

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА МИГРАЦИОННИТЕ ПАРАМЕТРИ НА ПОРЕСТА СРЕДА ПО ДАННИ ОТ ТЕСТОВЕ С ИМПУЛСНО ПОСТЪПВАНЕ НА ИНДИКАТОРА

**Николай Т. Стоянов**

*Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София; nts@mgu.bg*

**РЕЗЮМЕ.** Предложеният идентификационен метод се базира на автоматизирано сравняване на опитните данни със серия от теоретични криви. Протичащият в хода на опита процес се представя с аналитично решение на частното диференциално уравнение, описващо миграцията на замърсителите в условията на едномерна филтрация в хомогенна и изотропна пореста среда при наличие на импулсен източник на замърсяване. Серията от теоретични криви се получава чрез вариране на търсените параметри в определени граници. В програмната реализация на метода е включена оптимизационна процедура, използваща алгоритъма на Levenberg-Marquardt. Направени са тестове за оценка на идентификационната грешка и за шумоустойчивостта на решението. С разработената компютърна програма е възможно да се обработват данни от миграционни опити с импулсно постъпване на индикатора при различни опитни схеми – лабораторни опити в колони или водочерпателни опити. По този начин могат да бъдат определяни по-важните миграционни параметри на порестата среда: активна порестост  $n_0$ , надлъжна дисперсивност  $\alpha_L$  и коефициент на елиминиране  $\gamma$ .

### ESTIMATION OF TRANSPORT PARAMETERS OF POROUS MEDIUM ACCORDING TO DATA DERIVED FROM TESTS PERFORMED WITH IMPULSE INPUT OF TRACER

*Nikolay T. Stoyanov*

*University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia; nts@mgu.bg*

**ABSTRACT.** The proposed identification method is based on an automated comparison between test data and a set of theoretical charts. The analytical solution of the partial differential equation describing the 1D movement of pollutants in a homogeneous isotropic porous medium in case an impulse source of pollution is present is used in order to describe the process, taking place during the test. The set of theoretical charts is acquired as a result of varying the hydraulic parameters within specific limits. An optimization procedure based on the Levenberg-Marquardt algorithm is included in the program realization of the proposed technique. Tests were performed for estimating the identification error. The obtained solutions are also tested for different noise levels. The developed computer program is making possible the interpretation of data derived from tests performed with impulse input of a tracer in case of different test schemes - laboratory column tests or pumping tests is present. In such a way it is possible to estimate the major transport parameters such as active porosity  $n_0$ , longitudinal dispersivity  $\alpha_L$ , and decay constant  $\gamma$ .

### Въведение

Важен етап при проучване на условията за движението на замърсители във водоносните пластове е определянето на миграционните параметри на водовместващата среда. Тези параметри количествено детерминират забавянето на фронта на замърсяване спрямо действителната скорост на подземните води, както и спадането на концентрацията на замърсителите по посока на потока. Те участват като константи в диференциалните уравнения и аналитичните решения за описване и прогнозиране на миграционните процеси. Поради това тяхната идентификация е въпрос с приоритетно значение при изследване на проблемите, свързани със замърсяването на подземните води.

Основните миграционни параметри (активна порестост  $n_0$ , сорбционна порестост  $n_s$ , надлъжна дисперсивност  $\alpha_L$ , напречна дисперсивност  $\alpha_T$ , коефициент на елиминиране  $\gamma$  и др.) се определят посредством лабораторни или полеви индикаторни опити (тестове). Тестовите се провеждат в условията на филтрационен поток като се прилагат

различни опитни схеми – опити в колони, водочерпателни опити, нагнетателни опити, дублетни опити, опити в естествен поток и др. Начинът на постъпване на индикатора във филтрационната колона или във водоносния пласт при различните схеми може да бъде непрекъснатов хода на експеримента или за краен времеви интервал (импулсно или пакетно).

