

АЛГОРИТМИ И ПРОГРАМИ ЗА ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НА ДВУМЕРНИ ГРАВИТАЦИОННИ АНОМАЛИИ В МАТЛАБ СРЕДА

Християн Цанков, Ради Радичев

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София; ch.tzankov@gmail.com; radirad@abv.bg

РЕЗЮМЕ. Разработени са пакет от алгоритми и компютърни програми за решаване на правата и обратната гравиметрична задача за двумерни тела от звезден тип. Приложенията са написани на вградения в програмната системата MATLAB софтуерен език и работят както в MATLAB среда, така и самостоятелно под Windows. Достоверността на решението на правата задача с разработените за целите на моделирането програми е проверена чрез серия от тестове. За проверка възможностите за решаване на обратната гравиметрична задача, програмите са апробирани върху моделни аномалии при различно ниво на шума (грешката във входните данни) в аномалното гравитационно поле. Оптимизацията на модела е извършена по методът на Левенберг-Марквард. Получените резултати са анализирани.

ALGORITHMS AND PROGRAMMES FOR INTERPRETATION OF 2D GRAVITY ANOMALIES DEVELOPED IN MATLAB

Christian Tzankov, Radi Radichev

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia; ch.tzankov@gmail.com; radirad@abv.bg

ABSTRACT. A set of interactive GUI programs has been developed fitted to work in MATLAB environment and as self-standing program under Windows. The programs are used to solve both the direct and the inverse gravity problems for two-dimensional star-shaped body models. In order to test the reliability and the stability of the results obtained by solving the direct problem a series of tests are carried out. To prove the computing opportunities of the programs by the optimization of the gravity data the Levenberg-Marquardt method is used. The tests are applied on various model anomalies with different level of noise (input error) added into the anomalous gravity field. The obtained results are analysed.

Въведение

Разработените алгоритми и програми за интерпретация на гравитационни аномалии в MATLAB среда дават възможност за реализиране метода на регуляризацията в рамките на даден модел, включващ няколко различни по форма тела. За оптимизацията на моделите се използва допълнителна информация, която според теорията за некоректно поставените задачи, стабилизира решението на обратната гравитационна задача.

От особена важност за решаването на правата задача, която е елемент от алгоритъма за решаване на обратната задача е създаването на гъвкави, разнообразни модели, които в зависимост от поставените геоложки задачи биха апроксимирали достатъчно добре реалната геоложка среда. Решението на правата задача се усложнява значително за аномално поле създадено от множество тела с произволна форма и сложно разпределение на плътността.

Ефективното използване на изчислителната техника съвместно със съвременни програмни продукти и/или собствен код за решаване на задачата е от голямо значение за постигането на добри резултати при интерпретацията на геофизичните данни. Изчислителната

сложност на задачата може да бъде редуцирана с избора на подходяща апроксимация на смущаващите тела така, че те да се описват достатъчно точно с неголям брой параметри при проста връзка между параметрите и аномалното поле. В двумерните задачи най-големи удобства предлага апроксимацията на сечението на телата към многоъгълната форма (Talwani, 1965; Гравиразведка, 1981). Този начин за описване на смутителите е залегнал в основата на разработените алгоритми и програми за изчисляване на двумерни гравитационни аномалии разгледани по-нататък.

Кратко описание на програмната система MATLAB

MATLAB е диалогова програмна система за научно-технически пресмятания и визуализация на получените резултатите. Тя интегрира в себе си възможности за аналитични преобразувания, числени пресмятания и графично представяне на получените резултати. Ориентирана е към работа с масиви от данни – вектори, матрици, многомерни масиви, масиви от клетки и масиви от записи. Оттук идва и наименованието MATLAB – MATrix LABoratory. За разлика от обикновените "скаларни" езици от типа на C и FORTRAN, при които операциите с масиви често се реализират чрез организиране на цикли, системата MATLAB позволява с един единствен оператор

да се извършват едновременно действия над всички елементи на даден масив, като по този начин в редица ситуации тази необходимост отпада.

В системата MATLAB са вградени функции за решаване на основни задачи от линейната алгебра и числения анализ, за обработка на експериментални данни, за двумерна и тримерна графика, за анимация и др. Ядрото на системата непрекъснато се допълва с пакети приложни програми, наречени инструменти (toolboxes), решаващи проблеми в определени области на науката и техниката.

