**Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски"**
**Годишник, том 47, свитък II, Добив и преработка на минерални суровини, София 2004, стр.149-151**

# Определяне на минната мулда при изземане на лещовидни рудни тела

***Михаил Вълков***

*Минно-геоложки университет "Св.Иван Рилски", 1700 София*

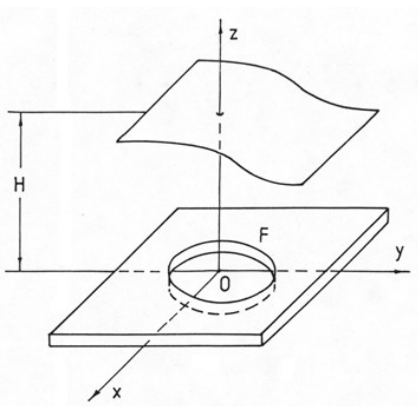
**РЕЗЮМЕ.** Статията е свързана с опазването на земната повърхнст в минните райони. При използване на стохастичния модел на Й.Литвинишин е получено уравнението на минната мулда, формирана в следствие на изземането на лещовидно рудно тяло. Решена е пространствената задача на Коши за уравнението на Фурие.

**MINING TROUGH DETERMINATION BY MINING OUT OF LENTICULAR OREBODY**
**ABSTRACT.** This paper is connected with surface site protection in mining areas. By using J.Litwiniszyn's s stochastic model the subsidence trough equation, caused by mining out of lentucular orebody, is obtained. The three dimensional Cauchy's problem for the Fourier's equation is solved.

По признак структура находищата на полезни изкопаеми се разделят на две основни групи – находища със слоиста и находища с неслоиста структура на вместващите скали. Последните могат да бъдат доста разнообразни – пластови, жилопододобни, както и отделни лещообразни рудни тела.

Обичайно се предлагат методи за предварително пресмятане на преместванията при слоисти вместващи скали и блокова експлоатация на полезното изкопаемо. Въз основа на стохастичната теория на Й.Литвинишин [3] тук се предлага метод за определяне на слягانията, предизвикани от подземно изземане на рудни тела с лещовидна форма.

Ако скалният масив може да бъде приет за хомогенна, изотропна стохастична среда, уравнението на минната мулда се определя като решение на задачата на Коши за параболично уравнение с частни производни от вида (Фиг.1.):




**Фиг. 1.**

$$w_z = A(z)\left(w_{xx} + w_{yy}\right) \qquad -\infty < x < \infty,\ -\infty < y < \infty,\ z > 0 \tag{1}$$

$$w(x,y,0) = f(x,y) \qquad -\infty < x < \infty,\ -\infty < y < \infty,\ z = 0 \tag{2}$$

където

$$w_z = \partial w / \partial x; \quad w_{xx} = \partial^2 w / \partial x^2; \quad w_y = \partial^2 w / \partial y^2$$

В [1] е доказано, че функционалният коефициент в уравнение (1) е от вида

$$A(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{k}\right)^2 z = \gamma z\ , \tag{3}$$

където $k = 1/(1-\nu)$ ; $\nu$ - е коефициент на Поасон.

Решението на задача (1)-(2) при изпълнение на условие (3) и произволна функция f(x,y) има известния вид:

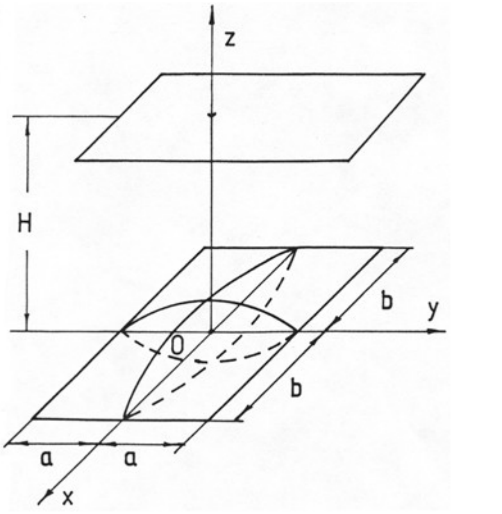
$$w(x,y,z) = \frac{1}{2\pi\gamma x^2}\iint_{(F)} f(\xi,\eta)\exp\left[-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{2\gamma z}\right] d.F, \tag{4}$$

където F е площта на интегриране, $\xi$ ,$\eta$ - интеграционни променливи.

