

МАЩАБНА ИНВЕРСИЯ ПРИ СТОХАСТИЧНАТА СИМУЛАЦИЯ

Светлозар Бакърджиев, Калин Русков

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София; rouskov@mgu.bg; zarcobak@mgu.bg

РЕЗЮМЕ. Стохастическата симулация е ново и атрактивно направление в геостатистиката. Приложена е успешно при създаването на реалистични модели на природни резервоари на нефт и газ. Прилагането на симулационна техника при данни на рудни находища е затруднено от избора на вероятностен модел на описание на данните, например гаусов, логнормален, устойчив и др. Правилният избор на вероятностния модел е гаранция за адекватното симулиране на стохастичната компонента на геостатистическия модел. Резултатите от компютърните експерименти сочат, че алтернатива на гаусовото и логнормалното разпределение е устойчивото разпределение на данните. При използване на четири или дупараметричното устойчиво разпределение се постига много добра стохастична параметризация на случайната компонента на модела. В тази работа са представени варианти на тримерни геостатистически модели със симулация на Леви, която е реализация на случайно генериране на данни по параметри на Устойчиво разпределение.

SCALE INVERSION IN THE STOCHASTIC SIMULATION

Svetlozar Bakardjiev, Kalin Ruskov

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia; rouskov@mgu.bg; zarcobak@mgu.bg

ABSTRACT. Stochastic simulation is new and attractive tendency in geostatistics. Her successes applied in the build at realistic models for naturally oil and gas reservoirs. Execution of the simulation techniques in ore deposits data is difficult at choice of probability model of data description, for example Gaussian, Lognormal, Stable etc. The correctly choice of probability model is guaranty for accordingly simulation to stochastic component in geostatistical model. The results of computers experiments indicate that alternative of Gaussian and lognormal distribution is Stable distribution of data. Using four or two parametric stable distribution is accordance very good stochastic parameterization of the random component of model. In these work present variants of three dimensional geostatistical models whit Levi simulation, this is realization of random data up to parameters of Stable distribution. *Keywords:* geostatistics, 3-D simulation, stable distribution

Въведение

Стохастичните модели в геостатистиката са провокирани от разликите или приликите в променливостта в различните мащаби на изследване на находищата на полезни изкопаеми. Обикновено изследванията на променливостта в тези обекти се ограничават от мащабните нива на минерализираните зони до значително по-големите, пространствено обособени рудни тела. Основната задача при геостатистическата обработка е да установи близост или различие в поведението на променливостта в различни по мащаби обекти. Публикуваните материали в последните десет години сочат, че поведението на променливостта в различните пространствени мащаби на изследване е сходно. В математико-статистически аспект подобна сходимост се дефинира като "фрактален" формализъм или фрактална статистика. За да се установи фракталността, може да се използва традиционно ползваната в геостатистиката вариограма. Съгласно Бенуа Манделброт (Mandelbrot, 1982), който въвежда фракталната статистика в научните изследвания, фракталната оценка (особено чрез начина и за получаване – чрез вариограма или размерност по Хаусдорф) има локален характер. Естествен е въпросът какъв е начинът за получаване на глобална оценка на

променливостта. Възможна ли е обща зависимост между двата вида оценки?

Хърст (Hurst, 1957) е установил експериментално, че зависимостта между максималния размах на данните от дадена експериментална извадка на времеви ред и стандартното отклонение по същата има постоянна стойност. Този фундаментален резултат еволюира с представата, че пресметнати по времеви редове т. нар. константи на Хърст (H) могат да покажат корелационната дължина на процес, която, ако е голяма, е наречена процес с *голяма дължина на зависимост* (Long Range Dependence – **LRD**) и, ако е малка – *кратка дължина на зависимост* (Short Range Dependence – **SRD**). Диапазонът на стойности за $H \in (0.5 \div 1.0)$ определя изменчивост с голяма дължина на зависимост, а при стойности на $H \in (0.1 \div 0.5)$ се определя кратка дължина на зависимост. Връзката между фракталната размерност D и H се дава от съотношението:

$$D + H = n + 1, \quad (1)$$

където n – е базовата размерност на изследваното пространство от данни.

Очевидно е, че ползваният в геостатистиката вариограмен анализ е подходящ инструмент, както за определяне на фракталната размерност, така и на коефициента на Хърст. Общият модел е следният:

$$\log \gamma(d) = \text{constant} + \alpha \log d + \text{error} \quad \text{as } d \rightarrow 0$$

Тук d е разстоянието между пробите. Очевидно е, че α може да се намери като наклон на правата в \log - \log мащаб. Лесно е да се докаже, че наличието на близост между експериментално получените стойности, по изчислителната процедура за получаване на вариограмата и линейният закон в \log - \log мащаб, свидетелствуват за наличие на "фракталност" в изследвания обект.

