

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЛОКАЛНИ ТРАНСФОРМАТИ НА ГРАВИТАЦИОННОТО ПОЛЕ

Р. Радичев, С. Димовски

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София

РЕЗЮМЕ. В геофизичната практика за относително разделяне на ефекта от различните смутител широко приложение намира използването на трансформации на потенциалните полета. В настоящото изследване вниманието е насочено към основни локални трансформанти на гравитационното поле - остатъчното поле от аритметичното усредняване, остатъчното поле от аналитичното продължение в горното полупространство, аналитичното продължение в долното полупространство и вариационните аномалии на полето, изчислени по методиката на Андреев-Грифин. Анализът е извършен за амплитудните стойности на аномалии от сфера и вертикален кръгов цилиндър. Изследвани са зависимостите на амплитудните локални стойности на трансформантите и дълбочината до смутителите в зависимост от нивата на аналитичните продължения в горното и долното полупространство и от радиуса на осредняване за вариационните аномалии. Определени са някои количествени оценки за влиянието на съседни аномалии.

За всички изследвани локални трансформанти на гравитационното поле в известни граници на изменение на относителната дълбочина до смутителя спрямо параметъра на трансформация - нивото H за аналитичните продължения или радиусът R на кръга (или окръжността) на аритметични усреднявания, се установява добре изразена чувствителност, която може да се използва за количествена оценка на дълбочината до смутителя. Разделителните възможности при анализирани локални трансформанти са чувствителни до около стойности 2-3 за параметъра на трансформация H/h (или R/h). Единствено за аналитичното продължение на гравитационното поле в долното полупространство зависимостта е чувствителна за целия физически значим диапазон на отношението, т.е. за $H/h < 1$.

Влиянието на съседни смутители с конкретна относителна дълбочина h_2/h_1 и относителна маса M_2/M_1 съществено зависи от параметъра $\Delta x/h_1$. Целесъобразно е да се реализира съвместен анализ на съседни аномалии и да се осъществява последователно съпоставяне на данните за количествените оценки.

A STUDY OVER SOME LOCAL TRANSFORMS OF THE GRAVITATIONAL FIELD

R. Radichev, S. Dimovski

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia

ABSTRACT. The application of transforms of potential fields is commonly used in geophysics for obtaining a relative differentiation of the effect from different anomaly forming bodies. Some basic local transforms of the gravitational field are the main objective of the presented study. They include residual fields from calculation of average values for different circle radii, residual fields from upward continuations, downward continuations and variation anomalies compiled from the center-point and ring method of Griffin using circles of different radii. The analysis is performed over the amplitude values for anomalies caused by a sphere and by a vertical cylinder. The relationships between transforms local amplitude values and depths towards anomaly forming bodies are studied. A connection to the levels of upward and downward continuations and to the different circle radii is detected. Specific quantitative esteems reflecting the influence of adjacent anomalies are determined.

For all studied local transforms of the gravitational field is established a well-pronounced sensitivity within definite limits of changes of the relative depth towards anomaly forming bodies (h) towards the transforms parameter - the level of upward and downward continuation (H) or the circle radius (R). This can be used as a quantitative esteem for the depth towards anomaly forming bodies. The analyzed local transforms can perform reliable differentiation for values of the transform parameter H/h (or R/h) reaching up to 2-3. Only the downward continuation of the gravitational field is in practice sensitive for the entire physically reasonable range of the ratio ($H/h < 1$).

The effect of adjacent anomaly forming bodies having precise relative depth h_2/h_1 and relative mass M_1/M_2 is considerably depending from the parameter $\Delta x/h_1$. It is useful to perform a compound analysis of the adjacent anomalies and a step-by-step comparison between the obtained quantitative esteems.

