

## ОПТИМАЛНО ПРЕДСТАВЯНЕ НА ПРИЛОЖНИТЕ МОДЕЛИ НА МИННАТА МЕХАНИКА

**Юлиян Димитров**

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, [juldim@abv.bg](mailto:juldim@abv.bg)

**РЕЗЮМЕ.** Моделите на минната механика се основават на механика на непрекъснатите среди и на специални хипотези. Поради технологични и други причини параметрите на тези модели са с голяма грешка.

При числена реализация моделите на минната механика се представят чрез краен брой дискретни (моделни) елементи. Същевременно технологичните ограничения на точността на параметрите, също води до обособяване на моделни елементи при числения модел.

С настоящия материал се представя метод за определяне на оптимални размери на моделните елементи и оптимално точно, спрямо приложната задача, представяне на модела.

### OPTIMAL PRESENTATION OF THE APPLIED MODELS OF THE MINING MECHANICS

**Julian Dimitrov**

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, [juldim@abv.bg](mailto:juldim@abv.bg)

**ABSTRACT.** The models of the mining mechanics are based on mechanics of continuous environments and on special hypotheses. Because of the technological and another reasons, the parameters of these models have big errors.

At numerical realization the models of mining mechanics are presenting by limited number of discrete (modeling) elements. Simultaneously, the technological restrictions of the parameter's precision also lead to differentiating the model elements at numerical model.

In this material offers method for determination of optimal size of model-element and optimally precisely presentation of the model, according the applied problem.

### Увод

Съществуващите теоретични изследвания и съответни модели в теорията на скалния натиск са с ограничено, върху конкретни минни обекти, приложение и трудно се адаптират за други геомеханични и минно-технологични условия. Необходими са средства за привеждане на сложни аналитични модели в достъпни правила, формули, таблици и др., без това да повлияе на качеството на проектирането на минния обект или разрешаването на конкретен технологичен проблем. Тази задача може да се формулира и като задача за избор на такива методи за моделиране, които водят до най-голяма информативност на данните.

### Цел

Да се обоснове необходимостта от усъвършенствуване на методът за оценка на зависимостите - Method for Valuation of Dependence (MVD) и се илюстрира с определяне на свода на обрушаване при незакрепена хоризонтална изработка;

Да се предложи усъвършенствуване на метода за оценка на зависимостите и приложи за оптимално числено представяне на моделите на минната механика. Да се оптимизира численият модел за определяне на дължината на анкерите при блокова скална конструкция.

### Метод за оценка на зависимостите

Методът за оценка на зависимостите е представен в Димитров (2003). Приложен е за получаване на качествени изводи относно ограниченията при оразмеряване на целици и камери за рудник "Кошава" (Ангелова, 2005).

#### Идея за метода

Нека зависимостта между параметрите е изразена с непрекъсната функционална трансформация  $F$  на физични величини от пространство  $X$  върху  $Y$  ( $Y = F(X) : X \subset \mathbb{R}^m \rightarrow Y \subset \mathbb{R}^n$ ). В резултат всяка двойка точки  $A_0, A \in X$  се трансформира съответно в  $F(A_0) = B_0$ ,  $F(A) = B$  и  $B_0, B \in Y$ . За целите, които си поставяме е достатъчно да се изследва преобразуването на разстоянието  $\|AA_0\|$  в  $\|BB_0\|$ , което наричаме деформиране на пространството.

В механика на скалите, където преобладават малки скорости на динамични прояви е в сила принципът на Галилей за независимост при равномерно движение. От този извод, пренесен за други физични величини освен път и скорост следва, че за да имат еквивалентните геомеханични системи еднакви оценки за деформиране на пространството трябва при дадена трансформация  $F$  да са налице свойствата:

**Св.1.** Деформирането на пространството на параметрите зависи само от големината на нарастването на аргумента и съответното нарастване на функционалната стойност.

