

ЛОГИЧЕСКО-ВЕРОЯТНОСТНИ МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ НАДЕЖДНОСТТА НА СЛОЖНИ ЕЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИ СИСТЕМИ

Николай Лакое

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, E-mail emp@mgu.bg

РЕЗЮМЕ. В доклада са представени някои основни положения на логическо-вероятностния метод за определяне на надеждността на сложни електротехнически системи.

THE LOGICAL-PROBABILISTIC METHODS FOR ANALYSIS OF COMPLEX RELIABILITY ELECTROTECHNICAL SYSTEMS

Nikolay Lakov

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail emp@mgu.bg

ABSTRACT. The paper presents some basic principles of logical-probabilistic method for determining the reliability of complex electrical systems.

Въведение

Всеки метод за определяне и анализ на надеждността на сложни електротехнически системи изисква определянето на условията за работоспособност на системата. Такива условия е възможно да се определят (формулират) с използването на следните методи:

1. Структурна схема за функциониране на системата (схема за изчисляване на надеждността на системата).
2. Словесно описание за функциониране на системата.
3. Граф - схема.
4. Булева функция.

Логическо-вероятностният метод за определяне и анализ на надеждността на сложни електротехнически системи позволява да се формализира задачата за определяне на благоприятните хипотези.

Същността на този метод се състои в следното:

1. Състоянието на всеки елемент от техническата система се кодира с нула и единица:

$x_i = 0$, ако елемента се намира в състояние на отказ;

$x_i = 1$, ако елемента се намира в изправно състояние.

В булевата алгебра състоянието на елементите се представят в следния вид

- x_i - изправно състояние на елемента, което се означава с код 1;
 - x_i - неизправно състояние на елемента, което се означава с код 0;
2. С помощта на булевата алгебра условието за работоспособност на системата се записва чрез

работоспособните състояния на нейните елементи. Получената функция за работоспособност на системата се явява функция на двоични аргументи.

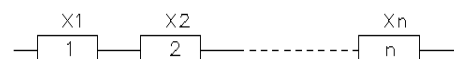
3. Получената булева функция се преобразува по такъв начин, при който в нея да са включени само членове, съответстващи на благоприятните хипотези за изправната работа на системата.

4. В булевата функция вместо двоичните променливи x_i и \bar{x}_i се поставят вероятностите съответно за

безотказна работа p_i и вероятностите за отказ q_i . Знаците за конюнкцията и дизюнкцията се заместват със знаците за алгебрично умножение и събиране.

Полученият израз е израз за определяне на вероятността за безотказна работа на системата $P_c(t)$.

Приложението на логическо-вероятностния метод за анализ на надеждността на сложни електротехнически системи се показва с разглеждането на следните примери. Структурната схема на система с последователно свързани елементи е показана на фиг. 1.



фиг.1.

На структурната схема с x_i , $i = 1, 2, \dots, n$, се означава състоянието на i -я елемент на системата, който се кодират с "0", ако елемента се намира в

състояние на "отказ" и с "1", ако елемента се намира в изправно състояние.

В разглеждания случай системата е изправна, ако са изправни всички нейни елементи. При това условие булевата функция се явява конюнкция на логическите променливи, т.е.

$$y = x_1 x_2 x_3 \dots x_n$$

Тази функция представлява съвършено дизюнктивна нормална форма на системата (СДНФ).

Съвършено дизюнктивна нормална форма

Основните предимства на булевите функции са свързани с това, че те позволяват да се получат формално, без да се съставят таблиците за стойностите на аргументите и на функцията. СДНФ (съвършено дизюнктивна нормална форма) и СКНФ (съвършено конюнктивна нормална форма). СДНФ и СКНФ осигуряват възможност да се получи вероятността за безотказна работа (вероятността за отказ) на системата посредством полагането (заместването) в булевите функции вместо логическите променливи на съответстващите им стойности на вероятността за безотказна работа, заменяйки операциите конюнкция и дизюнкция с алгебричните операции умножение и събиране.

