

## АНАЛИТИЧНО ПРОФИЛИРАНЕ НА ГЪРБИЧЕН МЕХАНИЗЪМ С РОЛКОВА КОБИЛИЦА

**Васко Тенчев**

Минно геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

**РЕЗЮМЕ.** В работата се третира аналитичното профилиране на гърбичен механизъм с ролкова кобилица. Получените резултати позволяват профилирането на гърбицата да се извърши с помощта на компютър.

### ANALYTICAL SHAPE OF LOBE MECHANISM WITH ROLL ROCKER

**Vasko Tenchev**

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia,

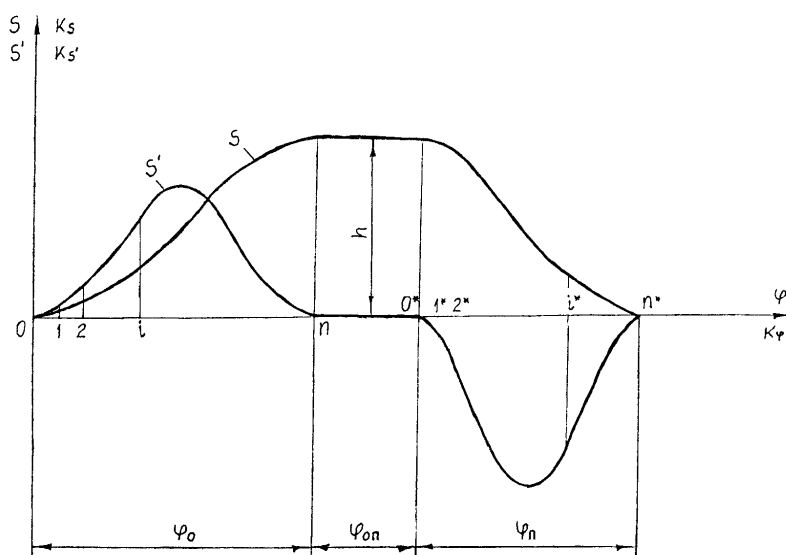
**ABSTRACT:** In the paper are treated an analytical shape of lobe mechanism with roll rocker. Achieved results allow profiling of the lobe to be calculated with the help of computer.

Целта на настоящата работа е въз основа на известния графичен метод за профилиране на гърбичен механизъм с кобилица [1, 2] да се изведат аналитични зависимости, подходящи за профилиране на гърбицата с помощта на компютър.

Нека аналитичният вид на функцията на положението  $\alpha(\varphi)$  и първата предавателна функция  $\alpha'(\varphi)$  на гърбичния механизъм са известни ( $\alpha$  е ъгълът на завъртане на кобилицата, чиято дължина е  $\ell$ , а  $\varphi$  - ъгълът на завъртането на гърбицата). На фиг. 1 е показан примерен вид на графиките на тези функции. Ъглите  $\varphi_0$ ,  $\varphi_{оп}$  и  $\varphi_{п}$  са съответно фазите на отдалечаване,

отдалечен престой и приближаване на кобилицата, а  $\psi$  - нейният ход.

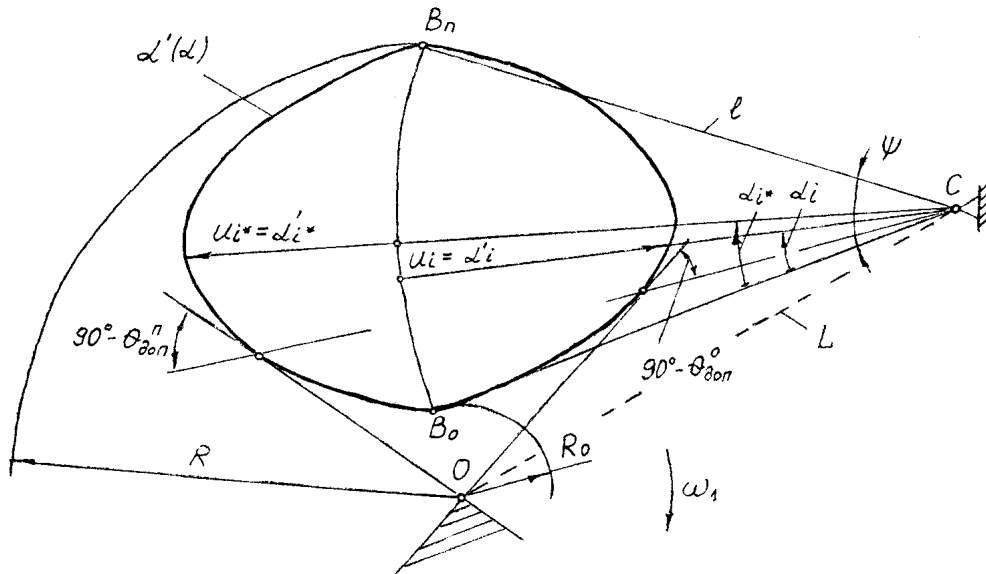
Аналитичното профилиране предполага аналитично определяне на основните размери на гърбичния механизъм (радиусите на основната и върховата окръжност  $R_0$  и  $R$ , разстоянието между осите на въртене на гърбицата и кобилицата  $L$  и координатите на работния профил на гърбицата в подходяща координатна система (например полярна) при зададени допустими ъгли на предаване на силата от гърбицата към изпълнителното звено ( $\theta_{дон}^0$  - във фазата на отдалечаване, и  $\theta_{дон}^{\Pi}$  - във фазата на приближаване).