В специализираната литература са описани голям брой идентификационни методи за анализ и интерпретиране на резултатите от индикаторни тестове. Тези методи използват аналитични, графоаналитични и числени решения на диференциалните уравнения на миграцията, получени при начални и гранични условия, съответстващи на различните опитни схеми. Съществуват два основни подхода за интерпретация на опитните данни. Първият подход включва използване на т.нар. "характерни точки" от функционални зависимости, апроксимиращи опитните данни (Fried, 1975; Пенчев, Великов, 1979; Гълъбов, 1983; Мироненко, Румынин, 1986; Huang, 1991; и др.). Вторият

подход се базира на сравняването на данните от опита със серия от теоретични криви посредством използването на еталонни криви или на различни математически алгоритми (Гълъбов, 1979; Гълъбов, Пенчев, 1986; Лукнер, Шестаков, 1986; Sauti и Kinzelbach, 1988; и др.).

В последните 10-15 години силно развитие имат идентификационните методи, основаващи се на автоматичното сравнение на опитните данни с теоретични зависимости при използване на оптимизационни техники. Този подход е ползван и в метода за определяне на миграционните параметри по данни от опити в колони с непрекъснато постъпване на индикатора (Стоянов, 2006). Програмната му реализация използва една от най-добрите оптимизационни процедури – алгоритъма на Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1961).

Предлаганият по-долу идентификационен метод разширява възможностите за анализ и интерпретация на данните от лабораторните и полеви индикаторни тестове. С него могат да се обработват данни от тестове с импулсно постъпване на индикатора при различни опитни схеми – лабораторни опити в колони или водочерпателни опити. Разработената компютърна програма включва аналитично решение на уравнението на едномерен пренос на вещество в пореста среда при импулсен източник на замърсяване, както и алгоритъма на Levenberg-Marquardt.

### Общ модел на основните опитни схеми

Теоретично, при индикаторни тестове с импулсен източник миграцията на изследвания замърсител е тримерен процес. Някои от използваните в хидрогеоложката практика опитни схеми, обаче, предполагат отчетливите в хода на експеримента промени на филтрационното и концентрационното поле да са функция само на една пространствена координата и времето. Следователно, с достатъчна точност може да приемем, че генерираният при тези условия миграционен процес е едномерен. Подобна картина се наблюдава при експерименталната реализация на следните опитни схеми:

- ✓ лабораторни опити в колони;
- ✓ водочерпателни опити.

Подробна информация, относно необходимото оборудване и технологията за тяхното провеждане, може да бъде намерена в голям брой научни публикации (Веригин, 1977; Бочев и др., 1979; Пенчев, Великов, 1979; Гълъбов, Пенчев, 1986; Стоянов, 2006; и др.).

Общият модел за провеждане на индикаторните тестове с импулсен източник при тези опитни схеми има следната концептуална основа:

- ✓ филтрационната среда е порест тип, хомогенна и изотропна;
- ✓ филтрационното поле е стабилизирано и едномерно;
- ✓ скоростта на филтрация  $v$  е постоянна величина (от 0.1 до 1.0 m/d);
- ✓ фоновата концентрация на индикатора  $c_b$  в течната фаза е постоянна величина;
- ✓ индикаторът постъпва импулсно, като за много кратък период определено количество от него с маса  $\Delta M$  се инжектира на входа на филтрационната колона при

лабораторните опити или в пусковия кладенец при водочерпателните опити;

- ✓ концентрационното поле е стабилизирано и едномерно, респ. концентрацията на индикатора  $c$  се описва с функцията  $c = f(x, t)$ ;
- ✓ в хода на опита се следи изменението на концентрацията на индикатора  $c(t)$  на изхода на филтрационната колона при лабораторните опити или в наблюдателния (черпателния) кладенец при водочерпателните опити.

### Математически модел на миграцията при импулсен източник

Миграцията на замърсител (индикатор) в условията на едномерна филтрация в хомогенна и изотропна пореста среда и с отчитане на процесите на конвективен пренос, обратимо елиминиране (сорбция), хидродисперсия (разсейване) и необратимо елиминиране (утаяване, радиоактивно и хидролитично разпадане) се описва с частното диференциално уравнение във вида (Kinzelbach, 1986; и др.):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D_L}{R_f} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{u_p}{R_f} \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma c \quad (1)$$

където:  $c$  – концентрация на замърсителя (индикатора) в течната фаза,  $ML^{-3}$ ;  $u_p$  – действителна скорост на индикатора,  $LT^{-1}$ ;  $D_L$  – надлъжна хидродисперсия,  $L^2T^{-1}$ ;  $R_f$  – забавящ фактор, без дименсия;  $\gamma$  – коефициент на елиминиране,  $T^{-1}$ ;  $x$  – пространствена координата,  $L$ ;  $t$  – време,  $T$ .

