

## ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ХИДРОДИНАМИЧНИТЕ ПАРАМЕТРИ НА ВОДОНОСНИЯ ПЛАСТ ПО ДАННИ ОТ ВОДОЧЕРПАТЕЛНИ ОПИТИ С ПРОМЕНЛИВ ДЕБИТ

**Н. Стоянов**

Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски", 1700 София, e-mail: [nts@mgu.bg](mailto:nts@mgu.bg)

**РЕЗЮМЕ.** В хидрогеоложката теория и практика съществуват голям брой методи за изчисляване на хидродинамичните параметри по данни от водочерпателни опити, проведени с постоянен или променлив дебит. Те използват аналитични, графоаналитични и числени решения на уравненията на филтрацията, получени при различни схеми на граничните условия. Предлаганият метод се основава на изцяло автоматизираното сравняване на реалните наблюдения от опитното водочерпене със серия от теоретични криви, описващи протичащите по време на опита хидродинамични процеси. Серията от теоретични криви се получава чрез вариране на хидродинамичните параметри в определени граници. В програмната реализация на метода е включена оптимизационна процедура, използваща алгоритъма на Levenberg-Marquardt. Направени са тестове за грешката при идентификацията на хидродинамичните параметри от теоретични криви, определени при предварително зададени стойности на търсените параметри и за шумоустойчивост на решението. Предлаганият метод позволява да се интерпретират данни от водочерпателни тестове, проведени с променлив дебит на водочерпене. При това е възможно да се обработват данни за изменението на нивото на подземните води в един наблюдателен сондаж, в резултат от действието на един или повече водочерпателни кладенци.

## ESTIMATION OF AQUIFER HYDRAULIC PARAMETERS DERIVED FROM VARIABLE RATE PUMPING TESTS DATA

**N. Stoyanov**

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", 1700 Sofia, e-mail: [nts@mgu.bg](mailto:nts@mgu.bg)

**ABSTRACT.** A large number of methods for calculating the aquifer hydraulic parameters according to data from pumping tests performed with a constant or a variable rate is existing in the hydrogeological theory and practice. These techniques are using analytical, graphical or numerical approach and are solving the flow equations for different boundary conditions. The proposed method is based on an entirely automated comparison between data from pumping tests and a set of theoretical charts describing the hydrodynamical processes that take place during the study. The set of theoretical charts is acquired as a result of varying the hydraulic parameters within specific limits. An optimization procedure based on the Levenberg-Marquardt algorithm is included in the program realization of the proposed technique. Tests were performed for estimating the error in the identification of the hydraulic parameters using theoretical charts derived from preliminary specified values for the studied parameters. The obtained solutions are also tested for different noise levels. The proposed method is making possible the interpretation of data from variable rate pumping tests. It is also possible to process groundwater level changes in one observation well caused by one or more pumping wells.

### Въведение

При решаването на широк кръг хидрогеоложки задачи, свързани с оценката на ресурсите на подземните води или с тяхното опазване от изтощаване и замърсяване много важно значение има точното познаване на хидродинамичните параметри на водоносните пластове.

Най-често определянето на тези параметри се прави посредством провеждането на водочерпателни опити. В хидрогеоложката теория и практика са разработени голям брой методи за интерпретиране на експерименталните данни. Те използват аналитични, графоаналитични и числени решения на уравненията на филтрацията, получени при различни схеми на граничните условия. Теоретичните основи на различните методи и прилаганите изчислителни техники са подробно изложени в огромен брой научни публикации и обобщаващи разработки: Theis (1935), Cooper and Jacob (1946), Hantush and Jacob (1955), Hantush (1956, 1961), Веригин (1977), Боровский, Язвин и Самсонов (1973), Neuman (1974), Мироненко и Шестаков (1978), Driscoll (1986), Kruseman and De Ridder (1994), Walton (1996),

Moench (1996), Hall and Chen (1996), Kasenow (1997) и много други. Доста публикации по проблема има и в нашата литература: Гълъбов (1964, 1966) Йотов и Ченов (1976), Гълъбов (1983), Гълъбов и Пенчев (1986), Йотов (1992) и др.

