Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски"
Годишник, том 47, свитък III, Механизация, електрификация и автоматизация на мините, София 2004, стр. 105-107

Ротационен феромагнитен елипсоид във въртящо се магнитно поле

Константин Костов

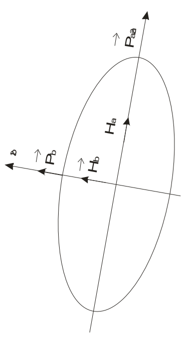
Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски",1700 София

РЕЗЮМЕ. Вихровите машини се използват за интензифициране на някои технологични процеси като смилане, емулгиране, смесване и др. Това се осъществява чрез цилиндрични феромагнитни работни частици, поставени във въртящо се магнитно поле. В настоящата работа се изчислява електромагнитният момент, който действа на една феромагнитна частица. За да се повиши точността, цилиндърът се замества с ротационен елипсоид, което дава възможност да се намери полето вътре в частицата. Изследват се условията за устойчивост при въртенето в зависимост от ъгъла между направлението на дългата ос на елипсоида и посоката на полето на възбудителя. Получените зависимости позволяват да се изчисли силовото въздействие върху обработваемия материал.

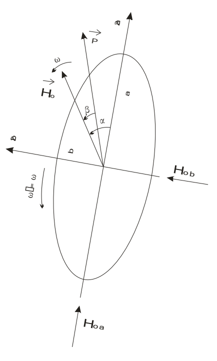
ROTATIONAL FERROMAGNETIC ELLIPSOID IN ROTATING MAGNETIC FIELD
ABCTRACT. Vortex machines are used with the purpose of intensifying certain technological processes as milling, mixing, emulsification, etc. Such intensification can be achieved by means of cylindrical ferromagnetic working particles, placed in rotating magnetic field. The present paper considers the calculation of the electromagnetic torque acting on a ferromagnetic particle. To increase the accuracy of calculation the cylinder is replaced by rotational ellipsoid. This allows determining the field inside the particle. Conditions of rotation stability are investigated depending upon the angle between the long ellipsoid axis and the field direction of the exciter. The relations obtained permit to calculate the magnitude of forces acting on the material to be treated.

Вихровите машини се използват за интензифициране на някои технологични процеси като смилане, емулгиране, смесване и др. Това се осъществява чрез цилиндрични феромагнитни работни частици, поставени във въртящо се магнитно поле. За да се изчисли силовото въздействие върху обработваемия материал е необходимо да се намери електромагнитният момент, който действа на една феромагнитна частица. В настоящата работа това е реализирано, като цилиндричната частица е заменена с ротационен елипсоид. Както е известно, такова тяло се намагнитва хомогенно, когато е поставено в хомогенно поле.Това дава възможност за точно изчисляване на полето вътре в частицата и за прилагането на формулата за електромагнитен момент на плосък токов контур в магнитно поле.

Нека ротационният елипсоид е получен от въртене на елипса около дългата й ос с дължина $2a$, фиг.1а и фиг.1б.



Фиг. 1 а.



Фиг. 1 б

Той е поставен в безкрайно, постоянно, хомогенно, неподвижно поле с магнитен интензитет $\overrightarrow{H_o}$ и магнитна индукция $\overrightarrow{B_o}$. Нека елипсоидът е в общо положение спрямо външното поле (разглеждано като плоскопаралелно). Да допуснем, че магнитната му проницаемост μ е постоянна и да разложим $\overrightarrow{H_o}$ на две компоненти, съответно по дългата ос $2a$ на елипсоида – H_{oa} и по късата му ос $2b$ – H_{ob} :

$$H_{oa} = \left|\overrightarrow{H_o}\right| \cos\alpha \ , \tag{1}$$

$$H_{ob} = \left|\overrightarrow{H_o}\right| \cos\left(\alpha - \pi/2\right) = \left|\overrightarrow{H_o}\right| \sin\alpha \ . \tag{2}$$

Отчитаме ъглите от съответната положителна полуос на елипсоида до положителната страна на $\overrightarrow{H_o}$, като считаме за положителна посоката, обратна на часовниковата стрелка. При това обозначаваме с α ъгъла между положителните посоки на оста $2a$ и $\overrightarrow{H_o}$. Резултантното магнитно поле H_a в тялото по оста $2a$ според Шимони (1964) е

$$H_a = \frac{H_{oa}}{1 + \dfrac{ab^2}{2}(\mu_r - 1)A_1} , \tag{3}$$

където

$$A_1 = \int_0^{\infty} \frac{ds}{\left(s + a^2\right)\left(s + b^2\right)\sqrt{s + a^2}} \ ; \tag{4}$$

a е дългата, а b – късата полуос на елипсоида;

s – параметър, характеризиращ елипсоид, представен в конфокални координати.