Фиг. 1

При графичното профилиране фазите на отдалечаване и на приближаване се разделят на равни интервали, чийто брой в първата фаза е  $n$ , а във втората -  $n^*$  (обикновено  $n = n^*$ ). Границите (точките) между отделните интервали се означават с  $0, 1, 2, \dots, n$  и  $0^*, 1^*, 2^*, \dots, n^*$ , (фиг. 1). След това върху траекторията  $B_0 B_n$  на центъра на ролката  $B$  (дъга от окръжност с център  $C$ , радиус  $\ell$  и централен ъгъл  $\Psi$ ) се построява функцията  $\alpha'(\alpha)$  (фиг.2), като се използват завъртанията  $\alpha_i$  и скоростите  $\alpha'_i$  на кобилицата. При еднакви мащабни модули  $k_\alpha$  и  $k_{\alpha'}$ , величините  $\alpha_i$  и  $\alpha'_i$  се определят чрез ординатите на отделните точки в двете фази от графиките на функциите  $\alpha(\varphi)$  и  $\alpha'(\varphi)$ . Всяка от отсечките  $u_i = \alpha'_i$  е завъртяна на  $90^\circ$ , отговарящо на мисле-

ното завъртане на скоростта на центъра  $B$  по посока на ъгловата скорост на гърбицата  $\omega_1$ . Към така получената крива се построяват две допирателни (наречени гранични прави), склучващи с направлението на кобилицата в допирните точки ъгъл  $90^\circ - \theta_{дон}^O$  - във фазата на отдалечаване, и  $90^\circ - \theta_{дон}^{\Pi}$  - във фазата на приближаване. Двете гранични прави се пресичат в точка  $O$ , която е център на търсената гърбича с най-малки размери. Центърът  $O$  и крайните положения на центъра на ролката  $B_0$  и  $B_n$  определят радиусите  $R_0$  и  $R$ , а точките  $O$  и  $C$  - разстоянието  $L$ . Като се използва методът на инверсията, се построява центровият провил на гърбицата (профилът, по който се движи центърът на ролката  $B$ ). Накрая допълнително се изчислява радиусът на ролката  $r$  и се уточнява работния профил на гърбицата, който е еквидис-



Фиг. 2

тантен на центровия профил.

Аналитичното профилиране има за основа аналитично определяне на положението на граничните прави на центъра  $O$ , които са допирателни към графиката на функцията  $\alpha'(\alpha)$  от фиг. 2 в двете фази.

Нека граничната права във фазата на отдалечаване  $\varphi_0$  минава през върха  $V_i$  на отсечката  $u_i$  при ъгъл на завъртане на кобилицата  $\alpha_i$  и не пресича съседните отсечки  $u_{i-1}$  и  $u_{i+1}$  при съответни ъгли на завъртания на кобилицата  $\alpha_{i+1}$  и  $\alpha_{i-1}$  (фиг. 3а). При това положение

$$\left\{ \begin{array}{l} CD < \ell - u_{i+1} \\ CM < \ell - u_{i-1} \end{array} \right. \quad (1)$$

