София, Наука и изкуство.

Течение 1982-1994. Mechanical engineering. – New York.

АН СССР., Течение 1971 – 1982. Прикладная математика и механика. – Москва, Наука.

Российской академий наук., Течение 1985 – 1999. Физика твёрдого тела. – Санкт Петербург, Наука.

*Препоръчана за публикуване от
катедра “ ”, МЕМФ*

THEORETICAL INVESTIGATION OF THE APPLICABILITY MANEVICH-PAVLENKO MODEL FOR DETERMINING THE STRENGTH OF EXTRACTION OF A SINGLE TRAVERSE FROM THE BALLAST PRISM OF A MOVABLE RAILROAD

Atanas Smilianov

University of Mining and Geology
"St. Ivan Rilski"
Sofia 1700, Bulgaria

ABSTRACT

Increasing the strength of movable railroads against their lateral displacement would make the operation of the technologic railroad haulage in the opencast mines much more reliable. This is related to the increasing of strength of extracting a single traverse and determining the stress while doing it.

A model is examined, which is created by Manevich-Pavlenko in the middle of the 80's of 20th century and its applicability to the above task is shown by means of the theoretical mechanics, mathematical physics and the classical mathematical analysis.

INTRODUCTION

There is an observation of a unique phenomenon related to movable railroads - displacement in a horizontal plane during summer. One of the considerable reasons for that is their insufficient strength against lateral movement in a horizontal plane.

Relatively cost-effective opportunity without general raise of cost for the upper construction of the movable railroads is to in-build into it a metal traverse of the shape of a cross in the underrail section.

This engineering approach, realized in large scale requires immense investments. It is quite natural to question if they are reasonable and if there are any possibilities to estimate quantitatively and precisely enough the increase of strength of movable railroads in a horizontal plane. Actually the problem reduces to finding a sufficiently reliable method for calculating the strength of extracting of a single traverse from the ballast bed. This requires development of an adequate mathematical apparatus, based on a physically grounded model. The process, though, has a dynamical character. Therefore it is necessary to describe the mechanical system of three traverses (the one in the middle is supposed to be released of upholding couplings) and ballast in a moment of limited balance. i.e. a model is needed through which by the same type of equations to describe the processes of limited balance between the ballast and the traverses with a conventional and crossed shape in the under-rail cut, when the system is still at rest, however there is an initial, even though an infinitely small movement of the extracted traverse.

BASIC MODEL

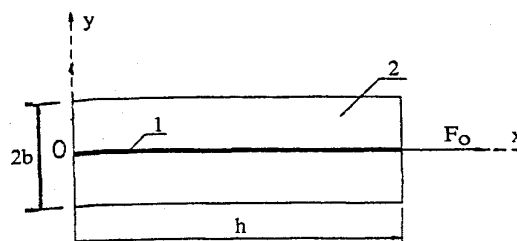
In general there are two approaches. The first one requires the establishing of an intentional model, which describes the discussed physical processes. However, this a very difficult task, which is to be solved only by the efforts of collective teams. The second approach assumes utilizing of a physics-

mathematical model, intended for other conditions, but applicable to the specific task. Its implementation demands relevant physical-mathematical arguments.

The second approach is chosen in this study. The model of Manevich and Pavlenko, developed in the beginning of 90's in (*Manevich L. et al., 1982*) is selected as a basic model. Its essence is illustrated in fig. 1, and the common scheme of thinking is as follows:

Figure 1. Basic model of Manevich and Pavlenko

Physically, the model represents a plane plate (item 2) with measurements "2.b" and "h", and a fibre is extracted out of it (item 1). The plane plate (2) represents a homogeneous medium. The fiber (1) is allocated in it and it has a structure



different from ambient structure:

- non-deformable;
- rigid.

After applying an axis force " F_0 " on the fiber into the direction of " x " axis, extracting of the fiber (1) from the environmental medium of the plate (2) begins. For conciseness, further on the ambience of the plate will be called matrix. Within the process of extracting (extracting), the behaviour of the fiber (1) and the matrix (2) is shown by the following dependences:

- Equations of equilibrium of the matrix (2) – this a system of partial differential equations (1);
- Equation of displacement of points of fiber (1) - differential equation (2).

$$\begin{cases} B_1 \frac{\partial^2 U}{\partial^2 y} + G \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + (v_2 B_1 + G) \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0 \\ G \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + B_2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (v_1 B_2 + G) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$EA \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = F_0 \delta(x) - 2\tau(x) \quad (2)$$

where:

- z(u, v) – vector of displacing of the matrix;
- u, v – vector components of displacing the matrix. In this case the axes x and y coincide;
- G – rigidity of matrix to cutting;
- F₀ – axis strength, applied to the fiber in the boundary point;
- EA – geometrical characteristics of fiber when tensile stresses;
- B₁, B₂ – rigidity to tensile stress and compression of the matrix;
- u₁, u₂ – the coefficients of Poisson;

t(y) – tension to cutting between fiber and matrix. It is assumed that in the contact area

$$\tau(y) = G \left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_{x=0} \quad \mathbf{t}(y) = 0$$

- W – extraction of fiber;
- δ(y) – delta function of Dirac. It represents integral functional and characterizes the extracting strength.