**Св.2.** Деформирането на пространството на параметрите е независимо от пропорционалната промяна на мащаба (мерните единици) на аргументите и функционалните стойности.

**Св.3.** При една и съща стойност на аргумента деформирането е право пропорционално на мащаба на функционалните стойности.

Нека  $\overline{A_0A} = \{C : \overline{A_0C} = t\overline{A_0A}, t \in [0,1]\}$  е отсечка, където  $\overline{A_0A} \in X$  и  $S \in \overline{A_0A}$ ,  $A = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $A_0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$  и  $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ . Нека отсечката  $\overline{A_0A}$  не пресича координатните равнини - т.е. координатите на всяка точка от отсечката са различни от нула. Дефинираме

относително разстояние:  $\|AA_0\|_S = \sqrt{\sum_j \left( \frac{x_j - x_j^0}{s_j} \right)^2}$ .

Локално абсолютно към относително деформиране наричаме всяко от числата  $\mu'_\varepsilon = \frac{|f(A) - f(A_0)|}{\|AA_0\|_S}$ , където  $S \in \overline{A_0A}$  и  $\|A_0A\| \leq \varepsilon$ .

**Възстановимост от дискретно представяне**

Казваме, че непрекъснатата зависимост  $F$  е представена дискретно, когато е избрана таблица  $\overline{F}$  от краен брой стойности на аргумента (възлени на  $F$ ) и съответните им функционални стойности. Най-често възлите са равномерно разположени в дефиниционното множество. Таблицата  $\overline{F}$  ще наричаме дискретна зависимост (дискретно изображение).

Определение: Нека  $\varepsilon \geq 0$  и  $\delta \geq 0$  са съответно допустимата относителна грешка за  $X \subset \mathbb{R}^m$  и абсолютна грешка за  $Y \subset \mathbb{R}^n$ . Ще казваме, че дискретното представяне  $\overline{F}$  на  $F: X \rightarrow Y$  може да се възстанови, при даденото  $\varepsilon$ , ако за всеки две предметно различни  $B_0, B \in Y$ ,  $\|B_0B\| > \delta$ , съществуват съответни предметно различни  $A_0, A \in X$  (т.е. съществува и  $S \in \overline{A_0A}$ ), такива че  $\|A_0A\|_S > \varepsilon$  и е изпълнено  $F(A_0) = B_0$  и  $F(A) = B$ .

Критерий за възстановимост: Нека  $\varepsilon \geq 0$  и  $\delta \geq 0$  са съответно допустимите относителна грешка за  $X$  и абсолютна грешка за  $Y$ . Ако е изпълнено  $\frac{\|BB_0\|}{\|AA_0\|_S} \leq \frac{\delta}{\varepsilon}$ , то дискретното представяне  $\overline{F}$  на  $F$  може да се възстанови.

**Неподобряема оценка изразена чрез градиента**

Нека  $F = \{f\}$  се състои само от една функция. Използваме дължината на градиента  $\|\text{grad}_m(f)\| = \sqrt{\sum_j \left( \frac{\partial f(E)}{\partial \ln x_j} \right)^2}$  изразена с полулогаритмична производна  $\frac{\partial f(x)}{\partial \ln x} = x \frac{\partial f(x)}{\partial x}$ .

Изпълнено е:

- $\frac{\|BB_0\|}{\|AA_0\|_E} \leq \sqrt{\sum_j \left( \frac{\partial f(E)}{\partial \ln x_j} \right)^2} = \|\text{grad}_m(f)\|$ ;
- $\frac{\|BB_0\|}{\|AA_0\|_S} = \sqrt{\sum_j \left( \frac{\partial f(E)}{\partial \ln x_j} \right)^2} + O(\|AA_0\|)$ , при подходящо избрани точки  $S, E \in \overline{A_0A}$ .