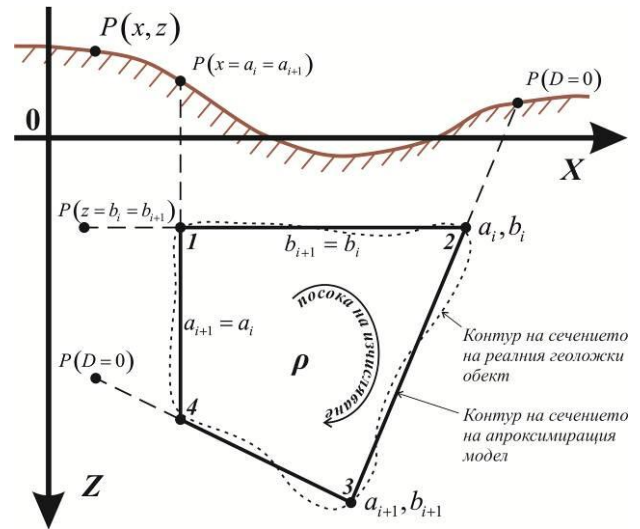
MATLAB има вграден програмен език от високо ниво, което позволява работата на системата не само в режим на калкулатор, но и в програмен режим. Това дава възможност на изследователя да създава свои собствени програми и функции, решаващи определени задачи от областта на научните му интереси. Веднъж написани, тези програми се изпълняват по същия начин, както и останалите функции на системата. MATLAB има възможност за интегриране с някои широко приложими и мощни програмни средства. От нейната работната среда могат да се изпълняват функции и оператори от ядрото на водещата сред системите за компютърна алгебра програма MAPLE. Програмният инструмент Notebook, чрез който се осъществява интеграцията на MATLAB с MS Word, дава възможност, работейки с Word, да бъдат създавани документи, които съдържат едновременно обикновен текст, команди на MATLAB и резултатите от тяхното изпълнение (изрази, формули, графични изображения).

Благодарение на практически неограничените възможности на системата, нейната гъвкавост и удобната за работа операционна среда, MATLAB е мощно средство за изчисления, анализи и оптимизация в най-различни области на познанието (Тончев, 2007; 2008; 2009).

Алгоритми и програми за решаване на правата гравиметрична задача GRAVG-2Ds

Описание на използваните алгоритми

Апроксимацията на смутителите към многоъгълната форма дава възможност двумерните аномалии от хомогенни тела да се изчислят точно с крайни алгебрични изрази, получавани след последователно интегриране по линейните елементи от контура на един или няколко многоъгълници, пресъздаващи максимално близко с минимален брой параметри формата на търсените аномалообразуващи тела от разреза (фиг. 1). В конкретния случай, за решаване на гравитационната задача, площният интеграл на сечението на тялото се представя чрез криволинеен интеграл по контура на сечението (Страхов, 1973). Получаваните след интегрирането алгебрични изрази имат твърде сложен вид. За целите на съставянето на рационален програмен алгоритъм съответните изрази са анализирани и обработени като се отделени общи и повтарящи се елементи в тяхната структура (Ставрев, 1985).



Фиг. 1. Многоъгълно сечение и особени положения на изчислителните точки P и контурите на отсечки на смуцаващо тяло с ефективна плътност ρ

Задачата е решена в декартова координатна система с ос X , насочена надясно и ос Z – вертикално надолу. Координатите на изчислителните точки по профила се отбелязват с x и z , а на ъгловите точки от модела на многоъгълника – с a и b като аномалния ефект от коя да е от наклонените му страни, заключена между точки с координати (a_i, b_i) и (a_{i+1}, b_{i+1}) се изчислява с помощта на представените по-долу програмни изрази за елементите Δg , V_{xz} и V_{zz} на гравитационните аномалии (Ставрев, 1985; Радичев, 1988):

$$\overline{\Delta g} = 2G\rho S_g, \quad S_g = \frac{D}{A} \left(\frac{k}{2} L - DS_1 \right), \quad (1)$$

$$\overline{V_{xz}} = 2G\rho k \left[\frac{D}{A} \left(S_1 - \frac{D}{k} S_{1x} + \frac{x_2}{F_2} - \frac{x_1}{F_1} \right) - \frac{1}{D} S_g \right], \quad (2)$$

$$\overline{V_{zz}} = 2G\rho \frac{D}{A} \left(\frac{M_2 + kD}{M_2^2 + D^2} - \frac{M_1 + kD}{M_1^2 + D^2} + k \frac{D + kx_2}{F_2} - k \frac{D + kx_1}{F_1} + \frac{A}{D^2} S_g \right), \quad (3)$$

където

$$k = \frac{b_{i+1} - b_i}{a_{i+1} - a_i}; \quad d = \frac{a_{i+1}b_i - a_i b_{i+1}}{a_{i+1} - a_i};$$

$$A = 1 + k^2; \quad x_1 = x - a_i; \quad x_2 = x - a_{i+1};$$

$$D = z - d - kx; \quad E = x + k(z - d);$$

$$c = x^2 + (z - d)^2; \quad M_l = Aa_l - E;$$

$$F_l = Aa_l^2 - 2Ea_l + c; \quad l = i, i+1;$$

$$S_1 = \frac{1}{D} \left(\arctan \frac{M_2}{D} - \arctan \frac{M_1}{D} \right);$$

$$S_{1x} = \frac{1}{D} \left(kS_1 + \frac{kM_2 - D}{M_2^2 + D^2} - \frac{kM_1 - D}{M_1^2 + D^2} \right);$$

$$L = \ln \left| \frac{F_2}{F_1} \right|;$$

ρ – ефективна плътност на тялото;
 G – гравитационната константа.

