ГОДИШНИК на Минно-геоложкия университет "Св. Иван Рилски", Том 51, Св.III, Механизация, електрификация и автоматизация на мините, 2008
ANNUAL of the University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", Vol. 51, Part III, Mechanization, electrification and automation in mines, 2008

ВЪРХУ ЕДНА ПРЕДАВАТЕЛНА ФУНКЦИЯ

Симеон Гагов

Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски", София

РЕЗЮМЕ: В работата се третира изводът на предавателната функция обвързваща ъгловата честота на платформата на роторен багер с изнасяща се стрела с ъгловата честота на изземане на забоя.

ABOUT A TRANSMISSION FUNCTION

Simeon Gagov
University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

ABSTRACT: The article treats the deduce of transmission function connected angular speed to the rotor excavators platform with taking out jib and the angular speed of the face taking away.

В публикацията Математичен модел на роторния багер в процеса на автоматично копаене (Гегов Е., Автоматика и изчислителна техника кн.2, 1968), подробно е изведено уравнението на движение, обвързващо ъгъла на завъртане на платформата на роторен багер с изнасяща се стрела с ъгъла на изземане на забоя:

$$\ddot{\varphi}_{заб} + \frac{\kappa_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0}\left[\delta_{\min} + \frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{T_0}(t - nT_0)\right]\dot{\varphi}_{заб} + \\ + \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0}\varphi_{заб} = \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0}\varphi_{пл} \qquad (1)$$

където:

$\varphi_{заб}$ - ъгъл на изземане на забоя;

$\varphi_{пл}$ - ъгъл на завъртане на платформата;

κ_{12} - коефициент зависещ от специфичното съпротивление на скалите при копаене;

ρ_1 - разстояние от върха на стрелата до оста на въртене;

S - хоризонтална проекция на пътя, изминат от лафета до оста на въртене;

J_0 - общ приведен инерционен момент на роторната стрела и съоръженията върху нея;

δ - дебелина на снеманата от една кофа стружка;

T_0 - дискретен интервал от време;

n - брой на излизащите от забоя кофи на роторното колело (n = 0, 1, 2....... за всяко t кратно на T_0);

c - твърдост на стрелата.

След елементарни преобразувания израз (1) получава вида:

$$\ddot{\varphi}_{заб} + \frac{\kappa_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0}\left[(n+1)\delta_{\min} - n\delta_{\max}\right]\dot{\varphi}_{заб} + \\ + \frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0}\frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{T_0}t\dot{\varphi}_{заб} + \\ + \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0}\varphi_{заб} = \frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0}\varphi_{пл} \qquad (2)$$

След като се положи:

$$\frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0}\left[(n+1)\delta_{\min} - n\delta_{\max}\right] = a_1$$

$$\frac{k_{15}(\rho_1 - S)^2}{J_0}\frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{T_0} = a_2$$

$$\frac{c(\rho_1 - S)^2}{J_0} = a_3,$$

диференцират се двете страни на уравнение (2) и като се знае, че $\dot{\varphi} = \omega$ се получава:

$$\frac{d^2\omega_{заб}}{dt^2} + a_1\frac{d\omega_{заб}}{dt} + a_2 t\frac{d\omega_{заб}}{dt} + (a_2 + a_3)\omega_{заб} = a_3\omega_{пл} \qquad (3)$$

Към израз (3) се прилага преобразуването на Лаплас, в резултат на което се получава:

$$p^2\omega_{заб}(p)+a_1p\omega_{заб}(p)+a_2L\left\{t\frac{d\omega_{заб}}{dt}\right\}+ \qquad (4)$$
$$+(a_2+a_3)\omega_{заб}(p)=a_3\omega_{пл}(p)$$

В израз (4)

$$L\{-t\dot{\omega}_{заб}(t)\}=\int_0^\infty -t\dot{\omega}_{заб}(t)e^{-pt}dt=-\int_0^\infty \frac{d}{dp}\left[\dot{\omega}_{заб}(t)e^{-pt}\right]dt= \qquad (5)$$
$$=-\frac{d}{dp}\int_0^\infty \dot{\omega}_{заб}(t)e^{-pt}dt$$

След извършване на обозначените в израз (5) математически действия се получава:

$$L\{-t\dot{\omega}_{заб}(t)\}=-\left[\omega_{заб}(p)+p\frac{d\omega_{заб}(p)}{dp}\right]$$

Въз основа на свойството адитивност на преобразуването на Лаплас следва:

$$L\{t\dot{\omega}_{заб}(t)\}=\left[\omega_{заб}(p)+p\frac{d\omega_{заб}(p)}{dp}\right] \qquad (6)$$

Като се отчете (6) израз (4) получава вида:

$$p\frac{d\omega_{заб}(p)}{dp}+\left(p^2+a_1p+a_2+a_3+1\right)\omega_{заб}(p)=a_3\omega_{пл}(p) \qquad (7)$$

След полагане в (7) на

$a_2+a_3+1=a_4$ и след разделяне на двете му страни с p, се получава:

$$\frac{d\omega_{заб}(p)}{dp}+\frac{p^2+a_1p+a_4}{p}\omega_{заб}(p)=\frac{a_3}{p}\omega_{пл}(p) \qquad (8)$$

Тъй като целта е да се намери предавателната функция на разглежданата система следва да се приеме:

$\omega_{пл}(t)=\delta(t)$

където $\delta(t)$ е функцията на Дирак.

