

## ИЗСЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА НЕЛИНЕЙНОСТТА НА ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИТЕ ПРИ ИЗМЕРИТЕЛНИТЕ УРЕДИ СЪС СТАТИЧЕСКО УРАВНОВЕСЯВАНЕ

**Г. Радулов**

*Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София*

**РЕЗЮМЕ:** В системите за автоматично регулиране се изисква линейна зависимост между измерваната величина и изходния сигнал на измерителния уред. Грешката от нелинейност оказва влияние върху точността на цялата система. Това налага строги изисквания към линейността на характеристиките на измервателните уреди от системите за автоматично управление. В представената работа се изследва влиянието на нелинейните преобразуватели използвани в уредите със статическо уравнивяване. Аналитично се доказва, че при този тип уреди нелинейността на отделните преобразуватели, включени във веригата за право предаване, оказва толкова по-слабо влияние върху линейността на характеристиката на уреда, колкото по-добре е изпълнено условието  $1 \ll K.C$ , където  $K$  е произведението от преобразователните коефициенти на преобразувателите във веригата за право предаване на сигнала,  $C$  е коефициентът на преобразуване на веригата за обратно предаване. При достатъчно големи стойности на произведението  $K.C$ , нелинейността на преобразувателите във веригата за право предаване практически не оказва влияние.

### INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE NON-LINEARITY OF TRANSDUCERS IN THE MEASUREMENTS INSTRUMENTS WITH THE STATIC BALANCE

**Georgy Radulov**

*University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, Bulgaria*

**ABSTRACT:** In the systems for automatic control it is required linear dependence (relationship) between measuring quantity and output signal of the measuring instrument. The error from non-linearity influences over the whole system of control. This imposes strict requirements towards linearity of measuring instruments characteristics including from the systems for automatic control. The present paper investigates the influence of non-linear transducers used in measuring instruments with static balance. It is proved analytically, that in this type of instruments the non-linearity of different transducers, included in the chain (circuit) for direct transfer of signal, bring as influence over the linearity of characteristic of instrument as better the condition  $1 \ll K.C$ , is realized, where  $K$  is the product from transformation coefficient of transducers included in the chain (circuit) for direct transfer of signal (forward channel),  $C$  is the coefficient of transformation of transducers, included in the feedback channel. At high values of the product  $K.C$ , the non-linearity of transducers in the forward channel practically does not influence.

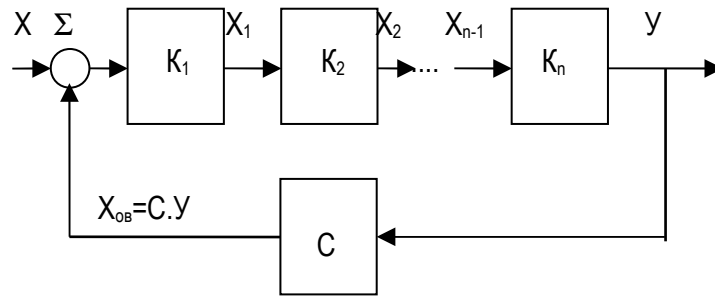
### Въведение в проблема

Уредите със статическо уравнивяване намираха и намират много широко приложение. С навлизането на микропроцесорите в измерителната техника, те изземват някои техни предимства. Въпреки това, като сериозни техни предимства си остават намаленото (теоретично, при определени условия, нулево) влияние на мултипликативните смущения върху точността на измерване и възможността да усилват, с висока точност, маломощни напреженови и токови сигнали. А трябва да се подчертае, че при автоматизация на производствените процеси, често се налага измерване на такива сигнали, получавани от термодвойки, тензорезистори, йонизационни преобразуватели, пиезопреобразуватели, електрохимични преобразуватели (pH-преобразуватели) и др. Възможностите им да усилват слаби сигнали добре хармонизира с използвания в системите за автоматизация унифициран токов сигнал (0-20 и 4-20 mA), който се получава именно с измерителни уреди работещи на принципа на статическото уравнивяване. Подчертаните, заедно с другите им предимства ги прави интересни и в бъдеще.

Този тип уреди са били обект на разглеждане от много автори (Туричин и др. 1975, Нейков, Ставракиев, 1991, Ставракиев, 1995, Орнатски, 1980. В някои от цитираните източници въпросът за влиянието на преобразувателите с нелинейна функция на преобразуването, включени във веригата за право предаване на сигнала, не е засегнат въобще. В други (Нейков, Ставракиев, 1991) се казва, "че грешката от нелинейност има условен характер и реално съществува при наличието на линейна скала". Казаното е вярно, когато се разглеждат показващи измерителни уреди. Но в системите за автоматично регулиране, където скала не е необходима, а се изисква линейна зависимост между измерваната величина и изходния сигнал на измерителния уред, грешката от нелинейност има съществено значение. Това е мотивът за да бъде разгледано влиянието на преобразувателите с нелинейна функция на преобразуването върху характеристиката на измерителните уреди със статическо уравнивяване.

