

## КОМПЛЕКСЕН МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА РУДНИЧНА ПОДЕМНА УРЕДБА

**Евтим Кърцелин**

*Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, E-mail: el\_emp @mgu.bg*

**РЕЗЮМЕ.** В рамките на системния подход е получен комплексен математичен модел за руднична подемна уредба като сложна електромеханична система. Математическият модел осигурява възможност за изследване динамичното взаимодействие между основните елементи на подемния комплекс: управляемо електрозадвигване, подемна машина, подедни въжета (главни и уравновесяващи) и армировка на шахтата.

**Ключови думи:** комплексен математичен модел, руднична подемна уредба, динамическо взаимодействие.

### COMPREHENSIVE MATHEMATICAL MODEL OF THE MINE SHEAR SYSTEM

*Evtim Kurtzelin*

*University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", Sofia, Republic of Bulgaria*

**ABSTRACT:** With the systematic approach have been developed comprehensive mathematical model of the mine shear system as a complex elektromechanical model provides opportunity for research of the dynamic interaction. Between the essential elements of the shear system: manageable electric drive, shear machine, shear ropes (main and counterweigh) and reinforcement of the shaft.

### Въведение

За изследване динамическите процеси в елементите на рудничните подедни уредби са работили голям брой научни колективи и изследователи, като получените резултати са изложени в голям брой научни публикации. Същественото в тези научни изследвания е, че те са свързани със сепаратното изучаване само на специални въпроси за динамиката на обекта (например, само на механичната част на подемната машина [7, 17, 20], само за подемните въжета [3, 7] или подемните съдове [18], системата за електрозадвигване, управление и защита [4, 10, 11, 13, 16], спирална система [19], армировка на шахтата [1, 7, 9], парашутни устройства за подемните съдове [2], въпроси от теорията на РПУ [7, 10, 15, 20, 21], безопасност на РПУ [3, 5, 12, 14, 16, 17, 19]).

При този подход на сепаратното изследване, взаимодействието на елемента от уредбата, се смята за второстепенно. Приемат се редица допускания и ненапълно обосновани работни хипотези. Така например, при изследване на въпроси за автоматизираното задвигване на машината основно внимание по правило се отделя на електродинамическите уравнения и в същото време подемните въжета в най-добрия случай се разглеждат във вид на една или няколко съсредоточени маси. Една руднична подемна уредба представлява съвкупност от взаимно свързани елементи и е необходимо да се разглежда от позициите на системния подход. Само в този случай резултатите от изследванията ще имат необходимата пълнота и достоверност.

Съвременната теория за изследване динамическото състояние на рудничните подедни уредби има достатъчно

солидна основа. Получени са редица интересни и съществени резултати в теоретичен план и е дадена количествена оценка на основните силови фактори. Независимо от тези солидни резултати и успехи, много от получените резултати и решения не са доведени до инженерно приложение. Тази оценка обаче не означава, че всички изчислителни формули трябва да бъдат представени със зависимости от алгебричен тип. При съвременната изчислителна техника е възможно да се изпълни изчисляването на различни по сложност функционални зависимости, включително и решаването на диференциални уравнения. Всичко това обаче трябва да представлява един общ материал, използването на който при изчисляването се свежда до задаването на изходните данни за системата и оценка на получените от изчислителната машина резултати.

В доклада е разработен многофакторен математичен модел, който отчита всички особености на разглеждания обект с отчитане взаимодействието и взаимното влияние на неговите основни елементи.

### Комплексен математичен модел на руднична подемна уредба.

Уравненията за движение на рудничната подемна уредба като сложна електромеханична система е възможно да се разделят на пет групи уравнения, които описват процесите в основните елементи на уредбата: електрическа част на машината (система за електрозадвигване), механична част, подедни съдове, водачи, от армировката, подедни уравновесяващи въжета. На фиг. 1 са представени основните принципни схеми на подедни уредби.

Рудничният подемен комплекс се представя като единна динамическа система, пълното изследване на която е възможно само при отчитането на всички съществени фактори, които участват и определят взаимодействието между неговите основни елементи.

## Динамика на електрозадвижването

Общите уравнения, които описват електромеханичните процеси в регулируемо тиристорно електрозадвижване на постоянен ток се приемат в следната форма:

$$\left. \begin{aligned} \left( T_n \frac{d}{dt} + 1 \right) F_s &= u_n - \frac{V}{g T_m}, \\ \left( T_n \frac{d}{dt} + 1 \right) u_n &= u_y, \\ a_T T_n \frac{du_y}{dt} &= \left( T_n \frac{d}{dt} + 1 \right) (F_p - F_s), \\ a_T^2 b_T T_n^2 g \frac{dF_p}{dt} &= \left( c_T a_T T_n \frac{d}{dt} + 1 \right) (V_p - V), \end{aligned} \right\} (1)$$

където са приети следните означения:

$$F_e = M_e \frac{R_\delta}{Jg}, \quad F_p = U_{pT} \frac{k\Phi R_\delta}{Jgk_T},$$

$$u_n = E_n \frac{k\Phi R_\delta}{JgR_\alpha}, \quad u_y = U_y \frac{k\Phi k_n R_\delta}{JgR_\alpha},$$

$M_e$  – електродинамичен момент на задвижването,  $R_\delta$  – радиус на барабана на подемната машина,  $J$  – приведен към оста на барабана инерционен момент на въртящи се и постъпателно движещи се елементи на системата,  $g$  – земно ускорение,  $\Phi$  – магнитен поток на статорната намотка на подемния електродвигател,  $R_\alpha$  – активно съпротивление на котвената статорната намотка,  $k$  и  $k_n$  – безразмерни константи,  $T_n$  и  $T_m$  – съответно времеконстанти на котвената верига и тиристорния преобразовател,  $T_m$  – електромеханична времеконстанта,  $U_{pT}$  и  $U_y$  – съответно управляващо напрежение на входа на регулатор за ток и скорост,  $E_n$  – Е.Д.С. на тиристорния преобразовател,  $a_T$ ,  $b_T$ ,  $c_T$  – безразмерни константи за настройка на регулаторите.

