

## ПРОСТРАНСТВЕНО РЕШЕНИЕ НА ЕДНА ЗАДАЧА ОТ МЕХАНИКА НА МУЛДАТА ПРИ УСЛОЖНЕНИ УСЛОВИЯ НА ЗАЛЯГАНЕ

**Михаил Вълков**

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

**РЕЗЮМЕ.** Предложен е метод за определяне на минната мулда при изземане на рудно тяло със сложна геометрия и при наличие на пресечен или планински релеф на земната повърхност. Методът е базиран върху линеен стохастичен модел. Решена е пространствена задача. Рудното тяло е разделено на слоеве, като за всеки слой аналитично е определено преместването, предизвикано на точките от земната повърхност от неговото изследване. Тоталното преместване се намира по принципа на суперпозицията. Съставен е алгоритъм за прилагане на предложения метод.

### A THREE DIMENTIONAL SOLUTION OF A PROBLEM IN MINING SUBSIDENCE MECHANICS IN COMPLEX OCCURANCE CONTITIONS

*Mihail Vulkov*

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

**ABSTRACT.** The paper offers a method for determining of the mining subsidence while mining out a complex form ore body in semi-mountain or in mountain landscape. The method is based on the linear stochastic model. A three dimensional problem is solved. The ore body is sliced into different layers. The displacement of the earth s surface caused by mining out of each layer is obtained analytically for each of them. The total displacements of the points of the earth s surface are calculated through the superposition principle. An algorithm for organizing the calculation process also proposed.

1. В [1] е обоснована необходимостта да се адаптират теориите в механика на мулдата, създадени за изземане на хоризонтални или полегати пластове находища (въглищни) при хоризонтална или полегата земна повърхност, за условията в нашата страна. Последните се характеризират с усложнени условия на залягане при наличие на наклонен или пресечен (планински) релеф.

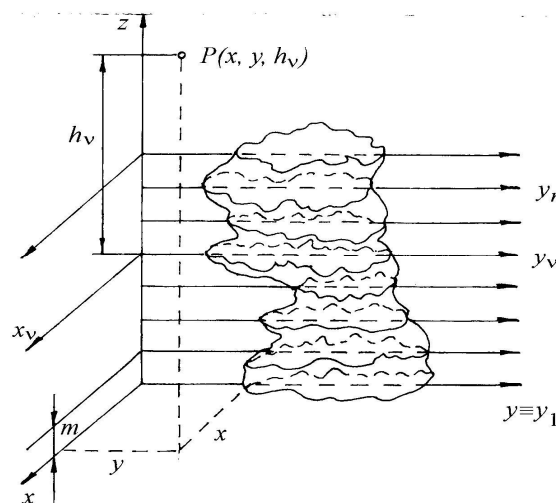
Настоящата разработка е продължение на идеите, изложени в [1], като се разглежда по-сложният пространствен проблем и е дадено предпочитание на неговото аналитично решение.

Поставена е задача за определяне на преместванията на земната повърхност при изземане на рудно тяло, представено на фиг. 1. Визират се условията за находището на Челопеч, разработвани от фирма "Челопеч-Майнинг" АД.

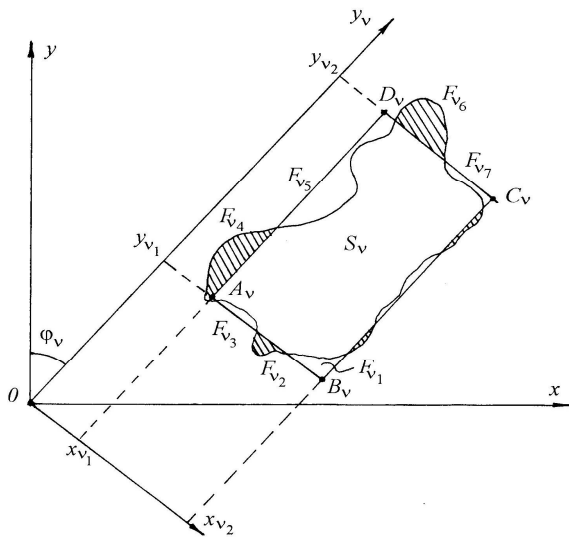
Рудното тяло се разделя на хоризонтални слоеве, както това е показано на фиг.1. Търси се ефектът от изземането на цялото рудно тяло при управление на горнището с хидро запълване. При него коефициентът на слягане е минимален ( $\eta = 0,05 \div 0,10$ ). Избира се абсолютна координатна система  $Oxyz$ , която е свързана с долната граница на рудното тяло и локални координатни системи  $Ox_v y_v z_v$ , които са свързани с отделните сечения, разделящи рудното тяло на отделни слоеве. При избора

на координатните системи е прието, че ос  $Oz_v \equiv Oz$ .