Тези изрази не са приложими във всички случаи, тъй като е възможно при конкретно разположение на изчислителните точки да получат неопределени стойности. Освен това е възможно и опростяването им при дадени ситуации, което намалява необходимото машинно време. Тези особени случаи, показани на фиг. 1 и съответните изрази заложили в програмите са представени по-долу:

а) $D = 0$ – изчислителната точка лежи по продължението на наклонена страна на многоъгълника

$$\overline{\Delta g} = 0, \quad (4)$$

$$\overline{V_{xz}} = -G\rho \frac{k^2}{A} L, \quad (5)$$

$$\overline{V_{zz}} = G\rho \frac{k}{A} L. \quad (6)$$

б) $k = 0$ – страната на многоъгълника е хоризонтална, т.е. $b_{i+1} = b_i$

- ако $z \neq b_i$

$$\overline{\Delta g} = 2G\rho h_1 \left(\arctan \frac{x_2}{h_1} - \arctan \frac{x_1}{h_1} \right), \quad (7)$$

$$\overline{V_{xz}} = 2G\rho \frac{h_1^2 (x_1^2 - x_2^2)}{(x_1^2 + h_1^2)(x_2^2 + h_1^2)}, \quad (8)$$

$$\overline{V_{zz}} = 2G\rho \left[\frac{h_1 (x_1 x_2 - h_1^2) (x_2 - x_1)}{(x_1^2 + h_1^2)(x_2^2 + h_1^2)} + \frac{\overline{\Delta g}}{2G\rho h_1} \right], \quad (9)$$

където

$$h_1 = z - b_i; \quad h_2 = z - b_{i+1}.$$

- при $z = b_i$, но извън отсечката

$$\overline{\Delta g} = 0, \quad (10)$$

$$\overline{V_{xz}} = 0, \quad (11)$$

$$\overline{V_{zz}} = 0. \quad (12)$$

в) $a_{i+1} = a_i$ – страната на многоъгълника е вертикална, т.е. $k = \pm\infty$

- ако $x \neq a_i$

$$\overline{\Delta g} = 2G\rho x_1 \ln \frac{x_1^2 + h_1^2}{x_1^2 + h_2^2}, \quad (13)$$

$$\overline{V_{xz}} = 2G\rho \left[\frac{1}{2} \ln \frac{x_1^2 + h_1^2}{x_1^2 + h_2^2} + \frac{x_1^2 (h_2^2 - h_1^2)}{(x_1^2 + h_1^2)(x_1^2 + h_2^2)} \right], \quad (14)$$

$$\overline{V_{zz}} = 2G\rho x_1 \frac{(h_2 - h_1)(h_1 h_2 - x_1^2)}{(x_1^2 + h_1^2)(x_1^2 + h_2^2)}. \quad (15)$$

- ако $x = a_i = a_{i+1}$

$$\overline{\Delta g} = 0, \quad (16)$$

$$\overline{V_{xz}} = G\rho \ln \frac{h_1^2}{h_2^2} 0, \quad (17)$$

$$\overline{V_{zz}} = 0. \quad (18)$$

Горните изрази позволяват определянето на елементите на аномалното поле в коя да е точка от, около и в сред смущаващите тела, с изключение на точките от техния контур.

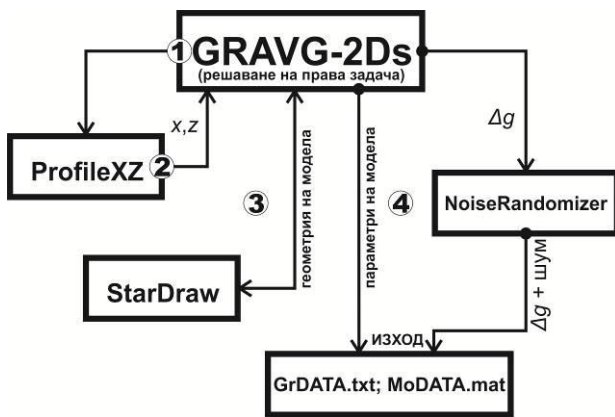
Описанието на смущаващите тела се прави по броя n на координатите на ъгловите точки a_{ij} и b_{ij} на контура $i = 1, n$ за всяко тяло j по отделно – $j = 1, m$. Координатите се взимат последователно от произволна начална точка по посока на часовниковата стрелка. Изчислителните точки се задават с координатите си x и z по равен или неравен профил с равна или неравна стъпка. Във всяка една от тези точки последователно се сумира влияенето на всички страни на всички тела от гравитационния разрез. Сумарната стойност на елемент от изчислителния профил се изчислява по следния начин:

$$\Delta g(x, z) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \overline{\Delta g_{ij}}(x, z). \quad (20)$$

Решаване на права двумерна гравиметрична задача с програма GRAVG-2Ds

Главната програма *GRAVG-2Ds* работи в два режима. В първия режим се извършва само решаване на правата задача, т.е. изчисляване полето на модела без то да се оптимизира. При вторият режим се решава обратната гравиметрична задача чрез оптимизация на модела. След стартирането на главната програма, диалогов прозорец дава възможност на оператора да избере вида на решаваната задача (права или обратна). В зависимост от този избор се изпълняват различни подпрограми в определена последователност (фиг. 2 и 4).