Условието за възстановимост се записва във вида

$$\|\text{grad}_m(f)\| \leq \frac{\delta}{\varepsilon} \tag{1}$$

**Пример и недостатъци**

Като пример разглеждаме задачата за определяне на височината на свода  $h$  на обрушаване при хоризонтална незакрепена минна изрѣботка (Николаев, 1989; Николаев и Иванчев, 1997). Данните при конкретните геомеханични условия за един участък включват следните механични величини:

- $l$  - ширина на изрѣботката при дименсия (дефиниционен интервал) 2.8 m ÷ 4.2m и размерност;
- $h$  - височина на свода след обрушаване с дименсия 2m ÷ 4m;
- $\gamma$  - обемно тегло на скалата,  $\gamma \in \{21,22,23,24\}$  kN/m<sup>3</sup>,
- $\sigma_R$  - якостна (структурна) константа на скалата с дименсия 6 kN/m<sup>2</sup> ÷ 25 kN/m<sup>2</sup>.

Изчисленията се правят по формулата  $h = 0.15 \frac{\gamma l^2}{\sigma_R}$ .

Допустимата точност за параметрите е зададена с:  $l \in [2.8, 4.2] \pm 0.1$ ,  $h \in [2, 4] \pm 0.25$ ,  $\gamma \in \{21, 22, 23, 24\} \pm 0.5$ ,  $\sigma_R \in [6, 25] \pm 20\%$ . Допустимата точност на резултата  $h$  се определя от практически установената "грубост" на скалата след взривните работи. Неравностите на тавана са от 0.25 ÷ 0.30 m.

...За градиента се получава

$$\|\text{grad}_m(F)\| = \sqrt{\left( \frac{\partial h}{\partial \ln l} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial \ln \gamma} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial \ln \sigma_R} \right)^2} = h \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} = h \sqrt{6}$$

Допустимата средна относителна грешка за данните се представя с  $\varepsilon = \|AA_0\|_S =$

$$= \sqrt{\left(\frac{0.1}{1}\right)^2 + \left(\frac{0.5}{\gamma}\right)^2} + (0.2)^2 \geq 0.2. \quad \text{За грешката на}$$

получените стойности за  $h$  имаме  $\Delta h \geq h \cdot \sqrt{6} \cdot \varepsilon \approx h \cdot 0.49 > 2.0 \cdot 0.49 > 0.25$ .

Получава се, че ползвайки формулата в цялото дефиниционно множество  $X$  се допуска грешка значително по-голяма от допустимата за  $h$ . Като се измени модела така, че да се въведе презапасяване за  $\sigma_R$  (занижаване на стойностите на  $\sigma_R$ ) се получава  $\bar{\varepsilon} = \sqrt{\left(\frac{0.1}{1}\right)^2 + \left(\frac{0.5}{\gamma}\right)^2}$  и тогава критерият за възстановимост ще бъде изпълнен.

Недостатъците на така въведената оценка са:

1. Оценката  $\|grad_{in} f\|$  е неподобряема, но статистически вероятността за нейното достигане е много малка. В този смисъл тази оценка е завишена;
2. В този вид оценката чрез градиента може да се използва предимно за качествени изводи;
3. Не се постига оптимално решаване на задачата, понеже не се отчита случайния характер на данните.

## Модел на сегмента в приведено кълбо на грешките

### Означения

Нека  $F = \{f\}$  се състои само от една функция. Ще използваме означенията: Вектор с абсолютни координати  $\overline{A_0 A} = (x_1 - x_1^0, \dots, x_m - x_m^0)$ , където  $A_0 = (x_1^0, \dots, x_m^0)$  и  $A = (x_1, \dots, x_m)$ ; Вектор с относителни координати  $\overline{A_0 A}_{in} = \left(\frac{x_1 - x_1^0}{x_1^0}, \dots, \frac{x_m - x_m^0}{x_m^0}\right)$ , където точка  $A_0$  не съдържа нулеви координати; Градиент изразен с полулогаритмична производна  $grad_{in} f(A_0) = \left(x_1^0 \frac{\partial f}{\partial x_1}(A_0), \dots, x_m^0 \frac{\partial f}{\partial x_m}(A_0)\right)$ .