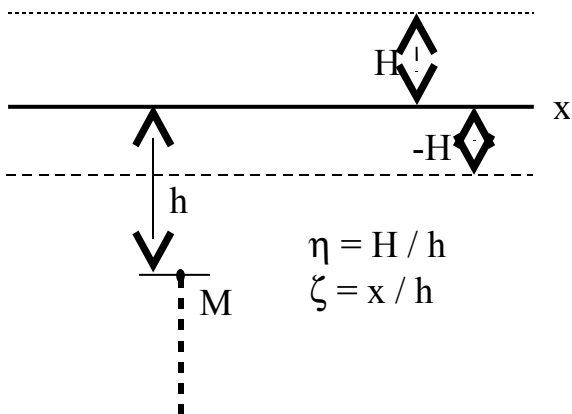
Въведение

Използването на трансформантите на геофизичните полета за относително разделяне на ефекта от различните смутител намира широко приложение (Справочник геофизика, Гравиразведка 1990; W. Telford, L. Geldart, R. Sheriff and D. Keys, 1990 и др.). За отделяне на локалните аномалии се използват остатъчните полета от аритметичното осредняване и от аналитичното продължение в горното полупространство, аналитичното продължение в долното полупространство, вариационните аномалии и вертикалните производни на гравитационни потенциал от по висш ред. В извършените от нас изследвания вниманието е ориентирано към основни локални трансформанти на гравитационното поле -

остатъчното поле от аритметичното усредняване, остатъчното поле от аналитичното продължение в горното полупространство, аналитичното продължение в долното полупространство и вариационните аномалии на полето, изчислени по методиката на Андреев-Грифин. Анализът е извършен за амплитудните стойности на аномалии от сферично тяло и вертикален кръгов цилиндър. Определени са зависимостите между амплитудните стойности на локалните трансформанти и дълбочината до смутителите в зависимост от нивата на аналитичните продължения в горното и долното полупространство и от радиуса на аритметичното усредняване и усредняването за вариационните аномалии. Изследвано е влиянието на съседни смутители в зависимост от тяхната дълбочина и маса.

Изследване на амплитудните стойности на локални трансформанти на гравитационното поле

Анализът е извършен за амплитудните стойности на локални трансформанти от сферично тяло и вертикален кръгов цилиндър. Използва се модел, илюстриран на фиг.1. Изчисленията се отнасят за профил x , върху който се проектира точкова маса M , съответно центърът на сфера с маса M и за профил, върху който се проектира вертикална материална линия с маса λ на единица дължина, съответно оста на хоризонтален кръгов цилиндър с маса λ . на единица дължина.



Фиг. 1. Схема на модела за изследване на локални трансформанти на гравитационното поле и използвани обозначения

Гравитационното поле на сферична маса M с хомогенна плътност в произволна точка \vec{r} от масата се разглежда като поле на същата маса M , концентрирана в центъра на сферата. Ако центърът на сферата се разполага на оста z на дълбочина h за всяка точка на разстояние r стойността на силата на тежестта е:

$$g = GM \frac{h}{(h^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

където G е гравитационна константа:

$$G = 66,7 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

За амплитудата g^a аномалията при $x=0$ стойността на силата на тежестта е:

$$g^a = GM \frac{1}{h^2} \quad (2)$$

За вертикална материална линия (вертикален кръгов цилиндър), неограничена в дълбочина и маса λ на единица дължина, при разположение на линията по оста z на разстояние $r = \sqrt{x^2 + h^2}$ силата на тежестта се определя от израза:

$$g = G\lambda \frac{1}{(h^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

Съответно за амплитудата g^a на аномалията при $x=0$ изразът е:

$$g^a = G\lambda \frac{1}{h} \quad (4)$$

Остатъчни аномалии от аналитичното продължение в горното полупространство

Въз основа на изразите (2) и (4) определяме отношението Q на остатъчната компонента на амплитудата на аномалиите - разликата между амплитудата за базовото ниво B - g_B^a и за височината H на аналитичното продължение в горното полупространство - g_H^a и амплитудата за базовото ниво B - g_B^a , съответно

- за сфера:

$$Q = \Delta g_{ост,н}^a = \frac{\Delta g_{ост,н}^a}{g_B^a} = \frac{g_B^a - g_H^a}{g_B^a} = 1 - \frac{h^2}{(h+H)^2} = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{H}{h}\right)^2} \quad (5)$$