За записването на една и съща булева функция е възможно да се използват различни форми. Форми, които представляват суми от елементарни произведения се наричат дизюнктивни нормални форми (ДНФ).

По елементарно се нарича такова произведение на булеви променливи, в което множителите се явяват отделните променливи или техните отрицания.

Очевидно е, че една и съща функция е възможно да бъде представена посредством различни ДНФ. Все пак съществуват такива видове ДНФ, в които функцията е възможно да бъде записана по един единствен начин. Тези форми се наричат съвършено дизюнктивни нормални форми (СДНФ). СДНФ се определя като сума от елементарни произведения, в които всяка променлива се среща само един път (или самата променлива, или нейното отрицание).

Нека булевата функция на три аргумента (x_1, x_2, x_3) има следното представяне:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2$$

В първото елементарно произведение липсва променливата x_1 (\bar{x}_1) а във второто елементарно произведение липсва променливата x_3 (\bar{x}_3).

За преобразуване на горния израз в СДНФ е необходимо всяко елементарно произведение да се допълни с недостигащата (липсваща) променлива така че да не се наруши твърдението на преобразуването. За целта функцията се записва във вида:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 = (x_1 \vee \bar{x}_1) \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 (x_3 \vee \bar{x}_3)$$

В първия случай елементарното произведение е допълнено с множителя $(x_1 \vee \bar{x}_1 = 1)$, а във втория случай $(x_3 \vee \bar{x}_3 = 1)$.

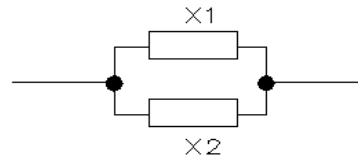
След разкриване на скобите и привеждането на подобните членове се получава функция, записана в СДНФ.

За получаването на СДНФ е необходимо всеки дизюнктивен член на булевата функция (БФ) да бъде умножен с израза $(x_i \vee \bar{x}_i)$, където x_i - недостигащ (липсващ) аргумент и да се разкрият скобите. Полученият отговор (израз) ще бъде израза за определяне на СДНФ.

Замествайки в получения израз вместо логическите променливи, вероятностите за изправното състояние на елементите и замествайки конюнкцията с алгебрическо умножение, се получава израз за определяне на вероятността за безотказна работа на системата:

$$P_c(t) = p_1(t) p_2(t) \dots p_n(t)$$

На фиг.2 е представена структурната схема на система, с взаимнорезервиращите се подсистеми с различна надеждност, които са постоянно включени.



фиг.2.

На фиг.2 с x_1 и x_2 се означават елементите на системата. Съставя се Таблица 1. за стойностите на двете двоични променливи.

Таблица 1.

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

В Таблица 1. с "0" се означава състоянието на отказ на елементите, а с "1" изправното състояние на елементите. В разглеждания случай системата е изправна, ако са изправни и двата елемента (1,1), или единия от тях: (0,1) или (1,0). При тези условия работоспособното състояние на системата се описва с булевата функция:

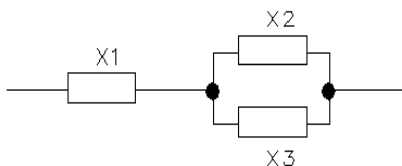
$$y = x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_2$$

Тази функция се явява СДНФ.

Замествайки операциите дизюнкция и конюнкция с алгебричните операции умножаване и събиране, а логическите променливи със съответните вероятности за състоянията на елементите, се получава израза за определяне на вероятността за безотказната работа на системата

$$P_c(t) = p_1(t)p_2(t) + q_1(t)p_2(t) + p_1(t)q_2(t)$$

Разглежда се и задачата за определяне на вероятността за безотказна работа на система, чиято структурна схема е показана на фиг.3.



фиг.3.

В разглеждания пример системата се явява изправна при изпълнението на следните условия:

- изправни са всички елементи на системата;
- изправен е елемента x_1 и един от елементите

на дублираната двойка (x_2, x_3) .