Нарастването на функцията се изразява чрез градиента и нарастването на аргументите в относителни координати:

$$\Delta f = grad_{in} f \cdot \overline{A_0 A}_{in} + O\left(\|\overline{A_0 A}_{in}\|^2\right).$$

### Статистическа оценка за възстановимост

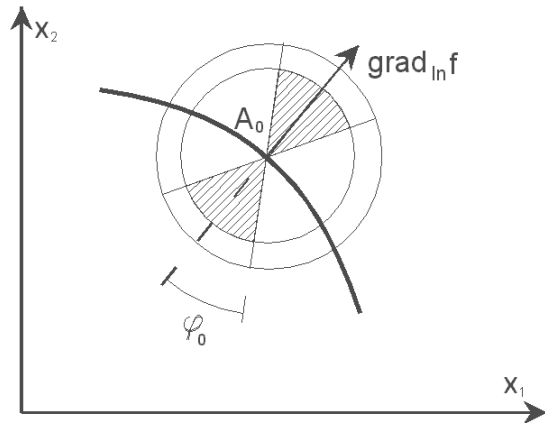
Приемаме, че грешката е равномерно разпределена. Средно статистически можем да заменим  $\Delta f$  с главната му стойност  $grad_{in} f \cdot \overline{A_0 A}_{in}$ . Това е равносилно на замяна на графиката на изображението с тангенциалната равнина към  $f$  в  $A_0$ .

Условието за възстановимост придобива вида

$$\left| grad_{in} f \cdot \overline{A_0 A}_{in} \right| \leq \frac{\delta}{\varepsilon} \|\overline{A_0 A}_{in}\|. \quad (2)$$

### Приведено кълбо на грешките

На Фиг.1 е илюстрирано пространството на аргументите  $X \subset \mathbb{R}^n$ , градиента  $grad_{in} f$  в точка  $A_0$  и графиката на повърхнината на градиента зададена с уравнението  $\sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \dots, x_m) \cdot x_i = 0$ . Изобразено е кълбо с радиус  $\varepsilon$  и сегмент от кълбото с ос успоредна на  $grad_{in} f$  и ъгъл  $\varphi_0$ . Чрез подобие елипсоидът на грешката се свежда да кълбо на грешката, при което пространството се изкривява, така че моделните елементи са разположени в квадратна решетка.



Фиг. 1. Приведено кълбо на грешките и критична област

Можем да отслабим условието за възстановимост, като приемем неравенство (2) да е изпълнено навсякъде освен в достатъчно малък доверителен интервал. Лявата част на неравенство (2) достига по-големи стойности в сегмента с ъгъл  $\varphi_0$  (Фиг.1). Означаваме с  $p$  вероятността грешките на данните да попадат в сегмента. Тази част от кълбото на грешките наричаме критична област. От равенството  $\left| grad_{in} f \cdot \overline{A_0 A}_{in} \right| = k \cdot \|grad_{in} f\| \cdot \|\overline{A_0 A}_{in}\|$ , където  $k = |\cos \varphi|$  и  $\varphi$  е ъгълът между  $grad_{in} f$  и  $\overline{A_0 A}_{in}$ . след заместване в (2) се получава условие за възстановимост

$$k \|grad_{in} f\| \leq \frac{\delta}{\varepsilon}, \quad (3)$$

където  $k = \cos \varphi_0$ ,  $\varphi_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  е ъгълът на сегмента.

Това е равносилно неравенството да бъде изпълнено за областта от кълбото извън сегмента.