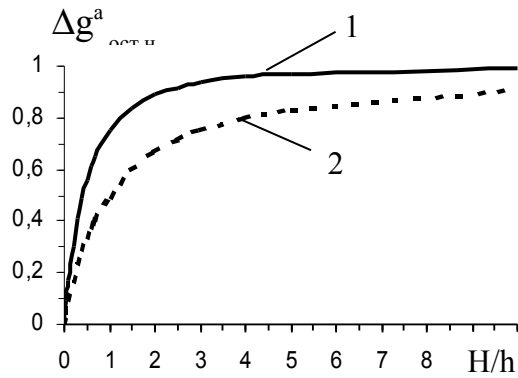
- за вертикален кръгов цилиндър:

$$Q = \Delta g_{ост,н}^a = \frac{\Delta g_{ост,н}^a}{g_B^a} = \frac{g_B^a - g_H^a}{g_B^a} = 1 - \frac{h}{h+H} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{H}{h}} \quad (6)$$

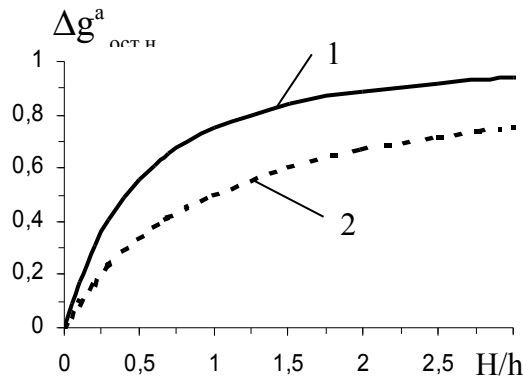
Зависимостите $\Delta g_{ост,н}^a = \Delta g_{ост,н}^a / g_B^a = f(H/h)$, дефинирани от (5) за сфера и (6) за вертикален кръгов цилиндър са показани на фиг.2.

Зависимостта на нормираната остатъчна аномалия $\Delta g_{ост,н}^a$ от параметъра H/h е много добре изразена до около $H/h = 1,5$ за сфера и до около $H/h = 4$. Числените стойности за някои относителни височини са както следва:

H/h	0,5	1	1,5	2	3	4
$\Delta g_{ост,н}^a$ - сфера	0,56	0,75	0,84	0,89	0,94	0,96
$\Delta g_{ост,н}^a$ - цилиндър	0,33	0,5	0,6	0,67	0,75	0,8



а



б

Фиг. 2. Графики на зависимостта $\Delta g^a_{ост.н} = f(H/h)$, където H е височината на аналитичното продължение в горното полупространство на силата на тежестта за сфера с маса M (графики 1) и за материална вертикална линия (вертикален кръгов цилиндър) с маса λ на единица дължина (графики 2); h - дълбочината до центъра на сферата или до материалната линия; $\Delta g^a_{ост.н} = \Delta g^a_{ост.н} / g^a_B$
а - график на зависимостта до $H/h = 10$; б - график на зависимостта до $H/h = 3$

При добре обособени аномалии илюстрираната зависимост може успешно да се използва за оценка на дълбочината до локалните смутители, които обуславят изометрични аномалии. Целесъобразно е да се използват нормираните остатъчни аномалии за няколко последователни нива на аналитично продължение в горното полупространство. От представените графики и от таблицата следва, че сравнително еднозначни са количествените оценки при използване на нормирани остатъчни аномалии със стойности до около 0,7-0,8. При нарастване на относителната височина H/h на аналитичното продължение на гравитационното поле в горното полупространство $\Delta g^a_{ост.н}$ се увеличава с малък градиент и $\Delta g^a_{ост.н} |_{H/h \rightarrow \infty} \rightarrow 1$.