Оттук следва, че компонентата на размагнитващото поле H'_a по оста $2a$, определена от намагнитеността на тялото по същата ос е

$$H'_a = H_{oa} - H_a . \qquad (5)$$

В (5) считаме, че положителната посока на H'_a е обратна на посоката на H_{oa}. Намира се намагнитеността J_a по оста $2a$:

$$J_a = (\mu_r - 1)H_a . \qquad (6)$$

Като се има предвид, че елипсоидът е хомогенно намагнитен, се изчислява магнитният му момент по оста $2a$ по формулата

$$p_a = J_a V , \qquad (7)$$

където $V = \frac{4}{3}\pi ab^2$ е обемът на ротационния елипсоид.

За компонентата на полето H_{ob}, успоредна на късата ос $2b$ на елипсоида (която не е неговата ротационна ос) се получава аналогично

$$H_b = \frac{H_{ob}}{1 + \frac{ab^2}{2}(\mu_r - 1)A_2} , \qquad (8)$$

където H_b е резултантното магнитно поле в тялото по оста $2b$;

$$A_2 = \int_0^\infty \frac{ds}{\left(s + b^2\right)^2 \sqrt{s + a^2}} . \qquad (9)$$

Намира се намагнитеността J_b по оста $2b$:

$$J_b = (\mu_r - 1)H_b . \qquad (10)$$

Изчислява се магнитният му момент по оста $2b$ по формулата

$$p_b = J_b V . \qquad (11)$$

Да разрежем елипсоида чрез равнини, перпендикулярни на оста $2a$ на елементи с дебелина $d\ell_a$ и обем dV_a. Всеки от тях има магнитен момент $\overrightarrow{dp_a}$ и в него се създава въртящ момент

$$\overrightarrow{dM_a} = \overrightarrow{dp_a} \times \overrightarrow{B_o} = \left(\overrightarrow{J_a} \times \overrightarrow{B_o}\right) dV_a .$$

Ако вземем предвид,че $\overrightarrow{J_a} = const.$ за целия обем на елипсоида, намираме електромагнитния момент $\overrightarrow{M_a}$, дължащ се на намагнитеността по оста $2a$:

$$\overrightarrow{M_a} = \int_V \left(\overrightarrow{J_a} \times \overrightarrow{B_o}\right) dV_a = \overrightarrow{J_a} V \times \overrightarrow{B_o} = \overrightarrow{p_a} \times \overrightarrow{B_o} \qquad (12)$$

Целият въртящ момент на елипсоида е

$$\vec{M} = \overrightarrow{p_a} \times \overrightarrow{B_o} + \overrightarrow{p_b} \times \overrightarrow{B_o} \qquad (13)$$

$$\underset{\longrightarrow}{M} = p_a \left|B_o\right| \sin\alpha + p_b \left|B_o\right| \sin\left(\alpha - \pi/2\right) = \\ = \left|B_o\right| \left(p_a \sin\alpha - p_b \cos\alpha \right) . \qquad (14)$$

Замества се J_a от (6) в (7) и J_b от (10) в (11). Така получените изрази за p_a и p_b се заместват в (14):

$$M = (\mu_r - 1)\left|\overrightarrow{B_o}\right| V \left(H_a \sin\alpha - H_b \cos\alpha\right) \qquad (15)$$

Заместват се H_a и H_b от (3) и (8), като се отчитат (1) и (2):

$$M = (\mu_r - 1)\left|\vec{B_o}\right| . \left|\vec{H_o}\right| . V . \sin\alpha . \cos\alpha \times \\ \times \left[\frac{1}{1 + \frac{ab^2}{2}.(\mu_r - 1)A_1} - \frac{1}{1 + \frac{ab^2}{2}.(\mu_r - 1)A_2} \right] \qquad (16)$$

$$M = \frac{V}{4}.(\mu_r - 1)^2 \left|\vec{B_o}\right| . \left|\vec{H_o}\right| . \sin 2\alpha \times \\ \times \left\{ \frac{ab^2 (A_2 - A_1)}{\left[1 + \frac{ab^2}{2}.(\mu_r - 1).A_1\right] . \left[1 + \frac{ab^2}{2}.(\mu_r - 1).A_2\right]} \right\} \qquad (17)$$

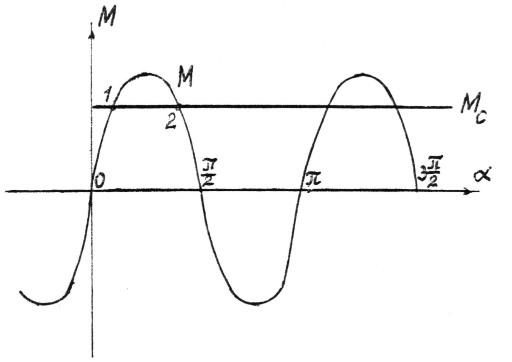
Очевидно за $\alpha = k\frac{\pi}{2}$ $(k = 0,1,2,3,...)$, т.е. когато $\overrightarrow{H_o}$ е успореден на някоя от осите на елипсоида, моментът M е равен на нула.

