

## ИЗБОР НА ОПТИМАЛНА СТРАТЕГИЯ ЗА ПОДНОВЯВАНЕ НА БУЛДОЗЕРЕН ПАРК

**Евгения Александрова**

*Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София*

**РЕЗЮМЕ:** Разработването на находища на полезни изкопаеми по открит начин неминуемо изисква освен прилагането на основна минна механизация (изкопно-товарна, транспортна и насипищна), но и на спомагателни машини като булдозери, грейдери, скрепери и др. Голям брой задачи в областта на минното дело успешно се решават с използване на стохастични модели, описващи случайните процеси (стационарни, марковски, полумарковски), като особен интерес представляват задачите, свързани с възстановяването (обновяването) на допълнителните средства. Такава задача е решена чрез прилагане на математичен модел за избор на оптимална стратегия за подновяване на булдозерния парк в условията на рудник "Трояново-север", мини "Марица-изток" ЕАД.

### A STRATEGY OF OPTIMAL SELECTION FOR RENEWAL THE BULLDOZER FLEET

*Eugenia Alexandrova*

*Mining and geology University "St. Ivan Rilski", 1700, Sofia*

**ABSTRACT:** The open-pit mining of deposits requires not only basic mining equipment (excavating and loading, transporting and dumping) but auxiliary machinery such as bulldozers, scrapers etc. Some problems in mining field are solved successfully by using of stochastic models that describes casual processes. The major interest presents the problems connected with renew of the additional means. This type of problem is solved by using of mathematical model for optimal strategy selection for renewal a bulldozer fleet in open-pit "Troianovo-Nord" conditions (mines "Maritza Istok" AD).

Един от належащите проблеми в откритите рудници на Източномаришкия възлищен басейн е изготвянето на оптимална инвестиционна програма за поддържане и развитие на възледобивната дейност.

Като правило, процесът на възстановяване се разглежда предимно за машинен парк, състоящ се от еднотипни машини (например, самосвали, булдозери, товарачи и др.), от които по-рано или по-късно някакъв брой спира (отказва) да работи, в резултат на неотстраним дефект, твърде дълъг период на работа, аварии, пълно износване и т.н. При това не е важно, коя именно машина се оказва неизправна, а от значение е колко машини ще се нуждаят от технически ремонт или обслужване и колко машини в продължение на определено време ще се наложи да се заменят с нови. Такива осреднени данни могат да се получат въз основа на наблюдения за съвкупност от еднотипни машини, а след това с някаква вероятност да се определи процеса на стареене и откази на изследваните машини.

За да се попълни с нови единици съвкупността отпускащите основни средства, без да се изменя нейния размер, е необходимо да се знае как ще протича процеса на обновяване (възстановяване). Ако износените в даден период от време основни средства се заменят с толкова на брой нови единици, то възстановяването се нарича *просто*, ако във всеки следващ период в съвкупността се въвеждат по-голям брой нови основни средства, отколкото са били напуснали, то следва да се говори за *разширено възстановяване*.

Много важна част от минната механизация е технологичната, състояща се от булдозери, турнодозери, челни товарачи, чистачни устройства, еднокерови багери. Тя осигурява по-добра и по-ефективна дейност на тежкото минно оборудване, като участва в подготовката на трасета, планировка и други. Воденето на минните работи и ритмичността на добива на възлища са немислими без надежден булдозерен парк.

Практическата ценност на теорията за обновяване на основните средства се изразява в използването освен на матрицата на преходната вероятност, но и матрицата на възнаграждение (печалба), зададена за различни решаващи правила (стратегии). Това позволява за който и да е период да се избере такава стратегия, която би могла максимално да се доближи към оптималната и се използва метода на Ховард (Кожневская, 1971).

Нека е известна съвкупност от единици от еднородни средства с възраст от 0 до T-1. Предполага се, че възрастта се взема в дискретни моменти от време и се измерва в някакви единици (години, месеци и т.н.). Съвкупността се разделя на групи в зависимост от възрастта като новите основни средства се отнасят към група 0, а прослужилите 1, 2, ..., T-1 периоди към съответните групи 1, 2, ..., T-1 групи. Очевидно е, че с течение на времето булдозерите преминават от една група в друга (като правило в следващата, но не винаги). Ако машините се намират във възрастова група T-1, то през следващия период те ще достигнат възраст T и трябва да бъдат възстановени, т.е. заменени с нови средства с възраст 0. Аналогично ще излязат от строя булдозери с

възраст  $j$  и замяната им с нови ще съответства на прехода от група  $j$  в група  $0$ .