Конвективният пренос и сорбцията на замърсителя се отчитат количествено посредством скоростта на филтрационния поток  $v$  и миграционните параметри активна порестост  $n_0$ , сорбционна порестост  $n_s$  и забавящия фактор  $R_f$ , между които съществува зависимостта:

$$n_s = n_0 R_f \quad (2)$$

Действителната скорост на мигриращите със скоростта на филтрационния поток несорбируеми и *силно подвижни замърсители* е

$$u_p = \frac{v}{n_0} \quad (3)$$

а на задържащите се от твърдата фаза сорбируеми и *слабо подвижни замърсители* е

$$u_p = \frac{v}{n_s} \quad (4)$$

където:  $v$  – скорост на филтрация (по Darcy),  $LT^{-1}$ ;  $n_0$  – активна порестост, без дименсия;  $n_s$  – сорбционна порестост, без дименсия.

Процесът на хидродисперсия като цяло (механична дисперсия и молекулярна дифузия) води до увеличаване

на зоната на разпространение на замърсителите. При едномерен поток „разсейването“ на замърсители се характеризира посредством коефициента на надлъжна хидродисперсия  $D_L$ :

$$D_L = D_M + \alpha_L u_p \quad (5)$$

където:  $D_M$  – коефициент на молекулярна дифузия,  $L^2T^{-1}$ ;  $\alpha_L$  – надлъжна дисперсивност,  $L$ .

Стойностите на коефициента на молекулярна дифузия  $D_M$  обикновено са от порядъка на  $10^{-4}$   $m^2/d$ , а тези на надлъжната дисперсивност  $\alpha_L$  варират най-често в диапазона от  $10^{-1}$  до  $10^3$   $m$ . Скоростта на филтрация във водоносния пласт е от порядъка на  $0.1-10$   $m/d$ , т.е. произведението  $\alpha_L u_p$  може да варира в граници от  $10^{-3}$  до  $10^4$   $m^2/d$ , което е поне десетократно повече от стойността за  $D_M$ . Следователно, процесът на механична дисперсия е с много по-голямо значение за разсейването на замърсителя, сравнен с процеса на молекулярна дифузия. Поради това се приема, че

$$D_L = \alpha_L u_p \quad (6)$$

Необратимото елиминиране води до намаляване на концентрацията на замърсителя (индикатора) във времето без да ограничава разпространението му по посока на потока. Кинетиката на този процес се характеризира с коефициента на елиминиране  $\gamma$ . В случай на радиоактивно или хидролитично разпадане този параметър е свързан с периода на полуразпад  $\tau_{1/2}$ :

$$\gamma = \ln(2) / \tau_{1/2} \quad (7)$$

Определянето на  $\gamma$  за процеси на разпадане и необратимо утаяване, извън посочените групи, се извършва на базата на миграционни опити.

След известно преобразуване уравнение (1) може да се запише във вида:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\alpha_L v}{n_S} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{v}{n_S} \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma c \quad (8)$$

Уравнение (8) описва миграцията на замърсител (индикатор) в условията на едномерна филтрация в хомогенна и изотропна пореста среда при отчитане на конвективния пренос, сорбцията, механичната дисперсия и необратимото елиминиране.

В специализираната литература са публикувани различни аналитични решения на уравнение (1) и (8), които са получени при различни начални и гранични условия. Най-общото от тях е изведено за произволно изменение на концентрацията в точката на постъпване на замърсителя (Гълъбов, 1979). Други решения са изведени за източник с постоянна концентрация при непрекъснато, пакетно или импулсно постъпване на замърсители (Hunt, 1978; Бочевър и др., 1979; Bear, 1979; Freeze, Cherry, 1979; Kinzelbach, 1986; Гълъбов, Пенчев, 1986; Sauti, Kinzelbach, 1988; Стоянов 2006; и др.).

