

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ГРЕШКИТЕ ПРИ ПРЕСМЯТАНЕ НА КОЕФИЦИЕНТА НА ТРИЕНЕ В КРЪГЛИ ТРЪБИ

Генчо Попов¹, Георги Николов², Мартин Бояджиев², Климент Климентов¹

¹Русенски университет "Ангел Кънчев", 7017 Русе; gspopov@uni-ruse.bg

²Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София; martinb@mgu.bg

РЕЗЮМЕ. В работата са представени най-често използваните в проектантската дейност формули за пресмятане на коефициента на триене при движение на флуиди в кръгли тръби. Чрез числено изследване на зависимостите за коефициента на триене от числото на Рейнолдс при различна относителна еквивалентна грапавост са получени стойности за грешките при използване на тези формули, спрямо общопризнатата формула на Колбрук-Уайт.

ANALYSIS OF ACCURACY WHEN CALCULATING OF THE FRICTION FACTOR IN PIPES

Gencho Popov¹, Georgi Nikolov², Martin Bojadgiev², Kliment Klimentov¹

¹University of Ruse "Angel Kanchev", 7017 Ruse; gspopov@uni-ruse.bg

²University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia; martinb@mgu.bg

ABSTRACT. At this paper are the most commonly used in the design business formulas to calculate the coefficient of friction movement of fluids in circular tubes. By numerical investigation of the dependencies of the coefficient of friction of the Reynolds number at different relative equivalent roughness values were obtained for the errors when using these formulas, generally recognized to formula Colebrook-White.

Въведение

Една от основните задачи при пресмятане на системи за транспорт на флуиди (течности и газове) е определяне на хидравличните загуби на напор (налягане). Те се пресмятат по общо известните формули на Дарси-Вайсбах, като за целта е необходимо предварително да бъдат определени коефициентите на съпротивление – на триене и съответните коефициенти на местни съпротивления.

Коефициентът на триене λ зависи от режима на движение и грапавостта на вътрешните стени на тръбата, като общата функционална зависимост има вида:

$$(1) \quad \lambda = f(\text{Re}, k_e)$$

където: $\text{Re} = \frac{vd\rho}{\mu}$ е числото на Рейнолдс; $k_e = \Delta/d$ -

относителната еквивалентна грапавост на тръбата; Δ - еквивалентната грапавост на стената на тръбата, представляваща височината на грапавините на тръба с еднородна равномерна грапавост (по Никурадзе), за която загубите на напор са еднакви с тези за дадената действителна (техническа) тръба; d - диаметър на тръбата; v - средната скорост; ρ и μ - съответно плътността и динамичния вискозитет на флуида.

В литературата (Гужгулов, Петров, 1987; Любенов и

др., 1998; Иванов, Христов, 2009) се дават различни формули за пресмятане на коефициента на триене λ , като много често липсват данни за стойностите за еквивалентната грапавост, които трябва да се използват при конкретните пресмятания. Повечето формули са получени въз основа на експериментални изследвания и представляват емпирични зависимости. Пресмятанията по тях дават в повечето случаи различни резултати при едни и същи изходни данни (Re и k_e). Общо призната формула за пресмятане на коефициента на триене при турбулентните течения както в англоезичната литература, така и в руската, е тази на Колбрук -Уайт:

$$(2) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{k_e}{3,71} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \right).$$

В граничните случаи на течения при хидравлично гладки тръби и при напълно грапави тръби тя дава стойности, приблизително еднакви с тези, определени по формулите на Прандтл-Никурадзе, получени при изпитване на тръби с равномерна изкуствена грапавост:

$$(3) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{2,51} = 2 \lg \text{Re} \sqrt{\lambda} - 0,8 ;$$

$$(4) \quad \lambda = \frac{1}{\left(2 \lg \frac{3,7}{k_e} \right)^2}.$$

Пресмятанятия по формули (2) и (3) са свързани с известни трудности, тъй като коефициентът на триене λ участва в неявен вид, поради което много автори (Paul Tullis, 1989; Николов, 2007) предлагат приближени формули. При това не се дават стойности на грашката при използване на дадена формула, спрямо резултатите, получени по формулата на Колбрук-Уайт. Целта на това изследване е да се направи сравняване на точността за пресмятане на коефициента на триене по някои от най-често препоръчаните в литературата зависимости.