Аномалии от аналитичното продължение в долното полупространство

Въз основа на изразите (2) и (4) определяме отношението Q на амплитудата на аномалията, продължена в долното полупространство на дълбочина $H - g^a_H$ и амплитудата на аномалията за базовото ниво $B - g^a_B$, съответно

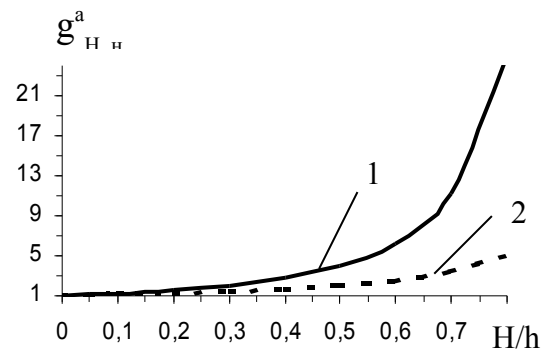
- за сфера:

$$Q = g^a_{H,н} = \frac{g^a_H}{g^a_B} = \frac{h^2}{(h+H)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{H}{h}\right)^2} \quad (7)$$

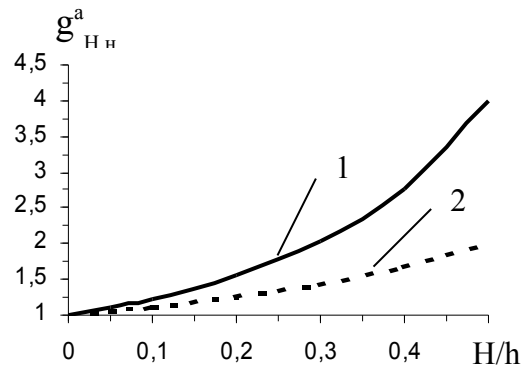
- за вертикален кръгов цилиндър:

$$Q = \frac{g^a_H}{g^a_B} = \frac{h}{h+H} = \frac{1}{1 + \frac{H}{h}} \quad (8)$$

Зависимостите $g^a_{H,н} = g^a_H / g^a_B = f(H/h)$, дефинирани от (7) за сфера и (8) за вертикален кръгов цилиндър са показани на фиг.3.



а



б

Фиг. 3. Графики на зависимостта $H/h = f(g^a_{H,н})$, където H е дълбочината на аналитичното продължение в долното полупространство на силата на тежестта за сфера с маса M (графики 1) и за материална вертикална линия (вертикален кръгов цилиндър) с маса λ на единица дължина (графики 2); h - дълбочината до центъра на сферата или до материалната линия; $g^a_{H,н} = g^a_H / g^a_B$
а - график на зависимостта до $H/h = 0.8$; б - график на зависимостта до $H/h = 0.5$

Илюстрираните графики показват, че зависимостите на нормираната локална аномалия $g^a_{H,н}$ от параметъра H/h за сфера и вертикален цилиндър се различават съществено. Това много добре се представя и от числените стойности за относителните дълбочини $H/h = 0,1 - 0,4$ на аналитичното продължение в долното полупространство:

$$\Delta g^a_{R,н}$$

H/h	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8
$g_{H,h}^a$ – сфера	1,24	1,56	2,04	2,78	4	6,25	25
$g_{H,h}^a$ – цилиндър	1,11	1,25	1,43	1,67	2	2,5	5

Представените графики и числените стойности в таблицата показват, че зависимостите за сфера и цилиндър на нормираните аномалии от дълбочината H/h се различават твърде съществено. За цилиндър зависимостта е с близка пропорционалност чувствителна за целия физически коректен за пренасянето диапазон, докато за сфера тази чувствителност много бързо нараства за нормираните амплитуди след около 0,5-0,6.

Остатъчни аномалии от аритметичното усредняване

Изследвано е отношението Q на разликата между амплитудата на измерената базова аномалия - g_B^a и усреднената стойност на гравитационното поле с прозорец R - $\overline{g_R^a}$ и амплитудата на измерената базова аномалия:

$$Q = \Delta g_{R,h}^a = \frac{g_B^a - \overline{g_R^a}}{g_B^a} = 1 - \frac{\overline{g_R^a}}{g_B^a} \quad (9)$$

$$\Delta g_{R,h}^a = 1 - \frac{\overline{g_R^a}}{g_B^a} = f\left(\frac{H}{h}\right)$$

