

Стохастичен модел за определяне на преместванията в скалния масив при изземане на наклонени пластовете с отчитане на приплъзванията между тях

Михаил Вълков

Минно-геоложки университет "Св.Иван Рилски", 1700 София

РЕЗЮМЕ. В статията се дискутират проблеми, свързани с определянето на минната мулда. Предлага се стохастичен механо-математически модел на явлениято, проявяващо се при изземане на стръмно залягащи пластовете. Новият модел е базиран върху предположенията на Й.Литвинишин и върху принципа за минималната потенциална енергия. Появата на приплъзване при такива условия е взето под внимание. Намерена е зависимостта на функционалните коефициенти в диференциалното уравнение за определяне на минната мулда от въведения коефициент на приплъзване между частиците на стохастичната среда.

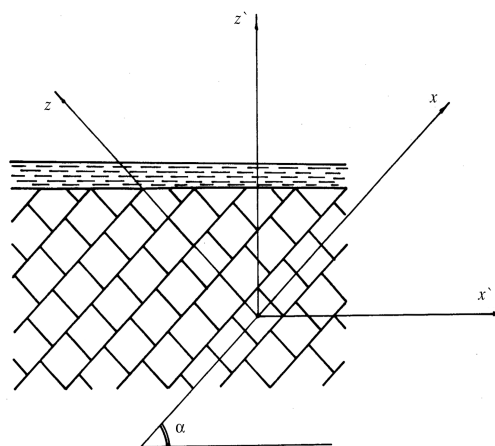
STOCHASTIC MODEL FOR ROCK MASS DISPLACEMENTS DETERMINATION BY MINING OUT OF INCLINED SEAMS BY TAKING ACCOUNT OF THE SLIPPAGE

ABSTRACT. In this paper problems, connected with the mining subsidence trough determination are discussed. A stochastic mechanical model is suggested in cases, when steep seams are mined. The new model is based on J.Litwiniszyn's prerequisites and on the principle of the minimum of the potential energy. The slippage, which occurred while mining inclined seams, is taken in consideration. The influence of the slippage parameter on the functional coefficients structure of the partial differential equation for mining subsidence determining is obtained.

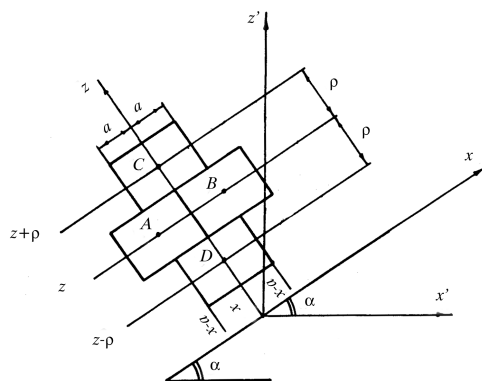
При изземане на наклонени пластовете полезно изкопаемо в контактните слоеве на вместващите скали възникват срязващи напрежения, които могат да станат по-големи от силите на триене и да предизвикат приплъзване на пластовете в отделни разнини на отслабване. В следствие на това явление може да се получи стъпаловиден профил в определени области на минната мулда, което е характерна особеност на процеса преместване при изземане на стръмно залягащи пластовете [3].

При изграждането на модела се счита, че е изпълнено предположението на А.Смоларски [5]. Той постулира, че в подработения скален масив, превърнал се в стохастична среда, се запазва неговата първична структура, т.е. в разглеждания скален масив с наклонено напластяване, плочите и блоковете лежат един над друг така, както са били в ненарушените слоеве и се запазват характерните равнини и области на отслабване в масива, където се проявява приплъзването.

Следвайки Литвинишин [4] подработеният скален масив се разглежда като система от клетки, илюстрирана на фиг.1. Всяка клетка съдържа по една сфера, подложена на действието на гравитационните сили. Разглежда се равнинна задача и се приема, че скалният масив е хомогенна изотропна среда. Визира се експлоатацията на пласт полезно изкопаемо, склочващ ъгъл α . Отнемането на частица в мястото на провеждане на минните работи нарушава равновесието на отгоре лежащата част на масива. Преместването на частици надолу е свързано с обратно движение на празно пространство – "дупки" [4]. Частиците могат да се преместват само към по-ниско лежаща клетка.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Приема се, че в системата от клетки на фиг. 2 съществува вероятност за миграция на едра "дупка" от клетка А към клетки В, С и D. Вероятността за приплъзване отговаря на движение от А към В. Склонността за приплъзване между отделните блокове се характеризира с коефициент на приплъзване $0 \leq m \leq 1$. За реални среди той приема стойности в интервала $0 < m < 1$, като при $m = 0$ не съществува приплъзване, а при $m = 1$ се наблюдава идеално приплъзване.

Вероятностите за движение на "дупка" от клетка А към клетки В, С и D се означават съответно с p , q и r . Приема се, че определящ за разпределението на вероятностите е принципът за минималната потенциална енергия., т.е. вероятностите са пропорционални на разстоянията между центровете на тежестта на дупките и частиците. В разпределението на вероятностите взема участие и коефициентът на приплъзване. Вероятността n^* се определя от зависимостта

$$n^* = mn, \tag{1}$$

където n е потенциалната вероятност за движение на "дупка" от А към В при наличие на идеално приплъзване ($m=1$).

