ГОДИШНИК НА МИННО-ГЕОЛОЖКИЯ УНИВЕРСИТЕТ “СВ. ИВАН РИЛСКИ”, Том 48, Св. II, Добив и преработка на минерални суровини, 2005
ANNUAL OF THE UNIVERSITY OF MINING AND GEOLOGY “ST. IVAN RILSKI”, Vol. 48, Part II, Mining and Mineral processing, 2005

ЗА ЕДНА ЗАДАЧА С ПРЕКЪСВАНЕ В КОЕФИЦИЕНТИТЕ В КИНЕМАТИКАТА НА МИННАТА МУЛДА

Михаил Вълков

Минно-геоложки университет “Св. Иван Рилски”, София 1700, България

РЕЗЮМЕ. За решаване на основните задачи в кинематика на минната мулда се предлага използването на нелинеен стохастичен модел, при който основното уравнение за определяне на слягания е изведено като квазилинейно параболично. Във връзка с промяната на свойствата на подработения скален масив в трите основни зони, формиращи се над иззетото пространство, е предложено основните задачи на кинематика на мулдата да бъдат формулирани като задачи с прекъсване в коефициентите. Въз основа на анализ на мулдообразуването са предложени аргументи за определяне на вида на коефициентите на основното уравнение в трите зони на извадения от равновесие скален масив.

ON A PROBLEM WITH COEFFICIENT DISCONTINUITIES IN MINING SUBSIDENCE KINEMATICS

Micail Vulkov

University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski”, 1700 Sofia, Bulgaria

ABSTRACT. In this paper a nonlinear stochastic model is used to solve the basic problems in the mining subsidence engineering. The equation for determining the mining trough is obtained as a quasilinear parabolic one by applying of this model. In connection to rock mass property change in the three basic areas above the mining excavation, the problems of mining subsidence mechanics can be formulated as problems of coefficient discontinuity. Based on subsidence process’s analysis arguments are given about determining the type of coefficients of the nonlinear equation in the three areas in the influence zone of the rock mass.

Статията е в областта на минната геомеханика и в нея се предлага един нов подход към търсене на решения на задачата за прогнозиране в механика на минната мулда. При тази задача по известни:

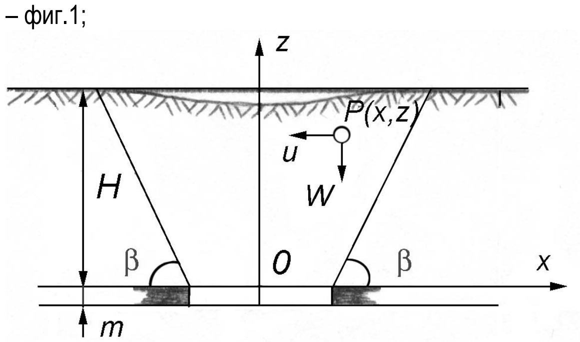
- начин на провеждане на подземните минни работи (начално-гранични условия);
- геомеханични характеристики на скалния масив по отношение на мулдообразуването (функционални коефициенти в основното диференциално уравнение);
- дълбочина на провеждане на минните работи (H);
- модел, който адекватно описва процеса на мулдообразуването;

се определя уравнението на кривата (при решаване на равнинна задача) или уравнението на повърхнината (при решаване на пространствена задача) на падината на земната повърхност, получена вследствие на подземното изземане на полезни изкопаеми.

При разглеждане на скалния масив като стохастична среда на Литвинишин, изградена обаче от еластични частици и разглеждане на равнинна задача, основното уравнение за определяне на минната мулда е изведено от М. Вълков (1988) като нелинейно параболично уравнение с частни производни от вида:

$$(\rho - 2kw)w_z = 0,5\left(a^2 - 4ak_1 w + 3k_1^2 w^2\right)w_{xx} + \left(3k_1^2 w - 2ak_1\right)w_x^2, \tag{1}$$

където $w(x,z)$ е вертикалното преместване на точка $P(x,z)$ от зоната на влияние на подземните минни работи – фиг.1;



Фиг. 1.

$$w_x = \frac{\partial w}{\partial x}; \qquad w_{xx} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \qquad w_z = \frac{\partial w}{\partial z};$$

a, ρ са геометрични размери на частиците на стохастичната среда.

k - изменение на еластичното вертикалното преместване, при преминаване на частица на стохастичната среда от по-високо в по-ниско ниво;

k_1 - изменение на еластичното хоризонтално преместване на частицата вследствие попадането на по-ниско ниво.