Представеното в различни публикации аналитично решение на уравнение (1) (Hunt, 1978; Kinzelbach, 1986; и др.) отговаря на концептуалната схема на описания по-горе общ модел за изпълнение на индикаторни тестове с импулсен източник. След незначителни преобразувания, съобразени с вече направените в уравнение (8), решение на това уравнение приема вида:

$$c(t) = \frac{\Delta M}{2Fn_S} \frac{\exp\left(-\frac{\left(x - \frac{vt}{n_S}\right)^2}{\frac{4\alpha_L vt}{n_S}}\right)}{\exp(-\gamma t)} \quad (9)$$

където:  $c(t)$  – концентрация на индикатора на изхода на колоната или в наблюдателния кладенец в момент  $t$  от началото на опита,  $ML^{-3}$ ;  $\Delta M$  – маса на постъпилия замърсител,  $M$ ;  $F$  – площ на сечението, през което мигрират замърсителите,  $L^2$ ;  $x$  – дължина на колоната или разстояние между пусковия и наблюдателния кладенец,  $L$ .

Предлаганият идентификационен метод за обработка и интерпретация на резултатите от тестове с импулсно постъпване на индикатора се базира на напълно автоматизирано сравняване на опитните данни със серия от теоретични криви, всяка от които се описва с уравнение (9). Множеството теоретични криви се получават чрез вариране на търсените параметри  $n_0$ ,  $n_S$ ,  $\alpha_L$  и  $\gamma$ , които присъстват като константи в същото уравнение.

Автоматичното сравнение на опитните данни с теоретичните криви се извършва посредством оптимизационна процедура, включваща алгоритъма на Levenberg-Marquardt. Тази процедура е подробно описана в литературата (Marquardt, 1961; Brown и Dennis, 1972; Стоянов, 2004; и много други).

## Реализация на метода в програма TT1DMI

Предлаганият идентификационен метод е реализиран в програмният код на програма TT1DMI, която е разработена на езика C++ за операционна система WINDOWS. Програмата включва четири основни модула.

### Модул за въвеждане на входните данни

Модулът позволява бързо и лесно въвеждане, редактиране и подготовка на всички числени данни. Входните данни включват:

- ✓ дължина на колоната (или разстояние между пусковия и наблюдателния кладенец)  $x$ ,  $m$ ;
- ✓ скорост на филтрация  $v$ ,  $m/d$ ;
- ✓ фоновата концентрация  $c_b$ ,  $g/l$ ;
- ✓ относителна маса на замърсителя  $\Delta M/2F$ ,  $g/m^2$ ;
- ✓ текстов файл с данни за концентрацията на изхода на колоната или в наблюдателния кладенец  $c_i = f(t_i)$  в  $g/l$ , където  $t_i$  е времето в  $min$  от началото на опита до  $i$ -тото измерване.

*Забележка:* Относителната маса на замърсителя представлява отношението между масата на постъпилия замърсител (индикатор)  $\Delta M$  и удвоената площ на сечението, през което той преминава  $2F$ .

Входната информация за  $x$ ,  $v$ ,  $c_b$  и  $\Delta M/2F$  се въвежда в диалогов режим. Измерените на изхода на колоната или в наблюдателния кладенец стойности на концентрацията  $c_i$  в моменти  $t_i$  се въвежда от предварително създаден външен файл с разширение \*.xls. Допълнително като входни данни се задават начални стойности на търсените параметри ( $n_s$ ,  $\alpha_L$  и  $\gamma$ ) и възможните граници на тяхното изменение. При обработването на данни от опити с индикатори, които не се разпадат или утаяват, идентификацията се изпълнява след изключване на параметъра  $\gamma$ .

### Модул за минимизация

Този модул търси минимума в разликите между опитните данни и теоретичните криви при различни стойности на миграционните параметри, като използва алгоритъма на Levenberg-Marquardt. Програмата позволява визуално да се следи степента на несъответствието между измерените стойности и теоретичните криви. Установените разлики се редуцират чрез вариране на границите на изменение на търсените параметри.