От триъгълниците  $CDV_i$  и  $CMV_i$ , след като се използва синусовата теорема, се определят

$$\left\{ \begin{array}{l} CD = \frac{(\ell - u_i) \sin(90^\circ - \theta_{дон}^O)}{\sin[180^\circ - (90^\circ - \theta_{дон}^O) - (\alpha_{i+1} - \alpha_i)]} = \frac{(\ell - u_i) \cos \theta_{дон}^O}{\cos(\theta_{дон}^O + \alpha_i - \alpha_{i+1})} \\ CM = \frac{(\ell - u_i) \sin[180^\circ - (90^\circ - \theta_{дон}^O)]}{\sin[90^\circ - \theta_{дон}^O - (\alpha_i - \alpha_{i-1})]} = \frac{(\ell - u_i) \cos \theta_{дон}^O}{\cos(\theta_{дон}^O + \alpha_i - \alpha_{i-1})} \end{array} \right. \quad (2)$$

От (1) и (2) следва окончателният критерий граничната права да минава през точката  $V_i$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(\ell - u_i) \cos \theta_{дон}^O}{\cos(\theta_{дон}^O + \alpha_i - \alpha_{i+1})} < \ell - u_{i+1} \\ \frac{(\ell - u_i) \cos \theta_{дон}^O}{\cos(\theta_{дон}^O + \alpha_i - \alpha_{i-1})} < \ell - u_{i-1} \end{array} \right. \quad (3)$$

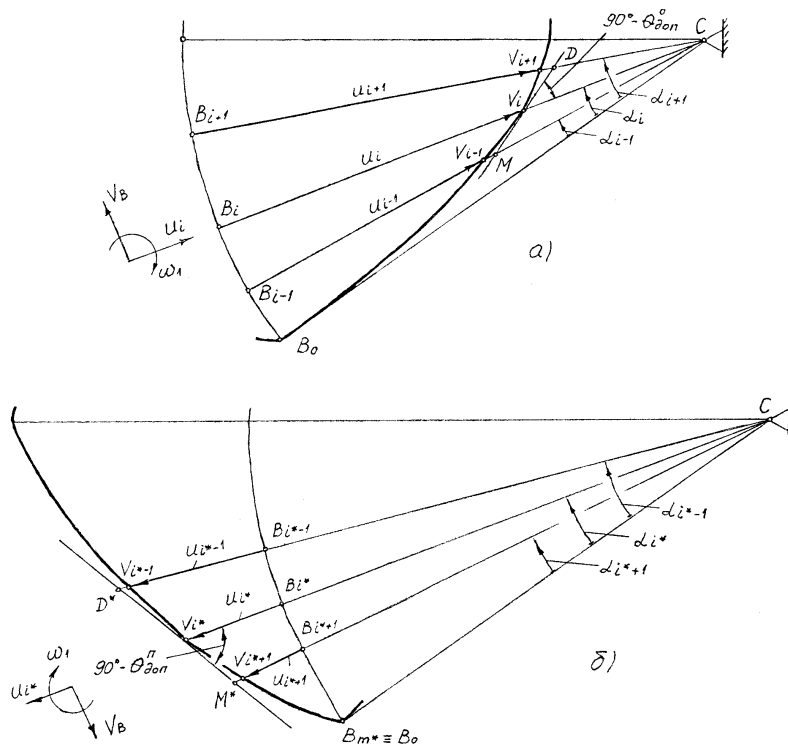
По същия начин се намира окончателният критерий граничната права да минава през точката  $V_{i^*}$  във фазата на приближаване  $\varphi_{II}$  (фиг. 3б)

$$\left| \begin{aligned} \frac{(\ell + u_{i^*}) \cos \theta_{\partial on}^{\Pi}}{\cos(\theta_{\partial on}^{\Pi} - \alpha_{i^*} + \alpha_{i^*+1})} &> \ell + u_{i^*+1} \\ \frac{(\ell + u_{i^*}) \cos \theta_{\partial on}^{\Pi}}{\cos(\theta_{\partial on}^{\Pi} - \alpha_{i^*} + \alpha_{i^*-1})} &> \ell + u_{i^*-1} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Чрез критериите (3) и (4) се определя на положението на граничните прави на центъра  $O$  в двете фази  $\varphi_O$  и  $\varphi_{II}$ . (фиг. 4). За целта се използва методът на последователните приближения, като последователно се работи в двете фази. Започва се от максималната отсечка  $\alpha'_{max}$  във фазата на отдалечаване  $\varphi_O$ , която нека е в точката  $i = k$ , т.е.  $\alpha'_k = \alpha'_{max}$ . За това положение критерият (3) се свежда до проверка на второто неравенство. Ако това неравенство е изпълнено, граничната права минава през точката  $V_k$ . В обратния случай граничната права не минава през тази точка и проверката продължава с двете неравенства на критерия (3) за следващото положение на кобилицата  $i - 1 \equiv k - 1$ . Така се продължава до онова положение на кобилицата, при което критерият (3) е изпълнен.