В такъв вид уравнения (1) за първи път са предложени от проф. В.И.Дворников.

Общите уравнения на задвижване на подемни машини с асинхронен двигател с фазен ротор се разглеждат като система уравнения за активна ( $\Psi_{11}$ ) и реактивна ( $\Psi_{12}$ ) съставяща на потокосцеплението на статорната намотка в следната форма:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\Psi_{11}}{dt^2} + b_1 \frac{d\Psi_{11}}{dt} - b_2 \frac{d\Psi_{12}}{dt} + c_1\Psi_{11} - c_2\Psi_{12} &= D_1, \\ \frac{d^2\Psi_{12}}{dt^2} + b_2 \frac{d\Psi_{11}}{dt} + b_1 \frac{d\Psi_{12}}{dt} + c_2\Psi_{11} + c_1\Psi_{12} &= D_2. \end{aligned} \right\} (2)$$

При това изразът за електродинамичния момент  $M_e$  се представя в следната форма:

$$M_e = -\frac{P}{R_1} \left\{ \Psi_{11} \frac{d\Psi_{12}}{dt} - \Psi_{12} \frac{d\Psi_{11}}{dt} + \omega_0 (\Psi_{11}^2 + \Psi_{12}^2) + U_0 \Psi_{12} \right\} (3)$$

Във формула (3) са приети следните означения:

$$b_1 = \frac{R_1}{L_{11}} + \frac{R_2}{L_{22}}, \quad b_2 = \omega_0 (1 + S),$$

$$c_1 = R_1 R_2 \left( \frac{1}{L_{11} L_{22}} - \frac{1}{L_{12}^2} \right) - S \omega_0^2,$$

$$c_2 = \omega_0 \left( \frac{R_2}{L_{22}} + S \frac{R_1}{L_{11}} \right),$$

$$D_1 = \frac{dU_0}{dt} + \frac{R_2}{L_{22}} U_0, \quad D_2 = S \omega_0 U_0,$$

$P$  – брой полюси на асинхронната машина,  $R_1$  и  $R_2$  – съответно активни съпротивления на статора и ротора,  $\omega_0$  – честота на напрежението на захранващата мрежа  $U_0$ .

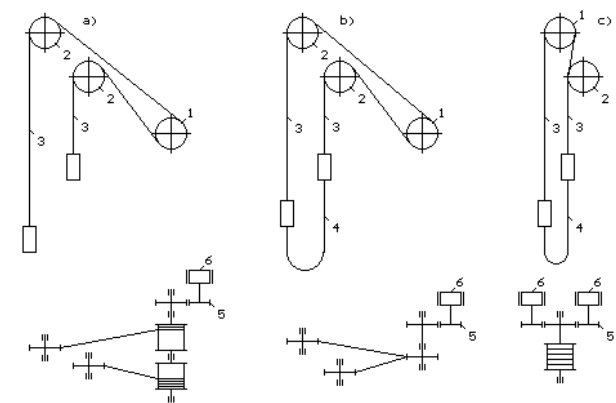
Параметрите  $L_{jk}$  са свързани със собствената ( $L_j$ ) и взаимната ( $L_{12}$ ) индуктивност на роторната и статорната верига със зависимостите:

$$L_{11} = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_2}, \quad L_{21} = L_{12} = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_{12}},$$

$$L_{22} = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_1}.$$

Хлъзгането на двигателя  $S$  се определя от фактическата честота на въртене на ротора  $\omega$  и честотата на променливия ток  $\omega_0$  по следната формула:

$$S = (\omega_0 - \omega) / \omega_0.$$



Фиг. 1. Основни принципни схеми на подемни машини  
1 – барабан (или триеща шайба за ШТ и МК), 2 – направляващи (или отклоняващи за МК) шайби, 3 – главни подемни въжета, 4 – уравновесяващи въжета, 5 – редуктор, 6 – задвижващ подемен електродвигател

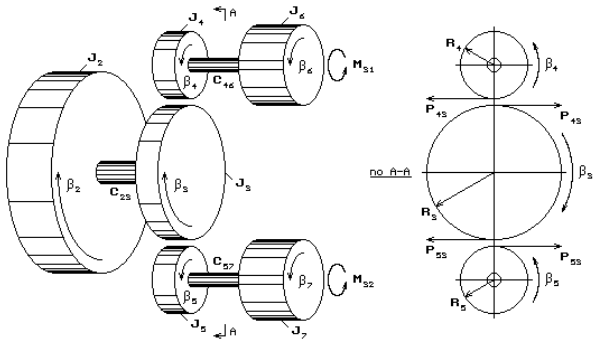
## Динамика на подезната машина

Уравненията за изследване на динамиката на елементите на подезната машина, включвайки ротора на двигателя и редукторните двойки зъбни колела, принципните схеми на който са представени на фиг. 2, са приети в следната форма:

$$\frac{d}{dt} \left( J_k \frac{d\beta_k}{dt} \right) + \frac{1}{2} \frac{d}{d\beta_k} \sum_q \gamma_q (\beta_{q+1} - \beta_q)^2 + \frac{1}{2} \frac{d}{d\beta_k} \sum_q C_{q,q+1} (\beta_{q+1} - \beta_q)^2 = M_k \quad (4)$$

където  $k=1,2,\dots,n$ , при което  $n$  – общ брой на въртящите се части на двигателя, редуктора и на подезната машина,  $J_k$  – кинетически инерционни моменти на двигателя, редуктора и на подезната машина,  $\beta_k$  – ъгли на завъртане на въртящите се елементи,  $C_{q,q+1}$  – коравина на еластичните връзки между елементите с номера  $q$  и  $q+1$ ,  $M_k$  – моменти на външните сили, които въздействат на елемент с номер  $k$ ,  $\gamma_k$  – коефициент на разсейване на енергията при въртеливото движение при линейно приближение в рамките на хипотезата за външно триене.