Всеки преход в група  $0$  е свързан с определени разходи за закупуване и въвеждане на нови машини, а преходът в ненулева група е свързан с разходи за ремонт и обслужване. Затова матрицата на вероятностния преход  $P = \{p_{ij}\}$ , ( $i, j=0, 1, 2, \dots, T-1$ ) от  $i$ -тата група в  $j$ -тата съответства матрица на печалбата (разходите)  $R = \{r_{ij}\}$ , ( $i, j=0, 1, 2, \dots, T-1$ ), елементите на която могат да бъдат положителни (стойност от продажбата на основни фондове) и отрицателни (разходи, свързани с ремонти). Нека  $v_i(1)$  е очакваната стойност на разходите, получени при изтичането на  $1$ -ия период от време, при условие, че в началния момент единиците от основни средства се намират в  $i$ -тата група;  $v_i(n)$  - общите разходи, получени при изтичане на  $n$  периода от изходния момент  $0$ , ако в  $(n-1)$ -ия период единиците от основни средства са били в  $i$ -тата група.

Единица от основните средства (дадена машина - булдозер), която в началния момент се намира в  $i$ -тата група, може да премине в нулева група с вероятност  $p_{i0}$ , което е свързано с разходи  $r_{i0}$ ; в първата група - с вероятност  $p_{i1}$  и разходи  $r_{i1}$ ; в групата  $T-1$  с вероятност  $p_{i,T-1}$  и разходи  $r_{i,T-1}$ .

По този начин, очакваните разходи, свързани с напускане на един булдозер от  $i$ -тата група при изтичане на един период са:

$$v_i(1) = \sum_{j=0}^{T-1} p_{ij} r_{ij} = q_i \quad (i=0,1,2,\dots,T-1) \quad (1)$$

Аналогично очакваната стойност на всички разходи при изтичане на  $n$  периода, ако през  $(n-1)$ -ия период машините са били в  $i$ -тата група се съставя:

$$v_i(n) = q_i + \beta \sum_{j=0}^{T-1} p_{ij} v_j(n-1) \quad (i=0,1,2,\dots,T-1), \quad (2)$$

където:  $\beta$  е коефициентът на преценка ( $0 \leq \beta \leq 1$ );  $v_j(n-1)$  - очакваните общи разходи при изтичане на  $n-1$  период, ако в  $n-2$ -ия период машините са се намирали в  $j$ -тата група.

С отчитането на  $\beta=1$  възнаграждението (печалбата) за  $n$  периода ще бъде  $\beta^n$  единици и общите средни възнаграждения ще бъдат ограничени. Изборът на стойността на коефициента  $\beta$  е самостоятелна задача.

Уравнение (2) за  $i=0, 1, 2, \dots, T-1$  е система от рекурентни уравнения с първоначални условия  $v_j(0)=0$  за  $j=0, 1, 2, \dots, T-1$ .

Във векторна форма система (2) има вида:

$$v(n) = q + \beta P v(n-1) \quad (3)$$

при начално условие  $v(0)=0$ .

В краен случай:

$$v_i = q_i + \beta \sum_{j=0}^{T-1} p_{ij} v_j \quad (4)$$

Използването на формули (2) и (4) позволява да се изчислят граничните разходи  $v_i$  ( $i=0, 1, 2, \dots, T-1$ ) при експлоатацията на булдозерите за продължителен период от време. Затова първоначално се определят предполагаемите разходи след един период от време (т.нар. преки разходи):

$$\begin{aligned} q_0 &= p_{00}r_{00} + p_{01}r_{01} + \dots + p_{0,T-1}r_{0,T-1}; \\ q_1 &= p_{10}r_{10} + p_{11}r_{11} + \dots + p_{1,T-1}r_{1,T-1}; \\ &\dots\dots\dots \\ q_i &= p_{i0}r_{i0} + p_{i1}r_{i1} + \dots + p_{i,T-1}r_{i,T-1}; \\ &\dots\dots\dots \\ q_{T-1} &= p_{T-1,0}r_{T-1,0} + p_{T-1,1}r_{T-1,1} + \dots + p_{T-1,T-1}r_{T-1,T-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

където:  $q_0$  са очакваните разходи за експлоатация на нови машини през следващия период;

$q_i$  - очакваните разходи за експлоатация на машини (с възраст  $i$ ) през следващия ( $i+1$ ) период.

