

ИЗПОЛЗВАНЕ ТЕОРЕМАТА НА ШОКЛИ-РАМО ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ЗАРЯДА НА ЕДИНИЦА ДЪЛЖИНА НА СТРУНЕН НЕУТРАЛИЗАТОР

Стефан Стефанов¹, Иван Милев², Иван Проданов³

^{1,2,3} Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

РЕЗЮМЕ. В статията се разглежда конструкция на индукционен струнен неутрализатор на електростатични заряди. Предлага се методика за неговото оразмеряване. Чрез използване на теоремата на Шокли-Рамо се извежда израз, с който се определя линейната плътност на заряда на единица дължина и интензитета на електрическото поле на разрядния електрод, представляващ опъната струна (проводник).

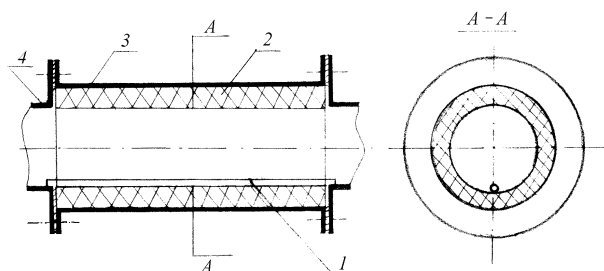
USE OF THE SHOCKLY-RAMO THEOREM FOR DETERMINATION OF THE STRING NEUTRALIZER CHARGE PER UNIT OF LENGTH

Stefan Stefanov¹, Ivan Milev², Ivan Prodanov³

^{1,2,3} University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

ABSTRACT. Design of an inductive string neutralizer of electrostatic charges is treated in the system. A methodology for its dimensioning is proposed. An expression for determination of the charge linear density per unit of length and the electric field strength of the discharge electrode representing a stringed wire (string) is worked out by the Shockly-Ramo theorem.

Едно от средствата за понижаване плътността на заряда на наелектризиран нефтопродукт е използването на индукционен неутрализатор със заземен разряден електрод във вид на проводник с малък диаметър (струнен неутрализатор) (фиг.1).



Фиг.1

Работата на такъв неутрализатор се основава на увеличаване проводимостта на течността под действие на електрическото поле, възникващо в областта на разряден електрод, създадено от преминаващата течност. Колкото по-силно е полето в областта около електрода, толкова по-ефективно е действието на неутрализатора.

Интензитетът на полето около електрода до голяма степен се определя от дебелината на диелектричната вложка (2) и диаметра на разрядния електрод (1). Ако са зададени проходният диаметър на неутрализатора, диаметърът на разрядния електрод, входната плътност на заряда и желаният коефициент на ефективност, задачата за изчисляване на неутрализатора се свежда до

определяне на оптималния външен диаметър на диелектричната вложка и дължината на разрядния електрод.

Редът на изчисляване се състои в следното: определяне на тока на отрязък от разрядния електрод с дължина Δl_1 , за който интензитетът на електростатичното поле се приема за постоянен; изчисляване на заряда в следващия по дължината участък на неутрализатора Δl_2 с отчитане на изтичащия заряд по дължината Δl_1 и т.н.

Резултантната дължина на разрядния електрод е

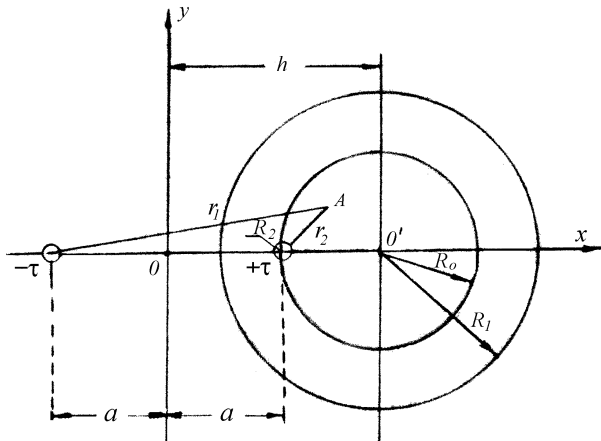
$$l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots + \Delta l_n, \quad (1)$$

при която се достига зададеният коефициент на ефективност. Количеството на заряда, изтичащ в земята от участъка Δl на разрядния електрод се определя от интензитета на полето, вида на течността и диаметъра на разрядния електрод. Интензитетът на полето, създадено от електрода, се определя от индукцията върху него заряд на единица дължина τ в зависимост от входната плътност ρ на заряда в неутрализатора.