По аналогичен начин се намира граничната права на центъра  $O$  и за фазата на приближаване  $\varphi_{II}$ . И тук се започва от максималната отсечка  $\alpha'_{max^*}$ , която нека е в точката  $i = k^*$ , т.е.  $\alpha'_{k^*} = \alpha'_{max^*}$ . В случая се проверява само първото неравенство на критерия (4). Ако това неравенство е изпълнено, граничната права минава през точката  $V_{k^*}$ . В обратния случай граничната права не минава през тази точка и проверката продължава с двете неравенства на критерия (3) за следващото положение на кобилицата  $i^* + 1 \equiv k^* + 1$ . Така се продължава до онова положение на кобилицата, при което критерият (4) е изпълнен.

Нека критерият (3) е изпълнен за положение на кобилицата, минаващо през точката  $V_k$  във фазата на отдалечаване  $\varphi_O$  и през точката  $V_{k^*}$  във фазата на приближаване  $\varphi_{II}$  (фиг. 4). Ъгловите премествания на кобилицата за тези положения са съответно  $\alpha_k$  и  $\alpha_{k^*}$ . За определянето на положението на центъра  $O$  на гърбицата от точката  $B_0$  се спуска перпендикуляр към горното крайно положение на кобилицата. Петата на перпендикуляра се означава с  $D$ . Във фазата на отдалечаване  $\varphi_O$  граничната права, минаваща през точката  $V_k$ , пресича перпендикуляра  $B_0D$  в точката  $A_k$ . Като се отчете, че  $B_kV_k = u_k$ , за дължината на отсечката  $B_0A_k$  се получава



Фиг. 3

$$B_0A_k = DE + EA_k - B_0D = (\ell - u_k) \sin(\psi - \alpha_k) +$$

$$+ [\ell \cos \psi - (\ell - u_k) \cos(\psi - \alpha_k)] \times$$

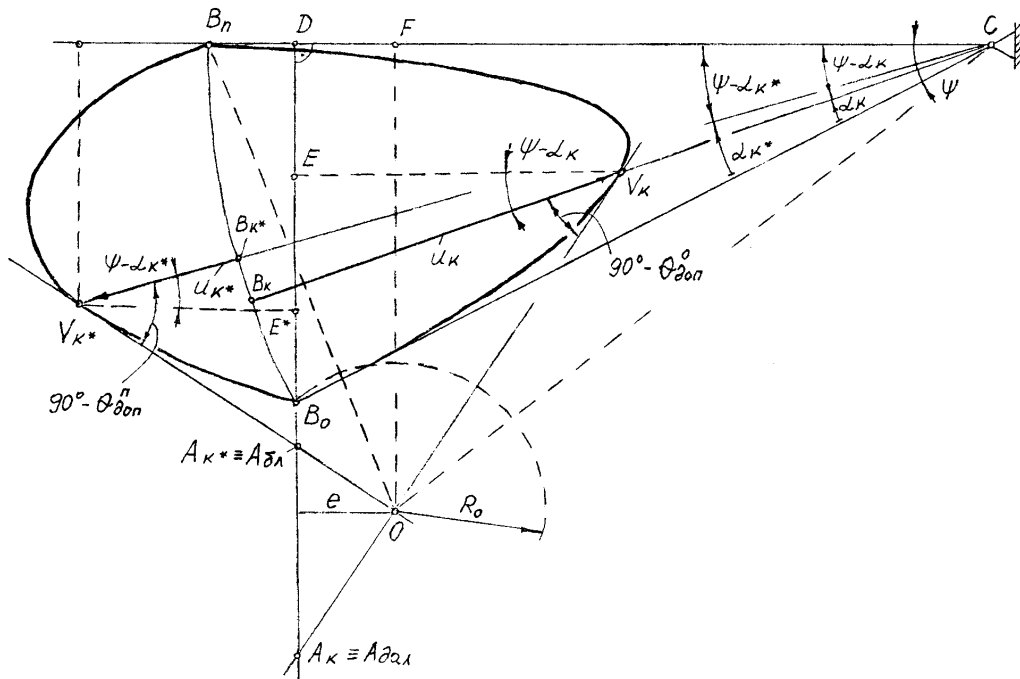
$$\times \frac{1}{\tan(\theta_{\text{дон}}^O - \psi + \alpha_k)} - \ell \sin \psi \quad (5)$$