При тези условия за състоянието на елементите е съставена Таблица 2.

Таблица 2.

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

На основание на Таблица 2. се записва следната СДНФ за системата:

$$y = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3$$

Замествайки двоичните променливи със съответните им вероятности, а вместо конюнкцията и дизюнкцията - с алгебрично умножаване и събиране, се получава следния израз за безотказна работа на системата:

$$P_c(t) = p_1(t)q_2(t)p_3(t) + p_1(t)p_2(t)q_3(t) + p_1(t)p_2(t)p_3(t)$$

Булевите функции е възможно да се представят в минимална форма, като се използват следните преобразувания:

- изнасяне на общ множител пред скоби:

$$y = x_1 x_2 + x_1 x_3 = x_1 (x_2 + x_3)$$
- операция поглъщане:

$$y = x_1 + x_1 x_2 = x_1$$
- операцията "обединяване":

$$y = x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 = x_1$$

$$x_2 + \bar{x}_2 = 1$$

Операцията "обединяване" се записва по два начина:

$$\triangleright y = x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 = x_1$$

защото:

$$y = x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 = x_1 (x_2 + \bar{x}_2) = x_1 \cdot 1$$

$$x_2 + \bar{x}_2 = 1$$

$$\triangleright y = (A + B)(A + \bar{B}) \equiv A$$

Действително

$$A + AB = A(1 + B) \equiv A \cdot 1$$

$$AB + \bar{A}B \equiv A(B + \bar{B}) \equiv A$$

Операциите "поглъщане" и "обединяването" в алгебрата не са приложими. Във връзка с това е недопустимо получената булева функция да се минимизира, а след това вместо логическите операции да се заместят със стойностите на вероятностите. Вероятностите за състоянието на елементите следва да се поставят в СДНФ, а да се опростяват по правилата на алгебрата.

Недостатъкът на разглеждания метод е свързан с необходимостта от съставяне на таблицата за състоянието на елементите и на системата, което изисква последователното разглеждане на всички възможни състояния.

Функцията за работоспособност на една система е възможно да се опише с помощта (използването) на метода на най-краткия път за успешно функциониране на системата и метода на минималните сечения за отказ.

Тези методи за анализ надеждността на технически системи се разглеждат от позициите на булевата алгебра.

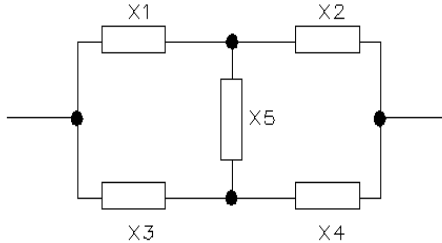
Метод на най- краткия път

Определение 1. Минимален път (най-кратък път) - това е такъв набор от елементи в структурата, при който системата е изправна, ако са изправни всички елементи от

този набор. Отказът на който и да е елемент от този набор води до отказ на системата.

Най-кратък път се нарича минималната конюнкция за работоспособните състояния на елементите, образуващи работоспособност на системата.

Функцията за работоспособност на системата, чиято структурна схема е показана на фиг.4, ще се състави, като се използва метода на най-краткия път.



фиг.4.

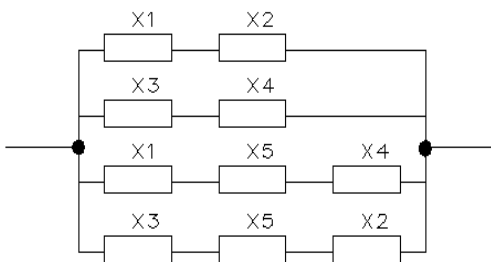
За разглежданата система най-кратките пътища, определящи работоспособното състояние на системата са както следва:

$$x_1x_2, x_3x_4, x_1x_5x_4, x_3x_5x_2.$$

При тези условия булевата функция за работоспособност на системата има следното представяне:

$$y = x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee x_1x_5x_4 \vee x_3x_5x_2$$

В съответствие с тази булева функция структурната схема от фиг.4 е възможно да се представи със структурната схема на фиг.5.