След това в резултат на решаване на системата от линейни уравнения се намират очакваните разходи за експлоатация на булдозерите в продължение на дълъг период от време:

$$\begin{aligned} v_0 &= q_0 + \beta(p_{00}v_0 + p_{01}v_1 + \dots + p_{0,T-1}v_{T-1}); \\ v_1 &= q_1 + \beta(p_{10}v_0 + p_{11}v_1 + \dots + p_{1,T-1}v_{T-1}); \\ &\dots\dots\dots \\ v_i &= q_i + \beta(p_{i0}v_0 + p_{i1}v_1 + \dots + p_{i,T-1}v_{T-1}); \\ &\dots\dots\dots \\ v_{T-1} &= q_{T-1} + \beta(p_{T-1,0}v_0 + p_{T-1,1}v_1 + \dots + p_{T-1,T-1}v_{T-1}). \end{aligned} \quad (6)$$

Следва да се отбележи, че разгледаната матрица на вероятностен преход  $P$  в съчетание с матрицата  $R$  не позволява да се намесваме в процеса на функциониране на системата за обновяване на основните средства, тъй като дадения модел не предвижда избор, а само описва изменението на системата за  $n$  последователни периода като функция на изходното състояние  $v(0)$ .

Нека процесът на функциониране на системата предполага наличието на няколко алтернативни правила, определящи поведението на системата при възможност за избор на решение. Естествено е, че тези решения определят елементите както на матрица с преходна вероятност  $P$ , така и на матрицата на разходите (възнаграждението или печалбата)  $R$ . По този начин за всяко  $k$ -решаващо правило се задава  $k$  матрицата  $P$  и  $R$ , т.е.  $P^{(1)}, R^{(1)}; P^{(2)}, R^{(2)}, \dots, P^{(k)}, R^{(k)}$ , където горният индекс  $k$  показва поредния номер на решаващото правило. В този случай се появява възможност във всеки временен период да се избере най-доброто решение от  $k$  зададените, така че да се използва метода на целенасочения подбор.

В матричен вид посоченото оптимално решение се определя от уравнението:

$$v(n) = \max_k \{q^{(k)} + \beta P^{(k)} v(n-1)\}, \quad (7)$$

където по-рано изчислените стойности за  $v(n-1)$  се извършват по една  $n$  независима максимизация.

Изборът на оптимални от гледна точка на разходите решения (стратегии) по метода на Р.А.Ховард може да се приложи при теорията за обновяване на основните средства.

Нека в началото на всеки период  $n=1, 2, \dots$  за всяка възрастова група от основни средства  $j=0, 1, \dots, T-1$  се допуска избор на едно от  $k$  решения (стратегии). При това за всяко решение зададената закономерност на преход на машини в друга група, се определя от матрицата на вероятностен преход  $\{p_{ij}\}$  съвместно с матрицата на разходите  $\{r_{ij}\}$  ( $i, j=0, 1, \dots, T-1; k=1, 2, \dots$ ).

В началото на всеки период за всяка вероятностна група  $i$  е необходимо да се избере едно от  $k$ -то решение и да се фиксират очакваните разходи  $v_i(n)$ , а също така съответстващите им поредни номера на стратегиите  $d(n)$  (вектор на оптималните решения).

Първият етап на избор е произволен, но опитът показва, че в качеството на първо приближение за дадения  $i$  период е целесъобразно да се избере това от  $k$  решения, за което съответстващата му стойност  $q_i^{(k)}$  е най-голямо. По формула (1) се изчислява  $k$  матрицата  $P^{(k)}$ ,  $R^{(k)}$ , при което, стойностите на елементите на матрицата  $G$  от вида  $T \times k$ :

$$G = \begin{bmatrix} q_0^{(1)} & q_0^{(2)} & \dots & q_0^{(k)} \\ q_1^{(1)} & q_1^{(2)} & \dots & q_1^{(k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_i^{(1)} & q_i^{(2)} & \dots & q_i^{(k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{T-1}^{(1)} & q_{T-1}^{(2)} & \dots & q_{T-1}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Избира се от всеки  $i$  стълб максималната стойност  $q_i^*$  и се фиксират съответстващите им поредни номера на решенията  $k$ , определящи вектора от оптимални стратегии  $d(1) = \{d_0(1), d_1(1), \dots, d_{T-1}(1)\}$ . Едновременно за получаване на  $q_i^*$  се фиксират съответстващите им стойности за стълбовете  $p_{ij}^*$ .