Във въртящо се магнитно поле този момент се проявява като реактивният момент в синхронната машина. В случая α е моментната стойност на ъгъла между положителната страна на оста $2a$ и положителната посока на $\overrightarrow{H_o}$, като ъгълът се отчита от оста към $\overrightarrow{H_o}$. Видът на момента M във функция от ъгъла α е показан на Фиг. 2.

Когато $M > 0$, частицата е в двигателен, а при $M < 0$ тя е в спирачен режим и тогава моментът действа в посока, обратна на въртенето на полето. Началното завъртане на частицата чрез момента M е възможно, ако тя е достатъчно малоинерционна. При инертна частица α непрекъснато се изменя и затова средната стойност на M, е равна на нула. В този случай развъртането се извършва чрез момента на вихровите токове и чрез хистерезисния момент, след което частицата лесно влиза в синхронизъм ($\alpha = const.$), понеже се увеличават съществено периодите, през които M е еднопосочен. Ъгълът α е нула при липса на триене и големината му зависи от съпротивителния момент. Равновесието, при което $\alpha = const., M = const.$, се установява в пресечната точка на момента M със съпротивителния момент M_c, Фиг. 3. Нека първо разгледаме равновесието в точка 1. Ако по някаква причина α нарасне, т.е. частицата увеличи изоставането си спрямо външното поле, M расте, така че $M > M_c$ и това довежда до намаляване на α. Ако пък по някаква причина α намалее, то $M < M_c$ и α отново нараства. Очевидно това устойчиво поведение се дължи на факта, че около точка 1

$$\frac{dM}{d\alpha} > 0,$$

така че промените на α и на M са еднопосочни.



Фиг. 2.

В точка 2 не може да има устойчиво равновесие. Например, ако α нарасне, $M < M_c$ и α продължава да нараства. Следователно устойчиво равновесие има само в областите, където $\frac{dM}{d\alpha} > 0$. Това е диапазонът, в който $0 \le \alpha < \frac{\pi}{4}$. Това означава, че при липса на съпротивителен момент може да има устойчиво равновесие, когато дългата ос $2a$ е успоредна на външното поле $\overrightarrow{H_o}$, защото там $\alpha = 0$ и $\frac{dM}{d\alpha} > 0.$ Същевременно, ако късата ос $2b$ е успоредна на $\overrightarrow{H_o}$, равновесието е неустойчиво, защото за $\alpha = \frac{\pi}{2},\ \frac{dM}{d\alpha} < 0$. Ако се вземе предвид целият диапазон $0 \le \alpha < 2\pi$ се обобщава, че устойчиво въртене в двигателен режим със синхронна скорост има само ако $0 \le \alpha < \frac{\pi}{4},\ \pi \le \alpha < 5\frac{\pi}{4}$. Когато $M < 0$ имаме спирачен режим и при въртене със синхронна скорост частицата отдава енергия на възбудителя на полето. В този случай условието за устойчивост се изпълнява при

$$-\frac{\pi}{4} < \alpha \le 0,\ 3\frac{\pi}{4} < \alpha \le \pi .$$

Условията за устойчивост могат да се формулират и по друг начин. Разглеждаме осите на елипсоида като обикновени прави – без положителни и отрицателни посоки. Дефинираме α като по-малкия ъгъл между положителната посока на полето $\overrightarrow{H_o}$ и дългата ос на елипсоида. Отчитането на α е от дългата ос към положителната посока на $\overrightarrow{H_o}$. Положителни са ъглите в посоката на въртене на $\overrightarrow{H_o}$. Тогава условията за устойчивост са:

- за двигателен режим $\quad 0 \le \alpha < \frac{\pi}{4}$

- за спирачен режим $\quad -\frac{\pi}{4} < \alpha \le 0$.

В граничните случаи $\alpha = \frac{\pi}{4}$ и $\alpha = -\frac{\pi}{4}$ има неустойчиво равновесие. Там $\frac{dM}{d\alpha} = 0$ и в околностите на разглежданите точки $|M| < |M_c|$. Ако например при двигателен режим $(\alpha = \pi/4)$ α нарасне, $M < M_c$ и α продължава да расте. Поради това M продължава да намалява. Намалява честотата на въртене и средната стойност на M се анулира. Ако пък α намалее, $M < M_c$ и α нараства, докато отново $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Получените зависимости позволяват точното определяне на полето в частицата и в нейната околност. Това дава възможност за точното определяне на електромагнитния й момент и на някои величини на вихровата машина, зависещи от полето във всяка точка на активния й обем, след поставянето на феромагнитните работни частици.

Литература

Шимони, К. 1964. *Теоретическая электротехника.* М., Мир, 773 с.