фиг.5.

Метод на минималните сечения

Определение 2. Минимално сечение - това е такъв набор от елементи в структурата, при който системата е неизправна, ако са неизправни всички елементи от този набор. Изключването на който и да е елемент от този набор превежда системата в изправно състояние.

Минимално сечение се нарича минималната конюнкция за неработоспособните състояния на елементите, образуващи неработоспособните състояния на системата.

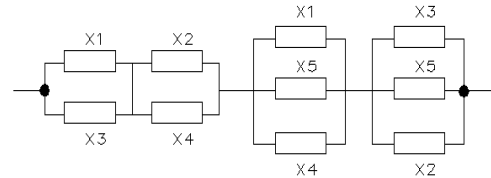
Минималните сечения, образуващи (определящи) неработоспособните състояния на системата, (от фиг.1) са както следва:

$$x_1x_3, x_2x_4, x_1x_5x_4, x_3x_5x_2.$$

При тези условия функцията за неработоспособност на системата се записва с булевата функция:

$$y = x_1x_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_5x_4 \vee x_3x_5x_2$$

В съответствие с тази булева функция структурната схема на системата е представена на фиг.6.



фиг.6.

Трябва да се отбележи, че структурните схеми на фиг.2 и фиг.3 не се явяват схеми за изчисляване на надеждността, а изразите за булевите функции, определящи работоспособното и неработоспособното състояние на системата не се явяват изрази за определяне на вероятността за безотказна работа и на вероятността за отказ, т.е.:

$$P_c(t) \neq p_1p_2 + p_3p_4 + p_1p_5p_4 + p_3p_5p_2 \text{ (булева функция за метода на най-краткия път).}$$

$$P_c(t) \neq p_1p_3 + p_2p_4 + p_1p_5p_4 + p_3p_5p_2 \text{ (булева функция за метода на минималните сечения).}$$

Приложението на този метод ще се използва за решаване на задачата за определяне на вероятността за безотказна работа на системата, чиято структурна схема е показана на фиг.4. Вероятността за безотказна работа на елементите на системата са равни на

$$p_1, p_2, p_3, p_4, p_5.$$

С използване на метода на най-краткия път:

Булевата функция за определяне работоспособното състояние на системата, получена по метода на най-краткия път, има вида:

$$y = x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee x_1x_5x_4 \vee x_3x_5x_2$$

За получаване на СДНФ е необходимо дизюнктивните членове да се умножат на недостигащите (липсващите)

членове ($x_i \vee \bar{x}_i$):

$$\begin{aligned} y &= x_1x_2(x_3 \vee \bar{x}_3)(x_4 \vee \bar{x}_4)(x_5 \vee \bar{x}_5) \vee \\ &\vee x_3x_4(x_1 \vee \bar{x}_1)(x_2 \vee \bar{x}_2)(x_5 \vee \bar{x}_5) \vee \\ &\vee x_1x_5x_4(x_2 \vee \bar{x}_2)(x_3 \vee \bar{x}_3) \vee \\ &\vee x_3x_5x_2(x_1 \vee \bar{x}_1)(x_4 \vee \bar{x}_4). \end{aligned}$$

Разкривайки скобите и изпълнение на необходимите преобразувания по правилата на булевата алгебра, (се получава СДНФ)

$$\begin{aligned}
y &= x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \\
&\vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \\
&x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5 \vee \\
&\vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee \\
&\vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee \\
&\vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee \\
&\vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \vee \\
&\vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 x_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5.
\end{aligned}$$

Замествайки в СДНФ вместо x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , вероятността за безотказна работа на елементите P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 и използвайки зависимостта:

$$q_i = 1 - p_i,$$

се получава следния израз за определяне на вероятността за безотказна работа на системата:

$$\begin{aligned}
P_c(t) &= 2p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 - (p_1 p_2 p_3 p_5 + p_1 p_3 p_4 p_5 + \\
&+ p_1 p_2 p_3 p_4 + p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_4 p_5) + \\
&+ p_2 p_3 p_5 + p_1 p_4 p_5 + p_1 p_2 + p_3 p_4
\end{aligned}$$

От приведеня пример се вижда, че методът на най-краткия път не изисква предварително определяне на благоприятните хипотези. Същия резултат се получава и при използването на метода на минималните сечения.