След някои трансформации уравниние (1) може да се запише като следното квазилинейно параболично уравнение:

$$V_z = \left[A(V)V_x\right]_x, \qquad (2)$$

където $V = \int_0^w (\rho - 2ks)ds = \rho w - kw^2$. (3)

Нелинейният коефициент в уравнение (2) е полином от втора степен и има вида:

$$A(V) = 0{,}5\left(a^2 - 4ak_1V + 3k_1^2V^2\right). \qquad (4)$$

Изхождайки от особеностите, характерни за трите основни области в скалния масив, които се формират в зоната на влияние на подземните минни работи, могат да се изкажат следните хипотези:

В завимост от конкретните минно-геоложки и минно-технологични условия функционалният коефициент, определян от релацията (4), може да приема следните частни видове:

- постоянен коефициент:

$$A(V) = 0{,}5a^2 = const. \qquad (5)$$

Коефициентът в уравнение (2) би бил постоянен, тогава когато изменениата на еластичните премествания на частиците на стохастичната среда са пренебрежимо малки т.е. $k_1 \to 0$, $k \to 0$.

В този случай уравнение (2) се трансформира в основното уравнение на класическата стохастична теория на Й. Литвинишин (1972) при постоянен коефициент.

Решение на пространствената задача на Коши за *A=const.* е направено в [6].

- коефициентът е линейна функция на V;

Ако се приеме, че измененията на еластичните премествания на частиците са малки, но не клонят към нула, тогава може да се очаква, че коефициентът, определящ мулдообразуването в подработения скален масив, ще се определя от:

$$A(V) = 0{,}5\left(a^2 - 4ak_1V\right). \qquad (6)$$

Частен случай на (6) ще бъде и зависимостта:

$$A(V) = bV, \qquad (7)$$

където *b=const.*;

- коефициентът е полином от втора степен според зависимост (4).

Частен случай на (4) са релациите:

$$A(V) = cV^2, \qquad (8)$$

$$A(V) = bV + cV^2 \qquad (9)$$

$$A(V) = 0{,}5\left(a^2 + 3k_1^2V^2\right), \qquad (10)$$

където *c=const;*

Решение на равнинната задача на Коши за квазилинейното уравнение (2), когато коефициентът, определящ мулдообразуването в подработения скален масив има вида (8) е дадено от Вълков (2005), а когато има вид (6) от Вълков (1989).

Анализът на основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика (2) и на функционалния коефициент $A(V)$, определен със зависимост (4), може да бъде направен и от следната гледна точка.

Може да се потърси връзката между измененията в свойствата на подработения скален масив в трите основни области, които се формират над иззетото пространство, свързаните с тях изменения във вида на функционалния коефициент $A(V)$ и промените във вида на решенията на основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика.

При провеждане на подземни добивни работи, както е известно, най-често в засегнатата област на скалния масив се образуват зона на обрушаване, зона на разслояване (формиране на пукнатини) и зона, в която първоначалното състояние на масива е съхранено в най-пълна степен.

В зоната на обрушване значителни стойности имат както вертикалните премествания на частиците, разгледани като абсолютно твърди тела, така и измененията на еластичните премествания. Големините на тези изменения са в пряка зависимост от промяната на външните натоварвания.

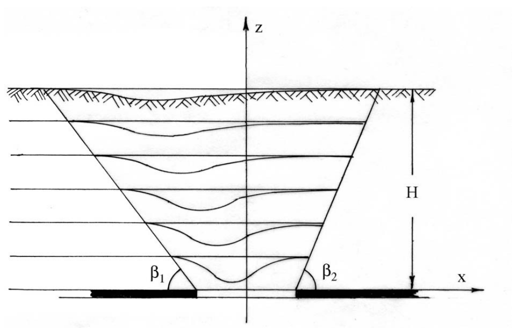
От направените констатации следва, че в зоната на обрушване трябва да се вземат предвид всички събираеми на релация (4). Тогава коефициентът $A(V)$, характеризиращ свойствата на скалния масив по отношение на мулдообразуването, ще представлява полином от втора степен.

Във втората основна зона, тъй като измененията на еластичните премествания намаляват едновременно с намаляване на интензивността на преместванията на частиците, разглеждани като абсолютно твърди, третото събираемо в зависимост (4) може да бъде пренебрегнато. То представлява произведение на две много малки величини повдигнати на квадрат. В тази област на извадения от равновесие скален масив нелинейният коефициент $A(V)$ се определя с релацията (6).

В трета зона (зоната на плавно огъване) драстично намаляват както интензивността на сляганията, така и измененията на еластичните премествания. В тази зона може да се пренебрегне влиянието и на второто и на третото събираемо в равенство (4). Тогава коефициентът в основното уравнение може да бъде разгледан или като константа *A=const*. (или в общия случай като *A=A(z)*).

За направения анализ и следващото от него изменение в коефициентите на основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика от решаваща роля е следното разбиране на процеса преместване в стохастична среда, който възниква при отстраняване на полезно изкопаемо в нулево ниво *(z=0)*. При образуване на празно пространство се нарушава равновесието на частиците на средата, започва процес на преместване на частиците надолу – към иззетия обем, свързан с едно обратно разпространение на празно пространство в горнището на изработката.