### Постановка на задачата

На фиг.1 е дадена структурната схема на уреди работещи по принципа на статическото уравнивяване.



Фиг.1

В общ вид зависимостта  $Y = f(x)$ , където  $X$  е входната, а  $Y$  – изходната величина, е дадена в цитираната литература Туричин и др., 1975, Ставракиев, Туренков, 1984, Радулов, 1995. Тя се извежда лесно като се изходи от преобразователната функция на отворената верига

$$Y = K_1 \cdot K_2 \dots K_n \cdot \Delta X = K_1 \cdot K_2 \dots K_n \cdot (X - X_{об})$$

където  $X_{об}$  е сигналът на обратна връзка равен на  $X_{об} = C \cdot Y$ , а  $C$  е предавателният коефициент на веригата за обратна връзка. С  $K_1 \dots K_n$  са означени коефициентите на преобразуване на преобразователите във веригата за право предаване на сигнала. Замествайки сигнала на обратна връзка в горния израз се получава

$$Y = (X - C \cdot Y) \cdot K_1 \cdot K_2 \dots K_n$$

и след преобразуване

$$Y = \frac{K_1 K_2 \dots K_n}{1 + C \cdot K_1 \cdot K_2 \dots K_n} X$$

Така полученият израз не дава информация за влиянието на нелинейността на преобразователите във веригата за право предаване на сигнала върху характеристиката на измерителния уред.

В частният случай, когато е изпълнено условието  $1 \ll C \cdot K_1 \cdot K_2 \dots K_n$ , се получава

$$Y \approx \frac{X}{C}$$

От тук може да се извади заключение, че нелинейността на цитираните преобразователи, при изпълнено условие  $1 \ll C \cdot K_1 \cdot K_2 \dots K_n$ , не влияе върху линейността на измерителния уред, но остава съмнение, тъй като последният израз е получен при условие, че преобразователите са с линейни характеристики.

### Аналитично изследване влиянието на нелинейността на преобразователите върху характеристиката на уреда

Да разгледаме случай когато един от преобразователите има нелинейна преобразователна характеристика от вида

$f=f(x^2)$ . Нека това да е  $i$ -ят преобразовател. Тогава за  $X_i$  от веригата за право предаване може да се запише

$$\begin{aligned} X_i &= K_i (K_1 K_2 \dots K_{i-1} \Delta X)^2 = \\ &= K_i [K_1 \cdot K_2 \dots K_{i-1} (X - C \cdot Y)]^2 \end{aligned}$$

Да означим  $K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \dots K_{i-1}$  с  $K_a$ , тогава изходният сигнал ще бъде равен на

$$Y = K_i \dots K_n (K_a^2 \cdot X^2 - 2K_a \cdot C \cdot X \cdot Y + C^2 Y^2),$$

нека означим  $K_1 \dots K_n$  с  $K_b$ , сега за изходния сигнал може да се запише

$$Y = K_a^2 \cdot K_b \cdot \Delta X = K_a^2 \cdot K_b (X^2 - 2 \cdot C \cdot X \cdot Y + C^2 Y^2)$$

При полагане на  $K_a^2 \cdot K_b = K$  и след разкриване на скобите и обработка на резултата се получава

$$Y^2 - \left( \frac{1 + 2K \cdot C \cdot X}{K \cdot C^2} \right) Y - \frac{X^2}{C^2} = 0$$

или  $Y$  ще бъде равно на

$$Y = \frac{1 + 2K C X}{2K C^2} \pm \sqrt{\left( \frac{1 + 2K C X}{2K C^2} \right)^2 - \frac{X^2}{C^2}}$$

От така получения израз по-скоро може да се заключи, че характеристиката на уреда е нелинейна.

Ако е изпълнено условието  $1 \ll 2K_{\Sigma 1}^2 \cdot K_{\Sigma 2} \cdot C \cdot X$  и след съкращения се получава

$$Y^2 - \frac{2X}{C} Y - \frac{X^2}{C^2} = 0$$

или

$$Y = \frac{X}{C} \pm \sqrt{\left( \frac{X}{C} \right)^2 - \left( \frac{X}{C} \right)^2} \text{ т.е. } Y = \frac{X}{C}$$

Вижда се, че при това условие характеристиката на измерителния уред остава линейна и когато един от преобразувателите, във веригата за право предаване, има нелинейна характеристика от вида  $f(x^2)$ .