След първия етап на решение  $d(1)$  има ред от  $T$  стойности, съдържащи различни комбинации от числа  $1, 2, \dots, k$ . Например за  $k=3$  това може да бъде  $(1, 3, 3)$ , или  $(3, 2, 1)$  или  $(3, 3, 3)$  и т.н.

През втория етап, съществуват за всяка стойност на  $i$  изчислителни стойности  $q_i^*$  и съответстващите им фиксирани стойности  $p_{ij}^*$  ( $j=0, 1, \dots, T-1$ ), т.е.  $i$ -ия стълб от единична матрица  $P^{(1)}$ ,  $P^{(2)}$ , ...,  $P^{(k)}$ , след което се определя  $v_i(1)$  като решение от система линейни уравнения:

$$v_i = q_i^* + \beta \sum_{j=0}^{T-1} p_{ij}^* v_j \quad i=0, 1, \dots, T-1.$$

В резултат на решаване се получава:  $v_0(1), v_1(1), \dots, v_{T-1}(1)$ . През третия етап при дадени  $v_j=v_j(1)$  се максимизират изразите за всяка стойност на  $i$ :

$$q_i^{(k)} + \beta \sum_{j=0}^{T-1} p_{ij}^{(k)} v_j \quad i, j=0, 1, \dots, T-1, \quad (9)$$

т.е. изчисляват се елементите на матрицата от вида  $T \times k$  по формула (8) за  $i, j=0, 1, 2, \dots, T-1$  и във всеки ред  $i$  се избира максималната стойност, за която фиксираме  $p_{ij}^*$  и поредния номер на оптималното решение:

$$d(2) = \{d_0(2), d_1(2), \dots, d_{T-1}(2)\}.$$

По-нататък процесът за избор на оптимални решения се осъществява циклично: през четните етапи се изпълняват действията, както през втория етап, а през нечетните - както през третия етап.

Р.А.Ховард показва, че такъв процес съвпада, т.е. води до такава ситуация, когато две последователни комбинации от решения съвпадат, при което се получава най-доброто решение.

Реализацията на предложената методика за избор на оптимална стратегия за обновяване на булдозерния парк е въз основа на структуриране на използваните булдозери в рудник "Трояново-север", мини "Марица-изток" ЕАД. За единица възраст е приет период от 12 години за експлоатация, съответстващ на срока на служба на един булдозер преди извършването на капитален ремонт.

Задават се две решаващи правила (стратегии):

-  $k=1$  - първа стратегия - прилага се правилото "не се заменят булдозерите до следващия период на експлоатация"; освен това са известни закономерностите на преминаване на булдозерите от една група в друга група, т.е. зададена е матрицата на вероятностния преход  $P^{(1)}$  и матрицата на разходите  $R^{(1)}$  (млн.лв.):

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,55 & 0,45 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,6 & 0 & 0 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,48 & -0,52 & 0 & 0 & 0 \\ -0,12 & 0 & -0,88 & 0 & 0 \\ -0,47 & 0 & 0 & -0,53 & 0 \\ -0,17 & 0 & 0 & 0 & -0,83 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- k=2 - съответства на правилото "замяна на булдозер през всеки нов период". Задават се следните матрици:

$$P^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R^{(2)} = \begin{bmatrix} -0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Изборът на оптимална стратегия ще се основава при условие, че се използва коефициент на преоценяване  $\beta=0,5$ .

**I етап:** Използвайки формула (5) за всяка възрастова група  $i=0, 1, 2, 3$  и  $4$  се изчисляват очакваните разходи  $q_i^{(k)}$  след един период на експлоатация за първата и втората стратегия.

За  $k=1$

$$q_0^{(1)} = 0,55 \cdot (-0,48) + 0,45 \cdot (-0,52) = -0,498$$

$$q_1^{(1)} = 0$$

$$q_2^{(1)} = 0,6 \cdot (-0,47) + 0,4 \cdot (-0,53) = -0,494$$

$$q_3^{(1)} = 0$$

$$q_4^{(1)} = -1$$

За  $k=2$

$$q_0^{(2)} = 1 \cdot (-0,25) = -0,25$$

$$q_1^{(2)} = 1 \cdot (-0,08) = -0,08$$

$$q_2^{(2)} = 1 \cdot (-0,28) = -0,28$$

$$q_3^{(2)} = 1 \cdot (-0,06) = -0,06$$

$$q_4^{(2)} = 1 \cdot (-0,4) = -0,4$$

Сравняваме получените стойности за  $q_i^{(k)}$  за всяка възрастова група и приемаме това решение, за което  $q_i^{(k)}$  е по-голямо. В нулевата група ( $i=0$ ) за  $k=1$   $q_0^{(1)} = -0,498$ , а за  $k=2$   $q_0^{(2)} = -0,25$ . Тъй като  $-0,25 > -0,498$  се избира решение 2 ( $k=2$ ), т.е.  $d_0(1)=2$ . За втората група  $q_1^{(1)} = 0 > q_1^{(2)} = -0,08$ , т.е. избира се решение  $d_1(1)=1$  и т.н.