При комплектоване на подезната машина с многостепенни редуктори с два входа и съответно с два подезни асинхронни двигателя е възможно привеждане масата на редуктора към някакъв условно приет едностепенен редуктор, както това схематично е представено на фиг. 3.



Фиг. 2. Принципна схема на взаимодействие на елементите на еквивалентен едностепенен редуктор с два входа

Тук се предполага, че  $J_2$  – инерционен момент на барабана, а  $J_6$  и  $J_7$  – инерционни моменти на роторите на двата двигателя. В този случай при отсъствие на луфт между зъбите при зацепването им, уравненията за движение на бавноходното колело с инерционен момент  $J_3$  се записва в следната форма:

$$\left( J_3 + J_4 \frac{R_3^2}{R_4^2} + J_5 \frac{R_3^2}{R_5^2} \right) \ddot{\beta}_3 + C_{23} (\beta_3 - \beta_2) + C_{46} \left( \beta_3 \frac{R_3}{R_4} - \beta_6 \right) \frac{R_3}{R_4} + C_{57} \left( \beta_3 \frac{R_3}{R_5} - \beta_7 \right) \frac{R_3}{R_5} = 0$$

При това силите на взаимодействие между зъбите на бързоходната предавка  $P_{43}$  и  $P_{53}$  (виж. фиг. 2) се определят от следната система алгебрични уравнения:

$$\left. \begin{aligned} P_{43} (J_4 R_4^2 + J_3 R_4^2) + P_{53} (J_4 R_3^2) &= \\ &= C_{23} J_4 R_3 (\beta_3 - \beta_2) - C_{46} J_3 (\beta_3 R_3 - \beta_6 R_4), \\ P_{43} (J_5 R_3^2) + P_{53} (J_5 R_3^2) &= \\ &= C_{23} J_5 R_3 (\beta_3 - \beta_2) - C_{57} J_3 (\beta_3 R_3 - \beta_7 R_5), \end{aligned} \right\}$$

а ъглите на завъртане  $\beta_6$  и  $\beta_7$  се определят с честотата на въртене на роторите двата независими двигателя, електродинамичните моменти на които се описват с независимите системи от типа (2) и (3).

## Динамика на подезните въжета

Динамическото състояние главните подезни въжета, определящо в интегрален смисъл динамическите моменти  $M_1$  и  $M_2$ , влизащи в уравненията за движение на машината (4), се описва от система диференциални уравнения (за всяко едно въже по отделно), които за първи път са предложени от М.Ф.Глушко:

$$\left. \begin{aligned} - \left( \frac{\partial}{\partial s} + \gamma_0 \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( A \frac{\partial w}{\partial s} + C \frac{\partial v}{\partial s} \right) + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \pm g, \\ - \left( \frac{\partial}{\partial s} + \gamma_0 \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( C \frac{\partial w}{\partial s} + B \frac{\partial v}{\partial s} \right) + \bar{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

където  $\gamma_0$  – дисипативен коефициент в рамките на хипотезата на Фойхт за вътрешно триене;  $S$  – координата на точка на въжето, която се отчита в точката на излизане на въжето от барабана за подезен съд с посока за движение "надолу" и от прицепното устройство за подезния съд, който се движи "нагоре";  $w(s,t)$  – преместване на точка от въжето, имаща координата  $S$ ;  $v(s,t) = d_x \theta$ , където  $d_x$  – диаметър на въжето,  $\theta$  – ъгъл на завъртане сечението на въжето;  $\rho$  – линейно тигло на въжето. Коефициенти  $A, B, C$  – агрегатна коравина на въжето, където  $B = B_0 / d_x^2$ ,  $C = C_0 / d_x$ ,  $B_0$  и  $C_0$  – съответно коравина на въжето при усукване и при надлъжна усукваща деформация. Параметърът  $\bar{\rho}$  се определя от кинетичния инерционен момент  $I$  на въжето с единична дължина по формулата  $\bar{\rho} = I / d_x^2$ .

Изразите за моментите  $M_1$  и  $M_2$  съответно за издигащия се и спускащия се клон имат следния вид:

$$M_1 = R_6 \left[ A \frac{\partial w}{\partial s} + C \frac{\partial v}{\partial s} \right]_{s=l(t)},$$

$$M_2 = -R_6 \left[ A \frac{\partial w}{\partial s} + C \frac{\partial v}{\partial s} \right]_{s=0}.$$

Уравнението за колебание на уравниваещите въжета имат по-сложна структура в сравнение с уравненията(5) и за тях ще се представят само уравненията за така наречената квазидинамична форма на равновесие. В този случай се използват следните три групи уравнения. Първата група определя съответствието на надлъжното усилие във въжето  $\bar{F}_3$  и усукващия момент  $\bar{M}_3$  с ъглите  $\bar{\alpha}$  и  $\bar{\beta}$  :