### Модул за моделиране на миграцията

Модулът изчислява теоретичните стойности на концентрациите на изхода на колоната или в наблюдателния кладенец  $c_i$  по предварително зададени стойности на търсените параметри. Изчисленията се правят посредством аналитичното решение, представено по-горе с уравнение (9).

### Модул за извеждане на крайните резултати

Този модул прави запис на крайните резултати в два външни текстови файла. В първия изходен файл с разширение \*.res се записват получените стойности за търсените миграционни параметрите, а във втория, имащ разширение \*.aut, са записани данните от реалните измервания и тези от апроксимиращата ги теоретична крива. За визуализацията на резултатите може да се ползват някои от стандартните програми за графична обработка на 2D данни – напр. GRAPHER – Version 7.0 на Golden Software.Inc.

Компютърна програма TT1DMI работи в графична среда под управление на операционна система WINDOWS, където става визуализацията на междинните и окончателните резултати във вид на графики и таблици.

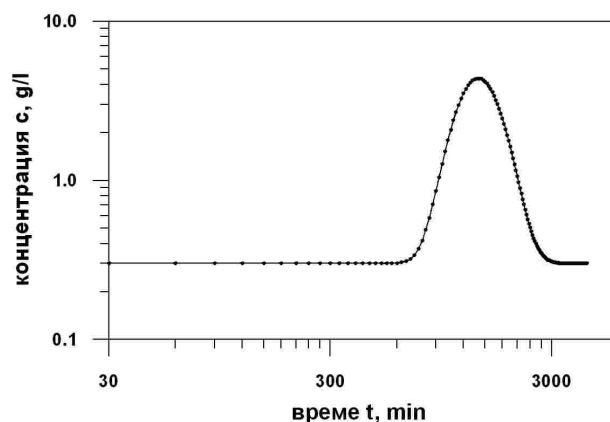
### Тестване на програмата

Програма TT1DMI е тествана по отношение на:

- ✓ грешката при идентификацията на миграционните параметри от теоретични криви, определени при предварително задаване на техните стойности;
- ✓ шумоустойчивостта на решението.

*Първата проверка* е направена като по предварително зададени стойности на миграционните параметри са изчислени стойностите на концентрацията на индикатора в изходния пункт (в наблюдателния кладенец)  $c_i$  в определени моменти  $t_i$ . При изчисленията се приема, че разстоянието между пусковия и наблюдателния кладенец е  $x = 10$  m, скоростта на филтрация е  $v = 1$  m/d, фоновата концентрация е  $c_b = 0.3$  g/l, масата на постъпилния индикатор е  $\Delta M = 25$  g, а напречното сечение е  $F = 10$  m.

След това е направена идентификация на миграционните параметри като получената зависимост  $c_i = f(t_i)$  е обработена с програма TT1DMI. Изчислените концентрации на индикатора в наблюдателния кладенец  $c_i$  са представени с точки на фиг.1. На същата фигура с пълтна линия е дадена и получената с програма TT1DMI идентификационна крива.



Фиг. 1. Тестов пример без зашумяване

Предварително зададените стойности на миграционните параметри и резултатите от извършената с програмата идентификационна процедура са представени в табл.2.

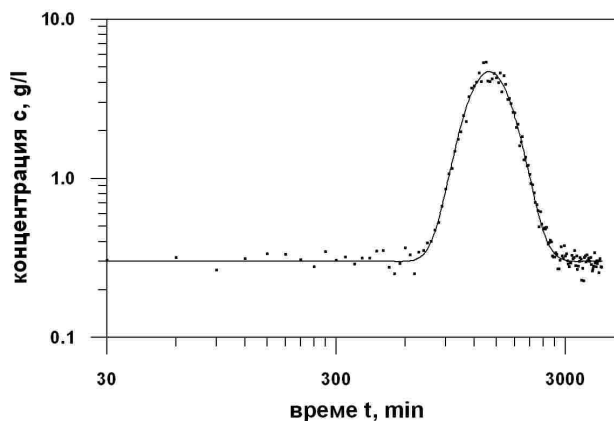
Таблица 1. Резултати от идентификационната процедура