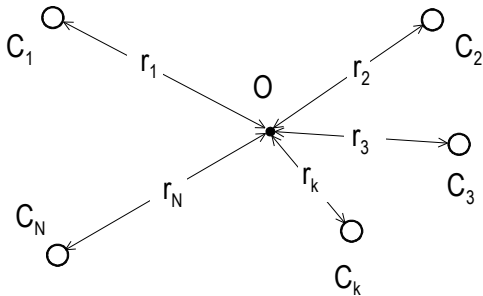
В последните 10-15 години с развитието на изчислителната техника се развиха нови и много ефективни идентификационни методи. При тях голямо приложение намират оптимизационните процедури за намиране на хидродинамичните параметри.

Предлаганият метод за определяне параметрите на пласта по данни от водочерпателни опити с променлив дебит използва класическото решение на Тейс, методът на суперпозицията и една от най-добрите оптимизационни процедури – алгоритъма на Levenberg-Marquardt.

## Математически модел на реакцията на водоносния пласт при водочерпателен опит с променлив дебит

Водочерпателните опити с променлив дебит в класическия си вариант се изпълняват в опитни участъци, състоящи се от два или повече сондажа, от които един водочерпателен и един или няколко наблюдателни сондажа. В хода на експеримента се следят пониженията на водните нива в наблюдателните сондажи (s) и промените на дебита ( $\Delta Q$ ) в централния сондаж.

Тук ще разгледаме и една по-обща опитна схема, при която хидродинамичните параметри се определят по данни за реакцията на водоносния пласт при работата на два или повече взаимодействащи си сондажа. При тази схема водочерпателните сондажи в план са разположени произволно (фиг.1). Те се включват и изключват в различни моменти от време и също произволно могат да променят своя дебит. По време на опита в една точка (в наблюдателния сондаж) в различни моменти от време се измерва изменението на пиезометричното ниво в пласта, като същевременно се регистрират и промените в режима на експлоатация на всеки от водочерпателните сондажи.



Фиг. 1. Схема на опитната постановка

Аналитичната зависимост, описваща реакцията на напорен водоносен пласт при провеждане на водочерпателен опит по тази най-обща схема, е изведена като е използвано класическото решение на Тейс (1935) и методът на суперпозицията (метод на наслагане на филтрационните полета).

Съгласно методът на суперпозицията при работата на N на брой произволно разположени водочерпателни сондажи общото понижение на пиезометричното ниво в дадена точка О от пласта е равно на сумата от пониженията, които същите сондажи биха създали, ако всеки от тях работеше самостоятелно (фиг. 1). В случай, че техните дебита се менят произволно, то всяко нарастване или намаление на дебита на k-тия сондаж ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) в даден момент от време  $t_j$  води до промяна на сумарния дебит на системата с  $\Delta Q_j$  (фиг. 2). Новото състояние на системата в математическия модел може да се представи посредством включване в същата точка на нов сондаж с дебит равен на съответната промяна. Тогава сумарното понижение  $s(t)$  в точка О от пласта в момента  $t_i$  след началото на груповото водочерпене (фиг. 3) се определя със сумата:

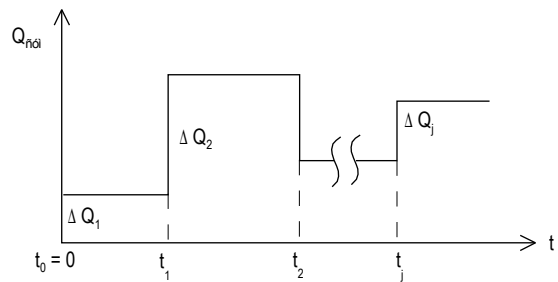
$$s(t_i) = \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^N s_{i,j,k} \quad (1)$$

където  $s_{i,j,k}$  е понижението в точка О, което създава j-тата промяна на дебита на k-тия кладенец в момента  $t_i$ .

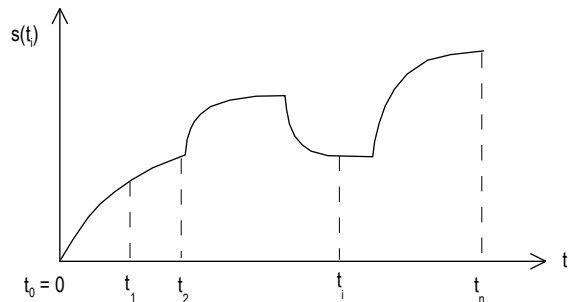
Ако във формула (1) величината  $s_{i,j,k}$  се запише посредством решението на Тейс (1935) за работата на единичен кладенец в напорен водоносен пласт ще получим математическия аналитичен модел на реакцията на пласта в условията на групово водочерпене с променлив дебит. След преобразуване на членовете на двойната сума, което ще облекчи програмната реализация на модела, аналитичната зависимост добива вида:

$$s(t_i) = \sum_{k=1}^N \frac{Q_{1,k}}{4\pi T} W\left(\frac{r_k^2}{4at_i}\right) + \sum_{j=2}^i \sum_{k=1}^N \frac{Q_{j,k} - Q_{j-1,k}}{4\pi T} W\left(\frac{r_k^2}{4a(t_i - t_{j-1})}\right) \quad (2)$$