The new system of equations [(1) & (2)] has the following boundary conditions (3) – [3.1], [3.2], [3.3], [3.4].

$$[3.1] \quad \begin{cases} U = W \\ V = 0 \end{cases} \Big|_{x=0} \quad \text{- its physical meaning is that in}$$

the direction of the fiber "y", the component of solution "U" coincides with "W", which is the solution of the equation (2), i.e., if the value of "W" is known at any point of "y", then "U" (component of the vector of extracting of the matrix) has the same value. Practically that means, that the vector of displacement of the matrix for points situated on the axis "y" has its second component V=0 (the solution Z=U, 0 or Z=W, 0);

$$[3.2] \quad U = V = 0 \Big|_{y=\pm b} \quad \text{- its physical meaning is that}$$

the matrix is fastened on by its two ends in parallel to the axis "x", i.e., that immobility of the matrix is guaranteed out of points with coordinates "±b";

$$[3.3] \quad \frac{\partial U}{\partial y} = V = 0 \Big|_{x=0} \quad \text{- its physical meaning is that}$$

the vector of speed of displacement of the matrix on direction of axis "x" is equal to zero in the point x=0;

$$[3.4] \quad U = V = 0 \Big|_{x=f} \quad \text{- its physical meaning is, that}$$

when "x" is very large, than displacements in the matrix are

equal to zero.

ANALOGICAL ADAPTATION OF THE BASIC MODEL TO THE SOLUTION OF THE TASK

The peculiarities of the model of Manevich-Pavlenko are:

- The matrix is homogeneous medium;
- The fiber has a structure, different from the structure of the matrix and carries the following characteristics:
 - It is non-deformable;
 - It is rigid;

While extracting of a steel traverse of a crossed shape from the under-rail section, released from connections and dipped to its upper edge into gravel ballast prism, the following should be observed:

- cutting up the gravel ballast along the surfaces, represented by lines 1-1 and 2-2 (fig. 2), i.e. because of the different structure, this system may be treated as follows:
 - the gravel – like a matrix;
 - the traverse – like an extracted fiber;
- cutting up the gravel along the surface, which coincides with the lower base of the traverse, i.e. if assumed that through the height of the traverse the behavior of cutting through all horizontal sections of the extracted traverse is the same, than principally the picture resembles to a level of identification of the theoretical model according to fig. 1.

In case that the traverse is situated in the gravel bed and several traverses are missing around it, from both sides, then cutting of the gravel (according the above mentioned considerations) is realized under an angle φ (fig. 3) from the farther (in relation to the direction of extracting) end of the crossed extensions onto the surface, coinciding with the surface of the lower base. The last is due to the following circumstance:

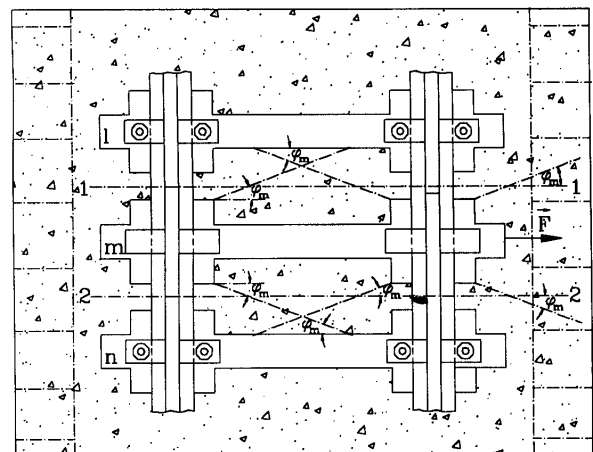


Figure 2. Lines of cutting of the gravel ballast during the extraction of a cross-shaped traverse

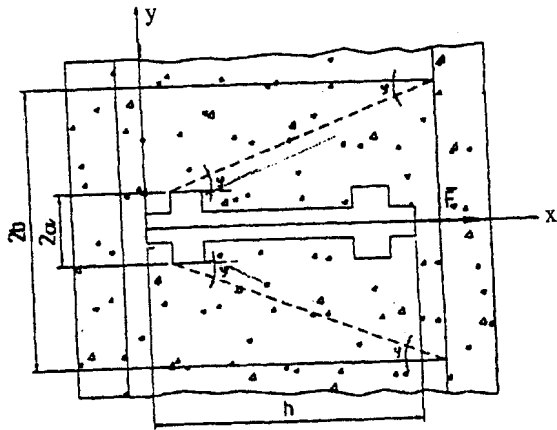


Figure 3. Illustration of cutting of gravel ballast, caused by the cross-shaped traverse