По този начин  $q_0^* = -0,25; q_1^* = 0; q_2^* = -0,28; q_3^* = 0; q_4^* = -0,4$ . Оптималното решение е:

$$d = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = (2,1,2,1,2).$$

**II етап.** Изчисляване на очакваните разходи  $v_0(1), v_1(1), v_2(1), v_3(1), v_4(1)$  след първия период на експлоатация на булдозерите.

Необходимо е да се състави система от линейни уравнения (ф-ла 6) като се използват получените стойности за  $q_i^*$  и редовете от матрицата  $p_{0j}^{(1)}, p_{1j}^{(1)}, p_{2j}^{(1)}, p_{3j}^{(1)}, p_{4j}^{(1)}$  ( $j=0, 1, 2, 3, 4$ ) съответстващи на оптималното решение  $d(1) = (2,1,2,1,2)$ .

$$v_0(1) = -0,25 + 0,5v_0(1)$$

$$v_1(1) = 0$$

$$v_2(1) = -0,28 + 0,5v_0(1)$$

$$v_3(1) = 0$$

$$v_4(1) = -0,4 + 0,5v_0(1)$$

В резултат на решението се получава

$$v_0(1) = -0,5; v_1(1) = 0; v_2(1) = -0,56; v_3(1) = 0$$

$$\text{и } v_4(1) = -1,6.$$

**III етап.** Изчисляване на стойностите на  $v_i(1)$  - представят се като за всяка  $i$ -та група максимизираме относително възможните решения за  $k=1$  и  $k=2$ . За нулевата група се получава:

за  $k=1$

$$-0,498 + 0,5[0,55 \cdot (-0,5) + 0,45 \cdot (0)] = -0,6355$$

за  $k=2$

$$-0,25 + 0,5[1 \cdot (-0,5)] = -0,5$$

Следователно за нулевата група се избира второто решение ( $k=2$ ), т.е.  $d_0(2)=2$ , тъй като  $-0,5 > -0,6355$ .

За първата група:

за  $k=1$

$$0 + 0,5[0 \cdot 0 + 0 \cdot (-0,56)] = 0$$

за  $k=2$

$$-0,08 + 0,5[1 \cdot 0] = -0,08.$$

Следователно за първата група се избира първото решение ( $k=1$ ), т.е.  $d_1(2)=1$ , тъй като  $0 > -0,08$ .

За втората група:

за  $k=1$

$$-0,494 + 0,5[0,6 \cdot (-0,5) + 0,4 \cdot (-0,14)] = -0,672$$

за  $k=2$

$$-0,28 + 0,5[1 \cdot (-0,5)] = -0,53$$

Следователно за втората група се избира второто решение ( $k=2$ ), т.е.  $d_2(2)=2$ , тъй като  $-0,53 > -0,672$ .

За третата група:

за  $k=1$

$$0 + 0,5[0.0 + 0.0 + 0.0] = 0$$

за  $k=2$

$$-0,06 + 0,5[1.0] = -0,06.$$

Следователно за третата група се избира първото решение ( $k=1$ ), т.е.  $d_3(2)=1$ , тъй като  $0 > -0,06$ .

За четвъртата група:

за  $k=1$

$$-1 + 0,5[1.(-0,5) + 0.(-0,14)] = -1,25$$

за  $k=2$

$$-0,4 + 0,5[1.(-0,5)] = -0,65$$

Следователно за четвъртата група се избира второто решение ( $k=2$ ), т.е.  $d_4(2)=2$ , тъй като  $-0,65 > -1,25$ .

По този начин и през третия етап се получава същото оптимално решение както през първия етап, т.е.  $d(2) = (2,1,2,1,2)$ , поради което не се налага по-нататъшно прицизиране при избора на стратегия за обновяване на булдозерния парк.

## Литература

Кожневская И. Теория обновления основных фондов и рекуррентные уравнения. М., Статистика, 1971.

*Препоръчана за публикуване от Катедра "Открито разработване на полезни изкопаеми и взривни работи", МТФ*