където:  $s(t_i)$  е изменението на нивото в наблюдателния сондаж (т.О), L;  $Q_{1,k}$  е началният дебит на k-тия сондаж,  $L^3T^{-1}$ ;  $r_k$  е разстоянието от наблюдателния сондаж до k-тия сондаж, в който е настъпила j-тата промяна на неговия дебит, L; T е проводимостта на пласта,  $L^3T^{-1}$ ; a е коефициентът на пиезоподаване,  $L^3T^{-1}$ ; i е номерът на поредното измерване на  $s(t_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ); j е номерът на поредното изменение на дебита на k-тия сондаж ( $j = 1, 2, \dots, i$ );  $W()$  е функцията на кладенеца.



Фиг. 2. Промени в сумарния дебит на системата



Фиг. 3. Изменение на понижението в наблюдателния сондаж (т.О)

Математическият модел на класическия опит с един водочерпателен сондаж с произволно променящ се дебит се получава от формула (2) при условие, че  $N = 1$

$$s(t_i) = \frac{Q_1}{4\pi T} W\left(\frac{r^2}{4at_i}\right) + \sum_{j=2}^i \frac{Q_j - Q_{j-1}}{4\pi T} W\left(\frac{r^2}{4a(t_i - t_{j-1})}\right) \quad (3)$$

където:  $Q_1$  е началният дебит на водочерпателния сондаж,  $L^3T^{-1}$ ; r е разстоянието между наблюдателния и водочерпателния сондаж, L.

Предлаганият метод за идентификация на хидродинамичните параметри на пласта се основава на изцяло автоматизирано сравняване на данните от опитното водочер-

пене със серия от теоретични криви, получени с по-общия математически модел – формула (2). Серията от теоретични криви се получава посредством вариране на търсените параметри (Т и а). В програмната реализация на метода е включена оптимизационна процедура, използваща алгоритъма на Levenberg-Marquardt.

### Кратко описание на алгоритъма на Levenberg-Marquardt

Алгоритъмът на Levenberg-Marquardt представлява една от най-добрите математически процедури за решаването на идентификационни задачи, която позволява търсенето на минимума на функции на няколко променливи. По-конкретно, ако имаме М на брой нелинейни функции  $f_1, f_2, \dots, f_M$  на векторния параметър  $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  с този алгоритъм могат да се определят онези стойности на отделните елементи от вектора  $\mathbf{x}$ , които минимизират функционала  $f_1(\mathbf{x})^2 + f_2(\mathbf{x})^2 + \dots + f_M(\mathbf{x})^2$ . В идентификационните задачи, при съпоставянето на нелинейния математически модел на проведения опит с експериментално получените данни, функциите  $f_i$  се дефинират като разлика между експерименталните и теоретичните данни, като се използва формулата:

$$f_i(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) - y_i, \quad (4)$$

където:  $i = 1, \dots, M$  е номерът на експерименталното наблюдение;  $g$  е функцията, дефинираща нелинейния модел, като нейните аргументи са елементите на вектора  $\mathbf{x}$ ;  $y_i$  е  $i$ -тото експериментално наблюдение на зависимата променлива.

В този случай, функционалът  $f_1(\mathbf{x})^2 + f_2(\mathbf{x})^2 + \dots + f_M(\mathbf{x})^2$  представлява сума от квадратите на разликите между реалните и теоретичните данни, а елементите на вектора  $\mathbf{x}$  са търсените филтрационни параметри.

Алгоритъмът започва търсенето на точката на минимума от зададена първоначална оценка на вектора  $\mathbf{x}$ , която може да се означава като  $\mathbf{x}^0$ . Последователно алгоритъмът генерира серия от стойности за отделните елементи от вектора  $\mathbf{x}$ , които са насочени към точката на минимума на функционала, като използва следната формула:

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n - [\alpha_n \mathbf{D}_n - \mathbf{J}_n^T \mathbf{J}_n]^{-1} \mathbf{J}_n^T f(\mathbf{x}^n), \quad (5)$$

където:  $\mathbf{J}_n$  е матрицата на Якоби, оценена в точката  $\mathbf{x}^n$ ;  $\mathbf{D}^n$  е диагонална матрица, състояща се от диагоналните елементи на  $\mathbf{J}_n^T \mathbf{J}_n$ ; и  $\alpha_n$  е положителна мащабираща константа, известна още като параметър на Marquardt.