Аналогично във фазата на приближаване  $\varphi_{II}$  граничната права, минаваща през точката  $V_{k^*}$ , пресича перпендикуляра  $B_0D$  в точката  $A_{k^*}$ . Като се отчете, че  $B_{k^*}V_{k^*} = u_{k^*}$ , за дължината на отсечката  $B_0A_{k^*}$  се получава

$$B_0A_{k^*} = DE^* + E^*A_{k^*} - B_0D = (\ell + u_{k^*}) \sin(\psi - \alpha_{k^*}) +$$

$$+ \left[ (\ell + u_{k^*}) \cos(\psi - \alpha_{k^*}) - \ell \cos \psi \right] \times \frac{1}{\tan(\theta_{\text{дон}}^{II} + \psi - \alpha_{k^*})} - \ell \sin \psi \quad (6)$$

За общност с  $A_{\text{бли}}$  се означава по-близко разположената точка  $A_k$  или  $A_{k^*}$  до точката  $B_0$ , а с  $A_{\text{дал}}$  - подалечно разположената от тези точки (на фиг. 4  $A_{\text{бли}} \equiv A_{k^*}$  и  $A_{\text{дал}} \equiv A_k$ ). Съответстващите ъгли  $\alpha_k$ ,  $\alpha_{k^*}$  и  $\theta_{\text{дон}}^O$ ,  $\theta_{\text{дон}}^{II}$  на тези точки се означават с  $\alpha_{\text{бли}}$ ,  $\alpha_{\text{дал}}$  и  $\theta_{\text{бли}}$ ,  $\theta_{\text{дал}}$  (на фиг. 4  $\alpha_{\text{бли}} \equiv \alpha_{k^*}$ ,  $\alpha_{\text{дал}} \equiv \alpha_k$



Фиг.4

и  $\theta_{\text{бли}} \equiv \theta_{\text{дон}}^{II}$ ,  $\theta_{\text{дал}} \equiv \theta_{\text{дон}}^O$ ). Ако се обозначи още разстоянието между центъра на гърбицата  $O$  и перпендикуляра  $B_0D$  с  $e$ , то от

$$B_0A_{\text{дал}} - B_0A_{\text{бли}} = e \left[ \frac{1}{\tan(\theta_{\text{бли}} \pm \psi \mp \alpha_{\text{бли}})} + \frac{1}{\tan(\theta_{\text{дал}} \mp \psi \pm \alpha_{\text{дал}})} \right]$$

се намира

$$e = \frac{B_0A_{\text{дал}} - B_0A_{\text{бли}}}{\frac{1}{\tan(\theta_{\text{бли}} \pm \psi \mp \alpha_{\text{бли}})} + \frac{1}{\tan(\theta_{\text{дал}} \mp \psi \pm \alpha_{\text{дал}})}} \quad (7)$$

Горните знаци в скобите на тангенсите се използват, когато  $A_{\text{бли}} \equiv A_{k^*}$ , а долните, когато  $A_{\text{бли}} \equiv A_k$ .

След определяне на разстоянието  $e$ , могат да се намерят радиусите на основната и върховата окръжност на гърбицата:

$$R_0 = \sqrt{e^2 + \left[ \frac{e}{\tan(\theta_{\text{бли}} \pm \psi \mp \alpha_{\text{бли}})} + B_0A_{\text{бли}} \right]^2} \quad (8)$$

$$R = OB_n = \sqrt{OF^2 + B_nF^2} =$$

$$\sqrt{\left[ \ell \sin \psi + B_0A_{\text{бли}} + \frac{e}{\tan(\theta_{\text{бли}} \pm \psi \mp \alpha_{\text{бли}})} \right]^2 + (\ell - \ell \cos \psi \pm e)^2} \quad (9)$$

Накрая, разстоянието между центровете на въртене на гърбицата и кобилицата е

$$L = OC = \sqrt{OF^2 + CF^2} =$$

$$\sqrt{\left[ \ell \sin \psi + B_0 A_{\delta_0} + \frac{e}{\tan(\theta_{\delta_0} \pm \psi \mp \alpha_{\delta_0})} \right]^2 + (\ell \cos \psi \mp e)^2} \quad (10)$$

И тук горните и долните знаци се използват, както е посочено по-горе.