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_3 &= D_3 \sin \bar{\beta} - \\ &- [D_1 \sin \bar{\alpha} - (D_2 - \rho g s) \cos \bar{\alpha}] \cos \bar{\beta}, \\ \bar{M}_3 &= const. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Втората група представлява по-същество две взаимосвързани по-между си уравнения спрямо  $\bar{\alpha}$  и  $\bar{\beta}$  :

$$\left. \begin{aligned} EJ \left( \cos \bar{\beta} \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial s^2} - 2 \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial s} \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial s} \sin \bar{\beta} \right) - \bar{M}_3 \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial s} &= \\ &= D_1 \cos \bar{\alpha} + (D_2 - \rho g s) \sin \bar{\alpha}, \\ EJ \left( \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial s^2} - \left( \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial s} \right)^2 \cos \bar{\beta} \sin \bar{\beta} \right) + \\ + \bar{M}_3 \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial s} \cos \bar{\beta} &= -D_3 \cos \bar{\beta} - \\ - [D_1 \sin \bar{\alpha} - (D_2 - \rho g s) \cos \bar{\alpha}] \sin \bar{\beta} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Накрая, третата група представлява по-същество уравнения за диференциална взаимовръзка между ъглите  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$ ,  $\bar{\gamma}$  и надлъжната деформация във въжето  $\bar{w}$  с осево усилие  $\bar{F}_3$  и усукващ момент  $\bar{M}_3$  в въжето:

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_3 &= A \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + C \left( \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial s} - \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial s} \sin \bar{\beta} \right), \\ \bar{M}_3 &= B \left( \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial s} - \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial s} \sin \bar{\beta} \right) + C \frac{\partial \bar{w}}{\partial s}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В уравненията са приети следните означения (6-8):

- $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$  – ъглите на отклонение на надлъжната ос на въжето от вертикалата, ъгъл на деплантация на долния край на уравниваещото въже и ъгъл на завъртане на сечението на въжето около надлъжната ос;
  - $EJ$  – коравина на огъване на въжето.
- Интегралните константи  $D_1, D_2, D_3$  се определят с помощта на следната зависимост:

$$\int_0^L \sin \bar{\alpha} \cos \bar{\beta} ds = a, \quad \int_0^L \cos \bar{\alpha} \cos \bar{\beta} ds = h,$$

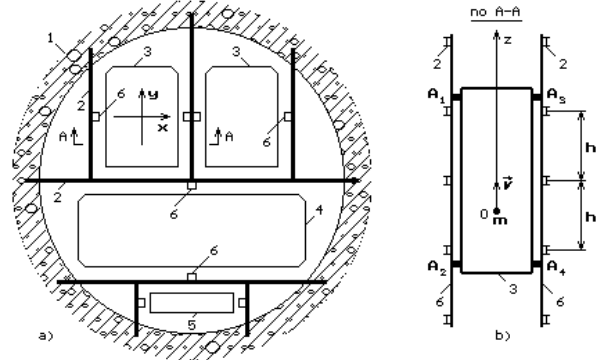
$$\int_0^L \sin \bar{\beta} ds = 0,$$

при което  $a$  и  $h$  – са съответно хоризонтални и вертикални разстояния между крайщата на въжето,  $L$  – пълна дължина на недеформирано въже.

Приведените уравнения за квазидинамичното състояние на уравниваещото въже в първо приближение са напълно достатъчни за интегриране на общата система уравнения за динамиката.

## Динамика на подемните съдове

Подемните съдове в по-голямата част от случаите се движат по дълбочината на шахтата по специални дървени или метални водачи (с релсов или коритообразен профил), закрепени на хоризонтални разстрелни греди (разстрели), което в съвкупност се нарича армировка на шахтата (фиг. 4).



Фиг. 3. Принципна схема за армировка на шахта  
1 – бетонен крепеж на шахта, 2 – разстрели, 3 – скип, 4 – клетка, 5 – противотежест, 6 – водачи

Диференциалното уравнение за движение на подемния съд, който си взаимодейства в най-общия случай с деформирани водачи от металната армировка, са представени във формата на група уравнения за пълния импулс на подемния съд във вида:

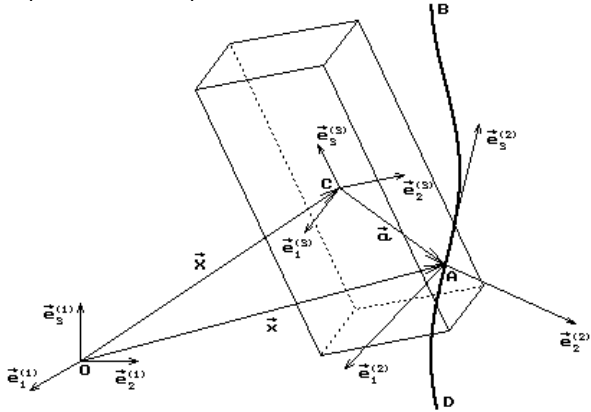
$$m \frac{d^2 X_i^{(1)}}{dt^2} = P_i^{(1)} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (9)$$

където  $m$  – маса на подемния съд,  $P_i^{(1)}$  – координати на вектора на главните сили, действащи на съда, в базис  $\bar{e}^{(1)}$ ,  $X_i^{(1)}$  – координати на инерционния център на подемния съд в базис  $\bar{e}^{(1)}$ .