Availability of under-traverse thresholds under and near to the extracted traverse determines the larger strength of shearing of the ballast prism under angle "φ" (of internal friction of gravel) into depth towards the ground base. At the same time, force "F₀" actively operating on the axis of the traverse seeks the zone of the less strength. And it is namely onto the horizontal plane, coinciding with the lower base of the extracted traverse due to the lower degree of consistence compared to compression of gravel in the zone of under-traverse thresholds. The above mentioned considerations are logical and truthful. But they do not report and there is no way to report, that the model of Manevich-Pavlenko is created to be applied to extracting of a fiber from composite medium.

A comprehensive theoretical is needed in order to prevent suspicions in the adequacy of utilizing the basic model for the purposes of the above task.

BASIC PRECONDITIONS ABOUT APPLICATION OF THE MODEL

The basic preconditions, assuming validity of the theoretical background for applying of the Manevich-Pavlenko model are as follows, according to fig. 4.

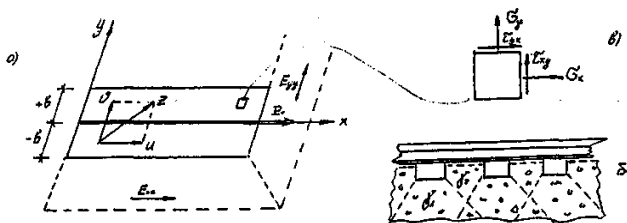


Figure 4. Initial basis for genesis of the Manevich-Pavlenko model. a) principal scheme of the movable railroad line according the Manevich-Pavlenko model; b) physical behavior of the gravel ballast bed; c) elementary segment of the compacted gravel ballast bed.

They are as follows:

FIRST: It is assumed that, a plane fragment of the gravel ballast prism and the rail-traverse frame is been treated. It is

supposed that, in whatever way (by an approach up to now unknown) the traverses are compressed volumetrically to the transformation into dimensionless fibers and through extracting them from the gravel ballast prism they provoke (by an approach up to now unknown) cutting in the gravel bed onto the axis "x" (fig. 4 a).

SECOND: The components U & V of the vector z of displacement of the matrix are in parallel to the axes x and y (fig.4 a);

THIRD: The elastic moduli of the gravel ballast bed, though close to the values on axes x and y are different, i.e., $E_{xx} \neq E_{yy}$ (fig. 4. a), i.e. the gravel prism is orthotropic. Thus the modulus on the axis of road E_{yy} is higher than the modulus transversely to the road E_{xx} .

FOURTH: The gravel is compacted to a rate of formation of under-traverse thresholds and its compactness as a function of the bulk weight is figured out by the inequality:

$$\gamma_1 > \gamma_2 < \gamma_{cp}^{\theta} \quad (\text{по фиг. 4 в}), \quad (4)$$

where: γ_{cp}^{θ} is the gross weight, after which it is so compressed that its behavior and characteristics are similar to the behavior of an elastic body..

FIFTH: The system is in a dynamical equilibrium, i.e. every one infinitely small element of the matrix is into an equilibrium – on (fig.4.c).

REASONING OF THE COMPACTION OF THE CONCRETE PRISM

In connection to the fourth precondition and dependence (5), it should be notified that, during the development of (Stoyanov D. et al. 1998; 2000) by the team of D. Stoyanov, observations were made on the loading of the operating trains on a movable railroad at the "Obrouchishte" dumping area at "Trayanovo" mine of the "Maritza Iztok" Co.

According to Ivanov G. (1981), Kostov T. (1991) etc. in Shahonyants G. (1982) etc., and general administrations of the conventional railroads in many counties assume that the gravel ballast bed of the railroad is compacted enough after passing over on it of 1,000,000 gross tons. Furthermore, it is assumed that the process goes on according to the response in fig.5.