Да разгледаме случая когато  $i$ -ят преобразувател има функция на преобразуването от вида  $X_i=f(a.x+b.x^2)$ , тогава сигналът след  $i$ -я преобразувател ще бъде

$$X_i = a \cdot \prod_{j=1}^{i-1} K_j \cdot \Delta X + b \left( \prod_{j=1}^{i-1} K_j \cdot \Delta X \right)^2$$

Като се положи  $\prod_{j=1}^{i-1} K_j = K_{\Sigma 1}$ , ще се получи

$$X_i = a \cdot K_{\Sigma 1} \Delta X + b K_{\Sigma 1}^2 \Delta X^2$$

а  $Y$  ще бъде равно на

$$Y = X_i \cdot \prod_{p=i+1}^n K_p \text{ полагаме } \prod_{p=i+1}^n K_p = K_{\Sigma 2}$$

Тогава

$$Y = K_{\Sigma 2} \cdot X_i = K_{\Sigma 2} (a \cdot K_{\Sigma 1} \Delta X + b K_{\Sigma 1}^2 \Delta X^2) \text{ и}$$

замествайки  $\Delta X$  с  $X - CY$  се получава

$$\begin{aligned} Y &= (a \cdot K_{\Sigma 1} \cdot K_{\Sigma 2} (X - CY) + \\ &+ b K_{\Sigma 1}^2 \cdot K_{\Sigma 2} \cdot (X - CY)^2 = a \cdot K_{\Sigma 1} \cdot K_{\Sigma 2} X - \\ &- a \cdot K_{\Sigma 1} \cdot K_{\Sigma 2} CY + b K_{\Sigma 1}^2 \cdot K_{\Sigma 2} X^2 - \\ &- 2b K_{\Sigma 1}^2 \cdot K_{\Sigma 2} \cdot XCY + b K_{\Sigma 1}^2 \cdot K_{\Sigma 2} \cdot C^2 Y^2 \end{aligned}$$

Полагаме  $a \cdot K_{\Sigma 1} \cdot K_{\Sigma 2} = B$ , а  $b K_{\Sigma 1}^2 \cdot K_{\Sigma 2} = D$ . Като заместим и прехвърлим всички членове от една страна на равенството получаваме

$$Y^2 - \left( \frac{1 + BC + 2DCX}{DC^2} \right) Y + \left( \frac{BX + DX^2}{DC^2} \right) = 0,$$

от където определяме  $Y$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1 + BC + 2DCX}{2DC^2} \pm \\ &\pm \sqrt{\left( \frac{1 + BC + 2DCX}{2DC^2} \right)^2 - \frac{BX + DX^2}{DC^2}} \end{aligned}$$

Отново може да се каже, че характеристиката, в общия случай остава нелинейна.

В частния случай при приемане на условието, че  $1 \ll BC + 2DCX$ , се получава

$$\begin{aligned} Y &= \frac{BC + 2DCX}{2DC^2} \pm \\ &\pm \sqrt{\left( \frac{BC + 2DCX}{2DC^2} \right)^2 - \frac{BX + DX^2}{DC^2}} = \\ &= \frac{B}{2DC} + \frac{X}{C} \pm \frac{B}{2DC} \end{aligned}$$

Следователно за  $Y$  има две решения

$$Y_1 = \frac{X}{C} + \frac{a}{b \cdot K_{\Sigma 1} \cdot C}$$

$$Y_2 = \frac{X}{C}$$

На практика това означава, че се получат две характеристики, които са прави линии, с еднакъв наклон, отместени по оста  $Y$ , на разстояние  $\frac{a}{b \cdot K_{\Sigma 1} \cdot C}$ . Очевидно,

характеристиката, която не минава през началото на координатната система няма физически смисъл. Защото в противен случай това означава, че при нулев входен сигнал на изхода на уреда ще се получава сигнал равен на

$$Y = \frac{B}{DC} = \frac{a}{b K_{\Sigma 1} \cdot C}, \text{ което физически не може да се}$$

получи.

Целесъобразно е да се провери какво ще се получи ако нелинейността на един от преобразувателите е от висока степен. Нека един от преобразувателите –  $i$ -ят, да има функция на преобразуване от вида  $X_i = f(X^3)$ , тогава за изходния сигнал се получава

$$Y = K_i \dots K_n (K_1 \dots K_{i-1} \Delta X)^3.$$

Полагайки  $K_b = K_i \dots K_n$  и  $K_a = K_1 \dots K_{i-1}$ , за  $Y$  ще се получи

$$Y = K_b \cdot K_a^3 \Delta X^3.$$

Замествайки  $\Delta X$  с неговото равно се получава

$$\begin{aligned} Y &= K_b \cdot K_a^3 (X - CY)^3 = K_b \cdot K_a^3 X^3 - \\ &- 3K_b \cdot K_a^3 X^2 CY + K_b \cdot K_a^3 X C^2 Y^2 - K_b \cdot K_a^3 C^3 Y^3 \end{aligned}$$