Втората група уравнения за пълния момент на импулса, силите са записани в проекциите на осите на подвижния репер  $\bar{e}^{(3)}$  във формата на уравненията на Ойлер, които се представят по следния начин:

$$I_{ki} \frac{d\omega_i}{dt} + I_{ji} \omega_{ki} \omega_j = M_k^{(3)}, \quad (10)$$

където  $I_{ik}$  – тензор на инерцията на подемния съд,  $\omega_{ik}$  и  $\omega_i$  – тензор и вектор на ъгловата скорост на подемния съд,  $M_k^{(3)}$  – координати на главния момент силите в базис  $\vec{e}^{(3)}$  (тук и по-нататък по двата повтарящи се индекса се извършва сумиране от 1 до 3). Координатните на базиса са представени на фиг. 4.



Фиг. 4. Координатна система при извеждане на уравненията за динамиката на подемния съд

Водачът от армировката  $BD$  в най-общия случай се приема деформиран и контактува с подемния съд в някаква точка  $A$ , която в репера  $\vec{e}^{(3)}$  има напълно конкретни координати, неизменяеми при всяко преместване на подемния съд.

Тензор  $\omega_{ik}$  се определя по следното правило:

$\omega_{ik} = A_{ij} \frac{dA_{kj}}{dt}$ , където  $A_{ij} = \vec{e}_i^{(1)} \vec{e}_j^{(3)}$  – матрица на направляващите косинуси на навигационните ъгли на Крилов  $\varphi, \phi, \theta$ .

Силата  $\vec{P}$ , която се явява реакция от взаимодействието на подемния съд в точка  $A$  с водача  $BD$  (фиг.4) и имаща в неподвижен координатен базис компонентите  $P_k^{(1)}$  ( $k=1,2,3$ ), се разглежда също така в определен координатен базис  $\vec{e}^{(2)}$ , свързан с повърхност, в съприкосновение с която всъпва в контакт с точка  $A$  на подемния съд, при което ортата  $\vec{e}_2^{(2)}$  се явява нормална към тази повърхност, а ортата  $\vec{e}_3^{(2)}$  е насочена по посоката към допирателната на деформирания водач. По такъв начин,  $P_k^{(2)}$  представлява по същество разложение на силата  $\vec{P}$  на нормална ( $k=1$ ), тангенциална ( $k=2$ ) и надлъжна ( $k=3$ ) съставяща по отношение на повърхността на контакта. При това

$$P_k^{(1)} = B_{ki} P_i^{(2)}, \quad P_k^{(2)} = B_{ik} P_i^{(1)},$$

където  $B_{ik} = \vec{e}_i^{(1)} \vec{e}_k^{(2)}$  – матрица на направляващите косинуси на ъглите между съответните оси на реперите  $\vec{e}^{(1)}$  и  $\vec{e}^{(2)}$ .

Моментът на силата  $\vec{P}$  спрямо осите на подвижния репер се определят във форма на векторно произведение

$\vec{M} = [\vec{a} \times \vec{P}] = (a_i P_j^{(3)} e_{ijk}^{(3)}) \vec{e}_k^{(3)}$ , което в тензорна форма има следното представяне -  $M_k^{(3)} = a_i A_{nj} B_{nl} P_l^{(2)} e_{ijk}^{(3)}$ , където  $E_{ijk}$  – символ на Леви-Чивита.

Компонентите на  $P_i^{(2)}$  в най-общия случай е възможно да се явяват функции на премесването  $X_k^{(2)}$  в точка  $A$  в координатен базис  $\vec{e}^{(2)}$ , ето защо

$$X_k^{(2)} = B_{ik} (X_i^{(1)} + a_j A_{ij}).$$

Така например, ако силата  $\vec{P}$  явява като резултат от деформацията (свиването) на еластичния елемент (направляващите ролки), без прекъсване на контакта, между подемния съд и водачите от армировката, то нормалната сила в случая на линейна коравина се изчислява по следната формула:

$$P_1^{(2)} = -C_3 X_1^{(2)} = -C_3 B_{1i} (X_i^{(1)} + a_j A_{ij}),$$

а тангенциалната и надлъжната сила ще се определят съответно:

$$P_2^{(2)} = -f_2 P_1^{(2)} \operatorname{sgn}(\dot{X}_2^{(2)}),$$

$$P_3^{(2)} = -f_3 P_1^{(2)} \operatorname{sgn}(\dot{X}_3^{(2)}),$$

където  $f_2$  и  $f_3$  – коефициенти на триене при тангенциално плъзгане на направляващите ролки по водачите и коефициент на триене при люлеене,  $C_e$  – еквивалентна коравина на системата «направляваща ролка - водач»,  $\dot{X}_2^{(2)}$  и  $\dot{X}_3^{(2)}$  – съответно тангенциална и надлъжна съставяща на скоростта на движение на направляващите ролки спрямо водачите. Съвкупността от приведените уравнения осигуряват единство на системата уравнения за динамиката на подемния съд (9) и (10).

## Уравнения за динамиката на водачите от армировката на шахта

За осигуряване на нормално и безопасно движение на подемния съд по вертикална шахта и подемния комплекс да изпълнява своите технологични функции, най-често се приема решение за движение на подемния съд по направляващи водачи. Това решение се реализира чрез използването на водачи, монтирани по цялата дълбочина на шахтата и направляващи устройства, монтирани към подемния съд. Хоризонталното положение на подемния съд се определя (ограничава) от луфта между водачите и направляващите устройства на подемния съд. Най-често се приема решение за движение на подемния съд по два водача, като направляващи устройства са монтирани в четири точки на подемния съд.

На фиг. 3 е показана схема за армировка на вертикална шахта и разположението на водачите спрямо подемния съд.