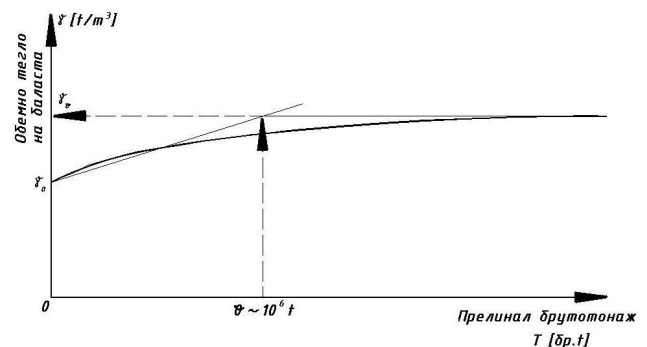


Figure 5. Illustration of the process of compacting of gravel in the gravel prism after passing over a definite gross-tonnage

A constant number of cars of 16 is assumed with the aim of safety;

- useful car volume is 40 m³ and own weight is 34 t. The transported overburden consists of different clays with average bulk weight of 2,1 t/m³ and average coefficient of swelling K_p = 1,45. Twenty nine cars are measured and an average coefficient of filling up of cars is established to K_n = 1,02. ,

In this case the gross weight of a train is:

$$Q_{гр} = P_{л} + \frac{n_{с} \cdot V_{с} \cdot \rho \cdot K_{п}}{K_{п}} \cdot q_{с} \cdot T \quad (5)$$

and the loading stress requires addition of the weight of empty train –

$$P_{л} = n_{с} \cdot q_{с}$$

where:

P_л - weight of the locomotive. For EL2- P_л series = 147 t;

n_с - number of cars in the train. Assumed n_с = 16;

V_с - volume of the bucket of the car. For the trains of Russian and Bulgarian manufacture with dumping cars - V_с = 40 m³;

K_n - coefficient of filling the bucket of the car. Average coefficient in the calculation is K_n = 1,02;

K_p - coefficient на swelling. Assumed K_p = 1,45;

q_с - coefficient of the cars q_с ≈ 34 t.

Therefore, the loading stress of one train is 2 274 t.

For the both mines, using the "Obruchishte" dumping area there is a two-shifts regime of railroad haulage. For the aim of safety a coefficient of use is assumed as

$$K_{с} = 0,75;$$

- The loaded overburden spreader AS-6 accepts between 3 and 6 trains per hour. For the aims of safety it is assumed 4 trains/hour.

Therefore, for a twenty four hour period the overburden spreader AS-6 accepts:

$$N_{в.л.дн} = n_{в.л./h} \cdot T \cdot K_{с} = 4 \cdot 24 \cdot 0,75 = 72 \text{ trains}$$

Then the total gross tonnage for a twenty four hour period is:

$$Q_{гр.дн} = N_{в.л.дн} \cdot Q_{гр} = 2274 \cdot 72 = 163\,728 \text{ t}$$

This means that the gross tonnage of 1,000,000 t on the movable railroad of overburden spreader AS-6 at the "Obruchishte" dumping area is accumulated for less than 7 days.

Therefore, after 6-7 days of operating on a new track the gravel in the gravel prism of the movable railroad near the overburden spreader AS-6 is thickened through (5) and its behavior and properties are approximating to those of the elastic body.

THEORETICAL PROVE

Since all the above is known, it is accepted that the matrix (gravel bed) is in equilibrium. Then every plane fragment of it (from first precondition) is in equilibrium. This also applies to the infinitely small element of the matrix – fig.-4.c., i.e. the conditions for equilibrium are in validity.

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Theoretical mechanics and strength of materials (Kisliakov S., 1980; Федосъев В., 1965 etc.) reveal that, the infinitely small movements of the matrix through components U and V of the vector Z (from the second precondition) may be introduced down by the equations:

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y} \\ \varepsilon_{xy} = \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \end{cases} \quad (7)$$

The generalized type of the Hook law is:

$$\begin{cases} \sigma_x = a_{11} \cdot \varepsilon_{xx} + a_{12} \cdot \varepsilon_{yy} + a_{13} \cdot \varepsilon_{xy} \\ \sigma_y = a_{21} \cdot \varepsilon_{xx} + a_{22} \cdot \varepsilon_{yy} + a_{23} \cdot \varepsilon_{xy} \\ \tau_{xy} = a_{31} \cdot \varepsilon_{xx} + a_{32} \cdot \varepsilon_{yy} + a_{33} \cdot \varepsilon_{xy} \end{cases} \quad (8)^*$$

* Equations (8) represent the 2 dimensional case. If a 3-dimensional case is treated the equations are 6, and the coefficients a_{in}-36.

In the system of equations (8) a_{in} are elastic constants, characterizing the matrix (compacted gravel prism). As it is assumed (the third precondition from IV) that the matrix is arthotropic, these two coefficients, based on the theorem for interaction of operations and calculations (Федосъев В., 1965), are two by two equal.