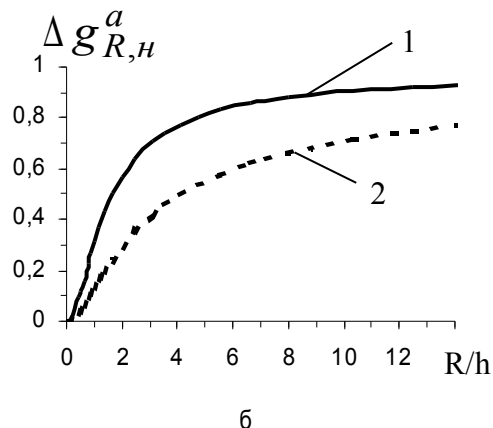
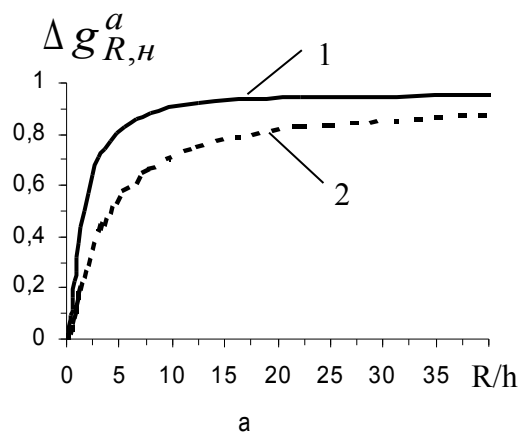
Зависимостите за сфера и цилиндър показани на фиг. 4. Нормираната остатъчна аномалия зависи чувствително от параметъра H/h до около H/h = 3 за сфера и до около H/h = 4 за цилиндър. Това добре се илюстрира и от числените стойности за някои относителни височини:

R/h	0,5	1	2	3	4	8
$\Delta g_{R,h}^a$ за сфера	0,11	0,32	0,57	0,71	0,77	0,88
$\Delta g_{R,h}^a$ за цилиндър	0,04	0,13	0,29	0,42	0,5	0,66

Вариационни аномалии на гравитационното поле

Изследвано е отношението Q на амплитудата на вариационната аномалия, изчислена по методиката на Андреев-Грифин за радиус R - Δg_R^a и амплитудата на измерената аномалия - g_B^a :

$$Q = \Delta g_{var,h}^a = \frac{\Delta g_R^a}{g_B^a} = \frac{g^a(R_1) - g^a(R_2)}{g_B^a} \quad (10)$$



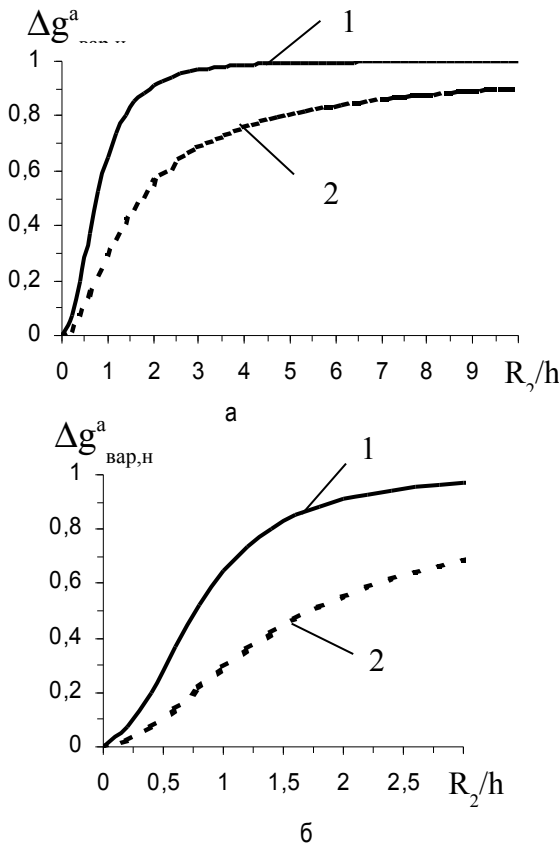
Фиг. 4. Графики на зависимостта $R/h = f(\Delta g_{R,h}^a)$, където R е радиусът на прозореца на усредняване; h - дълбочината за сфера с маса M (графики 1) и за материална вертикална линия (вертикален кръгов цилиндър) с маса λ на единица дължина(графики 2); h - дълбочината до центъра на сферата или до материалната линия
а - график на зависимостта за R/h = 40 ; б - график на зависимостта за R/h = 14