Диференциалното уравнение, описващо динамиката на твърди водачи от армировката на вертикалната шахта има следното представяне

$$EJ_e \frac{d^4 U_i}{dS^4} + \rho_e \frac{d^2 U}{dt^2} + \sum_{n=1}^{N-1} \left( m_p \frac{d^2 U_i}{dt^2} + C_p \cdot U_i \right) \delta(s - n \cdot h) + \sum P_i^{(z)} \cdot \delta(s - z) = 0 \quad (11)$$

където  $U_i(s, t)$  – функция за напречното преместване на точки от водачите в хоризонтална равнина;  $EJ_e$ ,  $\rho_e$  – коравина на огъване и линейна маса на водачите;  $m_p$  и  $C_p$  – присъединена маса и коравина на разстрелите в точката на присъединяване на водача;  $h$  – стъпка на армировката;  $N$  – брой на разстрелните греди в шахтата;  $P_i^{(z)}$  – външна сила която действа на водача в точката  $s=z$ . Очевидно е,  $P_i^{(z)}$ , въведена тук и  $P_i^{(z)}$ , въведена при разглеждане движението на подемния съд, са тъждествено равни по модул. Действието на външните сили върху водачите е представено с помощта на функцията на Дирак  $\delta$ .

### Редуциране на уравненията за взаимодействие между елементите на подемен комплекс

Интегрирането на общата система диференциални уравнения за динамиката на подемната уредба в такъв вид, в какъвто са представени в този доклад, е свързано със значителни трудности от математичен и изчислителен характер. Естественият подход за получаване на решението на подобна система е свързан с опростяване на системата диференциални уравнения. За да може получените решения да бъдат приложими за целите на инженерната практика, и което е особено важно, при опростяване уравненията да не бъдат лишени от това физическо съдържание, което е заложено в изходната система, основната задача се състои преди всичко в разработването на целесъобразен метод за решаване на получената система уравнения за взаимодействия между елементите на подемен комплекс. Методът от една страна трябва да дава достатъчно точни решения, а от друга – да не бъде твърде сложен, тъй като поради голямата сложност на системата в цяло и прекомерно тънкия подход към решаване на задачата е възможно да не даде необходимата точност на резултатите.

Най-общия метод за решаване на уравнения в частни производни се състои по правило, в намаляване броя на степените на свобода на механичната система с разпределени маси. Построяването на решение във форма на разлагане по собствени, координатни или базисни функции, не е нищо друго, освен като метод, при който вместо система с безкраен брой степени на свобода се разглежда като система с ограничения. В това се състои и най-общият подход за редуция на система уравнения в частни производни. В редица случаи редуцията към едно уравнение (уравнение с първо приближение) дава

необходимата точност в решението, което зависи само от удачно подбраната координатна функция. Следователно, редуцията на уравненията в частни производни се свързва с избор и определяне степените на свобода, което в общия енергиен баланс на системата се явяват основни носители на енергийната информация.

Същността на разработените методи за редуция на получените диференциални уравнения в частни производни, е подробно изложено в [7].

### Принципи за построяване на програмни модули на математическите модели на рудничен подемен комплекс

Числената реализация на разработените методи за решаване на диференциални уравнения в частни производни, основан на привеждането им към редуцирани уравнения, в съвкупност образуващи общ математичен модел за динамическото състояние на рудничен подемен комплекс, се осъществява с използването на съвременни електронно-изчислителни машини. При това към програмното осигуряване на симулационното моделиране се предявяват следните основни изисквания:

1. Възможност за моделиране на основните типове подемни комплекси, обзаведени с подемни машини барабанен тип и многовъжени, задвижвани с електродвигатели на променлив и постоянен ток, регулирани чрез задаване на скоростта.
2. Възможност за моделиране на основните динамически състояния и режими на движение: товаро-разтоварните операции на подемните съдове, разстопоряване на подемната машина (спирачното усилие става равно на нула), програмируемо движение, застопоряване, предпазно спиране.
3. Възможност за моделиране движението на подемните съдове по зададени или генерирани по случаен закон деформации на водачите, при зададени якостни характеристики на направляващите устройства при различни практически реализируеми схеми за армировка на шахтата и при различни разположения на направляващите ролки на подемния съд.
4. Възможност за моделиране на екстремни ситуации: приплъзване на подемните въжета спрямо задвижващия барабан; навлизане на подемния съд с удар върху препятствия (амортизатори), удари на направляващите устройства на подемния съд в мястото на стиковане на водачите.
5. Възможност за моделиране на разпределение на силите между подемните въжета при многовъжените подемни машини.

Реализацията на такива изисквания в конкретни програмни модули предявяват строги изисквания към заеманата оперативна памет на използваната изчислителна машина, необходима за записване на базата данни и сходна информация и за реализиране на определена скорост на изчислителния процес. Последното изискване в идеалния случай се свежда до това, че

машинното време за изчисляване не трябва да бъде по-малко от времето за протичане на реалния процес който се изследва, т.е. до изпълнение на условието:

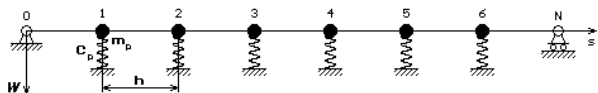
$$\text{„машинно време“} < \text{„реално време“}$$

Удовлетворяването на това строго изискване става възможно (за електронно-изчислителни машини, имащи скорост на изчисляване от порядъка на  $10^6$  операции за секунда) само в резултат на разработената специална алгоритмизация за числено интегриране на система диференциални уравнения.

В [7] са получени итерационни формули, които съществено се отличават от известните итерационни формули на Ойлер, Рунге-Кута и др. Основното предимство на тези зависимости се състои в това, че те позволяват да се изпълни интегриране на уравнения със значително по-голяма стъпка, която се изисква, например при итерационните формули по метода на Ойлер [21].