Приема се, че е изпълнено:

$$n^* + p + q = 1 \tag{2}$$

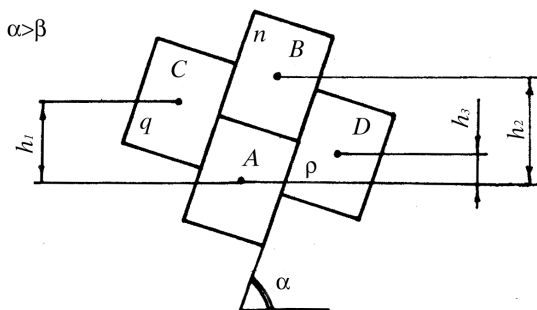
Разглежда се случай, когато ъгълът на залягане $\alpha > \beta$, където β е величина, характерна за дадения скален масив и определена от геометрията на макроблоковете и степента на подработеност на масива [1].

Клетките А, В, С и D имат следните координати на центрите на тежестта (Фиг.2):

$$A(x-a,z); B(x+a,z); C(x, z+p).$$

По силата на направените приемания вероятностите p , n^* и q са пропорционални съответно на разстоянията h_1 , h_2 и h_3 (Фиг.3):

$$q = ch_1; n = ch_2; p = ch_3; \tag{3}$$



Фиг. 3.

След геометрични разглеждания се намира:

$$\begin{aligned} h_1 &= \sqrt{a^2 + \rho^2} \sin(\alpha + \beta); \\ h_3 &= \sqrt{a^2 + \rho^2} \sin(\alpha - \beta); \\ h_2 &= h_1 + h_3 = 2\sqrt{a^2 + \rho^2} \sin \alpha \cos \beta. \end{aligned} \tag{4}$$

$$\beta = \arctg \frac{\rho}{a}$$

където ρ и α са геометрични размери на частиците на скалния масив;

Получават се съотношенията:

$$\frac{q}{p} = \frac{h_1}{h_3} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} \tag{5}$$

$$\frac{q}{n} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cos \beta}$$

и като се заместят в зависимост (2) окончателно за вероятностите се намира:

$$q = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{2(1+m)\sin \alpha \cos \beta},$$

$$n = \frac{1}{1+m}, \quad n' = \frac{m}{1+m}, \tag{6}$$

$$p = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{2(1+m)\sin \alpha \cos \beta}.$$

Освен това в сила е и релацията:

$$q - p = \frac{1}{1+m} \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Ако вероятността за поява на "дупка" в точка с координати x, z се означава с $P = P(x,z)$, в съответствие с механизма на случайните процеси се записва равенството:

$$q.P(x, z+p) + m.n.P(x+a,z) + p.P(x,z-p) = P(x-a,z) \tag{7}$$

или

$$q.P(x, z+p) + p.P(x, z-p) = P(x-a,z) - m.n.P(x+a,z) \tag{8}$$

Като се развият вероятностите в равенство (8) в Тейлорови редове за околността на точката x, z се намира:

$$\rho(q-p) \frac{\partial P}{\partial z} = -a(1+mn) \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{a^2}{2\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \tag{9}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{a(1+mn)}{(q-p)\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{a^2}{(q-p)2\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \tag{10}$$

или

след установяване на размерностите, така че математическото очакване на преместването по ос x и средно квадратичното отклонение да имат крайни стойности за всяко $z > 0$, в уравнение (10) се прави граничен преход при α и ρ клонящи към 0. След определяне на границите

$$A = (1 + m) \operatorname{tg} \alpha \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ \rho \rightarrow 0}} \frac{a^3}{2\rho} = (1 + m) \operatorname{tg} \alpha A(z),$$

$$B = -(1 + m)(1 + mn) \operatorname{tg} \alpha \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ \rho \rightarrow 0}} \frac{a^3}{2\rho} = -(1 + m)(1 + mn) \operatorname{tg} \alpha B(z)$$

(11)

Уравнение (10) се трансформира във вида:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = (1 + m) \operatorname{tg} \alpha A(z) \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - (1 + m)(1 + mn) \operatorname{tg} \alpha B(z) \frac{\partial P}{\partial x}$$

(12)

За определяне на минната мулда се решава задачата на Коши за уравнение (12), където граничните условия са от вида:

$$P(x, 0) = \varphi(x), \quad -\infty < x < \infty, \quad z = 0$$

(13)

В последното равенство x_1 и x_2 са границите, в които се извеза пластът полезно изкопаемо.

За решаване на параболични уравнения с частни производни от вида на уравнение (12) са създадени удобни зависимости [6].

От направените разсъждения следват изводите:

- Наличието на приплъзване оказва влияние върху стойностите на коефициентите в стохастичното уравнение (12);
- Поради това, че наличието на приплъзване влияе само върху стойностите на функционалните коефициенти, без да изменя вида на диференциалното уравнение, за определяне на вертикалните премествания в разглеждания случай може да се използва добре разработеният формулен апарат [6].

Литература

- Вълков М.В. *Нови стохастични линейни и нелинейни модели в теорията на слягането на земната повърхност под влияние на подземни минни работи*. С., Дисертация, 1989 г.
- Йофис, М.А., Шмелев, А.И., *Инженерная геомеханика при подземных работах*, М, Недра, 1985.
- Litwiniszyn J. *Stochastic Methods in Mechanics of Granular Bodies*, Wien, New York, Heidelberg, Springer-Verl. 1974;
- Smolarski, A., *Steilgelagerte Flötze vom Standpunkt der Verschiebungstheorie von stochastischen Medien*, Freiburger-Forschungsh., A 86, 1958, S.43-55.
- Ochrona powierzchni przed szkodami gornicznymi*. M. Borecki (Red.), Katowice, Wydawnictwo "Slask", 1980.