In the Hook law a substitution is done in the conditions of equilibrium; it is differentiated by "x" and "y" and first and third and second and fourth equations are added.

$$1. \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = a_{11} \cdot \frac{\varepsilon_{xx}}{\partial x} + a_{12} \cdot \frac{\varepsilon_{yy}}{\partial x} + a_{13} \cdot \frac{\varepsilon_{xy}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = a_{31} \cdot \frac{\varepsilon_{xx}}{\partial y} + a_{32} \cdot \frac{\varepsilon_{yy}}{\partial y} + a_{33} \cdot \frac{\varepsilon_{xy}}{\partial y}$$

Or

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = a_{11} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_{12} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + a_{13} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + a_{13} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = a_{31} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + a_{32} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + a_{33} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + a_{33} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}$$

Due to the assumed orthotropic type

$$a_{13} = a_{31} = a_{32} = a_{23} = 0$$

$$a_{12} = a_{21}$$

Then the first equation acquires the type by 1'

$$1'. \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = a_{11} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_{33} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (a_{12} + a_{33}) \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}$$

$$2. \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0$$

Or

Similarly, equation (2) acquires the type by 2'

$$2'. \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = a_{33} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + a_{22} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (a_{21} + a_{33}) \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$

Or the system of equations for equilibrium (6) acquire the type of (9)

$$\begin{cases} a_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + (a_{12} + a_{33}) \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0 \\ a_{33} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + a_{22} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (a_{21} + a_{33}) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

On the other side the generalized Law of Hook (Kisliakov S., 1980; Федосьев В., 1965 etc.) for the two-dimensional problem acquires the type of (10)

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_x}{E_{xx}} - \mu_x \frac{\sigma_y}{E_{xx}} \quad \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E_{xx}} (\sigma_x - \mu_x \sigma_y) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_y}{E_{yy}} - \mu_y \frac{\sigma_x}{E_{yy}} \quad \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E_{yy}} (\sigma_y - \mu_y \sigma_x) \\ \varepsilon_{xy} = \gamma_x = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \quad \tau_{xy} = G_{xy} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (10)$$

where: μ_x, μ_y – coefficients of Poisson for interrelating transverse and lengthwise deformations;
 G_{xy} - second modulus (modulus of Young of shearing).

The first equation of (10) is multiplied by μ_y and is added to the second, and the second is multiplied by μ_x and is added to the first. After certain transformations (6) and (10) acquire the type as shown in (11):

$$\begin{cases} \frac{E_{xx} \sigma_y}{1 - \mu_x \mu_y} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + G_{xy} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y} + \frac{E_{xx} \sigma_y}{1 - \mu_x \mu_y} \mu_x + G_{xy} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = 0 \\ G_{xy} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{E_{yy} \sigma_x}{1 - \mu_x \mu_y} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{E_{yy} \sigma_x}{1 - \mu_x \mu_y} \mu_y + G_{xy} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

The comparison of the system (11) and the system (1) from the basic model of Manevich – Pavlenko (Manevich L. et al., 1982) and the system (9) gives a reason to state, that:

- $a_{11} = \frac{E_{xx}}{1 - \mu_x \mu_y}$ in the basic model is indicated by B_1 and

expresses the reduced module of elasticity of the matrix on "x";

- $a_{22} = \frac{E_{yy}}{1 - \mu_x \mu_y}$ in the basic model is indicated by B_2 and

expresses the reduced module of elasticity of the matrix on "y";

- $a_{33} = G_{xy}$ in the basic model is indicated by G and expresses the reduced second modulus (of shearing) of Young;

$$- a_{21} = \frac{E_{xx}}{1 - \mu_x \mu_y} \mu_x = \frac{E_{yy}}{1 - \mu_x \mu_y} \mu_y = \mu_x B_1 = \mu_y B_2$$

Through the accomplished transformations and conclusions it is determined the applicability of the system of equations (1) from the basic model for the task. It remains to reason also the constitution of the third equation – (2) from the basic model. Considerations are as follows:

If accepted that the fiber in the modulus is subordinated to the Law of Hook for uni-dimensional stress state – tensile strength. Then the stress is:

$$\sigma_x = \frac{P}{F} \quad (12)$$

where F – the surface of the fiber.