Намирането на посоката на най-бързото намаляване на градиента се ускорява чрез увеличаване и намаляване на параметъра на Marquardt  $\alpha_n$ . За тази цел се използва предварително зададена константа  $\phi$ . До намаляването на сумата от квадратите на разликите, параметърът на Marquardt се умножава с  $\phi^2$ . След установяване на намаляване, параметърът на Marquardt също се намалява, като се разделя на  $\phi$ . Горната граница на нарастване на параметъра на Marquardt се задава в зависимост от особеностите на модела и входните данни. Препоръчително е тя да бъде по-голяма от 100. След две последователни итерации, параметърът на Marquardt се увеличава и

намалява като функция от изменението на нормата на градиента  $2 \|\mathbf{J}^T \mathbf{f}\|$  в границите  $[\phi^{-1}, \phi]$ .

Математическата процедура използва две изчислителни схеми: диференциране напред и централно диференциране. Централното диференциране дава по-точни резултати, но изисква по-голям брой изчисления, и се използва само, след като алгоритъмът е достигнал в близост до търсения минимум. Алгоритъмът превключва от диференциране напред към централно диференциране, когато евклидовата норма на градиента е по-малка от предварително зададена числена стойност. Препоръчително е това число да бъде равно на 0.1. Якобианът, при диференциране напред, се изчислява по формулата:

$$\frac{1}{h_j} [f_i(\mathbf{x} + h_j \mathbf{u}_j) - f_i(\mathbf{x})], \quad (6)$$

а при централно диференциране – по формулата:

$$\frac{1}{h_j} [f_i(\mathbf{x} + h_j \mathbf{u}_j) - f_i(\mathbf{x} - h_j \mathbf{u}_j)], \quad (7)$$

където  $\mathbf{u}_j$  е  $j$ -тия единичен вектор, а  $h_j = \max(|x_j|, 0.1) \epsilon^{1/2}$ ;  $\epsilon$  е относителната точност на машинната аритметика с плаваща точка. При програмната реализация на метода са използвани четирибайтови числа с плаваща точка, които имат относителна точност  $\epsilon$ , равна на  $10^{6.3}$  или  $5.01187 \cdot 10^7$ .

За да се намали броят на изчисленията при численото диференциране, Якобианът се обновява по формулата:

$$\mathbf{J}_{n+1} = \mathbf{J}_n + \frac{1}{\delta} \frac{\delta}{\delta} [f(\mathbf{x}^{n+1}) - f(\mathbf{x}^n) - \mathbf{J}_n \delta] \delta^T, \quad (8)$$

където  $\delta = \mathbf{x}^{n+1} - \mathbf{x}^n$ .

При диференциране по формули (6) и (7) отделните елементи на вектора  $\mathbf{x}$  се увеличават или намаляват със стойности, пропорционални на големината на самите елементи ( $h_j$ ). Ето защо, за получаването на по-точни решения се препоръчва мащабиране (нормиране) на отделните елементи от вектора  $\mathbf{x}$  при изчисляването на  $f_i$ , така че всеки елемент да има еднакъв брой значещи цифри. При алгоритъма на Levenberg-Marquardt броят на значещите цифри се изчислява, като се включват и нулите след десетичната точка. Така например числата 123.45 и 0.00123 имат еднакъв брой (пет) значещи цифри.

Типът на математическия модел, с който се описва експеримента, определя влиянието на зададената първоначалната оценка на вектора  $\mathbf{x}$  ( $\mathbf{x}^0$ ) върху точността на крайните резултати. За по-прости математически модели първоначалните стойности за вектора  $\mathbf{x}$  могат да бъдат произволни. При по-сложните математически модели, обаче, първоначалната оценка на вектора  $\mathbf{x}$  е необходимо да бъде в близост до търсените стойности, тъй като това има значение за достигането до крайното решение.

Алгоритъмът на Levenberg-Marquardt използва три различни критерия за установяването на търсения минимум, т.е. сходимост на решението:

□ Първият критерий е изпълнен, когато между две последователни итерации не настъпва промяна в стой-

ностите на елементите от вектора  $\mathbf{x}$ , като се сравняват предварително определен брой значещи цифри. При използването на реални числа с единична точност (четирибайтови числа) е препоръчително броят на сравняваните значещи цифри да бъде равен на 3.

