

МАТЕМАТИЧНИ МОДЕЛИ НА КОНВЕКТИВНА ГАЗОВА ДИФУЗИЯ В МИННИ ИЗРАБОТКИ

Петко Лалов ¹, Десислава Симеонова ²

¹ Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София, E-mail: p.lalov@gmail.com ² Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“, 1700 София, E-mail: desysimeonova@abv.bg

РЕЗЮМЕ. В настоящия доклад се разглежда общия модел на конвективна газова дифузия в минни изработки. Статията третира някои частни случаи, които се илюстрират с компютърна симулация и компютърна анимация. Даден е математичен модел за решаване на обратни коефициентни задачи за експериментално определяне на коефициента на турбулентна дифузия.

MATHEMATICAL MODELS OF CONVECTIVE DIFFUSION OF GAS STREAM IN A MINE WORKING

Petko Lalov ¹ Desislava Simeonova ²

¹ University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail: p.lalov@gmail.com

² University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail: desysimeonova@abv.bg

ABSTRACT. The general model of convective diffusion of gas stream in a mine working is covered in [1]. The present study examines some particular cases illustrated by computer simulation and computer animation. A mathematical model for solving inverse coefficient problems is given, as the one for experimentally defining the coefficient of turbulent diffusion.

Въведение

В тази статия обект на изследване е замърсяването на минни изработки вследствие различни въздействия, като човешка дейност, източници на вредни газове, акумулация и абсорбция от стените на изработката и други. В [1] е даден общ математичен модел на конвективна газова дифузия в крайна минна изработка, описан от K.Z. Ushakov (1984) в [2] и е намерено неговото аналитично решение. На базата на този модел и неговото решение се разглеждат редица частни случаи, които се илюстрират графично и с компютърна анимация при програмната им реализация.

Математичен модел

Дадена е минна изработка с дължина l . Повечето от газодинамичните процеси, протичащи в нея могат да бъдат описани с уравнението на конвективната дифузия:

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} + v \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} - D \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2} = f(x,t) \quad (1)$$

$$c(0,t) = \mu(t), \quad t > 0 \quad (2)$$

$$c(x,0) = \varphi(x) \quad (3)$$

$$\frac{\partial c(x,l)}{\partial x} = 0, \quad \varphi(0) = \mu(0) \quad (4)$$

където

$c(x,t)$ - концентрация на газ

v [m/s]- скорост на въздуха

D [m²/s]- коефициент на турбулентна дифузия

$f(x,t)$ - функция описваща акумулация и абсорбция от стените на изработката (CH₄, CO₂).

Аналитичното решение на (1) при начални и гранични условия (2)- (4) е намерено в [1] и се дава с израза:

$$c(x,t) = e^{ax+bt} \left\{ \int_0^l K(x,\xi,t) e^{-a\xi} \varphi(\xi) d\xi + \mu(0) \int_0^l K(x,\xi,t) \left(\frac{a\xi}{1+al} + \int_0^t \int_0^l K(x,\xi,x-\tau) e^{-(a\xi+b\tau)} f(\xi,\tau) d\xi d\tau + \int_0^t \int_0^l K(x,\xi,x-\tau) e^{-b\tau} (\mu'(\tau) - b\mu(\tau) \left(\frac{a\xi}{1+al} - 1 \right)) d\xi d\tau \right) \right\} + e^{ax} \mu(t) \left(1 - \frac{ax}{1+al} \right) \quad (5)$$

където: $a = \frac{v}{2D}$, $b = -\frac{v^2}{4D}$, а интегралното ядро K се пресмята чрез бързо осцилиращият към 0 ред:

$$K(x,\xi,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2e^{-D\delta_n t} \sin \delta_n x \sin \delta_n \xi}{l - \frac{\sin 2\delta_n l}{2\delta_n}}$$

δ_n - положителните корени на трансцендентното уравнение

$$\operatorname{tg} \delta_n l = -\frac{\delta_n}{a}$$

От това общо решение ще отделим някои частни случаи и ще представим графично техните решения.