The stress according the complete Law of Hook is expressed by (14) and (8)

$$\sigma_x = a_{11} \varepsilon_{xx} + a_{12} \varepsilon_{yy} + a_{13} \varepsilon_{xy} \quad (13)$$

however

$$a_{12} \varepsilon_{yy} = 0 \quad (14)$$

(15) comes after the uni-dimensional condition of the fiber

Then

$$a_{13} \varepsilon_{xy} = 0 \quad (15)$$

(16) following of $a_{13}=a_{31}$ because of the orthotropic type (third basic precondition of VI)

Therefore the tension in the fiber can be expressed yet by:

$$\sigma_x = a_{11} \varepsilon_{xx} \quad (16)$$

But from the theoretical mechanics and tensile strength (Kisliakov S., 1980; Федосьев В., 1965 etc.) and the already applied equations(7), is known that:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (17)$$

Then

$$\frac{\sigma_x}{\partial x} = a_{11} \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} = a_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (18)$$

On the other hand, the basic model of Manevich – Pavlenko (Manevich L. et al., 1982) treats a condition in which the

extracted fiber is still in balance. In the same time by the conclusion (11)

$$a_{11} = \frac{E_{xx}}{1 - \mu_x \mu_y} \quad (19)$$

In this case by the reason of single-dimensionality of the extracted fiber $\mu_y = 0$, i.e.

$$a_{11} = E_{xx} \quad (20)$$

Therefore

$$\frac{\sigma_x}{\partial x} = E_{xx} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (21)$$

Considering the third equation (2) from the basic model in a different way and treating the second basic precondition for the components of the vector Z for displacement along axes x and y, and substitute W (displacement) with its component and comply from (22), that from (13) the surface F should be added, then finally (2) is represented as:

$$F.E_{xx} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F_0 \delta(x) - 2\tau(x) \quad (22)$$

Therefore, it is assumed for a moment, that the left side of (22) is obvious and the right-handed part should be made clear.

There is the product $F_0 \delta(x)$, where F_0 is the extracting force, and $\delta(x)$ is delta function of Dirac. The delta function in this case is initiated in order to indicate the characteristics of the force. It $[\delta(x)]$ is a generalized function. It does not have any physical meaning. It shows only, that the force is applied in a point (point force) and that it changes from zero to a certain value. Exactly, that final value brings to extraction. Changing from zero to the final value is subordinated to the law

$$\begin{aligned} \delta(x) \Big|_{x=\pm f} &= 0 & b \\ & & \pi \\ \delta(x) \Big|_{x=0} &= \int_{-f}^{+f} \delta(x) dx = 1 & \pi \end{aligned} \quad (23)$$

The geometrical interpretation is shown in fig. 6.

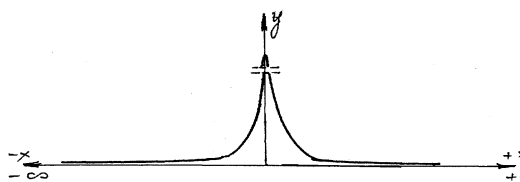


Figure 6. Geometrical interpretation of the integral from delta function of Dirac

One of the properties of $\delta(x)$ is that its sub-integral surface is always one. This allows the treating of a series of $\delta(x)$ of constantly narrowing interval to characterize the change of force from zero to a certain value, in which the extraction takes place. Therefore, the presence of $\delta(x)$ in the right-hand side of the equation (22) does not change the force, it only characterizes it.

The physical sense of the last member of the right-hand of the equation (22) needs to be explained. Considerations are as follows:

The equation

$$F.E_{xx} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F_0 \delta(x) \quad (24)$$

is in fact another type of the Newton's law, usually represented in the type (25).

$$\bar{F} = m \cdot \bar{a} \quad (25)$$

However, from the mathematical physics (Armanovich J. et al., 1969; Genchev T., 1976; Mechanical engineering 1982-1994; Academy of Science of the USSR, 1971-1982; Russian Academy of Science, 1985-1999 etc.) is known, that the completeness of this law includes also the strength of medium, where movement takes place (in this case – the extracted fiber) and its inertness.

If W denotes the coordinate and t the trajectory of the points of the fiber with the time and there is no strength, then the Newton's law is as follows (26)

$$m.W'' = F \quad (26)$$

where W is movement of points from extracted fiber.

Since the fiber is moving only along a straight line, the movement of a point from the fiber is a movement along a straight line, in fig. 7.

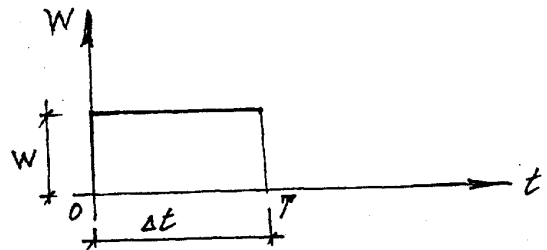


Figure 7. Geometrical representation of a uno-dimensional displacement of points of the fiber for time Δt

In the most general case the law is non-linear, because it depends on the time t, displacement W and its second derivative. A linear solution is needed, because the mathematical physics suggests typical solutions.