Последователността на изпълнение на процедурата за решаване на правата гравиметрична задача е представена схематично на фиг. 2.



Фиг. 2. Структурна схема на процедурата за решаване на правата гравиметрична задача с последователност (от 1 до 4) на изпълнение на програмите

При избор на права гравиметрична задача стартира подпрограмата *ProfileXZ*, служеща за генериране на изчислителните точки от гравиметричния профил. Тук алтернативите са две: задаване параметрите в диалогов прозорец (дължина и стъпка) – за създаване на равномерен профил с нулева кота или четене от файл – за включване на релеф и/или произволно разположени изчислителни точки по профила.

След връщане към основната програма и запамятаване на променливите се стартира подпрограма *StarDraw*. Програмата позволява изчертаването в интерактивен режим на произволен брой многоъгълни тела или зареждането им от предварително създаден файл. След приключване се зарежда основната програма *GRAVG-2Ds*, която изчислява аномалията $V_z = \Delta g$. Изчисляват се и вторите производни V_{xz} и V_{zz} на гравитационната аномалия. Връзката между програмите *GRAVG-2Ds* и *StarDraw* може да бъде възобновявана многократно с цел промяна формата на телата или добавяна на нови.

За целите на провеждане на тестове при решаване на обратната гравиметрична задача резултатите се зашумяват с помощта на подпрограмата *NoiseRandomizer*, която добавя към стойностите на V_z съответно 3%, 5% и 7% случаен шум, генерирайки три нови векторни променливи. В създадена за целта папка *MoDATA* в текстов файл с име *GrData.txt* се съхраняват данните за моделната аномалия (X , Z и Δg), а пълните данните за модела (измервателен профил, брой и геометрични параметри на телата, аномалията V_z и вторите производни V_{xz} и V_{zz} , аномалията V_z с различни степени на шум и т.н.) във файл с двоичен *MATLAB* формат – *MoDATA.mat*.

Тестване на програмата за решаване на правата гравиметрична задача

С цел оценяване стабилността на програмата *GRAVG-2Ds* и достоверността на получените при решаването на правата гравиметрична задача резултати са проведени редица сравнителни тестове. Изчислените по

гореописания начин аномални стойности на гравитационното поле $\Delta g^{(pg)}$ за различни моделни смутители с правилно многоъгълно сечение са сравнени с аномалията $\Delta g^{(cyl)}$ създавана от безкраен хоризонтален хомогенен цилиндър пресметната с популярния израз

$$\Delta g^{(cyl)} = 2G\pi R^2 \rho \frac{(Z - z_c)^2}{(X - x_c)^2 + (Z - z_c)^2}, \quad (21)$$

където R е радиусът на цилиндъра, а x_c и z_c – координатите на неговия център.

Моделите са апробирани в Декартова координатна система по профилна линия $X \in [-5000 \div 5000]$ m със стъпка $\Delta X = 250$ m. Геометричният център на телата е разположен под началото на координатната система на различни нива на сравнение (от 100 до 1000 m). Следните параметри са постоянни за всички модели:

- ефективната плътност $\rho = 200 \text{ kg/m}^3$;
- площ на сечението $S = 10\,000 \text{ m}^2$;
- радиус на цилиндъра $R = 56.42 \text{ m}$;
- координати на геометричния център на моделите по оста X $x_c = 0$;
- координати на геометричния център на моделите по оста Z за всяко отделно ниво на сравнение $z_c = [100 \div 1000]$.

Стойностите на аномалното поле за всеки правилен многоъгълен модел са сравнени с тези на полето на цилиндър, разположен на същата дълбочина. За целта е изчислена средно-квадратичната грешка ε по формулата

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta g_i^{(cyl)} - \Delta g_i^{(pg)})^2}{2n}}. \quad (22)$$

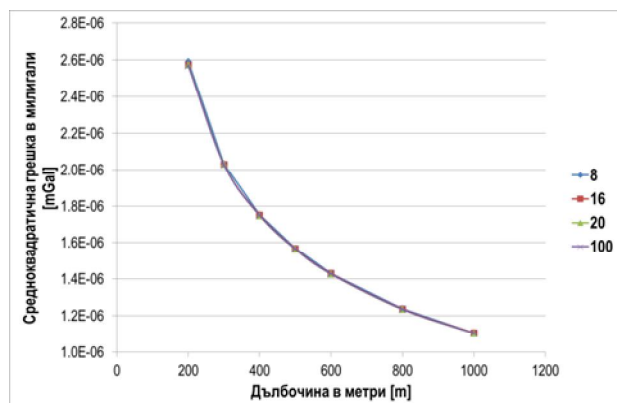
Получените резултати са представени таблично (табл. 1) и графично (фиг. 3).