Проветряване на замърсена изработка

В този случай приемаме, че изработката е обгазена равномерно и трябва да се прочисти във времето. Данните с които са направени изчисленията, както и началните и гранични условия (2)-(4) са: $v=1\text{m/s}$, $D=25\text{m}^2/\text{s}$, $l=100\text{m}$;

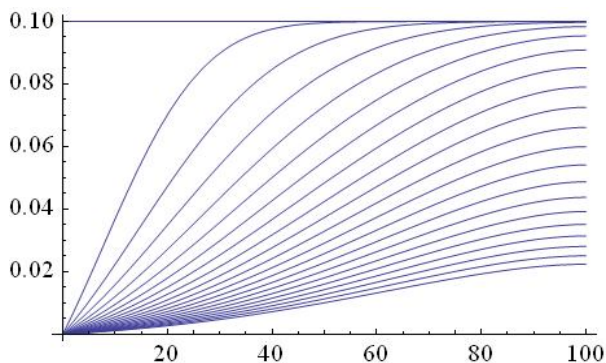
$$c(x,0) = 0.1, \quad x > 0$$

$$c(0,t) = 0, \quad t \geq 0$$

$$\frac{\partial c(x,l)}{\partial x} = 0$$

$$f(x,t)=0$$

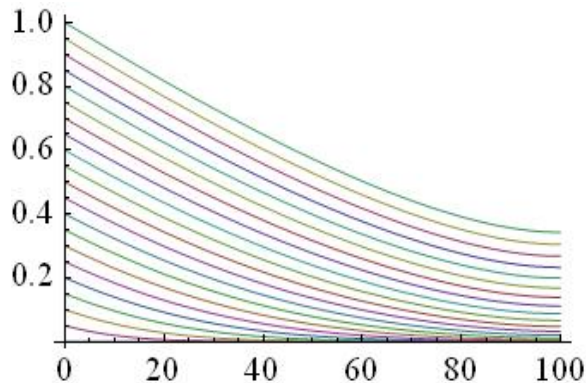
На фиг.1 са показани графиките на $c(x,t)$ за $0 < t < 100\text{s}$ през 5 секунди и $0 < x < l$.



фиг.1

Наличие на източник на замърсяване в началото на изработката

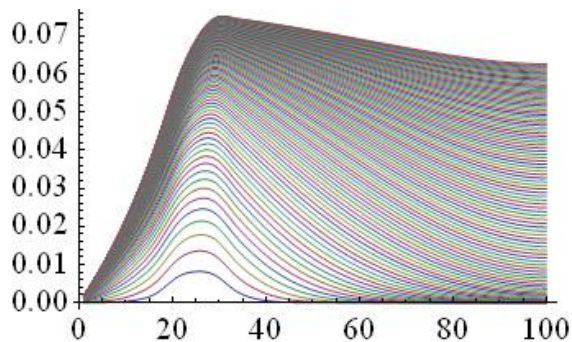
В този случай приемаме, че в момент $t=0$ изработката е чиста, или $c(x,0)=0$ и започва отделяне на газ в началото $x=0$ с интензитет, зависещ линейно от времето, $c(0,t)=0.01t$. Останалите данни са същите. На фиг.2 са представени резултатите.



фиг.2

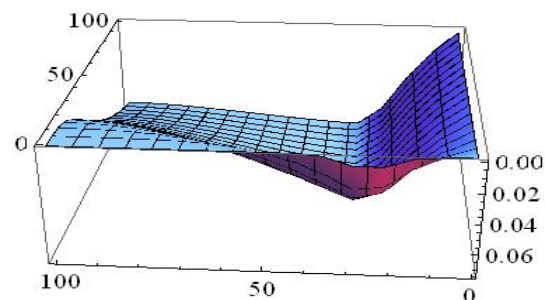
Емисия на газ от стените на изработката

Приемаме, че изработката не е замърсена, $c(x,0)=0$. В момент $t=0$ от стените на изработката в участък от 20m до 30m започва отделяне на газ с постоянен интензитет $f(x,t)=0.01$, $20 < x < 30$. След 100 секунди картината ще бъде следната(фиг.3).