Supposing that F depends linearly of displacement W and its first derivative W' , a formal mathematical record of this dependence is as follows:

$$F(W_1 + W_2, W', t) = F(W_1, W', t) + F(W_2, W', t) \quad (27)$$

That means that

$$W = W_1 + W_2 \quad (28)$$

When a function depends linearly on its first and its second argument, the solution may be presented in the following description:

$$F(W, W', t) = C_1 W + C_2 W' + F(t) \quad (29)$$

Where C_1 and C_2 are known integral constants.

Then the Newton law in the treated case is:

$$C_1 W'' + C_2 W' + C_3 W = F(t) \cdot \delta(x) \quad (30)$$

The physical meaning of the constants is as follows:

C_1 – characterizes the mass of the fiber;

C_2 – characterizes the strength (contact strength) of outside medium (matrix), in which fiber moves;

C_3 – characterizes inertness of moving fiber.

The physical meaning of these constants most clearly is illustrated and explained by one of most simple problems in mechanics – the pendulum (fig. 8).

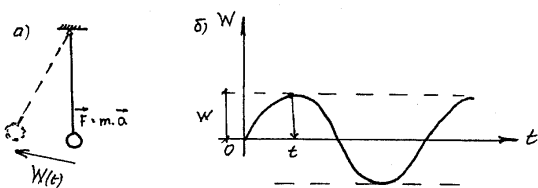


Figure 8. a) Schematic view of a waver, set in motion by a force \vec{F} and displaced at W b) Response of pendulum motion with time

Four cases are possible:

First case: Medium does not have any strength, force is applied only once.

In this case the equation of the pendulum is:

$$W''(t) + \omega^2 W(t) = 0 \quad (31)$$

Solution of the differential equation (31) is:

$$W(t) = C_1 \cdot \cos \omega t + C_2 \cdot \sin \omega t \quad (32)$$

Here C_i are constants and depend on A (the amplitude) and φ (the phase), and ω is frequency.

Second case: Medium does not have any strength, the force F_0 acts permanently according to a cosine law.

The equation of the pendulum is:

$$W''(t) + \omega^2 W(t) = F_0 \cdot \cos \omega_1 t \quad (33)$$

Solution for the differential equation (33) is:

$$W(t) = C_1 \cdot \cos \omega t + C_2 \cdot \sin \omega t + \frac{F_0}{\omega^2 - \omega_1^2} \cdot \cos \omega_1 t \quad (34)$$

In this case when $\omega_1 = \omega$ there is a resonance.

Third case: Medium has a strength, the force is applied only once.

The equation of the pendulum is:

$$W''(t) + aW'(t) + \omega^2 W(t) = 0 \quad (35)$$

If there is a linear dependence between displacement “ W ” and time t , then solution depends on the characteristic equation (36):

$$\lambda^2 + a\lambda + \omega^2 = 0 \quad (36)$$

The discriminant D of (36) is:

$$D = a^2 - 4\omega^2 \quad (37)$$

The solution of (35) has a physical sense, when the discriminant D is negative, i.e. $D < 0$. Then solutions of the characteristic equation (36) are:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-a \pm i \sqrt{a^2 - 4\omega^2}}{2} \quad (38)$$

and it is presented as (39):

$$\lambda_{1,2} = \alpha \pm i \cdot \beta \quad (39)$$

Then solution of the equation of pendulum (35) is:

$$W(t) = C_1 e^{\alpha t} \cdot \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \cdot \sin \beta t + \Phi(t) \quad (40)$$

This is the case of gradual attenuation of amplitude and frequency – fig. 9.

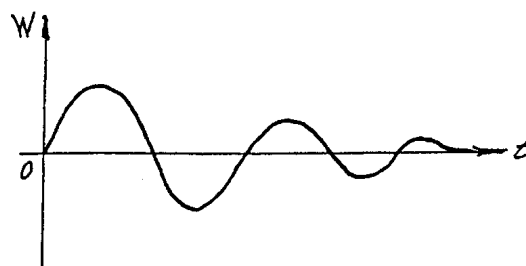


Figure 9. Gradual attenuation of amplitude and frequency of the pendulum

Fourth case: Medium has its own strength, the force F_0 acts according to a cosine law.

The equation of pendulum is:

$$W''(t) + aW'(t) + \omega^2 W(t) = F_0 \cdot \cos \omega_1 t \quad (41)$$

Without paying attention of the solution of (41), and if analyzing it and assuming, that the mass of pendulum is normed to one, then there is a full similarity with the law of Newton and the model of Manevich-Pavlenko (Manevich L. et al., 1982) for the extracted fiber. Furthermore,;

a) the coefficient before the second derivative of displacement W'' is one. In the basic model this coefficient is $F \cdot E_{xx}$.

b) the coefficient in front of the first derivative shows the strength of medium, in which the pendulum moves. In the general case this is a strength of friction.