Таблица 1. Средноквадратична грешка в милгаули [mGal] между полето на моделните смутители и полето на цилиндричния модел за различни дълбочини

Дълб. [m]	Брой страни на правилния многоъгълен модел				
	4	8	16	20	100
100	1.953e-02	1.996e-02	1.997e-02	1.997e-02	1.997e-02
200	1.751e-05	2.592e-06	2.574e-06	2.574e-06	2.570e-06
300	3.600e-06	2.032e-06	2.031e-06	2.031e-06	2.028e-06
400	1.949e-06	1.752e-06	1.752e-06	1.748e-06	1.749e-06
500	1.599e-06	1.567e-06	1.566e-06	1.562e-06	1.564e-06
600	1.439e-06	1.430e-06	1.430e-06	1.426e-06	1.427e-06
800	1.239e-06	1.238e-06	1.237e-06	1.234e-06	1.235e-06
1000	1.106e-06	1.106e-06	1.106e-06	1.103e-06	1.104e-06

От представените резултати се вижда, че разликата между моделните аномалии на изометричните източници и модела на безкраен хомогенен цилиндър намалява както с повишаване броя на страните на полигоните (т.е. с

приближаване към кръговата форма), така и с увеличаване разстоянието до източника. Освен това с отдалечаване от източника и нарастване броя на страните, намаляват разликите между самите модели като на разстояние от 200 m до източниците на полето кривите почти се припокриват (фиг. 3).



Фиг. 3. Графика на зависимостите между дълбочината до центъра на смутителя и средноквадратичната грешка на изчисленото аномално поле на различните по форма модели спрямо полето на цилиндър със същото сечение

Поради наличието на разлика от няколко порядъка в резултатите за грешката при преминаване от 200 към 100 m дълбочина и от квадратен към осмоъгълен модел (Табл. 1), тези стойности са изключени от горната фигура с цел графична прегледност. Трябва да се отбележи, че въпреки скокообразното нарастване на средноквадратичната грешка между ниво 200 m и ниво 100 m, нейните стойности са незначителни (максималната ѝ стойност е $\sim 20 \mu\text{Gal}$) и имат само индикативен характер.

Решаване на обратната гравиметрична задача с програма GRAVG-2Ds

Кратко описание на програмите за решаване на обратната двумерна гравиметрична задача

Пакетът от програми и подпрограми разработени за решаване на правата и обратна гравиметрични задачи е създаден в софтуерната среда за програмиране MATLAB. За решаване на обратната задача е използван интегрирания в MATLAB Оптимизационния модул (Optimization Toolbox), който съдържа множество алгоритми за стандартни оптимизационни задачи и такива с голяма размерност. Вградените алгоритми дават възможност за решаване задачи свързани с принудени и непринудени сигнали, дискретни и непрекъснати множества и др. Включени са функции за решаване на задачи от линейното, квадратичното и двоичното целочислено програмиране, нелинейната оптимизация, нелинейни най-малки квадрати, системи нелинейни уравнения и многообектова оптимизация и др.

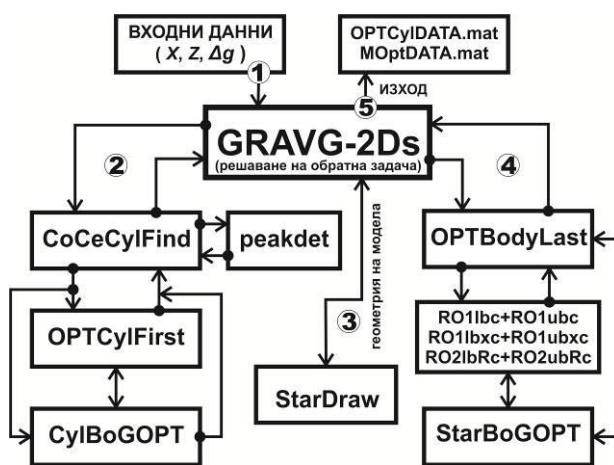
След стартиране на програмата *GRAVG-2Ds* пред операторът има две алтернативи – решаване на права или обратна гравиметрична задача. Решаването на обратната гравиметрична задача (фиг. 4) изисква предварително да бъде подготвен текстов (*.txt, *.dat) или MS Excel (*.xls,

*.xlsx) файл, съдържащ координатите на точките от измервателния профил и стойностите на наблюдаваната аномалия подредени в три колонки по начина показан в Таблица 2.

Таблица 2. Начин на структуриране на входните данни за измервателния профил в предварителния файл за четене от програмата *GRAVG-2Ds* (текстовият файл не трябва да съдържа хедъри)

X [m]	Z [m]	Δg [mGal]
0.00	84.64	0.4254
5.00	85.34	0.4414
10.00	85.79	0.4583
...