Вероятността  $P$  е равна на отношението на обема на сегмента към обема на кълбото и се задава с формулата

$$p = \frac{V(\varphi_0)}{V} = \frac{\int_0^{\varphi_0} \sin^{m-2} \varphi d\varphi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{m-2} \varphi d\varphi} \quad (4)$$

Свойството на изображението  $F$  "да заглажда образа" се изразява във възможността това изображение да се възстанови от дискретно представяне и при малко по-голяма стъпка на дискретното представяне  $\bar{F}$ . Понятието възстановимост на  $F$  използваме по аналогия от теория на графичните цифрови изображения. В този смисъл  $F$  е нискочестотен филтър. Числото  $(1-p)$  е доверителна вероятност  $F$  да се възстанови. Следователно при намаляване на радиуса на кълбото  $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \dots + \varepsilon_m^2}$  на  $\bar{\varepsilon} = (1-p)\varepsilon$  изображението  $F$  може да се възстанови с вероятност  $(1-p)$ . Това намаляване на размера на кълбото на грешките води и до намаляване на дела на критичната област от кълбото на грешките. Намалява се и вероятността  $p = \frac{V(\varphi_0)}{V}$  на  $\bar{p} = (1-p)p$ . Тогава окончателната доверителна вероятност е  $1 - \bar{p} = 1 - (1-p)p = 1 - p + p^2$ .

Окончателно условието за възстановимост се записва във вида

$$k \cdot (1-p) \cdot \|\text{grad}_m f\| \leq \frac{\delta}{\varepsilon}, \quad (5)$$

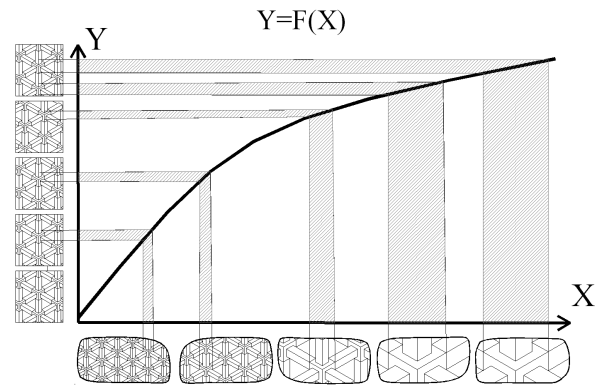
където  $k = \cos \varphi_0$ ,  $\varphi_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

### Определяне на моделните елементи в приложни модели на минната механика

Общото между приложните модели на скалната механика е разделянето на непрекъснатата среда, която най-често е скалния масив, на дискретни - моделни елементи. Поради големите допустими грешки на данните, моделните елементи могат да бъдат с относително големи размери. За определяне на подходящи размери на моделните елементи все още се използват неточни методи. Обикновено размерите се определят от геометрични параметри на скалната среда, което не е оптимално решение.

Прилагането на достатъчно точен метод за оценка на начина на преобразуване на данните дава възможност да се решава обратната задача. Като се знае необходимата точност на резултата е възможно посредством критерия за възстановимост да се определи оптималния размер на

моделните елементи, така като е илюстрирано на фиг. 2. При една и съща точност на данните на изхода се получават различни размери на входа в зависимост от наклона на графиката на зависимостта



Фиг. 2. Определяне на размерите на моделните елементи в зависимост от наклона на графиката

### Реализация на метода

Като пример ще разгледаме част от модела, на анкервано скално тяло при средно блоков скален строеж, изследван в Николаев (1989). Формата на тавана е свод. На ширината на тавана са разположени от три до шест броя скални блокове. Дебелината на блоковата скална конструкция  $\Delta$  и дължината на анкерите  $l_a$  укрепващи свода се определят от формулата

$$\frac{\Delta}{D_0} = \frac{l_a}{D_0} = \frac{3(1-\lambda_1)}{1.5\lambda_1 - 2 + \sqrt{(2-1.5\lambda_1)^2 + 6(1-\lambda_1) \frac{|\sigma_H|}{P}}}, \quad (6)$$

където  $\lambda_1 = \sqrt{\frac{1+\lambda}{2}}$ ,  $\lambda = \frac{\nu}{1-\nu}$

$\Delta$  - Дебелина на блоковата скална конструкция.