Въз основа на конкретни измервания на контури в нефтогазоносния басейн Lloydminster Sparky Oil Pool – Алберта, Канада, Агтерберг (Agterberg, 1982), установява, че прилагането на стандартните геостатистически процедури не могат да се приложат при интерполация и екстраполация на обекти, които имат двойствена природа, характерна с едновременно съществуване на голяма и малка дължина на пространствена зависимост или пространствена корелация. Това означава, че трябва да се създаде подходящ стохастичен интерполатор (екстраполатор), ползващ фракталната статистика. Анализът на публикуваните материали по тази тема показва, че най-подходящ е хибриден модел, който съчетава свойствата на "изглаждане" стандартния Кригинг с максимално съхранение на фракталната (стохастична) природа на изследвания обект. Едно решение може да бъде представено по следния начин:

За интерполация (ограничена екстраполация) Матерон, (Matheron, 1971), Джърнел и Нюбрекс (Journel, Nuijbregts, 1978) показват, че най-добра линейна и неизместена оценка е възможно да се получи чрез изчислителна процедура в полето $Z(x)$, отнесено към измерени стойности $Z(x_i)$, може да се представи във следната форма:

$$Z^*(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i),$$

където теглата λ_i се пресмятат така, че да се достигне споменатата най-добра линейна и неизместена оценка. Това поражда следната система от уравнения:

$$\sum_{j=1}^1 \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu = \gamma(x_i, x)$$

($i = 1, 2, \dots, n$) - "А"

$$\sum_{j=1}^1 \lambda_j = 1, \quad \text{където } \lambda \text{ е параметърът на}$$

Лагранж, а γ е полувариограмата, която се определя като:

$$\gamma(x_i, x_j) = \frac{1}{2} \{ |Z(x_i) - Z(x_j)|^2 \}.$$

Нека да предположим, че $Z(x_i)$ е дробно Брауново движение с експонента H , която е единствено известна в

двата края на интервала $[0, L]$. Замествайки в "А", се получава:

$$\lambda_2 \gamma(0, L) + \mu = \gamma(0, x)$$

$$\lambda_1 \gamma(0, L) + \mu = \gamma(L, x)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

При условие, че $Z(0) = 0$, окончателно получаваме:

$$\gamma(x_i, x_j) = \frac{1}{2} \sigma^2 |x_i - x_j|^{2H}, \quad \text{като този израз}$$

може лесно да се реши като интерполационна – екстраполационна формула:

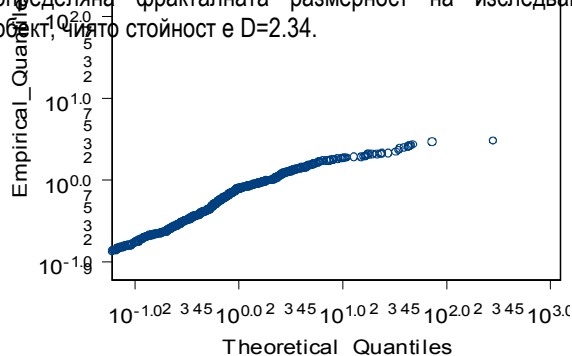
$$Z^*(x) = Z(L) \left\{ \frac{1}{2} [1 - |1 - \xi|^{2H} + \xi^{2H}] \right\} = Z(L) Q(\xi) \quad (2)$$

Тук $\xi = x/L$, а $Q(\xi)$ е търсената интерполационно-екстраполационна функция, която зависи единствено от независимата променлива X_i и стойността на константата на Хърст (H).

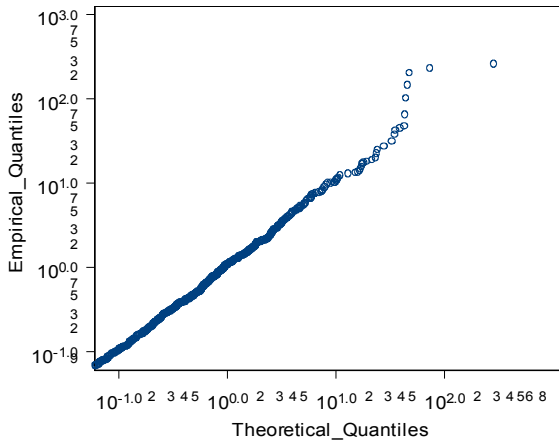
Резултати от компютърни експерименти

За проверка на съгласуваността между теоретичния модел с експериментално получена стойност на H , се използваха данни от детайлното и експлоатационното проучване на медни и медно-златни находища в България. В модерната статистика е прието сравнението между теоретично избрания модел и привързаните към него емпирични данни да се представят в т. нар. $Q-Q$ плот – (фиг. 1). По данни от някои находища на Бургаския руден район, съгласуваността между теоретичния и експерименталния материал е много висока. Това показва, че рудната минерализация в тези находища има фрактална природа. Фракталността се изразява в два възможни аспекта. Първият от тях е свързан с т. нар. ефект на "самоподобие", позволяващ да се търси сходство между различните нива на изучаване на променливостта. Наличието на "самоподобие" в изучаваните обекти дефинира и наличието на "мултимасщабност" на възможностите за изучаване на променливостта. В практически аспект, тази възможност се свежда до мултиплициране на резултатите от изучаването на променливостта от дребномащабно към едромащабно ниво на изучаване и обратно.