След изчитане на входните данни програмата *GRAVG-2Ds* ги прехвърля към програмата за оптимизиране на нишкови модели *CoCeCylFind*, която от своя страна, с помощта на подпрограма *peakdet* (Billauer, 2008) намира локалните минимума и максимуми на функцията на гравитационната аномалия, спрямо което изчислява първото приближение на нишковия модел. Данните за модела се оптимизират от програмата *OPTCylFirst*, която използва програмата за изчисляване полето на нишкови модели *CylBoGOPT* и модификация на оптимизационната MATLAB подпрограма *Isqcurvefit*. Оптимизационната процедура може да бъде повтаряна многократно от оператора, който по своя преценка добавя или премахва нишки към интерпретирания модел (първична оптимизация – етап 2).



Фиг. 4. Структурна схема на процедурата за решаване на обратната гравиметрична задача с последователност (от 1 до 5) на изпълнение на програмите

Визуализирания краен нишков модел дава представа за разпределението на точковите маси в пространството. В управляван от интерпретатора интерактивен режим, осъществяващ циклична връзка между изчислителната програма *GRAVG-2Ds* и програмата за чертане на звездовидни тела *StarDraw*, нишковият модел се заменя със ръчно минимизиран звездовиден такъв, състоящ се от произволни по брой и форма звездовидни тела (интерактивна оптимизация – етап 3).

Така получения начален модел q_0 се оптимизира с помощта на програмата *OPTBodyLast*, която след избор на

подходящ алгоритъм (Гаус-Нютонов, Левенберг-Марквард или с допустима област) и регуляриращ оператор (подпрограми $RO1lbc + RO1ubc$, $RO1lbcx + RO1ubcx$ и $RO2lbc + RO2ubc$, използващи различни методи за предотвратяване пресукването и фиксиране на геометричния център на звездовидните тела), използвайки подпрограмите $StarBoGOPT$ и $Isqcurvefit$ минимизира функционала $F(q)$ (фиг. 4 – етап 3).

Всички данни за началния и оптимизирания звездовиден модел, включително използваните настройки и параметри на оптимизацията се записват в изходния файл $MOptDATA.mat$. Данните за нишковия модел се съхраняват във файл $OPTCYLDATA.mat$.

Тестване на програмата за решаване на обратната гравиметрична задача

В досегашната геофизична практика, като най-подходящ оптимизационен метод се е наложил методът на Левенберг-Марквард. Той е използван за тестване на програмата за решаване на обратната гравиметрична задача.

Програмата е априорирана върху модели на правилни четириъгълник (квадрат), петъгълник и шестоъгълник. За съответните модели е решена правата гравиметрична задача. Следните параметри на модела на правата задача са общи за всички проведени тестове:

- дължина на профила X $L = 1000$ m;
- стъпка по профила X $\Delta X = 10$ m;
- ефективната плътност $\rho = 200$ kg/m³;
- площ на сечението на модела $S = 10\,000$ m²;
- координати на геометричния център на моделите по оста X $x_c = 0$;
- дълбочина до геометричния център на моделите по оста Z $z_c = 200$ m.

Получените резултати за аномалното поле Δg на отделните модели са зашумени с различни нива на широкоспектърен шум (3%, 5% и 7%), след което е решена обратната гравиметрична задача. Използвани са различни критерии за оценка устойчивостта на полученото решение описани накратко по-долу.

Разстоянието между синтетичния q_k и оптимизирания q_l модел е определено чрез модула на разликовия вектор

$$d_Q(q_k, q_l) = |q_k - q_l|. \quad (23)$$

Подобно на горния критерий, стойностите \bar{g} на зададеното поле и изчисляваните в процеса на подбора стойности g_k на оптимизираното поле се разглеждат като точки или радиус-вектори в n -мерно евклидово пространство G с разстояние между тях

$$d_G(\bar{g}, g) = \sum_{i=1}^n |\bar{g}_i - g_i|. \quad (24)$$

Определен е и квадрата на това разстояние

$$F(q) = \sum_{i=1}^n [\bar{g}_i - g_i(q)]^2 = \min. \quad (25)$$

Друг използван критерий е средноквадратичната грешка между двете полета изчислена по формулата:

$$\Sigma = \pm \sqrt{\frac{F(q)}{2n}}. \quad (26)$$

Последният използван критерий за устойчивост на решението е площното застъпване на сечението на източника S_{MOD} и оптимизирания модел S_{OPT} изчислено в проценти с израза

$$S_{OL}^{\%} = \frac{S_{MOD} + S_{OPT} - 1}{S_{ALL}} \cdot 100\%, \quad (27)$$

където S_{ALL} е площта, затворена в общия контур на двата модела. Стойностите, получени за различните критерии за оценка устойчивостта на решението, са представени в таблица 3.