- Вторият критерий е изпълнен, когато между две последователни итерации разликата в стойността на функционала  $f_1(\mathbf{x})^2 + f_2(\mathbf{x})^2 + \dots + f_m(\mathbf{x})^2$  е по-малка от предварително зададено реално число. Препоръчително е това число да бъде равно на нула.
- Третият критерий е изпълнен, когато евклидовата норма на градиента е равна или по-малка от предварително зададено реално число. Препоръчително е това число също да бъде равно на нула.

Изпълнението на един от критериите води до прекъсването на изчисленията. Възможно е при достигането до търсения минимум да бъдат изпълнени едновременно няколко критерия.

### Реализация на метода в компютърната програма PTCA-VQ

Практическото прилагане на предлагания метод може да бъде извършено само чрез използването на компютърна техника. Ето защо, на езика C++ за операционна система LINUX бе разработена компютърната програма PTCA-VQ. В програмния код функцията на кладенеца  $W(\cdot)$  е имплементирана, като е използвана полиномната апроксимация, предложена от Abramowitz and Stegun (1964) – вж. Walton (1989).

Програмата включва четири основни модула – модул за обработка на входните данни; модул за минимизация; модул за моделиране; модул за обработка на крайните резултати.

Модулет за обработка на входните данни има за цел бързо и лесно въвеждане, редактиране и подготовка на всички числени данни, необходими за решаването на идентификационната задача. Входните данни включват разстоянията  $r_k$  от наблюдателния сондаж до водочерпателните сондажи, измерените понижения (покачвания) на пиезометричното ниво в наблюдателния сондаж  $s(t_i)$  и дебитите на водочерпателните сондажи  $Q_{j,k}$  във всеки момент  $t_i$  след началото на водочерпенето. Част от входната информация се въвежда ръчно от клавиатурата на компютъра като програмата дава серия от съобщения за въвеждането на съответните параметри. Друга част, се въвежда автоматично от външен текстови файл с подразбиращо се разширение [.dat], при което потребителят трябва да зададе неговото име. В този файл се записват стойностите за  $r_k$ ,  $s(t_i)$ ,  $t_i$  и  $Q_{j,k}$ . Допълнително като входни данни се задават начални стойности на търсените параметри ( $T$  и  $a$ ) и възможните граници на тяхното изменение.

Модулет за минимизация, който имплементира алгоритъма на Levenberg-Marquardt, търси минимума в разликите между експерименталните данни и теоретичните криви, описващи протичащия в хода на опита процес при различни стойности за хидродинамичните параметри. Програмата позволява визуално да се следи степента на несъответствието между измерените стойности и теоретичните криви и установените разлики могат да се редуцират чрез вариране на границите на изменение на търсените параметри. Първоначалното приближение за техните стойности е от

голямо значение за сходимостта на крайното решение. За това началните стойности трябва да бъдат от порядък, близък до реалните стойности на търсените параметри.

Модулет за моделиране на реакцията на пласта по предварително зададени  $T$  и  $a$  изчислява теоретичните стойности за изменението на пиезометричното ниво в наблюдателния сондаж, като използва изведената по-горе аналитична зависимост – формула (2). Изчислените стойности се използват в модула за минимизация при търсене на стойностите на хидродинамичните параметри.

Модулет за обработка на крайните резултати има за цел извеждането на определените стойности за хидродинамичните параметри и за теоретичните криви, апроксимиращи данните от опита. Тези данни се записват в два външни текстови файла. В първия с разширение [.out] са записани получените стойности за параметрите  $T$  и  $a$ , а във втория, имащ разширение [.dat.aut], са записани данните от реалните измервания и тези от теоретичната крива. За визуализацията на резултатите може да се ползват някои от стандартните програми за графична обработка на 2D данни – напр. GRAPHER – Version 3.0 на Golden Software.Inc.

Разработената компютърна програма PTCA-VQ работи в графична среда под управление на операционна система LINUX, където става визуализацията на междинните и окончателните резултати във вид на графики и таблици.