$D_0$  - Диаметър на минната изработка или приведен диаметър, ако минната изработка не е кръгла;

$l_a$  - Дължина на анкера. При анкери със заклиняващи устройства се прибавя дължина на опашката и половината дължина на закрепващото устройство;

$\sigma_H$  - Якост на натиск на скалата;

$\nu, \lambda$  - Коефициент на Поасон и коефициент на страничен отпор;

$$P = \gamma H.$$

Формулата задава функция на четири параметъра  $l_a = l_a(D_0, \lambda_1, P, |\sigma_H|)$ .

Информация за данните:  $0.1 \leq \nu \leq 0.27$ ,  $3 \leq \frac{|\sigma_H|}{P}$ ,

$$H = 400m \pm 20, D_0 = 4m \pm 5\%.$$

Полагаме  $\lambda_2 = 3(1 - \lambda_1)$ ,  $\lambda_3 = 2 - 1.5\lambda_1$ ,

$$C_0 = \frac{\lambda_2}{\lambda_3^2}$$

и получаваме  $l_0 = \frac{\lambda_3}{2} \cdot D_0 \cdot \frac{P}{|\sigma_H|} \left( 1 + \sqrt{1 + 2C_0 \frac{|\sigma_H|}{P}} \right)$ .

Таблица 1:  
Номерирани четири групи експериментални данни:

№ група	$\nu$	$ \sigma_H $ [MPa]	$\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$l_a$ [m]
1	0.25	30	20	1.50+0.2
2	0.20	50	24	1.50+0.2
3	0.15	70	26	1.50+0.2
3	0.10	90	26	1.50+0.2

Изчисляваме градиента изразен с полулогаритмичната производна. Означаваме

$$F = \frac{\lambda_3}{2} \cdot D_0 \cdot \frac{P}{|\sigma_H|} \left( 1 + \sqrt{1 + 2C_0 \frac{|\sigma_H|}{P}} \right),$$

$$Q = \frac{\lambda_3}{2} \cdot D_0 \cdot \frac{P}{|\sigma_H|} \left( \sqrt{1 + 2C_0 \frac{|\sigma_H|}{P}} \right).$$

Получаваме  $\frac{\partial F}{\partial \ln D_0} = F$ ;  $\frac{\partial F}{\partial \ln \lambda_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \cdot \frac{\partial F}{\partial \ln \lambda_3} \cdot \frac{\partial \lambda_3}{\partial \lambda_1} + \frac{\lambda_1}{C_0} \cdot \frac{\partial F}{\partial \ln C_0} \cdot \frac{\partial C_0}{\partial \lambda_1}$ , където  $\frac{\partial F}{\partial \ln \lambda_3} = F$ ,

$$\frac{\partial F}{\partial \ln C_0} = Q \cdot C_0 \frac{|\sigma_H|}{P} \text{ и } \frac{\partial C_0}{\partial \lambda_1} = \frac{3C_0}{\lambda_3} - \frac{3}{\lambda_3^2};$$

$$\frac{\partial F}{\partial \ln P} = F - Q \cdot C_0 \frac{|\sigma_H|}{P}; \quad \frac{\partial F}{\partial \ln |\sigma_H|} = F + Q \cdot C_0 \frac{|\sigma_H|}{P}.$$

Получаваме

$$\text{grad}_{\ln}(F) = \sqrt{\left( \frac{\partial F}{\partial \ln \lambda_1} \right)^2 + 3F^2 + 2 \left( Q \cdot C_0 \frac{|\sigma_H|}{P} \right)^2}.$$

Допустимите грешки на параметрите са :  
 $l_a \in \{1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8, 2.0, 2.4, 2.5, 3.0\} \text{m} \pm 0.25$ ,  
 $D_0 = 4 \pm 5\%$ ,  $\lambda_3 \in [0.755, 0.91] \pm 2.1\%$ ,  
 $C_0 \in [0.885, 0.98] \pm 1.4\%$ ,  $P \in [7.2, 11.3] \times 10^3 \pm 0.2\%$ .  
 Неравностите на тавана от 0.25 ÷ 0.30 m определят и допустимата точност на резултата – точност на параметъра дължина на анкерите  $l_a$ .