| Миграционен параметър            | $n_s$  | $\alpha_L$ | $\gamma$ | $\Delta M/2F$ |
|----------------------------------|--------|------------|----------|---------------|
| -                                | -      | m          | $d^{-1}$ | $g/m^2$       |
| Предварително зададена стойност  | 0.1    | 0.25       | 0.1      | 1.125         |
| Идентифицирана с TT1DMI стойност | 0.0998 | 0.2497     | 0.0979   | 1.159         |
| Идентификационна грешка, %       | 0.2    | 0.1        | 2.1      | 3.0           |

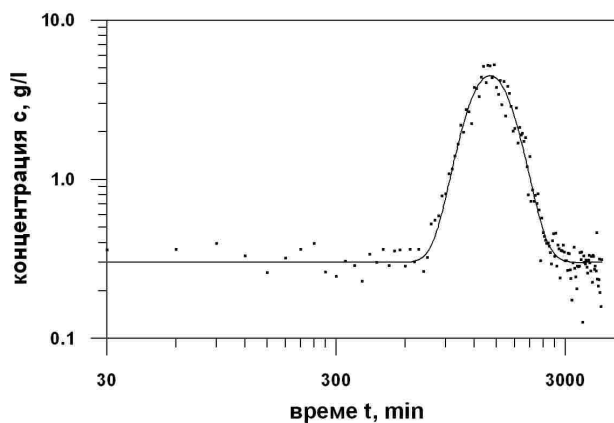
Резултатите от първата проверка показват, че идентифицираните с програма TT1DMI стойности са твърде близки (с вариации до 2-3%) или напълно съвпадат със предварително приетите стойности на търсените параметри. Това доказва достоверността на решението до степен близка на точността на използваното в съответната програма аналитично решение.

*Втората проверка* има за цел да се установи шумоустойчивостта на полученото решение. Тя е направена като допълнително към теоретично определените стойности на концентрацията на индикатора на изхода на колоната  $c_i$  е добавен случаен, нормално разпределен шум с отклонения от тези стойности с 1, 2.5, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 и 50 %. Добавянето на шума има за цел да моделира евентуални експериментални грешки, които могат да се получат в хода на миграционния опит. По този начин теоретичните стойности в тестовите примери ще се доближат максимално до реално измерваните в лабораторни условия концентрации. След зашумяването всяка от получените зависимости  $c_i = f(t_i)$  е обработена с програма TT1DMI.

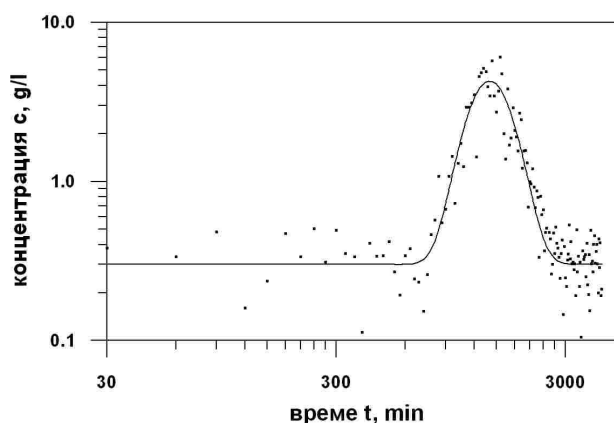
За илюстрация на решенията на фиг. 3 и 4 са представени с плътна линия получените идентификационни криви при зашумяване на теоретичните стойности с 10% и 30%. На същата фигура зашумените стойности на функцията  $c_i = f(t_i)$  са представени с точки.