Изложение

Най-често за различните области от зависимостта на коефициента на триене от числото на Рейнолдс се дават следните формули:

Хидравлично гладки тръби

Ориентировъчните граници на тази област са: $4000 \leq Re \leq 15 d / \Delta = 15 / k_e$

– Формула на Блазиус (Алтшуль, 1982), която в някои литературни източници се препоръчва за $Re < 10^5$:

$$(5) \quad \lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}};$$

– Формула на Конаков (Алтшуль, 1982):

$$(6) \quad \lambda = \frac{1}{(1,8 \lg Re - 1,5)^2} = \frac{1}{\left(1,8 \lg \frac{Re}{6,8}\right)^2};$$

– Формула на Филипенко-Алтшул (Алтшуль, 1982):

$$(7) \quad \lambda = \frac{1}{(1,8 \lg Re - 1,64)^2}.$$

Преходна област

ориентировъчни граници $Re = (15 \div 500) / k_e$;

– Степенна формула на Алтшуль (1982)

$$(8) \quad \lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + k_e \right)^{0,25};$$

Формула (8) се препоръчва за цялата турбулентна област, като аналогично на формулата на Колбрук в граничните случаи на течения при хидравлично гладки тръби и при напълно грапави тръби тя дава стойности, приблизително еднакви с тези, определени съответно по формулите на Блазиус (5) и на Шифринсон (12). В руската литература се посочва, че тази формула има добро съвпадение с опитните резултати на някои изследователи. На база изследване за тръба с диаметър $d = 300 \text{ mm}$ и еквивалентни грапавости $\Delta = 0,1; 0,5; 1 \text{ mm}$ се твърди (Алтшуль, 1982), че тя дава практически еднакви стойности с формула (2).

Лесното използване на формула (8) е довело до широкото ѝ използване при хидравличните пресмятания.

– Формула на Суйеми Джейн (Николов, 2007) – приближение на формулата на Колбрук

$$(9) \quad \lambda = \frac{1,325}{\left(\ln \frac{k_e}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right)^2}.$$

– Приближение на формулата на Колбрук-Уайт от Wood (Paul Tullis, 1989)

$$(10) \quad \lambda = a + b Re^{-c},$$

където коефициентите са: $a = 0,094 k_e^{0,225} + 0,53 k_e$;

$b = 88 k_e^{0,44}$; $c = 1,62 k_e^{0,134}$

Квадратична (автомоделна) област

– Формула на Шифринсон

$$(11) \quad \lambda = 0,11 k_e^{0,25};$$

В настоящата работа за изследване точността при определяне на λ за дадена относителна грапавост k_e по различните формули са сравнявани отделните резултати спрямо тези, получени съответно по формулите (3) и (4) на Прандтл-Никурадзе – за хидравлично гладките тръби (3) и за квадратичната област (4), и на Колбрук – за преходната област (2). За тази цел са пресмятани относителните грешки по формулата:

$$(12) \quad \delta = \frac{\lambda_* - \lambda}{\lambda_*} 100, \%$$

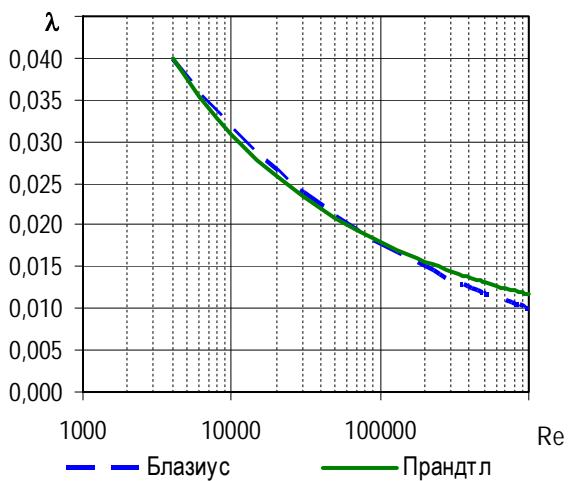
където λ_* е стойността на коефициента на триене, определена съответно по формули (2), (3) или (4); λ – стойността на коефициента на триене, пресметната по другите формули.