Оси  $Ox_v$  и  $Oy_v$  се завъртат спрямо  $Ox$  по подходящ ъгъл  $\varphi_v$  така, че действителното сечение на рудното тяло да бъде покрито с подходящ правоъгълник по най-удачен начин. Спазва се ограничението от типа (за представения на фиг.2 разрез)



Фиг. 1



Фиг. 2

$$-F_{v1} + F_{v2} - F_{v3} + F_{v4} - F_{v5} + F_{v6} - F_{v7} \approx 0,$$

където с отрицателен знак са взети площите от правоъгълника  $ABCD$ , които не покриват част от сечението, а със знак плюс-частите от сечението, които лежат извън  $ABCD$ . За базов е приет линейният стохастичен модел на Й. Литвинишин [2].

За всеки слой се решава задачата на Коши за уравнението на Фурие, т.е.

$$\frac{\partial w_v}{\partial z_v} = B \left( \frac{\partial^2 w_v}{\partial x_v^2} + \frac{\partial^2 w_v}{\partial y_v^2} \right), \quad (1)$$

при гранични условия

$$w_v(x_v, 0, 0) = \begin{cases} w_0 & x \in F_v; \\ 0 & x \notin F_v, \end{cases} \quad (2)$$

където  $w_0 = m_v \eta_v$ ;

$m_v$  - е..... на  $v$ -тия слой, на който е разделено рудното тяло;

$\eta_v$  - е коефициентът на слягане за дадения слой.

Последният може да варира в зависимост от начина на запълване на изетото пространство (хидро-запълване, сухо, с циментизация и т.н.).

При положение, че характеристиката на скалния масив по отношение на мулдообразуването има основание да бъде приета за  $B = const$  [3] (рудното тяло е вместино в скали, които в голяма степен покриват изискванията за хомогенност и изотропия - и други аргументи от геоложката характеристика), то решението на задача (1) ÷ (2) има вида:

$$\begin{aligned} w_v(x_v, y_v, z_v) &= \frac{w_0}{4\pi B z_v} \\ &\iint_{(F)} \exp\left[-\frac{(x_v - \xi)^2 + (y_v - \eta)^2}{4Bz_v}\right] d\xi d\eta = \\ &= \frac{w_0}{4\pi B z_v} \int_{x_{v1}}^{x_{v2}} \exp\left[-\frac{(x_v - \xi)^2}{4Bz_v}\right] d\xi \int_{y_{v1}}^{y_{v2}} \exp\left[-\frac{(y_v - \eta)^2}{4Bz_v}\right] d\eta \end{aligned} \quad (3)$$

или окончателно:

$$\begin{aligned} w_v(x_v, y_v, z_v) &= w_0 \left[ \theta\left(\frac{x_{2v} - x_v}{\sqrt{2Bz_v}}\right) - \theta\left(\frac{x_{1v} - x_v}{\sqrt{2Bz_v}}\right) \right] \\ &\cdot \left[ \theta\left(\frac{y_{2v} - y_v}{\sqrt{2Bz_v}}\right) - \theta\left(\frac{y_{1v} - y_v}{\sqrt{2Bz_v}}\right) \right], \end{aligned} \quad (4)$$

където  $\theta(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^v \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$  е интегралната функция на Гаус.

Нейните стойности са дадени в таблица 1.

По аналогичен начин се действа за всеки слой поотделно. След това се изчислява сумарното слягане на точка от земната повърхност, имаща координатна система  $Oxyz$ .

Тоталното слягане на точката се определя при сумата:

$$w(x, y, h) = \sum_{v=1}^n w_v,$$

където  $w_v$  са вертикалните премествания, получени вследствие изземане на отделните слоеве, на които е разделено рудното тяло.