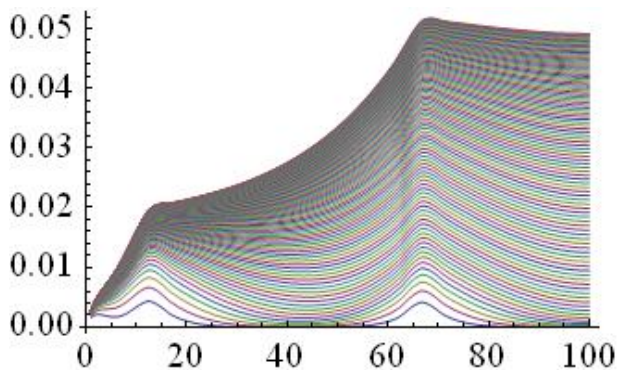
фиг.3

На фиг.4 е показана и три- мерната графика на $c(x,t)$.



фиг.4

По- долу са показани резултатите при два участъка от изработката при които има изтичане на газ от стените:
 $f(x,t) = 0.01$ при $10 < x < 15$ и $65 < x < 70$



фиг.5

Експериментално определяне на коефициента на турболентна дифузия

Една от важните задачи е определянето на коефициента на турболентна дифузия. Приемаме, че $\varphi(x)$ е известна, а $\mu(t) = 0$ и $f(x, t) = 0$.

На разстояние m от изработка се регистрира концентрацията на газ

$c(m, t_1), c(m, t_2), \dots, c(m, t_k)$ експериментално.

Аналитичното решение на (1) е

$$\bar{c}(x, t) = \frac{e^{ax+bt}}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_0^l K(x, y, t, D) \varphi(y) e^{-ay} dy,$$

$$K(x, y, t, D) = e^{-\frac{(x-y)^2}{4Dt}} - e^{-\frac{(x+y)^2}{4Dt}}$$

Конструира се функцията

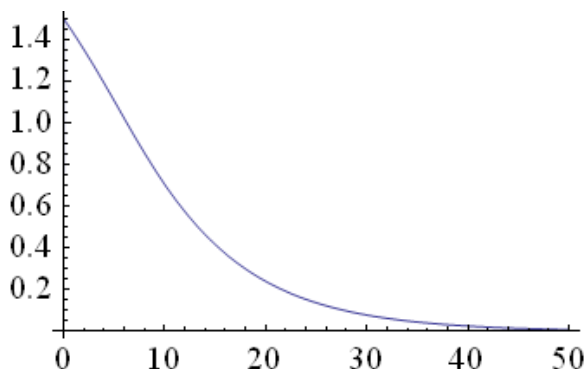
Препоръчана за публикуване от катедра „Информатика“, МЕМФ

$$\Phi(D) = \sum [c(x, t_j) - \bar{c}(x, t_j)]^2 \quad (6)$$

D се определя от $\min \Phi(D)$

Численият експеримент е направен при $v=3\text{m/s}$, $D=25\text{m}^2/\text{s}$ и $m=50\text{m}$, за интервал от време 50s.

Регистрираната крива на изменение на концентрацията на разстояние 50m от началото на изработката за 50 s е на фиг.6



фиг.6

Минимизирайки функцията (6) за D беше получена стойност $25.099\text{m}^2/\text{s}$, която е изключително близка до действителната.

Литература

- Petko Lalov, A General Model Of Convective Diffusion Of Gas Stream In A Mine Working, New Dehi, India, 2000
 Ushakov K.Z, gas dynamics of shafts, Nauka, Moscow, 1984