Таблица 3. Критерии, показващи резултатите от оптимизацията на отделни модели при различни степени на шума във входните данни

Шум %	d_O m	d_G mGal	$F(q)$ mGal ²	Σ mGal	S_{OL} %
<i>4-точков модел</i>					
0	0.0	1.76e-13	4.69e-28	1.52e-15	100
3	53.2	3.76e-01	2.26e-03	3.34e-03	76
5	2.1	5.67e-01	5.06e-03	5.00e-03	70
7	581.2	9.01e-01	1.26e-02	7.90e-03	32
<i>6-точков модел</i>					
0	39.6	7.42e-05	7.99e-11	6.29e-07	92
3	40.9	6.10e-01	6.04e-03	5.47e-03	58
5	156.4	9.23e-01	1.30e-02	8.03e-03	74
7	1822	1.27e+00	2.62e-02	1.14e-02	45

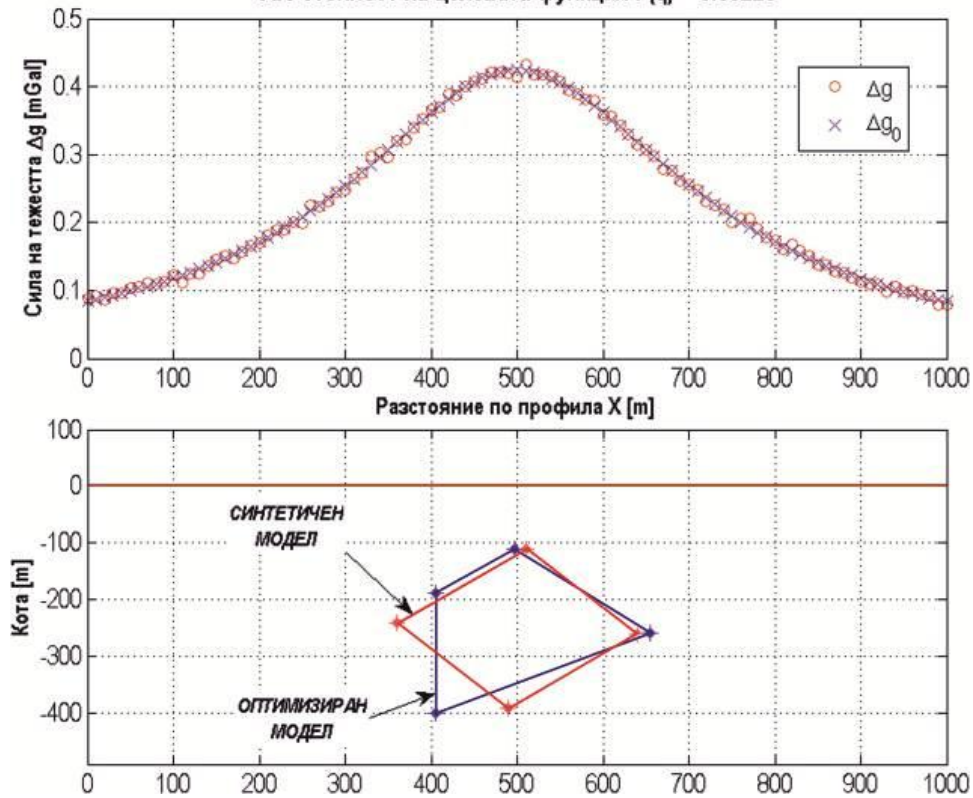
При решаването на обратната задача с програмата $GRAVG-2Ds$, допълнителна представа за стабилността и качеството на полученото решение се добива и от графичното съпоставяне на резултатите (фиг. 5-6).

За целите на тестването на програмата със синтетични модели, към настоящия момент, при всяка итерация на екрана на компютъра едновременно се извеждат графично формата на началния и текущия модел, нормата на разликовата функция и нейната графика и големината на корекциите на производните. С премахване визуализацията на тези показатели от бъдещите версии на програмите, изчислителното време може да бъде редуцирано.

Заклучение

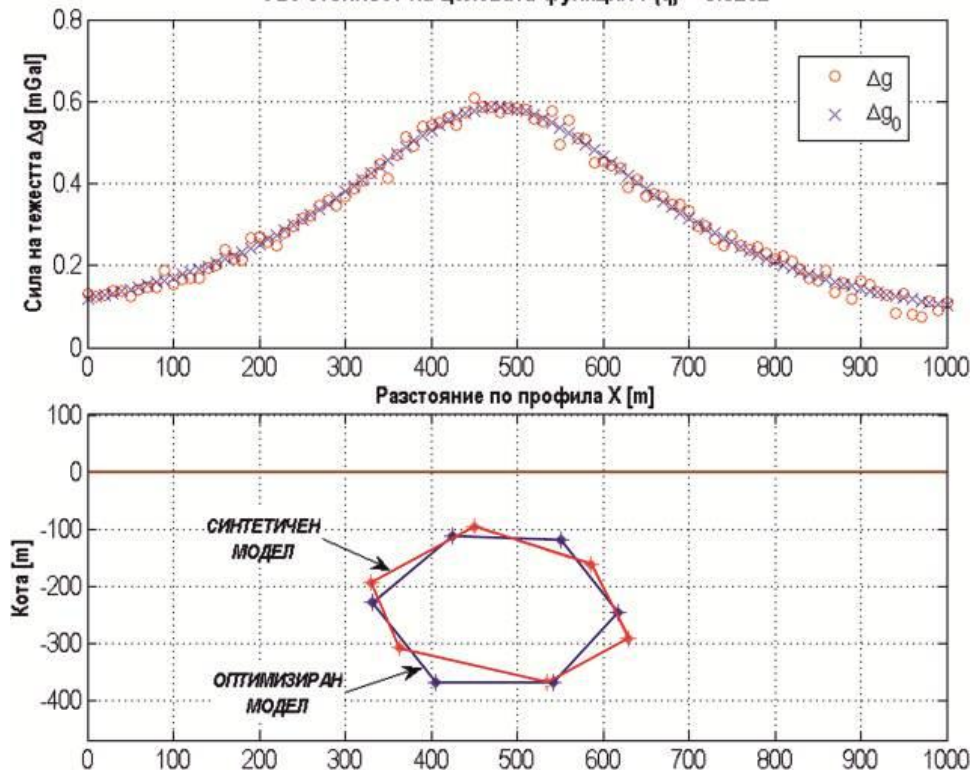
Разработени са алгоритми за решаване на правата и обратна, двумерна гравитационна задача. Създадени са подпрограми и програма $GRAVG-2Ds$, която работи в два режима: първи – решаване на правата и втори – решаване на обратна гравиметрична задача. Програмата и комплектът подпрограми са написани в MATLAB среда.