В процеса на работа се появява и необходимостта, координатите  $x_v, y_v$  в локалните системи да се преизчислят за абсолютната. Това става по известните формули за ротация на координатна система.

$$x = x_v \cos \varphi_v - y_v \sin \varphi_v;$$

$$y = x_v \sin \varphi_v + y_v \cos \varphi_v.$$

Координатата  $z_v$  се изчислява чрез  $h$  по зависимостта:

$$h_v = z_v = h - v \cdot m,$$

където  $v$  е поредният номер на разглеждания слой от рудното тяло;

$m$  е мощността на отделния изземан слой.

Таблица 1

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
2	07926	08317	08706	09059	09483	09871	10257	10642	11026	11409
3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774
4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
6	49534	49547	49560	49573	49586	49598	49609	49621	49632	49643
7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49737
8	49745	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49889	49893	49897	49900
1	49903	49906	49910	49913	49916	49918	49921	49924	49926	49929
2	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950
3	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965
4	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976
5	49977	49978	49978	49979	49980	49981	49981	49982	49983	49983
6	49984	49985	49985	49986	49986	49987	49987	49988	49988	49989
7	49989	49990	49990	49990	49991	49991	49992	49992	49992	49992
8	49993	49993	49993	49994	49994	49994	49994	49995	49995	49995
9	49995	49995	49996	49996	49996	49996	49996	49996	49997	49997
4.50 — 499997    5.00 — 499997										

### Алгоритъм за работа

- От геоложкото проучване на находището и картографското заснемане на земната повърхност си изяснява геометрията на рудното тяло и топологията на земната повърхност над него.
- С долния край на рудното тяло се свързва абсолютната координатна система  $Oxyz$ .
- С подходящ брой хоризонтални сечения, по горните граници на които се разполагат локални координатни системи  $Ox_v y_v z_v$  ( $v = \overline{1, n}$ ), рудното тяло се разделя на  $n+1$  слоя с еднаква (за удобство при изчисленията) или различна мощност  $m_v$ .
- Сечението в  $v$ -тия слой се замества с правоъгълник като се налага условието частите от слоя полезно

изкопаемо извън него да са приблизително равни на празнините в него.

5. За всеки слой се решава задачата на Коши за уравнението на Фурие (ако се ползва линейния модел на Й. Литвинишин), или друга подходяща гранична задача ако се използва друг модел, описващ мулдообразуването. При избора на модел се изисква да съществува линейна връзка между причина и следствие, тъй като алгоритъмът се базира върху принципа на суперпозицията.
6. Слягането  $w(x, y, h)$  в точка от земната повърхност се получава като алгебрична сума от сляганията  $w_v(x, y, h_v)$  в тази точка, получени вследствие на изземането на  $v$ -тия слой на рудното тяло.
7. Чрез определените сляганя на точките от земната повърхност в зоната на влияние се определя повърхнината на мулдата.

В заключение може да се отбележи, че разглеждания метод е универсален - може да се прилага при хоризонтална, наклонена и пресечена земна повърхност.

Позволява да се изследва формирането на мулдата при изземане на обеми със сложна геометрия.

Препоръчана за публикуване от Катедра  
"Техническа механика", МТФ

Методът се основава на факта, че за разглеждания (а и за другите най-широко прилагани модели в механика на мулдата) съответната гранична задача се решава за горното полупространство, разположено над координатна равнина  $Oxy$ .

Точността на полученото решение за всеки конкретен модел зависи както от избора на броя слоеве, на които се разделя рудното тяло (или от мощността на отделния слой при  $m = const$ ), т.е. зависи изцяло от поставените изследователски цели, така и от адекватността на избрания линейен модел спрямо конкретните минно-геоложки и минно-технологични особености на разглежданото находище.

## Литература

1. Вълков М., Определяне уравнението на минната мулда при сложен релеф, под печат.
2. Litwinişzyn J., Stochastic Methods in Mechanics of granular bodies. Wien, Heidelberg, New York, Springer Verlag, 1974.
3. Ochrona powierzchni preset uszkodami gorniczymi, Borecki M. (red), Katowice, Slask.