За получаване на стойности за λ по неявните формули (2) и (3) е използван подходящ софтуертен продукт за пресмятане по метода на итерациите. Използван е методът на Нютон, като изходна стойност при всяко пресмятане е тази, определена по явните формули съответно на Блазиус и Алтшул.

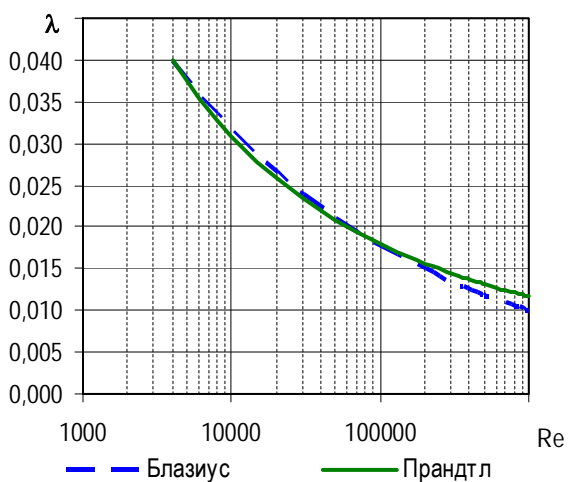
На фиг. 1 е показана зависимостта $\lambda = f(Re)$ за хидравлично гладки стени с граница $4000 \leq Re \leq 15 d / \Delta = 15 / k_e$, като са използвани формулите на Прандтл (3), Блазиус (5), Конаков (6) и Филипенко-Алтшул (7).

Вижда се, че характерът на отделните криви е еднакъв, като се наблюдава известно различие в стойностите, получени с помощта на различните формули. От фиг. 16 се вижда, че точките, получени при пресмятане на λ по формулата на Конаков, лежат върху кривата $\lambda = f(Re)$, построена по формулата на Прандтл.

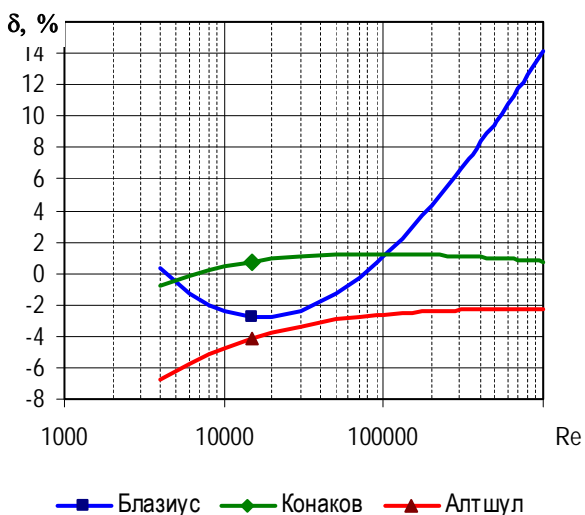
На фиг. 2 е показана процентната грешка δ при пресмятане на λ по формули (5), (6) и (7).



а)