Правят се следните допускания: краевият ефект на участъка от разрядния електрод Δl не се отчита, което позволява да се реши равнинна задача; поради малкия диаметър на разрядния електрод интензитетът на полето

по повърхността му се приема за равномерен; относителната диелектрична проникваемост на диелектричната вложка и на нефтопродукта, се приемат за постоянни; при изчисляването не се отчита влиянието на заряда на течността, отложен върху стените на диелектричната вложка, което значително опростява решението, а възникваща грешка води до занижаване на изчислените стойности за ефективността на неутрализатора в сравнение с истинските.

Стойността на заряда τ , индуциран на единица дължина на разрядния електрод, се определя в съответствие със схемата на фиг. 2.



Фиг.2. 1 – разряден електрод; 2 – диелектрична вложка; 3 – корпус; 4 – тръбопровод

Предвид малкия радиус на разрядния електрод R_2 се приема, че неговият център е разположен на разстояние R_0 от оста на сечението на неутрализатора R_0 е вътрешният радиус на диелектричната вложка).

В съответствие с теоремата на Шокли-Рамо [1] зарядът, индуциран на един от електродите, следствие на заряда Q създаващ полето, се определя с изрза

$$Q_{\text{инд}} = q \phi_A, \quad (2)$$

където ϕ_A е потенциалът на фиктивно лапласово поле в точката, в която се намира зарядът Q , който възниква, ако на електрода, на който се определя заряда е зададен потенциал равен на единица, а на останалите електроди потенциалите са равни на нула.

Следователно, върху разрядния електрод зарядът е:

$$\tau = \iint \rho \phi_A ds, \quad (3)$$

където S е площта на сечението на неутрализатора, запълнено с наелектризираната течност.

Лапласовият потенциал ϕ_A се определя по методика за изчисляване на електрическо поле в система на коаксиални цилиндри [2]:

$$\phi_A = \frac{\tau}{2\pi \epsilon_o \epsilon_r} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (4)$$

Потенциалите на цилиндрите с радиуси R_1 и R_2 са:

$$\phi_1 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon_o \epsilon_r} \ln \frac{a + (h - R_1)}{R_1}, \quad a \quad (5)$$

$$\phi_2 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon_o \epsilon_r} \ln \frac{2a}{R_2}. \quad (6)$$

По условието на теоремата на Шокли-Рамо

$$\phi_2 - \phi_1 = 1,$$

следователно

$$\frac{\tau}{2\pi \epsilon_o \epsilon_r} \ln \frac{2a}{R_2} - \frac{\tau}{2\pi \epsilon_o \epsilon_r} \ln \frac{a + (h - R_1)}{R_1} = 1,$$

откъдето

$$\tau = \frac{2\pi \epsilon_o \epsilon_r}{\frac{2a}{R_2} \ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}} = \frac{2\pi \epsilon_o \epsilon_r}{\frac{2aR_1}{R_2} \ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}}. \quad (7)$$

Замествайки (7) в (4) се получава

$$\phi_A = \frac{1}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}} \cdot \ln \frac{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}. \quad (8)$$

Зарядът на единица дължина на разрядния електрод е

$$\tau = \frac{\rho}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}} \iint \ln \frac{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} dx dy.$$

Точка O' (фиг.2) е с координати: $O'(a + R_0, 0)$, а $x \in [a, 2R_0]$.

От уравнението за окръжност

$$(x - a - R_0)^2 + y^2 = R_0^2$$

се определя: $y_1(x) = -\sqrt{R_0^2 - (x - a - R_0)^2}$ и

$$y_2(x) = +\sqrt{R_o^2 - (x - a - R_o)^2}.$$

При това

$$\tau = \frac{\rho}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}} \int_a^{a+2R_o} \int_{-\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}^{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}} \ln \sqrt{\frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}} dx dy. \quad (9)$$

Ако се положи $A = \frac{\rho}{\ln \frac{2aR_1}{R_2[a + (h - R_1)]}}$, изразът (9) добива вида:

$$\tau = \frac{1}{2} A \int_a^{a+2R_o} \int_{-\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}^{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}} \left[\ln[(x+a)^2 + y^2] - \ln[(x-a)^2 + y^2] \right] dx dy \quad (10)$$

След интегриране по части, по отношение на променливата y , от (10) се получава:

$$\begin{aligned} \tau = A \left\{ \int_a^{a+2R_o} \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x+a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] - \right. \\ \left. - 2\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} + 2(x+a) \cdot \text{arctg} \frac{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}{(x+a)} - \right. \\ \left. - \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x-a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] + \right. \\ \left. + 2\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} - 2(x-a) \cdot \text{arctg} \frac{\sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2}}{(x-a)} \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

По-нататък следва да се извърши интегриране на израза (11) по отношение на променливата x . Интегрирането само на първия член от този израз е:

$$\int_a^{a+2R_o} \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x+a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] dx.$$

Ако се положи $x - a - R_o = v$, то: при $x = a$, то $v = -R_o$, при $x = a + 2R_o$, то $v = R_o$, $x - a + a - a - R_o = v$, откъдето $x + a = v + 2a + R_o$.