Параметърът  $|\sigma_H| \in \{30, 50, 70, 90\} \pm 10$  - е взет с презапасяване. Това означава, че  $|\sigma_H|$  участва при

пресмятане на  $\text{grad}_{\ln}(F)$ , но не участва при определяне на допустимата грешка на аргументите  $\varepsilon$ . Параметърът  $|\sigma_H|$  е с абсолютна грешка 10 MPa, която приемаме, че е равномерно разпределена. Всяка стойност на  $|\sigma_H|$  от таб. 1 представя симетрично разположен около нея интервал с дължина 20 MPa. Ще казваме, че имаме абсолютно презапасяване, когато стойностите на  $|\sigma_H|$  заменим съгласно таб.2.

Таблица 2:  
Приведени стойности при презапасяване

№ група	За дадени стойности $ \sigma_H $ [MPa]	Приведени стойности $ \sigma_H $ [MPa]
1	30	20
2	50	40
3	70	60
3	90	80

При абсолютно презапасяване ще ползваме означението  $|\sigma_H| \in \{20, 40, 60, 80\}_{-0}^{+20}$ . Получените стойности на градиента за всяка група от данните са дадени в таб. 3.

Таблица 3:  
Стойност на градиента при презапасяване

№ група	$\text{grad}_{\ln}(F)$ [m]
1	0.9454
2	0.6324
3	0.5058
3	0.4336

Допустимата грешка за данните е

$$\varepsilon = \sqrt{\left( \frac{5}{100} \right)^2 + \left( \frac{2.1}{100} \right)^2 + \left( \frac{0.2}{100} \right)^2 + \left( \frac{0}{100} \right)^2} = 0.543 \text{ и}$$

допустимата грешка на резултата -  $\delta = 0.25 \text{ m}$ .

Условието за възстановимост може да се запише във вида

$$\frac{\delta}{\|\text{grad}_{\ln}(F)\| \cdot \varepsilon} \geq k(1 - p). \quad (7)$$

където P е вероятността грешката на данните да попадне в сегманте и коефициент  $k = \cos \varphi_0$ .

За функция F с четири аргумента е изпълнено  $1 - p = \frac{3k - k^3}{2}$  и е изведена таблица от стойности за коефициента k и достоверността  $1 - \bar{p}$  (таб.4).

За група №4 от разглежданите данни лявата част е със стойност по-голяма от 1 – условието за възстановимост е

изпълнено при  $p = 0$  и  $k = 1$  т.е. със 100% достоверност. За група №1 по таб.4 условието за възстановимост е изпълнено с 88% достоверност, група №2 – с 92% достоверност и група №3 – 99%.

Таблица 4:

Стойности за коефициента  $k$  и достоверността

$k$	$p$	$1 - \bar{p}$	$k(1 - p)$
0.95	0.004	0.996	0.92
0.90	0.02	0.98	0.88
0.85	0.03	0.97	0.82
0.80	0.06	0.94	0.75
0.75	0.09	0.92	0.68
0.70	0.12	0.89	0.62
0.65	0.16	0.86	0.55
0.60	0.21	0.83	0.47
0.55	0.26	0.80	0.41
0.50	0.31	0.79	0.34
0.45	0.37	0.77	0.28
0.40	0.44	0.76	0.22
0.35	0.50	0.75	0.17

Разглеждаме задачата без презапасяване за  $|\sigma_n|$ , като поставяме условието да определим, каква е необходимата точност за параметъра  $|\sigma_n|$ . Получените стойности за градиента са дадени в таб. 5.

