

## ЕДНА СПРЕГНАТА ЗАДАЧА В МЕХАНИКА НА МУЛДАТА - II

**Михаил Вълков**

*Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София*

**РЕЗЮМЕ.** Статията е в областта на минната геомеханика. Проблемът за формирането на минната мулда е сведен до спрегната задача. Използван е комбиниран модел. Геоматериалът вътре в свода на обрушаване над минната изработка е разглеждан като сипеща се стохастична среда. Останалата част от зоната на влияние на минните работи е приета за линейна еластична среда. Задачата е спрегната по границата на свода на обрушаване. Наложени са само кинематични гранични условия. Задачата е решена по метода на крайните разлики.

### ONE COMBINED MODEL IN MINING SUBSIDENCE

*Michail Vulkov*

*University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia*

**ABSTRACT.** The problem for mining trough formation is studied as a conjugated one. A combined model is used. The collapse zone above the mining excavation is assumed as a loose stochastic medium. The rest of the influence zone of the mining excavation is suggested to be a linear elastic continuous medium. On the cave roof's border the problem is conjugated. There are arise only kinematical border conditions. For solving the studied geomechanical problem the finite difference method is applied.

В първата част на настоящата разработка [2] е представен предлаганият модел, чиято реализация е предмет на следващото изложение. Номерацията на параграфите и на формулите продължава тези от част I.

#### 4. Реализиране на решението

В настоящата работа се предлага числено решение на разглежданата спрегната задача. Използва се методът на крайните разлики. Определящото уравнение (1) за първата зона чрез полагането

$$z = \eta(\zeta), \quad (11)$$

където  $\eta$  е обратима функцията, т.е. съществува

$$\zeta = \psi(z)$$

се трансформира в

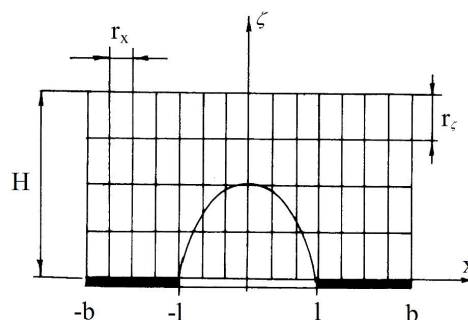
$$\bar{w}_\zeta = \bar{w}_{xx}, \quad (12)$$

където

$$w(x, z) = \bar{w}[x, \eta(\zeta)] = \bar{w}(x, \zeta);$$

$$\zeta = \psi(z) = \int_0^z \frac{ds}{A(s)}.$$

След това геометричната ивица, която включва напълно зоната на влияние, се покрива с правоъгълна мрежа (фиг.3).



Фиг. 3.

Интервалът  $[-b, b]$  се дели чрез точки  $x_i = i \cdot r_x$  ( $i = 1, \bar{m}$ ), където  $r_x$  е стъпката по ос  $Ox$ .

Аналогично, интервалът  $[0, H]$  се дели с точки  $\zeta_j = j \cdot r_\zeta$  ( $j = 1, \bar{m}$ ), където  $r_\zeta$  е стъпката по ос  $O\zeta$ .

Стъпката  $r_x$  се избира по съображения за точност, а стъпката  $r_\zeta$  се определя от уравнението на свода на обрушаване, т.е. от

$$r_\zeta = \frac{h}{l} \sqrt{l^2 - r_x^2}. \quad (13)$$

Точките  $(x_i, \zeta_j)$  определят възлите на правоъгълната мрежа, в които се търси решението.

Преместванията на възлите на мрежата са съответно

$$\bar{w}(x_i, \zeta_j) = \bar{w}_{i,j} ; \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m} ;$$

$$\bar{u}(x_i, \zeta_j) = \bar{u}_{i,j}$$

$$\bar{w}(x_i, 0) = \varphi_i ; \quad i = \overline{1, n},$$

$$\bar{u}(x_i, 0) = 0 ,$$

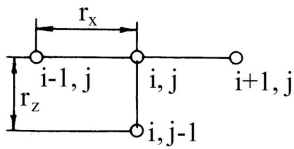
където  $\varphi_i$  са стойностите на функцията  $\varphi(x_i)$  в граничните точки.

Производните в (12) се заместват с диференчните схеми:

$$\bar{w}_{xx} \approx \frac{\bar{w}_{i+1,j} - 2\bar{w}_{i,j} + \bar{w}_{i-1,j}}{r_x^2} ; \quad (14)$$

$$\bar{w}_z \approx \frac{\bar{w}_{i,j} - \bar{w}_{i,j-1}}{r_\zeta}$$

по четириточковия шаблон на фиг.4.



Фиг. 4.

Замествайки (14) в (12) се получава системата линейни уравнения

$$\bar{w}_{i,j} = \frac{1}{1+2k} (\bar{w}_{i,j-1} + k\bar{w}_{i+1,j} + k\bar{w}_{i-1,j}) ;$$

$$w_{-b,j} = w_{b,j} = 0 ; \quad (15)$$

$$\bar{w}_{i,0} = \bar{\varphi}(x_i) = \bar{\varphi}_i ,$$

където

$$k = \frac{r_\zeta}{r_x^2} .$$

След решаване на (15) се намират стойностите на вертикалните премествания в точките  $(i, j)$  от мрежата на първата област в т.ч. и стойностите на сляганията в граничните точки от полуелипсата, ограничаваща зоната на обрисуване.