Фиг. 2. Тестов пример с 10% шум

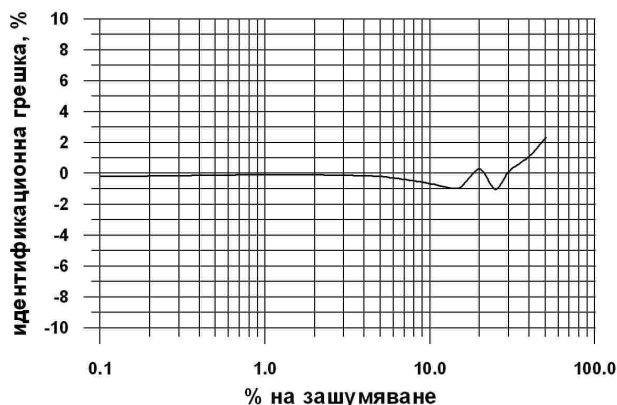


Фиг. 3. Тестов пример с 20% шум

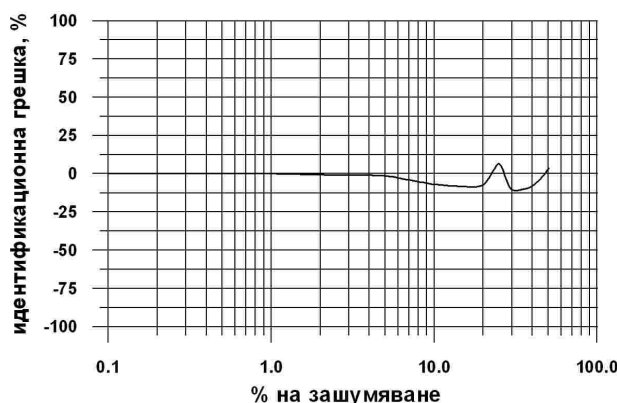


Фиг. 4. Тестов пример с 30% шум

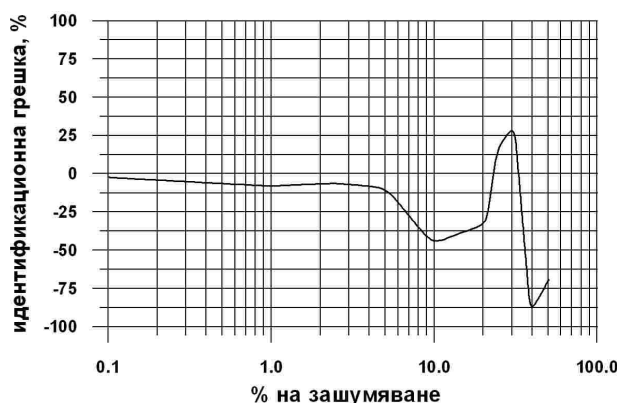
Изчислените с програмата стойности при различна степен на зашумяване са сравнени с получените при нулев шум стойности. На фиг. 5, 6 и 7 е представена връзката между % на грешката при идентифициране на параметрите и % на зашумяване на данните.



Фиг. 5. Идентификационна грешка при определяне на сорбционната порестост  $n_s$



Фиг. 6. Идентификационна грешка при определяне на надлъжната дисперсивност  $\alpha_L$



Фиг. 7. Идентификационна грешка при определяне на коефициента на елиминиране  $\gamma$

Анализът на резултатите от направеното изследване за шумоустойчивост дава основание да се направят следните обобщения и изводи:

- ✓ Стойностите на сорбционната порестост  $n_s$  (респ. на активната порестост  $n_0$ ) се идентифицират изключително точно. Получените решения практически не се влияят от шума във входните данни. Идентификационната грешка не надхвърля 2-3% дори при стойност на шума 45-50% (вж. фиг. 5).
- ✓ Малко по-неустойчиво е решението за надлъжната дисперсивност  $\alpha_L$ . При стойности на шума от 10-15% до 50% грешката достига до 10-12%, без да надхвърля тези стойности (фиг. 6).
- ✓ Най-чувствителен е коефициентът на елиминиране  $\gamma$ . Дори при 7-8% шум грешката при неговото

определяне е над 25%, а при шум 40% тя е вече всеобщо близо до 90% (фиг. 7).

С предложената програма TT1DMI достатъчно точно могат да се интерпретират индикаторни тестове с импулсен източник, ако грешките в опитните данни не надхвърлят 10-15%. Поради това нейното използване е необходимо да се предшества от много добро планиране и изпълнение на опитната схема, от прецизен анализ на допуснатите в хода на експеримента неточности и грешки и от внимателен подбор на опитните резултати.