Таблица 5:

Стойност на градиента без презапасяване

№ група	$\text{grad}_{in}(F)[m]$
1	0.7510
2	0.5620
3	0.4662
3	0.4508

#### Допустимата грешка за данните е

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{5}{100}\right)^2 + \left(\frac{2.1}{100}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{100}\right)^2 + \left(\frac{25}{100}\right)^2} = 2.558$$

Лявата част на неравенство (7) приема стойности от 0.260 ÷ 0.434. След сравняване с израза  $k(1 - p)$  от таб.4 се установява, че при всичките данни №1, №2, № 3 и № 4 условие (7) е изпълнено с достоверност 75%.

Ако задачата е формулата (6) да е изпълнена с 92% достоверност, то се решава обратната задача. Определя се необходимата точност за  $|\sigma_n|$ , така че неравенство (5) да бъде изпълнено. При  $1 - \bar{p} = 0.92$  от Таб.4  $k(1 - p) = 0.68$ . Изразяваме от (5) неравенството

$$\varepsilon \leq \frac{\delta}{k(1 - p) \|\text{grad}_{in}(F)\|} \text{ и получаваме стойности от } 0.979 \div 1.631. \text{ Означаваме с } X \text{ точността на } |\sigma_n|. \text{ Тогава}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{5}{100}\right)^2 + \left(\frac{2.1}{100}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{100}\right)^2 + \left(\frac{x}{100}\right)^2} = \frac{\sqrt{29.45 + x^2}}{10}.$$

За  $x$  получаваме стойности от 8.15 до 15.38. Приемаме необходимата относителна точност  $x = 8.15$ . В този случай казваме, че работим с параметъра  $|\sigma_n|$  с презапасяване при достоверност 92% и приведените му стойности са моделни числа, които можем да означим с

$$|\sigma_n| \in \{23.25, 43.25, 63.25, 83.25\}_{-3.25}^{+16.75}.$$

#### Изводи

Предложеното усъвършенстване на метода MVD дава възможност за количествена оценка на използваните формули за оразмеряване в приложните модели на минната механика. Методът дава възможност да се решава и обратната задача, при която се определя размера и числените стойности на моделните елементи. В този случай е възможно при необходимост да се определи обосновано презапасяването на параметрите. Дава се количествена оценка – достоверност за избора на презапасяването. Възможността за определяне на размери на моделните елементи може да се приложи за оптимален избор на елементите при числения метод на крайните елементи.

Предложеният метод има съществена икономическа значимост, понеже гарантира оптимално приложно моделиране в скалната механика с по-голяма икономическа ефективност. Може да даде отговори на проблеми с голямо икономическо значение и може да се приложи за усъвършенстване на нормативната база на минното производство.

#### Литература

- Ангелова Р., 2005. *Изследване на параметрите на камерно-целикова система на разработване* (за условията на рудник "Кошава"), Дис.Д-р, -Архив МГУ.
- Димитров Ю. 2003. Оптимизиране на информативността на данните и оценка на числените модели в геомеханиката, Сб. Доклади "Съвременни геомех. методи в минната промишленост и подземното гражданско и тунелно строителство", Несебър.
- Димитров Ю. 2003. Оценка на зависимостите използвани за оразмеряване на целици и камери, Сб. Доклади "Съвременни геомех. методи в минната промишленост и подземното гражданско и тунелно строителство", Несебър.
- Николаев Н., 1989. Развитие на теорията и практиката на анкерния крепеж за подземни съоръжения, Дисертация за д.т.н. – Архив ВМГИ.

Николаев Н., З. Иванчев, 1997. Комбиниран метод за определяне свода на разрушение при седиментни скали, Геомеханично осигуряване на минното производство, Несебър, 1997.

Препоръчана за публикуване от катедра "Математика", МТФ