При изземане на лещовидни рудни тела интерес представлява случаят, при който функцията f(x,y) се дава с релацията:

$$f(x,y) = 2w_o\left(1-\frac{x^2}{b^2}\right)\left(1-\frac{y^2}{a^2}\right) \ . \tag{5}$$

Изображение на изземаното рудно тяло е представено на фиг. 2.




**Фиг. 2.**

След заместване на функцията ((5) в (4) се получава зависимостта:

$$w(x,y,z) = 2w_o\left[ z\sqrt{\frac{1}{2\pi\gamma}}\int_{-b}^{b}\left(1-\frac{\xi^2}{b^2}\right)\exp\left(\frac{(x-\xi)^2}{2\gamma z^2}\right)d\xi \;.\; z\sqrt{\frac{1}{2\pi\gamma}}\int_{-a}^{a}\left(1-\frac{\eta^2}{a^2}\right)\exp\left(\frac{(y-\eta)^2}{2\gamma z^2}\right)d\eta \right] \quad . \tag{6}$$

В горния израз се сменят променливите както следва:

$$\frac{(x-\xi)}{z}\frac{1}{\sqrt{2\gamma}} = t \;;\; \frac{(y-\eta)}{z}\frac{1}{\sqrt{2\gamma}} = p \;; \tag{7}$$

$$d\xi = -z\sqrt{2\gamma}\,dt \;;\; d\eta = -z\sqrt{2\gamma}\,dp \;;$$

и като се следва методиката на И.И. Кандауров [2] след съответните преобразувания решението добива вида :

$$w(x,y,z) = \frac{w_o}{2}\left\{\left(1-\frac{z^2\gamma}{b^2}-\frac{x^2}{b^2}\right)\left[\theta\left(\frac{x+b}{z\sqrt{\gamma}}\right)-\theta\left(\frac{x-b}{z\sqrt{\gamma}}\right)\right] - \right.$$
$$\left. -\frac{z\sqrt{2\gamma}}{b\sqrt{\pi}}\left[\left(1+\frac{x}{b}\right)\exp\left(-\frac{(x-b)}{2\gamma z^2}\right)+\left(1-\frac{x}{b}\right)\exp\left(-\frac{(x+b)^2}{2\gamma z^2}\right)\right]\right\} .$$
$$.\left\{\left(1-\frac{z^2\gamma}{a^2}-\frac{x^2}{a^2}\right)\left[\theta\left(\frac{y+a}{z\sqrt{\gamma}}\right)-\theta\left(\frac{y-a}{z\sqrt{\gamma}}\right)\right] - \right.$$
$$\left. -\frac{z\sqrt{2\gamma}}{a\sqrt{\pi}}\left[\left(1+\frac{y}{a}\right)\exp\left(-\frac{(y-a)^2}{2\gamma z^2}\right)+\left(1-\frac{y}{a}\right)\exp\left(-\frac{(y-a)^2}{2\gamma z^2}\right)\right]\right\} \tag{8}$$

където

$$\theta(v) = \frac{z}{\sqrt{2\pi}}\int_0^v \exp\left(-p^2/2\right)dp \quad . \tag{9}$$

За пресмятане на максималното слягане на земната повърхност в зависимост (8) се замества x=y=0 и z=H.