## Заклучение

От представените тестове и проверки за устойчивост на решението се вижда, че методът, използващ алгоритъма на Levenberg-Marquardt и разработената компютърна програма TT1DMI могат успешно да се използват за идентифициране на миграционните параметри на пореста среда по данни от лабораторни опити в колони и водочерпателни опити при импулсно подаване на индикатор с постоянна концентрация. Основни предимства на метода са в цялостната автоматизирана обработка на данните и в нагледната визуализация на полученото крайно решение.

## Литература

- Бочев, Ф. М., Н. Н. Лапшин, А. Е. Орадовская. 1979. *Защита подземных вод от загрязнения*. М., Недра, 254 с.
- Веригин, Н. Н. (ред.). 1977. *Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород*. М., Недра, 272 с.
- Гълъбов, М. М. 1979. Динамика загрязнителей в водоносном пласте при переменной интенсивности загрязнения на границе. – In: *Wissensch. Konf. Simul. Migration im Grundwasser*, Dresden, 94-100.
- Гълъбов, М. М. 1983. *Динамика на подземните води*. С., Техника, 372 с.
- Гълъбов, М. М., П. П. Пенчев. 1984. К методике определения гидрогеологических параметров массопереноса в водоносных пластах. – *Сп. Бълг. геол. д-во*, 3, 221-230.
- Гълъбов, М. М., П. П. Пенчев. 1986. *Решаване на приложни гидрогеоложки задачи с помощта на ЕИМ*. С., Техника, 374 с.

- Лукнер, Л., В. Шестаков. 1986. *Моделирование миграции подземных вод*. М., Недра, 208 с.
- Мироненко, В., В. Румынин. 1986. *Опытно-миграционные работы в водоносных пластах*. М., Недра, 240 с.
- Пенчев, П., Б. Великов. 1979. Методически особености на лабораторните определения на някои основни физикохимични и хидродинамични параметри на замърсителите в подземните води. – *Хидротехника и мелиорация*, 10, 22-24.
- Стоянов, Н. 2003. *Оценка и прогнозиране на замърсяването на подземните води от депа за твърди битови отпадъци*. Дисертация, С., МГУ "Св. Иван Рилски", 215 с.
- Стоянов, Н. 2004. Определяне на хидродинамичните параметри на водоносния пласт по данни от водочерпателни опити с променлив дебит. – *Год. МГУ "Св. Иван Рилски"*, 47, Св. I, *Геол. геоф.*, 213-218.
- Стоянов, Н. 2005. Определяне на хидродинамичните параметри на еднородни водоносни пластове по данни от водочерпателни опити с постоянен дебит – *БУЛАКВА*, 1, 31-39.
- Стоянов, Н. 2006. Идентификация на миграционните параметри на порестата среда по данни от лабораторни опити в колони – *БУЛАКВА*, 1, 36-41.
- Bear, J. 1979. *Hydraulics of Groundwater*. McGraw-Hill, New York.
- Brown, K. M., J. E. Dennis. 1972. Derivative free analogues of the Levenberg-Marquardt and Gauss algorithms for nonlinear least squares approximations. – *Numerische Mathematik*, 18, 289-297.
- Freeze, R. A., J. A. Cherry. 1979. *Groundwater*. Printice-Hall, New York, 604 p.
- Fried, J. J. 1975. *Groundwater Pollution*. Elsevier, New York, 330 p.
- Huang, H. 1991. On a one-dimensional tracer model. – *Ground Water*, 29, 1, 18-20.
- Kinzelbach, W. 1986. *Groundwater Modelling. An Introduction an Sample Programs in BASIC*. Elsevier, 333 p.
- Marquardt, D. W. 1961. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. – *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 2, 431-441.
- Sauty, J.-P., W. Kinzelbach. 1988. On the identification of the parameters of groundwater mass transport. – In: *Groundwater Flow and Quality Modelling, NATO ASI Series, Series C*, 224, 33-56.