Графики на гравитационните аномалии на измереното (Δg) и моделно (Δg_0) поле със стойност на целевата функция $F(q) = 0.00226$



Фиг. 5. Оптимизирано решение на обратната гравиметрична задача за 4-точков синтетичен модел при ниво на добавения широкоспектърен шум от 3 % (вж. Табл. 3)

Графики на гравитационните аномалии на измереното (Δg) и моделно (Δg_0) поле със стойност на целевата функция $F(q) = 0.0262$



Фиг. 6. Оптимизирано решение на обратната гравиметрична задача за 6-точков синтетичен модел при ниво на добавения широкоспектърен шум от 7 % (вж. Табл. 3)

При изчисляването на двумерното гравитационно поле в разработените програми, площният интеграл на сечението на телата от модела се представя чрез криволинейни интегрални по контурите на тяхното сечение.

За оптимизирането на модела се използва утвърдилият се в практиката метод на Левенберг-Марквард.

За оценка качеството на оптимизацията са въведени стандартни критерии: стойност на оптимизирания функционал, средноквадратично отклонение между моделна и реално измерена гравитационна аномалия, геоложко осмисляне на оптимизираното решение.

За настройка на програмите са проведени множество тестове, имащи за цел оценяване надеждността и достоверността на решаваните прави и обратни гравиметрична задачи.

На базата на тези тестове се констатира, че заложеният в създадените алгоритми и програми софтуерен код е технически и математически изправен. По този начин получените при работа с програма *GRAVG-2Ds* гравиметрични резултати са издържани от геофизична гледна точка.

Литература

- Гравиразведка*. 1981. *Справочник геофизика*. М., Недра, 398 с.
- Димитров, Л. В. 1976. *Гравипроучване*. С., Техника, 294 с.
- Зидаров, Д., С. Авдев, Д. Дамянов. 1990. Възможности за приложение на минимизационни методи при количествена интерпретация на двумерни гравитационни аномалии с използване на персонални

- компютри. – *Методи и технологии за търсене на минерални суровини*. С., Техника, 301-306.
- Радичев, Р. 1988. Интерпретация гравитационных аномалий с использованием метода регуляризации. *Диссертация на соиск. уч. степ. канд. физ.-мат. наук*, М., 163 с.
- Радичев Р., П. Ставрев. 1989. Изследване възможностите за интерпретация на гравитационни аномалии с модела на двойна пресечена пирамида. – *Год. ВМГИ*, 35, св. 3, 39-50.
- Ставрев, П., Р. Радичев. 1989. Алгоритми и програми за интерпретация на магнитни и гравитационни аномалии с 2½-мерни модели. – *Год. ВМГИ*, 35, св. 3, 27-37.
- Ставрев, П. 1985. Комплект подпрограми и програми за моделиране на двумерни гравитационни и магнитни аномалии. – *Год. ВМГИ*, 31, св. 4, 31-40.
- Страхов, Н. А. 1973. Некоторые численные методы решения прямой задачи гравиразведки для слоистых сред. – *Изв. ВУЗ, Геол. и разв.*, 10, 140-150.
- Тончев, Й. 2007. *MATLAB: Преобразувания, изчисления, визуализация. Част I*. С., Техника, 220 с.
- Тончев, Й. 2008. *MATLAB: Преобразувания, изчисления, визуализация. Част II*. С., Техника, 220 с.
- Тончев, Й. 2009. *MATLAB: Преобразувания, изчисления, визуализация. Част III*. С., Техника, 333 с.
- Billauer, E. 2005. *PEAKDET Detect peaks in a vector*. <http://www.billauer.co.il/peakdet.html>
- Talwani, M. 1965. Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape. – *Geophysics*, 30, 797-817.

Препоръчана за публикуване от
Катедра "Приложна геофизика", ГПФ