Тогава

$$\int_a^{a+2R_o} \sqrt{R_o^2 - (x-a-R_o)^2} \cdot \ln[(x+a)^2 + R_o^2 - (x-a-R_o)^2] dx = \int_{-R_o}^{R_o} \sqrt{R_o^2 + \epsilon^2} \cdot \ln[(\epsilon+2a+R_o)^2 + R_o^2 - \epsilon^2] d\epsilon. \quad (12)$$

Решението на израза (12) се извършва, като се използва итерацията $\epsilon = R \sin \tau$. Следователно

$$\begin{aligned} & \int_{-R_o}^{R_o} \sqrt{R_o^2 + \epsilon^2} \cdot \ln[(\epsilon+2a+R_o)^2 + R_o^2 - \epsilon^2] d\epsilon = \\ & = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sqrt{R_o^2 (1 - \sin^2 \tau)} \cdot \ln(R_o \cdot \sin \tau + 2a + R_o^2 - R_o^2 \sin^2 \tau) R_o \cos \tau d\tau = \\ & = R_o^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \ln \left[(2a + R_o^2) \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right) \right] d\tau. \end{aligned}$$

По-нататък изразът $\ln \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right)$ се разлага в ред на Тейлор, или

$$\ln \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right) \approx \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right)^2.$$

Тогава

$$\begin{aligned} & R_o^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left[(2a + R_o^2) \left(1 + \frac{R_o^2 \cos^2 \tau + R_o \sin \tau}{2a + R_o^2} \right) \right] d\tau = R_o^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^2 \tau \left[\ln(2a + R_o^2) + \frac{R_o^2}{2a + R_o^2} \cos^2 \tau + \frac{R_o}{2a + R_o^2} \sin \tau - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_o^2}{2a + R_o^2} \cos^2 \tau - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_o}{2a + R_o^2} \sin \tau \right] d\tau = R_o^2 \ln(2a + R_o^2) \frac{\pi}{2} + \\ & + \frac{R_o^4}{2a + R_o^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^4 \tau d\tau + \frac{R_o^3}{2a + R_o^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin \tau \cdot \cos^2 \tau d\tau = R_o^2 \ln(2a + R_o^2) \frac{\pi}{2} + \frac{3R_o^4}{4(2a + R_o^2)}, \end{aligned}$$

тъй като

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^4 \tau d\tau = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \tau d\tau = 2 \frac{(4-1)!!}{4!!} = 2 \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{4}, \quad \text{а} \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin \tau \cdot \cos^2 \tau d\tau = 0.$$

Интегрирането на останалите членове на израз (11) се извършва по аналогичен начин.

От фиг. 2 следва, че $h = a + R_o$.

Като се използва свойството $\frac{h+a}{R_1} = \frac{R_1}{h-a}$ [2] се получава

$$(h-a)(h+a) = (a+R_o-a)(a+R_o+a) = R_1^2, \text{ откъдето}$$

$$a = \frac{R_1^2 - R_o^2}{2R_o}, \quad h = \frac{R_1^2 + R_o^2}{2R_o}, \text{ а дебелината на стената}$$

на диелектричната вложка е $d = R_1 - R_o$.

При определен заряд τ на единица дължина на разрядния електрод интензитетът на полето е

$$E = \frac{\tau}{2\pi \epsilon_o \epsilon_r R_2}.$$

Препоръчана за публикуване от
Катедра "Електротехника", МЕМФ

В заключение може да се направи изводът, че в доклада е направено теоретично изследване и е предложена методика, по която при зададени ρ, R_o, R_1, R_2 и при променливо d може да се построи зависимостта $E(\tau) = f(d)$, а от там да се избере ефективността на неутрализатора.

Литература

- Герштейн Г.М. Общий случай наведения токов при движении заряда и незаряженных проводников. Журн.техн.физ., 35, №5, 1963.
Даревский А.И., Е.С.Кухаркин. Теоретические основы электротехники, часть II, Основы теории электромагнитного поля, М., изд. "Высшая школа", 1965.