Алгоритъм на разрязването

Алгоритъмът на разрязването позволява да се получи булева функция в която след заместване на логическите променливи с вероятността за безотказна работа (вероятността за отказ) на елементите да се определи вероятността за безотказна работа на системата. За решаването на тази задача в този случай не е необходимо получаването на СДНФ.

Алгоритъма на разрязването се основава на следната теорема от булевата алгебра:

Логическата функция $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$, е възможно да се представи в следната форма:

$$\begin{aligned}
y(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) &= x_i y(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) \vee \\
&\vee \bar{x}_i y(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n)
\end{aligned}$$

Приложимостта на тази теорема ще се покаже на следните примери:

$$\begin{aligned}
1. \quad y &= x_1 \vee x_2 \vee x_3 = x_1 (1 \vee x_2 \vee x_3) \vee \\
&\vee \bar{x}_1 (0 \vee x_2 \vee x_3) = x_1 \vee \bar{x}_1 (x_2 \vee x_3)
\end{aligned}$$

Използвайки втория разпределителен закон на булевата алгебра се получава израза:

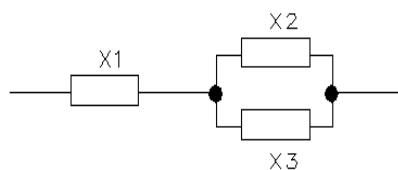
$$y = x_1 \vee \bar{x}_1 (x_2 \vee x_3) = (x_1 \vee \bar{x}_1) (x_1 \vee x_2 \vee x_3) = x_1 \vee x_2 \vee x_3$$

$$2. \quad y = x_1 x_2 x_3 = x_1 (1 x_2 x_3) \vee \bar{x}_1 (0 x_2 x_3) = x_1 x_2 x_3$$

$$y = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 = x_1 (1 x_2 \vee x_3 x_4) \vee$$

$$\begin{aligned}
3. \quad &\vee \bar{x}_1 (0 x_2 \vee x_3 x_4) = x_1 x_2 \vee x_1 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 = \\
&= x_1 x_2 \vee x_3 x_4 (x_1 \vee \bar{x}_1) = x_1 x_2 \vee x_3 x_4
\end{aligned}$$

Определяне на вероятността за безотказна работа на системата, чиято структурна схема е представена на фиг.7, като се използва алгоритъма на разрязването.



фиг.7.

Използвайки метода на най-краткия път се получава булева функция

$$y = x_1 x_2 \vee x_1 x_3$$

Използвайки алгоритъма на разрязването се получава булева функция:

$$\begin{aligned}
y &= x_1 x_2 \vee x_1 x_3 = x_2 (x_1 1 \vee x_1 x_3) \vee \bar{x}_2 (x_1 0 \vee x_1 x_3) = \\
&= x_1 x_2 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 = \\
&= x_1 x_2 (1 \vee x_3) \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 = x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3
\end{aligned}$$

Замествайки в получения израз вместо логическите променливи с вероятности и заменяйки логическите операции конюнкция и дизюнкция с алгебрическите операции умножаване и събиране се получава израза

$$\begin{aligned}
P_c(t) &= p_1 p_2 + p_1 q_2 p_3 = p_1 p_2 + p_1 p_3 (1 - p_2) = \\
&= p_1 p_2 + p_1 p_3 - p_1 p_2 p_3
\end{aligned}$$

Определяне на вероятността за безотказна работа на системата, чиято структурна схема е представена на фиг.4, като се използва алгоритъма на разрязването.