$$w_{max} = w(0,0,H) = 2w_o\left[\left(1-\frac{H^2\gamma}{b^2}\right)\theta\left(\frac{b}{H\sqrt{\gamma}}\right)+\left(\frac{H\sqrt{2\gamma}}{b\sqrt{\pi}}\right)\exp\left(-\frac{b^2}{2\gamma H^2}\right)\right] .$$
$$.\left[\left(1-\frac{H^2\gamma}{a^2}\right)\theta\left(\frac{a}{H\sqrt{\gamma}}\right)+\frac{H\sqrt{2\gamma}}{a\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{a^2}{2\gamma H}\right)\right] \tag{10}$$

Хоризонталните премествания, предизвикани от изземането на лещовидното рудно тяло, се определят по зависимостите на С.Г.Авершин:

$$u(x,y,z) = -A(z)\frac{\partial w}{\partial x} \qquad v(x,y,z) = -A(z)\frac{\partial w}{\partial y} \tag{11}$$

В разглежданата задача за тях се намира

$$u(x,y,z) = \frac{w_o\gamma xz}{b^2}\left[\theta\left(\frac{x+b}{z\sqrt{\gamma}}\right)-\theta\left(\frac{x-b}{z\sqrt{\gamma}}\right)\right].\left\{\left(1-\frac{\gamma z^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2}\right) .\right.$$
$$\left[\theta\left(\frac{y+a}{z\sqrt{\gamma}}\right)-\theta\left(\frac{y-a}{z\sqrt{\gamma}}\right)\right]-\frac{z\sqrt{2\gamma}}{a\sqrt{\pi}}\left[\left(1+\frac{y}{a}\right)\exp\left(-\frac{(y-a)^2}{2\gamma z^2}\right)+\right.$$
$$\left.\left.+\left(1+\frac{y}{a}\right)\exp\left(-\frac{(y-a)^2}{2\gamma z}\right)\right]\right\} \;; \tag{12}$$

$$v(x,y,z) = \frac{w_o\gamma yz}{a^2}\left[\theta\left(\frac{y+a}{z\sqrt{\gamma}}\right)-\theta\left(\frac{y-a}{z\sqrt{\gamma}}\right)\right].\left\{\left(1-\frac{\gamma z^2}{b^2}-\frac{x^2}{b^2}\right) .\right.$$
$$\left[\theta\left(\frac{x+b}{z\sqrt{\gamma}}\right)-\theta\left(\frac{x-b}{z\sqrt{\gamma}}\right)\right]-\frac{z\sqrt{2\gamma}}{b\sqrt{\pi}}\left[\left(1+\frac{x}{b}\right)\exp\left(-\frac{(x-b)^2}{2\gamma z^2}\right)+\right.$$
$$\left.\left.+\left(1-\frac{x}{b}\right)\exp\left(-\frac{(x-b)^2}{2\gamma z}\right)\right]\right\} \quad , \tag{13}$$

където u и v са проекциите на хоризонталното преместване, успоредно на оси Ох и Оу.

Както би следвало да се очаква при x=y=0 се получава

$$u(0,0,z) = v(0,0,z) = 0\,.$$

За пресмятане по зависимости (8)-(13) се използват табулирани стойности на функциите exp(x) и (9). [4}

## Литература

Димова, В.И,. *Върху коефициентта задача за уравнението на Фурие и нейното приложение в геомеханиката*. Юбилейна научна сесия ВНВСУ “Ген..Бл.Иванов”, 3.-4.11.1988 г., Доклади, кн.3

Кандауров, И.И. *Механика зернистых сред и ее приложение в строительстве.* М., Л., Изд.Лит.по строителству, 1966.

Litwiniszyn, *J*. Stochastic Methods in Mechanics of Granular Bodies. Springer Verlag, Wien, Heidelberg, New York, 1974.

Ochruna powierzchni przed szkodami gorniczny. M.Borecki (Red.), Katowice, *Wydawnictwo "Slask",* 1980.