Хоризонталните премествания се определят от зависимостта

$$\bar{u}_{i,j} = -A(\zeta_i) \frac{\bar{w}_{i+1,j} - \bar{w}_{i,j}}{r_x} , \quad (16)$$

където производната  $\bar{w}_x$  е заместена с диференчната схема.

$$\bar{w}_x \approx \frac{\bar{w}_{i+1,j} - \bar{w}_{i,j}}{r_x} .$$

Изчислените стойности на преместванията на точките от мрежата по границата се задават като гранични условия за еластичната задача.

При нея се решават уравненията на Лаплас

$$\bar{u}_{xx} + \bar{u}_{zz} = 0 ; \quad (17)$$

$$\bar{w}_{xx} + \bar{w}_{zz} = 0 .$$

Частните производни в тях се заменят със схеми от крайни разлики

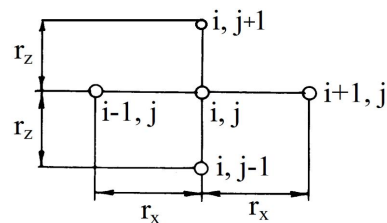
$$\bar{u}_{xx} \approx \frac{\bar{u}_{i-1,j} - 2\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{i+1,j}}{r_x^2} ;$$

$$\bar{u}_{zz} \approx \frac{\bar{u}_{i,j-1} - 2\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{i,j+1}}{r_\zeta^2} ;$$

$$\bar{w}_{xx} \approx \frac{\bar{w}_{i-1,j} - 2\bar{w}_{i,j} + \bar{w}_{i+1,j}}{r_x^2} ; \quad (18)$$

$$\bar{w}_{zz} \approx \frac{\bar{w}_{i,j-1} - 2\bar{w}_{i,j} + \bar{w}_{i,j+1}}{r_\zeta^2} .$$

За съставянето на (18) е използван петточковият шаблон на фиг.5.



Фиг. 5.

Получават се системи линейни уравнения

а) за определяне на хоризонталните премествания

$$\bar{u}_{i,j} = \frac{1}{2(1+\delta)} [\bar{u}_{i-1,j} + \bar{u}_{i+1,j} + \delta(\bar{u}_{i,j-1} + \bar{u}_{i,j+1})] \quad \begin{matrix} i = \overline{1, n-1} \\ j = \overline{1, m} \end{matrix}$$

$$\bar{u}_{\pm b,j} = 0, \quad 0 \leq \zeta_i \leq \bar{H}; \quad (19)$$

$$\bar{u}_{i,j} = 0, \quad -b \leq x_i < -l; \quad l < x_i \leq b; \quad \zeta_i = 0;$$

$$\bar{u}_{i,j} = \bar{u}_{i,j}^{ep}; \quad -l \leq x \leq l; \quad \zeta_i = \frac{h}{l} \sqrt{l^2 + x_i^2}.$$

б) за определяне на вертикалните премествания

$$\bar{w}_{i,j} = \frac{1}{2(1+\delta)} \left[ \bar{w}_{i-1,j} + \bar{w}_{i+1,j} + \delta(\bar{w}_{i,j-1} + \bar{w}_{i,j+1}) \right] \quad \begin{matrix} i=1, n-1 \\ j=1, \bar{m} \end{matrix}$$

$$\bar{w}_{\pm b,j} = 0; \quad 0 \leq \zeta_i \leq \bar{H};$$

$$\bar{w}_{i,0} = 0; \quad -b \leq x_i < l; \quad l < x_i \leq b; \quad (20)$$

$$\bar{w}_{i,j} = \bar{w}_{i,j}^{ep}; \quad -l \leq x_i \leq l; \quad \zeta_i = \frac{h}{l} \sqrt{l^2 + x_i^2},$$

където  $\delta = \frac{r_x^2}{r_\zeta^2}$ .

Получените резултати от решението на (19) и (20) се ретрансформират за изходната координатна система  $Oxz$ .

## 5. Заключение

От направените разсъждения може да се установи, че е необходимо и възможно, изваденият от равновесие скален масив да бъде моделиран в различните му зони с различни типове среда, които характеризират най-адекватно мулдообразуването.

Предложеното решение (с цената на някои компромиси) помирява две коренно различни парадигми за поведението на скалния масив – тази за дискретна и тази, за непрекъсната среда. Така, обаче, се постига по-голяма близост до физическата същност на процеса и до наблюдаваните реални явления при подземен добив на полезни изкопаеми.

Разглежданата спрегната задача може да бъде решена и аналитично. Търсенето на аналитично решение ще е обект на следващи изследвания.

## Литература

- Димова В., Механика на мулдата, С., ИК „Св. Иван Рилски“, 1995 г.
- Вълков, М., Едина спрегната задача в механика на мулдата – I.
- Мартынов Ю. И., Управление деформированием подработываемого массива горных пород глубокими сцелями, Москва, Стройиздат, 1983 г.
- Gil H., Distribution of displacements in a horizontal directed layer composed of loose and elastic media, Bull. Acad. Polon. Sci, Serie des sci techn, XIV, 2, 1968.
- Litwiniszyn J., Gebirgsbewegungen über Abbau als stochastischer Prozeß aufgefast, Freib. – Forschungshefte, 22, 1956, S. 45-64.