С използване на метода на минималните сечения се получава булева функция

$$y = x_1 x_2 \vee x_3 x_4 \vee x_1 x_5 x_4 \vee x_3 x_5 x_2$$

Алгоритъма на разрязването спрямо x_5 има следното представяне:

$$\begin{aligned}
y &= x_5(x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee x_11x_4 \vee x_31x_2) \vee \\
&\vee x_5(x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee x_10x_4 \vee x_30x_2) = \\
&= x_5(x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee x_1x_4 \vee x_3x_2) \vee \\
&\vee x_5(x_1x_2 \vee x_3x_4) .
\end{aligned}$$

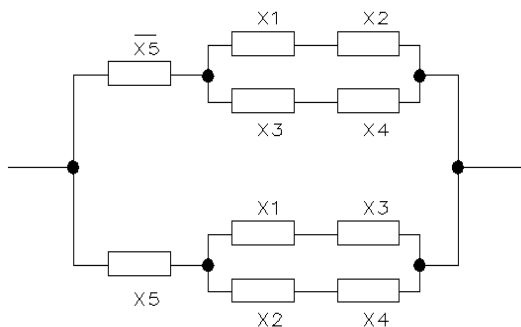
Полученият израз се опростява като се използват законите на булевата алгебра. Израза в първите скоби се опростява, като се използва правилото за изнасяне пред скоби

$$\begin{aligned}
x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee x_1x_4 \vee x_3x_2 &= x_1(x_2 \vee x_4) \vee \\
\vee x_3(x_2 \vee x_4) &= (x_1 \vee x_3)(x_2 \vee x_4)
\end{aligned}$$

За булевата функция се получава израза

$$y = x_5(x_1 \vee x_3)(x_2 \vee x_4) \vee \bar{x}_5(x_1x_2 \vee x_3x_4)$$

На получения израз съответства структурната схема, показана на фиг.8.



фиг.8.

Получената схема се явява също така и схема за изчисляване на надеждността, ако логическите променливи се заменят с вероятностите за безотказна работа на елементите P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 , а променливата

x_5 - с вероятността за отказ q_5 . От фиг.10 се вижда, че структурната схема на системата е сведена до последователно - паралелна схема.

Вероятността за безотказна работа се определя по формула

$$\begin{aligned}
P_c(t) &= 1 - (1 - (1 - p_1p_2)(1 - p_3p_4))(1 - p_5) \cdot \\
&\cdot (1 - (1 - p_1)(1 - p_2))(1 - (1 - p_3)(1 - p_4))p_5
\end{aligned}$$

Тази формула е записана непосредствено по структурната схема.

Алгоритъм на ортогонолизацията

Алгоритъмът на ортогонолизацията, както и алгоритъма на разрязването, позволява с формални процедури да се образува (получи) булевата функция, в която след заместване на логическите променливи с вероятностите, а

вместо дизюнкциите и конюнкциите – алгебрическо събиране и умножение, да се получи вероятността за безотказна работа на системата.

Алгоритъма е основан на преобразуването на булевата функция в ортогонална дизюнктивна нормална форма (ОДНФ), която е съществено по-кратка от СДНФ. Преди да се изложи същността на методиката се привеждат следните определения и примери.

Определение 1. Две конюнкции се наричат ортогонални, ако тяхното произведение е тъждествено равно на нула.

Определение 2. Дизюнктивната нормална форма се нарича ортогонална, ако всички нейни членове са ортогонални.

СДНФ се явява ортогонална, но е най-дългата от всички възможни ортогонални функции.