б)
Фиг. 1

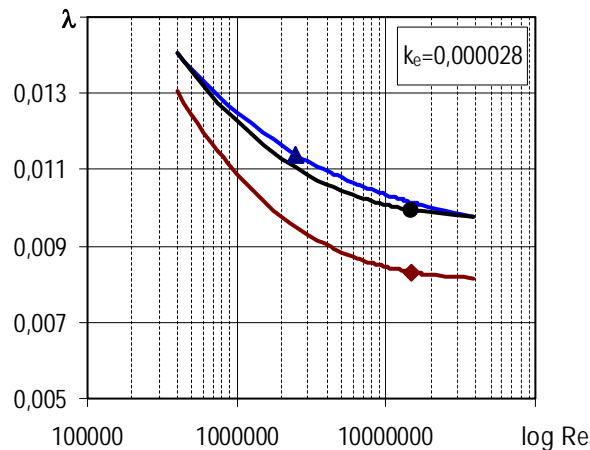


Фиг. 2

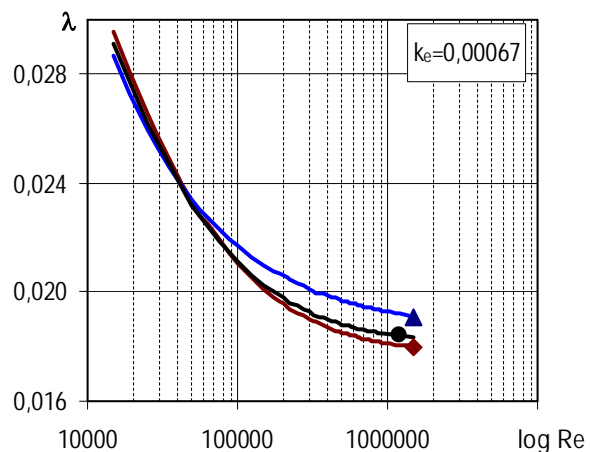
Както добре се вижда най-близки стойности до тези, получени по формулата на Прантл-Никурадзе, се получават по формулата на Конаков. Като се има предвид че пресмятията по нея са сравнителни прости, то би могло да се препоръчва използването именно на нея за

пресмятане на коефициента на триене в зоната на хидравлично гладките тръби.

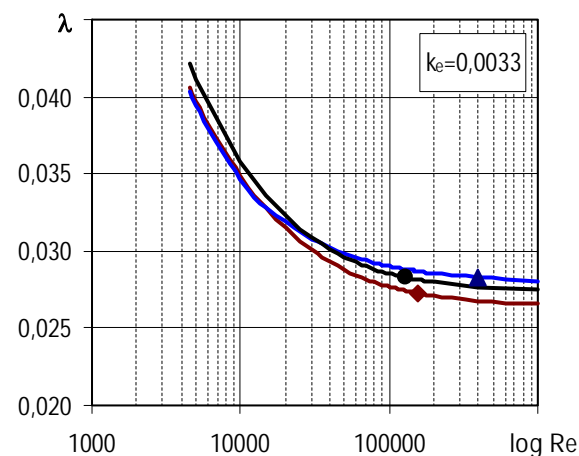
Широко препоръчаната формула на Блазиус дава стойности с точност до 2-3% в интервала до числа на Рейнолдс $Re = 10^5$, като след това грешката бързо нараства и при $Re = 10^6$ тя е 14%.



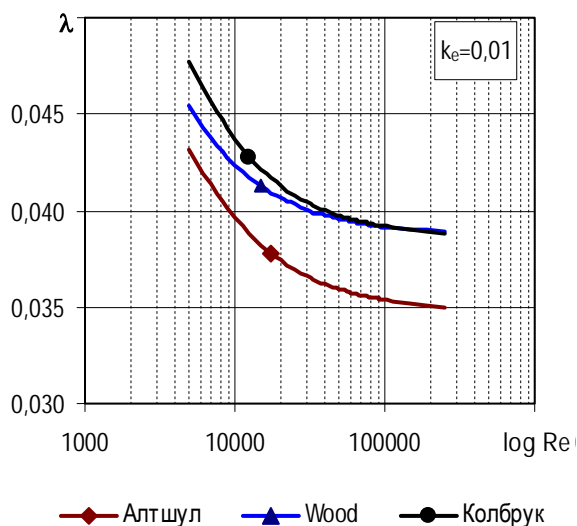
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

За преходната област са сравнявани стойностите на коефициента на триене, получени по формулите на Алтшул и на Колбрук. Пресмятанията са правени за следните относителни еквивалентни грапавости k_e : 0,000028; 0,000056; 0,00033; 0,00067; 0,00167; 0,0033; 0,0067 и 0,01. Резултатите са показани на фиг. 3-6.