## Един нов резултат при изследване динамиката на рудничните подедни уредби

На фиг.5, схематично е представен един от водачите на подемния съд, който извършва например, хоризонтални колебания.



Фиг. 5. Изчислителна схема на водача от армировка на вертикална шахта, представен като греда на еластични масивни опори

Приема се, че водачът има постоянна коравина на огъване  $EJ$  по цялата си дължина  $L$  и линейна плътност  $\rho$ . В равнотстоящи една от друга точки със стъпка  $h$  водачът се опира на еластични опори, които имат линейна коравина  $C_p$ . В същите тези точки се разполага съсредоточената маса  $m_p$ , който по същество представляват приведените (присъединени) маси на разстрелните греди. Броят на еластичните опори се приема  $N-1$ , при което  $N$  е възможно да бъде достатъчно голямо, което ще бъде близко до съществуващите системи. В краищата си (в точки  $O$  и  $N$ ) се приема, че водача е закрепен шарнирно. Всички опори са номерирани с номера от  $0$  до  $N$ .

За такава изчислителна схематизация на случаите, когато подемния съд се представя като материална точка, в нулево приближение уравнението за движение на подемния съд има следното представяне:

$$\ddot{x} + \mu^2 f(\tau)x = 0, \quad (12)$$

В първо приближение, отчитайки масата на водачите, за първи път е получено уравнението в вида:

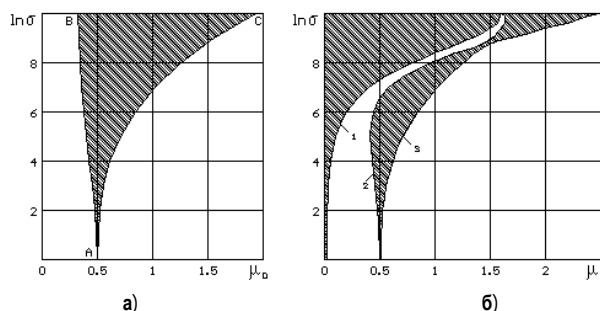
$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} [1 + \varepsilon f_1(\tau)] + 2\varepsilon \frac{dx}{d\tau} f_2(\tau) + x [\mu^2 f_2(\tau) + \varepsilon f_3(\tau)] = 0, \quad (13)$$

В (13) са приети следните означения:

$$\tau = \frac{V_m t}{h}, \quad \xi = \frac{s}{h}, \quad \mu^2 = \frac{C_p h^2}{m V_m^2}, \quad \varepsilon = \frac{\rho h}{m},$$

където  $m$  – маса на движещия се подемен съд,  $V_m$  – максимална скорост на движение на подемния съд. Функцията  $f(\tau)$  е свързана с модифицираната функция на влияние от нулев ред и представлява по същество известната функция за коравина, подробно изследвана в работите на Н.Г. Гаркуши, А.П. Ветрова и В. И. Дворников.

Уравненията (12) и (13) принадлежат към класа уравнения на Хил и за първи път по тях в работите на Н.Г. Гаркуши, А.П. Ветрова и В. И. Дворников е построена диаграма за областта на демултипликационен резонанс, представена на фиг. 6а. Изключително важно е да се отбележи, че повече от 50 години диаграмата, показана на фиг.6а.се използва за определяне на условията за възникване на резонанс в системата „подемния съд – армировка“ при проектиране на нови и реконструкция на стари РПУ. Подобна диаграма построена въз основа на уравнението (13) е показана на фиг. 6б за  $\varepsilon = 0,01$ , получена за първи път от автора.



Фиг. 6. Области на демултипликационен резонанс без отчитане масата на водачите (отляво) и с отчитане масата на водачите (отдясно)

Както се вижда от фиг. 6б, дясната граница на демултипликационния резонанс (крива 3) при  $\ln \sigma < 8$  практически не се отличава от крива  $AC$  за случая  $\varepsilon = 0$ , като при големи стойности на  $\sigma$  – рязко се премества надясно, което води до естественното свиване на работната дорезонансна зона. Но най-важното качествено отличие в получената нова диаграма в сравнение със случая при  $\varepsilon = 0$  се състои в появата на така нареченият от автора «субдемултипликационна» област на резонанс, ограничена отдясно с кривата 1 и се простира до  $\mu_0 \rightarrow 0$  ( $V_m \rightarrow \infty$ ). При това лявата граница на

демултипликационния резонанс (крива 2) значително се отличава от съответстващата и крива АВ.

Изложената теория може да се използва също така и в задачите за движение на маса с постоянна скорост по греда, която се намира на еластична винклеровска основа.

### Изводи:

Независимо от голямото многообразие на съществуващите подедни комплекси, които се различават по-между си както по принципа на действие, така и по състав на елементите, е показана възможността да се даде комплексно математическо описание за динамическото състояние на всички основни елементи на разглежданата система.

В резултат на извършеното изследване е установено:

1. Динамиката на електрозадвигването на подедни комплекс се описва с компактна система диференциални уравнения от тензорен тип. За регулируемо задвижване получените уравнения дават възможност да се изучат динамическите процеси в сложни преходни режими на пускане, при изключване на спирачните усилия върху машината, движение с променлива скорост при произволно зададен закон за неиното изменение.

2. Диференциалните уравнения за движение на дискретни маси на подедната машина, свързани по между си с еластични връзки, стават съществено нелинейни, ако се отчита луфта в кинематичните двойки зъбни елементи на редуктора. Получените уравнения с нелинейности е необходимо да се разглеждат при изучаването режима на начално пускане и особено при спиране на подедната машина.