Следователно:

$\omega_{пл}(p)=1$

В резултат уравнение (8) получава вида:

$$\frac{d\omega_{заб}(p)}{dp}+\frac{p^2+a_1p+a_4}{p}\omega_{заб}(p)=\frac{a_3}{p} \qquad (9)$$

Уравнение (9) е класическо линейно диференциално уравнение от първи ред. За решаването му се полага:

$$\omega_{заб}(p)=u(p)v(p) \qquad (10)$$

Следователно:

$$\frac{d\omega_{заб}(p)}{dp}=\frac{du(p)}{dp}v(p)+u(p)\frac{dv(p)}{dp} \qquad (11)$$

След заместване на (10) и (11) в (9) се получава:

$$u(p)\left[\frac{dv(p)}{dp}+\frac{p^2+a_1p+a_4}{p}v(p)\right]+v(p)\frac{du(p)}{dp}=\frac{a_3}{p} \qquad (12)$$

Функцията $v(p)$ се избира по такъв начин, че да е изпълнено равенството:

$$\frac{dv(p)}{dp}+\frac{p^2+a_1p+a_4}{p}v(p)=0 \quad ,$$

от където следва:

$$\frac{dv(p)}{v(p)}=-\left(p+a_1+\frac{a_4}{p}\right)dp \qquad (13)$$

След интегриране на уравнение (13) се получава:

$$v(p)=\frac{1}{p^{a_4}e^{0,5(p+a_1)^2}} \qquad (14)$$

Въз основа на (12) следва:

$$\frac{1}{p^{a_4}e^{0,5(p+a_1)^2}}\frac{du(p)}{dp}=\frac{a_3}{p} \text{ или } \frac{du(p)}{dp}=a_3p^{a_4-1}e^{0,5(p+a_1)^2} \qquad (15)$$

След интегриране на (15) се получава:

$$u(p)=a_3\int p^{a_4-1}e^{0,5(p+a_1)^2}dp+C \qquad (16)$$

След заместване на (15) и (16) в (10) се получава:

$$\omega_{заб}(p)=\frac{a_3\int p^{a_4-1}e^{0,5(p+a_1)^2}dp+C}{p^{a_4}e^{0,5(p+a_1)^2}} \qquad (17)$$

Тъй като както беше показано $\omega_{пл}(p)=1$, то $\omega_{заб}(p)=W(p)$:

$$W(p)=\frac{a_3\int p^{a_4-1}e^{0,5(p+a_1)^2}dp+C}{p^{a_4}e^{0,5(p+a_1)^2}} \qquad (18)$$

Израз (18) е предавателната функция на разглежданата система.

В този вид изразът е неизползваем. За да се получи удобен за работа вид на предавателната функция, следва да се реши интеграла в числителя и освен това да се елиминира $e^{0,5(p+a_1)^2}$

Посочените изисквания могат да бъдат изпълнени чрез използуване на субституцията $(p + a_1)^2 = x$
от където

$$p = \sqrt{x} - a_1$$

следователно:

$$dp = d\left(\sqrt{x} - a_1\right)$$

Въз основа на тази субституция интегралът в числителя на израз (18) получава вида:

$$\int \left(\sqrt{x} - a_1\right)^{a_4 - 1} e^{0,5x} d\left(\sqrt{x} - a_1\right) \qquad (19)$$

т.е

$$\int p^{a_4 - 1} e^{0,5(p + a_1)^2} dp = \int \left(\sqrt{x} - a_1\right)^{a_4 - 1} e^{0,5x} d\left(\sqrt{x} - a_1\right) \qquad (20)$$

Следва да се реши интеграл (19)

$$\int \left(\sqrt{x} - a_1\right)^{a_4 - 1} e^{0,5x} d\left(\sqrt{x} - a_1\right) = \\ = \frac{1}{a_4}\left[e^{0,5x}\left(\sqrt{x} - a_1\right)^{a_4} - \frac{1}{2}\int \left(\sqrt{x} - a_1\right)^{a_4} e^{0,5x} dx\right] \qquad (21)$$

Изразът $\left(\sqrt{x} - a_1\right)^{a_4}$ се развива в биномен ред както при цели така и при нецели стойности на степенния показател a_4, т.е. в общ вид е полином на x. В общ вид интегралът в средните скоби на израз (21) се записва като $\int P(x)e^{ax}dx$, чието решение в общ вид е:

$$\int P(x)e^{ax}dx = e^{ax}\left(\frac{P(x)}{a} - \frac{P'(x)}{a^2} + \ldots\ldots + \left(-1^n\right)\frac{P^{(n)}(x)}{a^{n+1}}\right) + \\ + (-1)^{k+1}\frac{1}{k+1}\int e^{ax}P^{(k+1)}(x)dx \qquad (22)$$

От (18), (21) и (22) е ясно, че това решение на интеграла в числителя на предавателната функция гарантира елиминирането от окончателния й вид, трансцедентната функция $e^{0,5(p + a_1)^2}$. Тук обаче следва да се отбележи, че посоченото решение на интеграл (22) има краен вид само при цели стойности на a_4. При нецели стойности на степенния показател a_4 се получава безкраен ред (22), което налага допълнителни изследвания за уточняване на достатъчния брой членове на реда осигуряващи точност на предавателната функция. Тези допълнителни изследвания не са обект на настоящата работа.

Литература

Гегов Е., Математичен модел на роторния багер в процеса на автоматично копаене, Автоматика и изчислителна техника кн.2, 1968.

Штокало И., Операционное исчисление, Наукова думка, Киев, 1972.

Матвеев Н., Методы интегрирования обыкновенных дифференциалних уравнений, Вышэйшая школа, Минск, 1974.

Ляшко И., А. Боярчук, Я. Гай, Г. Головач, Справочное пособие по математическому анализу, часть I, Вища школа, Киев, 1978.

Препоръчана за публикуване от катедра
“Автоматизация на производството“, МЕМФ