In the basic model of Manevich-Pavlenko this is a contact strength of medium round the fiber. It is indicated by $t(x)$ and it is transferred to the right-hand side of the equation, because it always counteracts to extracting force. The value of coefficient

in front of $t(x)$ is 2, because it is assumed that it acts simultaneously from the both sides of the fiber – fig. 10.

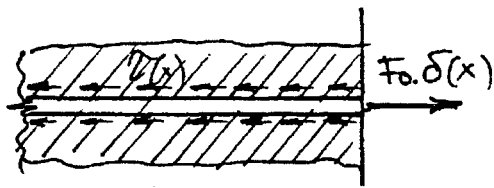


Figure 10. Illustration of contact stress $t(x)$

c) The coefficient ω in front of displacement $W(t)$ stands for inertia of the process, which on its own depends on weight of the moving mass.

At the basic model the coefficient C_3 is zero, because the authors Manevich and Pavlenko (Manevich L. et al., 1982) presume, that uni-dimensional fiber is weightless. Finally, the equation in the basic model acquires the type (2), and namely:

$$F \cdot E_{xx} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F_0 \delta(t) - 2\tau(x)$$

This does not comprise all the peculiarities of genesis of the basic model. This is because in order to function, the three equation [system (1) and equation (2)] in one model, it is necessary to associate the system for equilibrium of the matrix (1) and the equation for movement of fiber into a dependence.

This connection of the model (Manevich L. et al., 1982) is formulate by the assigned relation (42).

$$\tau(x) = G \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (42)$$

It defines, that the contact stress in the direction $y=0$ is proportional to the reduced second modulus of Young of the matrix. The higher G , the higher $t(x)$.

The G is just the coefficient a_{33} of the matrix.

$$G = \frac{G_{xy}}{1 - \mu_x \mu_y} \quad (43)$$

In other words, the contact stress is proportional to the elastic modulus of shearing of the matrix and, the inverse proportional to the difference $(1 - \mu_x \mu_y)$, where μ_x and μ_y are coefficients of Poisson for already compacted gravel bed onto axes x and y .

RESULTS AND CONCLUSIONS

BASIC CONCLUSION is, that the third equation (2) of the basic model does not concern and does not affect by the type of strength, which medium (matrix) effects to the extracted fiber – friction, shearing, shearing of adhesion, shearing of friction etc. The equation only reports on the quantity of strength of medium (matrix) while extracting of the fiber. Just for that, the authors of the model define it as a “contact” and have in mind, that it is manifested and effected simultaneously from both sides along the whole length of extracted fiber.

THE BASIC RESULT is in the proof of the correctness of application of the model, developed by Manevich and Pavlenko for determination of strength, which is applied to an extracted traverse (treated as a fiber) from the side of the gravel bed (treated as a matrix) from a movable railroad.

REFERENCES

- Manevich L., Pavlenko A., 1982. Applied Mathematics and Theoretical Physics.– Moscow, volume 3 (in Russian)
- Stoyanov D. et al.. 1998. Preventive control and repairs-reconstructive works on the movable railroads in the opencast mine “Trayanovo” at “Maritsa Iztok Mines” Co. – Project 1633/1998 at Research & Development Sector of the University of Mining and Geology. Archives of RDS at UMG (in Bulgarian)
- Stoyanov D. et al., 2000. Preventive control and repairs-reconstructive works upon the movable railroads in the opencast mine “Trayanovo-north” at “Maritsa Iztok Mines” Co. – Project 1683/2000 at the Research & Development Sector at University of Mining and Geology. Archives of RDS at UMG (in Bulgarian)
- Ivanov G., et al., 1981. Upper construction and maintenance of the railroad. Sofia, Technics (in Bulgarian)
- Kostov T. et al., 1991. Railroad construction – Sofia, Publishing house of University of Architecture and Civil Engineering (in Bulgarian)
- Shahonyants G., 1982. Railroads. – Moscow, Transport (in Russian)
- Kisliakov S., 1980. Strength of materials. – Sofia, Technika (in Bulgarian)
- Федосьев В., 1965. Strength of materials. – Sofia, Technika (in Bulgarian)
- Armanovich I., et al., 1969. Equations of mathematical physics. – Moscow, Science (in Russian)
- Genchev T., 1976. Partial differential equations. – Sofia, Science and Art (in Bulgarian)
- Mechanical engineering 1982-1994.. – New York
- Academy of Science of the USSR., 1971 – 1982. Applied mathematics and mechanics.– Moscow, Science (in Russian)
- Russian Academy of Science., 1985 – 1999. Physics of solid body– St. Petersburg, Science (in Russian).

*Recommended for publication by Department
, Faculty of Mining Electromechanics*