3. Динамическото състояние на подедните и уравновесяващи възета се описват с компактна система нелинейни уравнения от тензорен тип. Тези уравнения са приложими за описване движението както на един праволинеен отвес на възже, така и на наклонено висящо и особено на уравновесяващи възета, отчитане на геометричната нелинейност, който при други подходи за математическо описание представлява най-голяма трудност.

4. Движението на подедни съд като твърдо тяло се описва със система диференциални уравнения, който за разлика от съществуващите модели отчитат съществена връзка на подедните съдове с главните и уравновесяващи възета, който обуславят не само стабилизиращо въздействие на подедни съд в надлъжна посока, но и се явяват източници за напречни сили и усукващи моменти. Записването на уравненията за движение във формата на сили позволява да се отчитат инерционните сили на водачите от армировката.

5. Изследването на колебанията на водачите на подедни комплекс (кораби метални релси и специални профили, гъвкави възени), които се описват със съществено различни уравнения е възможно да бъде осъществено на основата на идентичния подход, благодарение на общността на изразите за усилията на взаимодействие с направляващите устройства на подедни съд.

6. Получените диференциални уравнения за динамическото състояние на основните елементи на подедни комплекс имат ярко изразена взаимозависимост, което се осъществява с въвеждането на условията за кинематични и силови връзки. С това се осигурява в рамките на системния подход цялост и единство на комплексния математичен модел на разглежданата електромеханична система.

7. Разработените модели са реализирани и адаптирани за персонални компютри и същите трябва да се разглеждат от общата система за техническо обслужване и ремонт по техническото състояние на обекта и на средствата за техническата диагностика.

8. Предлаганите модели се препоръчва да се използват през всичките етапи на проектирането на РПК, към които се включват и проектното задание, тъй като позволява още на ранен стадии на проектно-конструкторски решения да се открият "слабите" страни на бъдещата система и своевременно да се избегнат конфликтни ситуации.

### Литература

1. Баклашов И.В., Расчет, конструиране и монтаж армировки стволов шахт, М., Недра, 1973.
2. Белый В.Д. и др., Шахтные парашюты, М., Госгортехиздат, 1960.
3. Бережинский В.И., Контроль несущей способности шахтных канатов и нормирование их предельного состояния, Дисерт. на соиск. уч.ст. „докт. техн. наук“, г. Макеевка, Украина, 1987.
4. Белоцерковский А.А., Основы теорий, разработка и внедрение средств защиты современных подьенных установок, Автореферат дисерт. на соиск. уч.ст. „докт. техн. наук“, г. Донецк, Украина, 1985.
5. Ветров А.П., Дворников В.И., Определение области резонансных режимов работы динамической системы „Сосуд-армировка“, Изв. ВУЗ „Горный журнал“, 1967, №9.
6. Гаркуша Н.Г., Дворников В.И., Об устойчивости движения шахтных подьенных сосудов, Сб. „Вопросы горной механики“, ИГМТК им. М.М.Федоров, вып.17, М., Недра, 1967, с. 156-168.
7. Дворников В.И., Кърцелин Е.Р. Теоретические основы динамики шахтного подьема. МОНТ, София, 1997.
8. Дворников, В.И., Е.Р.Кърцелин. Гармонический резонансный подьем. Изв.ВУЗ „Горный журнал“, 2001, № 2, с.97.
9. Залесов О.А. Армировки вертикальных стволов шахт и исследование на электрронных моделирующих установок, М., Недра, 1966.
10. Католиков В.Е. и др., Автоматизированный электропривод подьенных установок глубоких шахт, М., Недра, 1983.
11. Католиков В.Е. и др., Применение микроЭИМ для управления автоматизированными электроприводами шахтного подьема, сер. „Добыча угля подземных способом“, Обзор/ЦНИЭ Угол, вып. 1, 1985
12. Кърцелин Е. Р. и др. Определяне параметрите на движение на рудничните подедни уредби в режим на предпазно спиране. – Год. На МГУ «Св. Иван Рилски», т. 40, III, 1994, с. 41-43.



13. Кърцелин Е. Р. и др, Електрозадвигване на руднични подедни уредби с вентилни двигатели. Сб. доклади на нац. конференция с межд. участие "Автоматика и информатика '95", София, 7-9 ноември 1995, с. 331-334.
14. Кърцелин Е. Количествена оценка за качеството на апаратите за защита на руднични подедни уредби, Сб. доклади на научно-техн. конференция с межд. участие "Автоматика и информатика '97", София, 1997, с. 91-94.
15. Кърцелин Е. и др. Програмният комплекс за расчета шахтних подедних установок., Сб. доклади на научно-техн. конференция "Охрана на труда в подземните и откритите рудници и кариерите", Варна, 1998, т. 2, с. 228-231.
16. Мурзин В.А. и др. Защита рудничних подедних установок от превишения скорости, М., Недра, 1974.
17. Макаров М.И., Кърцелин Е.Р., Надежность шахтних подедних машин, ДонГТУ, Донецк, 1996.
18. Пришвицын В.М., Расчет прочности клетей рудничного подъема., М., Угледшахиздат, 1949.
19. Траубе Е.С. и др. Тормозные устройства и безопасность шахтних подедних машин. М., Недра, 1980, с.256.
20. Федоров М.И., Избранные труды в двух томах, Киев, изд. АН УССР, 1960, том I и II.
21. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л., Численные методы, М., Физматлат, 2004.

*Препоръчана за публикуване от катедра „Електрификация на минното производство“, МЕМФ*