Ортогоналната ДНФ се получава с помощта на следните формули:

- ако $y(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1x_2 \dots x_n$, то

$$y = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee \dots \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \dots \bar{x}_{n-1} \bar{x}_n \quad (1)$$

- ако $y(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$, то

$$\begin{aligned}
y(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \dots \\
&\dots \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_{n-1} \bar{x}_n
\end{aligned} \quad (2)$$

Тези формули лесно се доказват, ако се използва втория разпределителен закон на булевата алгебра и теоремата на Де Морган. Алгоритъма за получаването на ортогонална дизюнктивна нормална форма се представя със следната процедура за преобразуване на функцията $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в ОДНФ:

1. Функцията $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ се преобразува в ДНФ с помощта на метода на най-краткия път или метода на минималните сечения.
2. Определяне на ортогоналната дизюнктивна нормална форма с помощта на формулите (1) и (2).
3. Минимизиране на функцията чрез приравняването на нула на ортогоналните членове на ОДНФ.
4. Логическите променливи се заменят с вероятностите за безотказна работа (вероятностите за отказ) на елементите на системата.
5. Получаване на окончателното решение след опростяването на получения израз в точка 4.

Използването на предложената методика ще се използва за определяне на вероятността за безотказна работа на система, чиято структурна схема е показана на фиг.4 като се използва метода за ортогонолизация.

В разглеждания случай функционирането на системата се описва със следната булева функция, получена с метода на минималните сечения

$$y = x_1x_2 \vee x_3x_4 \vee x_1x_5x_4 \vee x_3x_5x_2$$

Приемат се следните означения:

$$K_1 = x_1 x_2, K_2 = x_3 x_4, K_3 = x_1 x_5 x_4, K_4 = x_3 x_5 x_2$$

С приетите означения ОДНФ се записва в следния вид:

$$y = K_1 \vee \bar{K}_1 K_2 \vee \bar{K}_1 \bar{K}_2 K_3 \vee \bar{K}_1 \bar{K}_2 \bar{K}_3 K_4 \quad (3)$$

Стойностите \bar{K}_i , $i = 1, 2, 3$, на основата на формула (1) ще имат вида

$$\bar{K}_1 = \bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_2, \bar{K}_2 = \bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_4, \bar{K}_3 = \bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_5 \vee x_1 x_5 \bar{x}_4$$

$$\bar{K}_1 K_2 = (\bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_2) x_3 x_4 = \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4,$$

$$\bar{K}_1 \bar{K}_2 K_3 = (\bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_2)(\bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_4) x_1 x_5 x_4 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5,$$

$$\bar{K}_1 \bar{K}_2 \bar{K}_3 K_4 = (\bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_2)(\bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_4)(\bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_5 \vee x_1 x_5 \bar{x}_4) x_3 x_5 x_2$$

$$= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5.$$

Замествайки получените изрази в (3) се получава

$$y = x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_5 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 x_5,$$

Замествайки в получения израз логическите променливи със съответстващите им вероятности и изпълнявайки алгебрическите операции събиране и умножение, се получава вероятността за безотказната работа на системата:

$$P_c(t) = 2p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 - (p_1 p_2 p_3 p_4 + p_1 p_2 p_3 p_5 + p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_3 p_4 p_5 + p_2 p_3 p_4 p_5) + p_1 p_4 p_5 + p_2 p_3 p_5 + p_1 p_2 + p_3 p_4$$

От приведения пример се вижда, че алгоритъма за ортогонолизация е по-производителен в сравнение с разглежданите вече методи.

Заклучение

Представени са някои основни зависимости от теорията на логическо-вероятностните методи за определяне и изследване надеждността и безопасността на сложни електротехнически системи.

Литература

1. Половко, А.М. и др. Основы теории надежности. СПб „Б.Х.П- Петербург“, 2006.
2. Соложенцев, Е.Д. Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике. СПб изд. дом „Бизнес-пресса“, 2004.
3. Камур, К. и др. Надежность и проектирование систем. М, Мир, 1980.
4. Лихтциндер, Б.Я., Кузнецов, В.Н. Микропроцессоры и вычислительные устройства в радиотехнике. Киев, ВШ, 1988.
5. Анисимов, О., Ю. и др. Использование логико-вероятностного метода при расчете безопасности систем электрической части электростанции, Сб. Науч. изд., 2010.
6. Малчев, К.М. Надежность в электроэнергетике. С., ТУ, 2010.
7. Макаров, М. И., Кърцелин, Е.Р. Надежность шахтных подъемных машин. Донецк, ДонНТУ, 1996.