Показаната на фиг. 2 графика е получена по повече от 26000 данни за съдържания на злато в находище Челопеч. Тримерната вариограма е получена чрез стандартна процедура на пакета MathLab, с ползване на представения формализъм в тази работа – виж формула (2) и означенията в съпровождащия формулата текст. За целта, чрез споменатия вече формализъм на вариограмата е определена фракталната размерност на изследвания обект, чиято стойност е $D=2.34$.



Тази стойност на коефициента на Хърст определя процес с голяма дължина на зависимост (Long Range Dependence – H_{LRD}). Същевременно, от графиката се вижда, че макар и слабо, е налице и кратка дължина на зависимост (Short Range Dependence – H_{SRD}). Съдейки по графиката, стойността на $H_{SRD}=0.27$. Съответната стойност за $D=2.73$. Следователно, в находището по изследвания компонент се наблюдават две нива на мащаб на променливостта. Първото ниво има голяма пространствена дължина на зависимост, която е съизмерима с размерите на находището. Този вид променливост определя в практически план равномерна степен на рудоносност, която много слабо варира и е практически постоянна за целия промишлен обем на находището. Второ ниво е на порядък с по-малък размер (мащаб) на пространствена дължина на зависимост. Със сигурност това ниво на променливост е свързано с формирането на вертикално изтеглен руден стълб, който е в близост до централната част на изследвания обем.

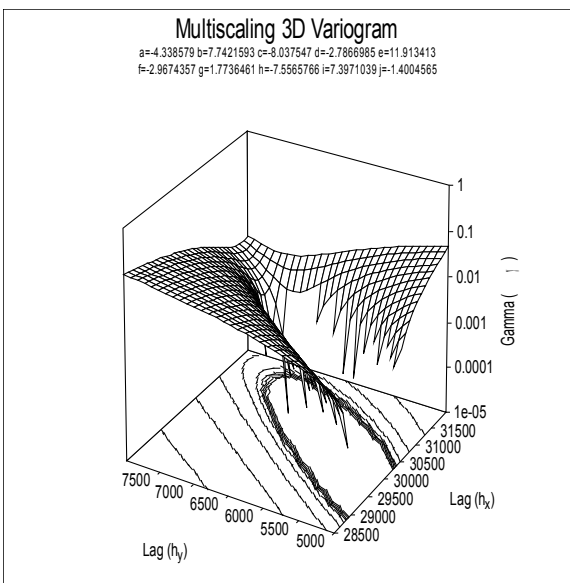


Фиг. 1. На показани по-горе графики е демонстрирано различие между обикновения (горната фигура) и фракталния (долната фигура) кригинг

Направените 3D геостатистически модели потвърждават тази хипотеза (вж. Бакърджиев и др., 2004). Друго приложение на представения в тази работа формализъм е възможността да се определят линейните размери на осреднени проби или композити. С това може да се реши и задачата за търсене на оптимален размер на композитите.

Литература

- Бакърджиев, С., К. Русков, А. Аризанов. 2004. Устойчив, негаусов геостатистически модел на масивно медно-златно находище. – Год. МГУ “Св. Иван Рилски”, 47, св. 1, 15-19.
- Agterberg, F. P. 1982. Recent developments in geostatistics. – *Geo-Processing*, 2, 1-32.
- Chiles, J-P., P. Delfiner. 1999. *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. J.Wiley & Sons.
- Goovaerts, P. 1997. *Geostatistics for Natural Resources Estimation*. Oxford University Press.
- Hurst, H. E. 1957. A suggested statistical model of some time series which occur in Nature. – *Nature*, 180, 494.
- Journel, A. 2002. Combining knowledge from diverse sources: an alternative to traditional data independence hypotheses. – *Math. Geol.*, 34, 5.
- Journel, A. G., C. Huijbregts. 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press.
- Lantuejoul, C. 2002. *Geostatistical Simulation: Models and Algorithms*. Springer-Verlag.
- Mandelbrot, B. B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H.Freeman, New York.



Фиг. 2. 3D вариограма по данни на медно-златното находище Челопеч. В горната част на графиката са дадени параметрите на апроксимиращата функция. Едромасщабната зависимост се определя от “гладката” част на функцията, а дребномасщабната се дефинира в долната част на графиката, където линиите на ниво, са се слели. Разликите в метри са съответно от няколко стотни метра пространствена корелация за LRD и няколко метра за SRD

Съответно за коефициента на Хърст имаме $D+H = n+1; \rightarrow H = 3 - 2.34 \rightarrow H = 0.66$.

Препоръчана за публикуване от Катедра “Геология и проучване на полезни изкопаеми”, ГПФ