Анализът на кривите $\lambda = f(Re)$ показва, че при пресмятане на λ по формулата на Алтшул се получават занижени стойности. При малките и големите относителни грапавости се получава значително разминаване в кривите $\lambda = f(Re)$ в целия диапазон на изменение на числото на Рейнолдс. При средни стойности на k_e има добро съвпадение между стойностите на λ , пресметнати по (8) и (2), като в края на преходната зона се наблюдава известно нарастване на грешката.

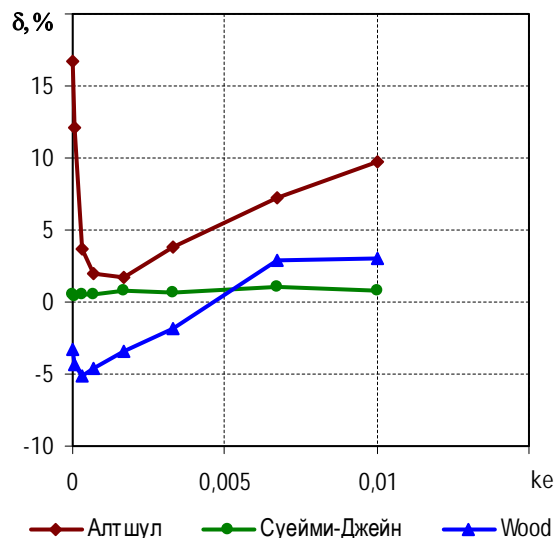
Всичко това показва, че точността на пресмятане на коефициента на триене λ по формулата на Алтшул при различните грапавости е различна.

Пресмятанията по приближената формула на Wood също не се характеризира с добра точност. Практически стойностите на λ , определени по формулата на Суйеми-Джейн (9), съвпадат с пресметнатите по формулата на Колбрук.

Въз основа на резултатите за λ , получени за изследваните варианти на k_e , е построена графика (фиг. 7) за изменение на грешката при определяне на коефициента на триене по формулите на Алтшул, на Суйеми-Джейн и на Wood спрямо формулата на Колбрук. Много добре се вижда, че грешката при определяне на коефициента на триене по формулата на Суйеми-Джейн е в границата на 1%.

Нарастването на грешката δ с нарастване на относителната грапавост k_e при използване на формулата на Алтшул, напълно кореспондира на увеличаването на грешката при определяне на λ в

квадратичната област съответно по формулите на Прандтл (4) и на Шифринсон (11). Характерът на кривата $\delta = (k_e)$ има същия вид като тази от фиг. 7.



Фиг. 7

Заклучение

Проведеното изследване показва, че определянето на коефициента на триене по различните формули е свързано с известни различия в резултатите, като в някои случаи те достигат над 10%. Тъй като пресмятанията по формулата на Колбрук е свързано с определени трудности то при инженерните пресмятания, както и при разработване на програмни продукти за хидравлични пресмятания на тръбни системи, може да се препоръча формулата на Суйеми-Джейн (9). Тя дава практически еднакви резултати за коефициента на триене с формулата на Колбрук. За областта на хидравлично гладки тръби е за препоръчване ползването на формулата на Конаков (6), а за квадратичната – формулата на Прандтл-Никурадзе (4).

Литература

- Алтшуль, А. Д. 1982. *Гидравлические сопротивления*. М., Недра, 222 с.
- Гужгулов, Г., С. Петров. 1987. *Механика на флуидите*. Русе.
- Иванов, П., Х. Христов. 2009. *Механика на флуидите*. Габрово, УИ "В. Априлов", 299 с.
- Любенов, В., Г. Генчев, И. Антонов, К. Кузов, П. Станков, Т. Чакъров. 1998. *Механика на флуидите*. С., Техн. Унив., 312 с.
- Николов, Г. 2007. *Разпределение и използване на природен газ*. С.
- Paul Tullis, J. 1989. *Hydraulics of Pipelines: Pumps, Valves, Cavitation, Transients*. John Wiley & Sons, Inc., 288 p.

Препоръчана за публикуване от Катедра "Сондиране и добив на нефт и газ", ГПФ