Тези две движения са атрибути на процеса преместване в стохастична среда. При това обхвата на движението на празното пространство расте от хоризонт към хоризонт, докато интензивността на движението намалява все повече с отдалечаване от изработката (Фиг. 2). При достигане на празното пространство до земната повърхност там се формира минната мулда.



Фиг. 2.

От изложените разсъждения може да се направи извода, че интересуващата ни задача от кинематика на минната мулда следва да бъде разгледана като задача с прекъсвания в коефицентите на основното уравнение.

Както посочва А. А. Самарский (1983), прекъсване от първи род в коефициентите се наблюдава в случаите, когато разглежданият процес се развива в нееднородна област.

Именно такъв е и случаят със зоната на влияние на подземните минни работи в скалния масив. Там се формират поне три области със силно различаващи се свойства по отношение на мулдообразуването.

Прекъсването на коефициента $A = A[V(x,z)]$ в уравнение (4) сочи, че е налице и слабо прекъсване на решението $V = V(x,z)$. Слабо прекъсване има тогава, когато функцията $V = V(x,z)$ е непрекъсната , а нейните първи производни имат прекъсване от първи род.

Така, ако при $x = \xi$, $z = \eta$ функционалният коефициент има прекъсване от първи род по линията $\eta = \eta(\xi)$ т.е.

$$[A] = A[V(\xi + 0, \eta + 0)] - A[V(\xi - 0, \eta - 0)] \neq 0 ,$$

тогава при $x = \xi$ и $z = \eta$ трябва да се изпълняват условията за непрекъснатост на вертикалните $V(x,z)$ и хоризонталните $U(x,z) = -A\dfrac{\partial V}{\partial x}$ премествания:

$$[V] = 0 \quad [U] = 0 \text{ при } x = \xi ,\ z = \eta .$$

Тъй като $[A] \neq 0$, то следва че производната $\dfrac{\partial V}{\partial x}$ е прекъсната т.е. $\left[\dfrac{\partial V}{\partial x}\right] \neq 0$ при $x = \xi$.

При тримерни задачи, коефициентът $A(V)$ в основното уравнение, характеризиращ свойствата на скалния масив по отношение на мулдообразуването, има прекъсвания не по линии, а по повърхнини $\eta = \eta(\xi, \zeta)$.

Тогава по тези повърхнини трябва да се изпълняват условията за спрягане на преместванията, а именно:

$$[V] = 0 ,\ \left[A(V)\frac{\partial V}{\partial n}\right] = 0 \text{ при (x, y, z)} \in \Gamma ,\ \Gamma \subset G ,$$

където $\Gamma \in G$ е повърхнината на прекъсване на коефициента $A(V)$;

G е областта на скалния масив, подложена на влиянието на подземните минни работи;

n е нормалата към повърхнината Γ .

От изложеното, могат да се направят следните изводи:

1. Тъй като областта от скалния масив, подложена на въздействието на иззетото пространство, е с разнородни свойства по отношение на мулдообразуването, то в отделните ѝ зони основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика ще има различни коефициенти, характеризиращи тези свойства.
2. Различните коефициенти на основното уравнение ще определят и разнотипни решения във всяка от тях.
3. По-прецизни резултати в кинематиката на минната мулда могат да се получат, ако важните за практиката задачи бъдат разгледани като задачи с прекъсване в коефициентите.

Очертават се две основни насоки за бъдещо развитие на изследванията в кинематиката на минната мулда, в светлината на предложения подход.

От една страна, необходимо е да се определят уравненията на линиите $\eta_i = \eta_i(\xi)$ $(i = \overline{1,3})$ или повърхнините $\eta_i = \eta_i(\xi, \zeta)$ $(i = \overline{1,3})$, които определят трите характерни зони в скалния масив, формиращи се като следствие на подземното изземане на полезни изкопаеми.

От друга страна, трябва да се намерят решенията (аналитични или числени) на основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика в отделните зони и да се изпълнят условията за тяхното съгласуване. Особено перспективни се очертава да бъдат числените решения, тъй като те дават възможност да се прилага еднотипен подход към търсене на решенията в различните зони.

Литература

Авершин С. Г. Расчет сдвижение горных пород, *М-Л, Металургиздат, 1950*.

Вълков М. В. За основното уравнение на нелинейната стохастична геомеханика. С. *Годишник на ВМГИ, 1987-88г., том XXXIV, св. II, стр.357-363.*

Вълков, М. В. Нови стохастични линейни и нелинейни модели в теорията на сляганeто на земната повърхност под влияние на подземни минни работи. *С., 1989, Дисертация.*

Самарскийй А. А. Теория разностных схем. *М., Наука, 1983.*

Litwiniszyn J. Stochastic Methods in Mechanics of Granular Bodies, Wien, New York, Heidelberg; *Springer-Verl., 1974*

Ochrona powirzchni. Borecki (Red.) Katowice, *Slask, 1980.*

Препоръчана за публикуване от
Катедра “Техническа механика”, МТФ