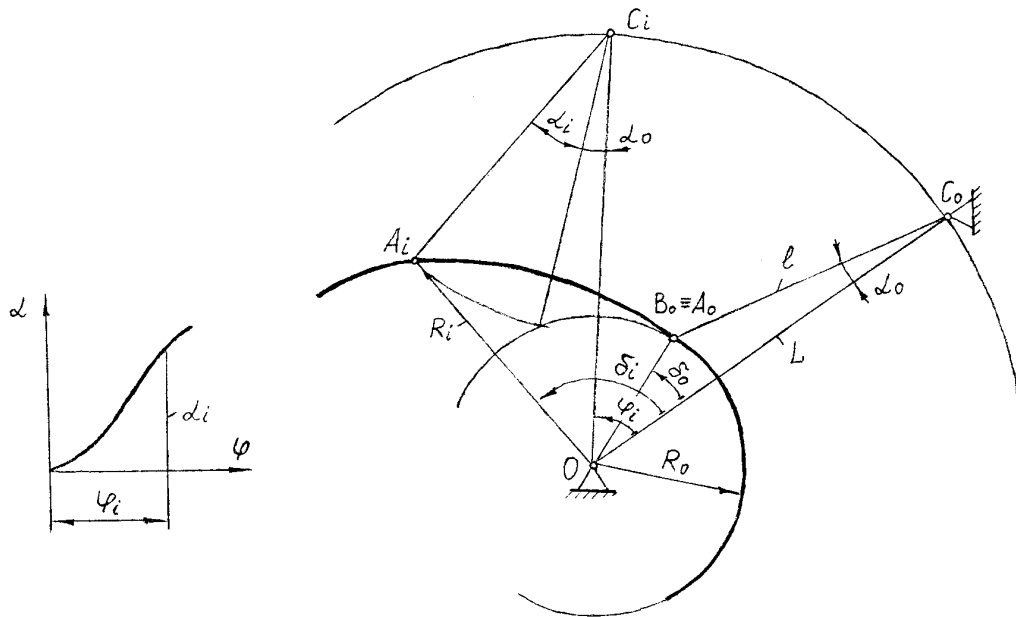
Профилирането на централната крива на гърбицата се извършва съгласно фиг. 5, като се работи в полярните координати  $R_i$  и  $\delta_i$ , определящи се с изразите

$$R_i = \sqrt{L^2 + \ell^2 - 2\ell L \cos(\alpha_0 + \alpha_i)}; \quad (11)$$

$$\sin(\delta_i - \varphi_i) = \frac{\ell}{R_i} \sin(\alpha_0 + \alpha_i), \text{ т.е.}$$

$$\delta_i = \varphi_i + \arcsin \left[ \frac{\ell}{R_i} \sin(\alpha_0 + \alpha_i) \right], \quad (12)$$

$$\text{където } \alpha_0 = \arcsin \frac{L^2 + \ell^2 - R_0^2}{2\ell L}.$$



Фиг. 5

Профилирането започва от началото на фазата  $\varphi_0$ , където  $\varphi_i = \varphi_0 = 0$  и съгласно (11), (12) и фиг. 5

$$R_i = R_0 \text{ и } \delta_i = \delta_0 = \arcsin \left( \frac{\ell}{R_0} \sin \alpha_0 \right).$$

Радиусът на ролката  $r$  се определя по зависимостите

$$r \leq 0,7\rho_{\min} \text{ и } r \leq 0,4R_0. \quad (13)$$

Тук  $\rho_{\min}$  е минималният радиус на кривина на централната крива, който може да се намира в една от фазите  $\varphi_0$  и  $\varphi_{II}$ .

Работния профил на гърбицата е еквилистен на централната крива. Неговите точки се получават от точките

на централната крива, като в нормално направление са преместени навътре на разстояние  $r$ .

## Заклучение

Изведени са редица аналитични зависимости, които позволяват да се профилират гърбични механизми с ролкова кобилица с помощта на компютър.

## Литература

- Вригазов, А., М. Милков, С. Павлов. 1993. *Теория на механизмите и машините*. С., Издателство на ТУ - София, 310 с.  
Тенчев В. 2005. *Теория на механизмите и машините с подробно решени примери*. С., МГУ - Издателска къща "Св. Иван Рилски", 285 с.

Препоръчана за публикуване от  
Рецензент проф. Сл. Дончев, МЕМФ