$$\Delta g_{var,h}^a = \frac{\Delta g_R^a}{g_B^a} = f\left(\frac{H}{h}\right)$$

Зависимостите за сфера и цилиндър показани на фиг. 5.

Както и за останалите локални аномалии зависимостта на нормираната вариационна аномалия от H/h е достатъчно чувствителна за относителни радиуси R на трансформацията около 2-3. Това добре се илюстрира и от конкретните числени стойности:

R/h	0,5	1	1,5	2	3	4
$\Delta g_{var,h}^a$ за сфера	0,28	0,65	0,83	0,91	0,97	0,99
$\Delta g_{var,h}^a$ за цилиндър	0,11	0,29	0,45	0,55	0,68	0,76



Фиг. 5. Графики на зависимостта $R/h = f(\Delta g^a_{\text{вар.н}})$, където R е радиусът на осредняване; h - дълбочината за сфера с маса M (графика 1) и за материална вертикална линия (вертикален кръгов цилиндър) с маса λ на единица дължина (графика 2); h - дълбочината до центъра на сферата или до материалната линия
 а - график на зависимостта до $R_2/h = 10$; б - график на зависимостта до $R_2/h = 3$

Съпоставянето на нормираните амплитудни стойности на локалните локални аномалии за сфера – остатъчната аномалия от аналитичното продължение в горното полупространство на височина H/h (графика 1, фиг. 2, а), остатъчната аномалия от аритметичното усредняване с радиус R/h (графика 1, фиг. 4, а) и вариационната аномалия, изчислена за радиус R_2/h (графика 1, фиг. 5, а) показва, че при идентифициране на параметрите на трансформация, нормираните амплитудни стойности на остатъчните аномалии от аналитичното продължение в горното полупространство и вариационните аномалии чувствителността към изменението на H/h и съответно R_2/h е много висока до около $H/h (R/h) \approx 1$. За $H/h (R/h) > 2$ съществува добра сходност между тези две нормирани локални трансформанти – относителните отклонения не превишават 5%. Нормираните остатъчни аномалии от аритметичното усредняване имат добра чувствителност до по-големи дълбочини (за $R/h < 4$). Различно е съотношението между нормираните амплитудни стойности на изследваните локални аномалии за вертикален цилиндър. Чувствителността и за трите локални трансформанти е висока за $H/h (R/h) \leq 4$.

Резултатите от съпоставянето обуславят необходимостта от съвместното използване на две или повече локални трансформанти за оценка дълбочината до аномалните обекти.

Изследване на влиянието на съседни аномалии върху амплитудните стойности на остатъчното поле от аналитичното продължение на гравитационното поле от сфера в горното полупространство

За оценка влиянието на съседни смутители върху амплитудните стойности на изследваните локални трансформанти са извършени изчисления за модел от две сфери, разположени на разстояние Δx (фиг. 6).

Стойността на компонентата от съседната аномалия съгласно използваните обозначения е:

$$g' = f(h_2/h_1, H/h_1, M_2/M_1, \Delta x/h_1) \tag{11}$$

Отношението Q' ще бъде:

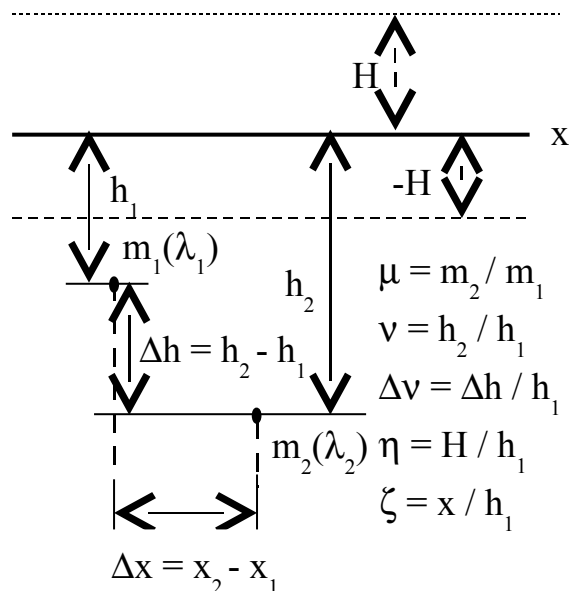
$$Q' = \frac{(g_B^a + g'_B) - (g_H^a + g'_H)}{g_B^a + g'_B} \tag{12}$$

Относителната грешка δ за Q' е:

$$\delta = \frac{Q - Q'}{Q} = 1 - \frac{Q'}{Q} \tag{13}$$

Въз основа на (5) и (12) за δ получаваме:

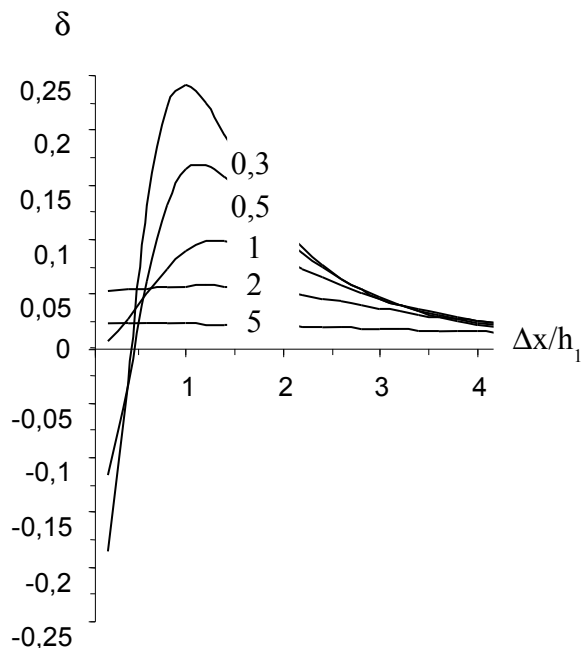
$$\delta = 1 - \frac{1 + \frac{g'_B - g'_H}{g_B^a - g_H^a}}{1 + \frac{g'_B}{g_B^a}} \tag{14}$$



Фиг. 6. Схема на модела за изследване на влиянието на съседни аномалии върху локални трансформанти на гравитационното поле и използвани обозначения

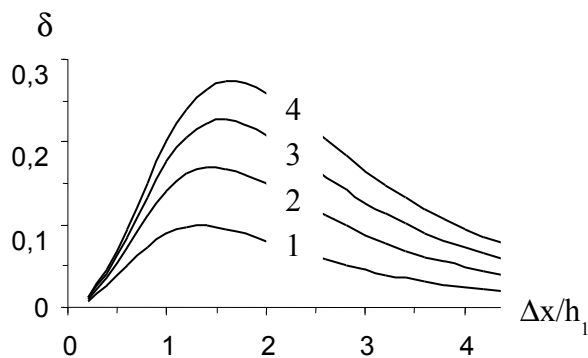
Графики на зависимостта на относителното влияние δ на силата на тежестта $\Delta g'$ от сфера на дълбочина h_2 върху амплитудата на изследваната аномалия Δg^a от сфера на дълбочина h_1 - $\delta = \Delta g'/\Delta g^a$ при $M_2/M_1 = 1$ и $H/h_1 = 1$ се илюстрират на фиг. 7. Влиянието може да бъде по-голямо от 10% за $h_2/h_1 < 1$ и много силно зависи от параметъра $\Delta x/h_1$

h_1 , като то е най-голямо за $\Delta x/h_1 \approx 1$. При намаляване на относителната дълбочина на съседния смутител влиянието бързо нараства и за $h_2/h_1 < 0,3$ и $\Delta x/h_1 \approx 1$ е по-голямо от 25%.