Прехвърляйки членовете съдържащи  $Y$  от ляво на равенството и приемайки, че  $1 \ll K_a \cdot K_b^3$ , получаваме

$$\begin{aligned} K_b \cdot K_a^3 X^3 - 3K_b \cdot K_a^3 X^2 CY + K_b \cdot K_a^3 X C^2 Y^2 - \\ - K_b \cdot K_a^3 C^3 = 0 \end{aligned}$$

или

$(X - CY)^3 = 0$ , от където следва, че  $Y = \frac{X}{C}$ , т.е. характеристиката на уреда остава линейна.

Аналогичен резултат се получава и в случая, когато нелинейният преобразувател има функция на преобразуването от вида  $X_i = f(aX^2 + bX^3)$ . Тогава

$$\begin{aligned} X_i &= aX_{i-1}^2 + bX_{i-1}^3 = \\ &= K_1^2 \dots K_{i-1}^2 a X_{i-1}^2 + K_1^3 \dots K_{i-1}^3 b X_{i-1}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Полагайки } K_1^2 \dots K_{i-1}^2 a K_{i+1} \dots K_n &= B \text{ и} \\ K_1^3 \dots K_{i-1}^3 b K_{i+1} \dots K_n &= D, \end{aligned}$$

след преобразуване се получава

$$\begin{aligned} Y &= B.X^2 - 2B.C.X.Y + B.C^2.Y^2 + D.X^3 - \\ &- 3D.C.X^2.Y + 3D.X.C^2.Y^2 - D.C^3.Y^3 \end{aligned}$$

Ако се приеме, че  $1 \ll B$ , се получава опростения израз

$$(X - CY)^2 + (X - CY)^3 = 0, \text{ от където също следва, че}$$

$$Y = \frac{X}{C}$$

По аналогичен начин може да се докаже, че този резултат ще се получи и при нелинейни функции на преобразувателите от по-висока от трета степен.

Ако обратният преобразувател е не линеен, то и характеристиката на целия уред е нелинейна. Нека обратният преобразувател да има функция на преобразуване от вида  $X_{os} = C.Y^2$ , то  $Y$  ще бъде равно на

$$\begin{aligned} Y &= K_1 \dots K_n \Delta X = K_1 \dots K_n (X - C.Y^2) = \\ &= K(X - C.Y^2) = K.X - K.C.Y^2 \end{aligned}$$

От където

$$Y^2 - \frac{1}{K.C} - \frac{X}{C} = 0, \quad \text{или}$$

$$Y = \frac{1}{K.C} \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{K.C}\right)^2 + \frac{X}{C}} = a + \sqrt{a^2 + bX},$$

Препоръчана за публикуване от Катедра "Автоматизация на минното производство", МЕМФ

от където се вижда, че характеристиката на целия уред е нелинейна. Нелинейността се запазва и в случая когато  $1 \ll C.K$ . Тогава уравнението,

$$\begin{aligned} Y^2 - \frac{1}{K.C} - \frac{X}{C} = 0 \text{ става } Y^2 - \frac{X}{C} = 0, \text{ от където} \\ Y = \pm \sqrt{\frac{X}{C}}. \end{aligned}$$

Това може да се използва за линеаризирането на характеристиките на уреди, които включват нелинейни преобразуватели необхванати от веригата за обратната връзка.

## Изводи

От направените изследвания се вижда, че при уредите със статическо уравнивяване, ако е изпълнено условието, произведението от коефициента на обратния преобразувател и коефициентите преобразувателите във веригата за право преобразуване на сигнала да е много по-голямо от 1, то линейността на характеристиката им се запазва независимо от наличието на нелинейни преобразуватели във веригата за право предаване.

## Литература

- Нейков, А.Н., Д.А.Самоковлийски, Ж.А.Ставракев. Лабораторни упражнения по автоматични измервателни уреди (аналогови). С., 1987.
- Нейков, А.Н., Ж.А.Ставракев. Семинарни упражнения по автоматични измервателни уреди – аналогови. С., 1991.
- Радулов.Г. Методи и средства за измерване и контрол.С., 1995.
- Орнатский. П.П. Автоматические измерения и приборы. Киев, "Вища школа", 1980.
- Ставракев, Ж.Ан. Автоматични измервателни уреди (аналогови). С., 1995.
- Ставракев, Ж., В. Туренков. Электрически измервателни преобразуватели, уреди и устройства. С. , "Техника", 1984.
- Туричин, А.М., П.В.Новицкий, Е.С.Левшина и др. Электрические измерения неэлектрических величин. Ленинград, "Энергия", 1975.