Фиг. 7. Графики на зависимостта на относителното влияние δ на силата на тежестта $\Delta g'$ от сфера на дълбочина h_2 върху амплитудата на изследваната аномалия Δg^a от сфера на дълбочина h_1 - $\delta = \Delta g'/\Delta g^a$ при $M_2/M_1 = 1$ и $H/h_1 = 1$
Параметър на графиките е h_2/h_1

Графики на зависимостта на относителното влияние δ на силата на тежестта $\Delta g'$ от сфера с маса M_2 върху амплитудата на изследваната аномалия Δg^a от сфера с маса M_1 - $\delta = \Delta g'/\Delta g^a$ при $h_2/h_1 = 1$ и $H/h_1 = 1$ се илюстрират на фиг.8.



Фиг.8. Графики на зависимостта на относителното влияние δ на силата на тежестта $\Delta g'$ от сфера с маса M_2 върху амплитудата на изследваната аномалия Δg^a от сфера с маса M_1 - $\delta = \Delta g'/\Delta g^a$ при $h_2/h_1 = 1$ и $H/h_1 = 1$
Параметър на графиките е отношението M_2/M_1

Влиянието може да бъде по-голямо от 10% за $M_2/M_1 > 1$ и зависи от параметъра $\Delta x/h_1$, като то е най-голямо за $\Delta x/h_1 = 1,5 - 2,0$. При относителната маса на съседния смутител

Препоръчана за публикуване от катедра "Приложна геофизика", ГПФ

влиянието бързо нараства и за $M_2/M_1 > 4$ може да бъде по-голямо от 30%.

Доколкото влиянието на съседни смутители с конкретна относителна дълбочина h_2/h_1 и относителна маса M_2/M_1 съществено зависи от параметъра $\Delta x/h_1$ целесъобразно е да се реализира съвместен анализ на съседни аномалии и се осъществява последователно съпоставяне на данните за количествените оценки.

Заклучение

Обобщеният анализ на резултатите от изследваните локални трансформанти на гравитационното поле позволява да се направят някои основни изводи.

- За всички изследвани локални трансформанти на гравитационното поле в известни граници на изменение на относителната дълбочина до смутителя спрямо параметъра на трансформация - нивото H за аналитичните продължения или радиусът R на кръга (или окръжността) на аритметични усреднявания, се установява добре изразена чувствителност, която може да се използва за количествена оценка на дълбочината до смутителя. При това е целесъобразен съвместен анализ по няколко трансформанти.

- Разделителните възможности за анализирани локални трансформанти са чувствителни до около стойности 3-4 за параметъра на трансформация H/h (или R/h). При нормираните амплитудни стойности на остатъчните аномалии от аналитичното продължение в горното полупространство и вариационните аномалии чувствителността към изменението на H/h и съответно R_2/h е много висока до около H/h (R/h) ≈ 1 . За H/h (R/h) > 2 между тези две нормирани локални трансформанти съществува добра сходимост - относителните отклонения не превишават 5%. Различно е съотношението между нормираните амплитудни стойности на изследваните локални аномалии за вертикален цилиндър. Чувствителността и за трите локални трансформанти е висока за H/h (R/h) ≤ 4 . За аналитичното продължение на гравитационното поле в долното полупространство зависимостта е чувствителна за целия физически значим диапазон на параметъра на трансформация - $H/h < 1$.

- Резултатите от съпоставянето обуславят необходимостта от съвместното използване на две или повече локални трансформанти за оценка дълбочината до аномалните обекти.

- Влиянието на съседни смутители с конкретна относителна дълбочина h_2/h_1 и относителна маса M_2/M_1 съществено зависи от параметъра $\Delta x/h_1$. Целесъобразно е да се реализира съвместен анализ на съседни аномалии и да се осъществява последователно съпоставяне на данните за количествените оценки.

Литература

- Справочник геофизика. 1990. *Гравиразведка*. Москва, "Недра".
W. Telford, L. Geldart, R. Sheriff and D. Keys. 1990. *Applied Geophysics*. Cambridge, Cambridge University Press.