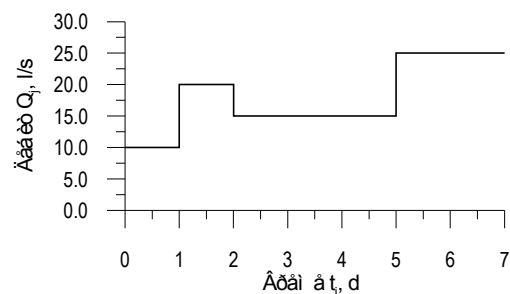
### Тестване на програма PTCA-VQ

Програма PTCA-VQ е тествана относно:

- грешката при идентификацията на хидродинамичните параметри от теоретични криви, определени при предварително зададени стойности на търсените параметри;
- шумоустойчивост на решението.

При тестовете е използвана схемата на водочерпателен тест с променлив дебит в опитен участък, състоящ се от един водочерпателен и един наблюдателен сондаж.

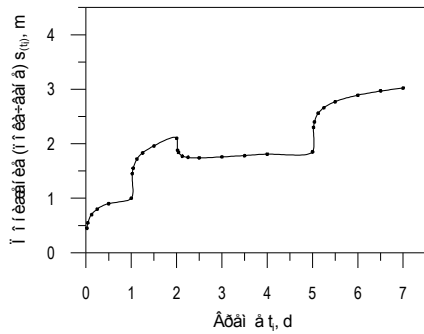
Първата проверка е направена като по предварително зададени стойности на хидродинамичните параметри  $T$  и  $a$  са изчислени стойностите на изменението на пиезометричното ниво в наблюдателния сондаж  $s(t_i)$  за определен брой моменти от време  $t_i$ . В тестовия пример е прието, че разстоянието между двата сондажа е  $r = 10$  m, а през продължителното седем денонощия водочерпене дебитът на водочерпателния сондаж се е променял четири пъти (вж. таблица 1). При изчисленията са използвани таблични стойности на функцията на кладенеца  $W(\cdot)$ .



Фиг. 4. Режим на водочерпателния сондаж

След това е направена идентификация на хидродинамичните параметри, като получената от тестовия пример функционална зависимост  $s = f(t)$  е обработена с програма PTCA-VQ.

Изчислените стойности за изменение на пиезометричното ниво в наблюдателния сондаж  $s(t)$  са представени с точки на фиг. 5. На същата фигура с плътна линия е дадена и получената компютърната програма идентификационна крива.



Фиг. 5. Тестов пример без зашумяване

Резултатите от идентификационната процедура, както и предварително зададените стойности на параметри  $T$  и  $a$  са представени в табл.1. Очевидно, ако входните данни (данните от един реален експеримент) се описват точно от теоретични криви, то грешката при определяне на хидродинамичните параметри с програма PTCA-VQ е минимална – под 1%.

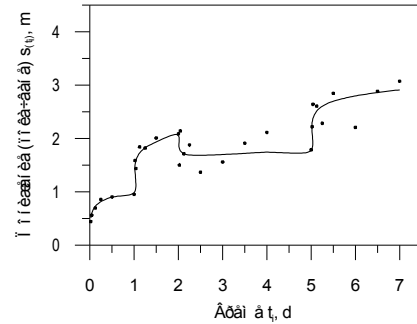
Таблица 1.

Резултати от идентификационната процедура

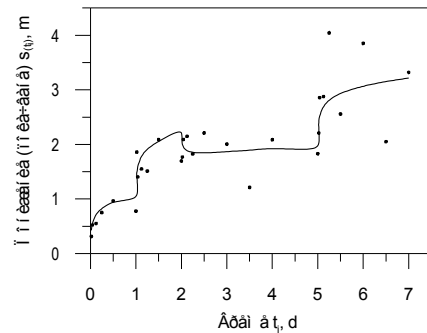
Хидродинамични параметри	Проводимост $T, m^2/d$	Пиезопредаване $a, m^2/d$
Предварително зададени стойности	480.0	48000.0
Идентифицирани с програма PTCA-VQ стойности	475.8	47728.5
Идентификационна грешка, %	0.87	0.57

Втората проверка има за цел да се установи шумоустойчивостта на полученото решение. Тя е направена като допълнително към теоретично определените стойности за изменението на пиезометричните нива е добавен случаен, нормално разпределен шум с отклонения от тези стойности с 1, 2.5, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 и 50 %. Добавянето на шума има за цел да моделира грешки в измерването, като теоретичните стойности се доближат до реално определяните по време на водочерпателните тестове.

Получените след зашумяването зависимости  $s = f(t)$  са обработени с програма PTCA-VQ. За илюстрация на решенията на фиг. 6 с плътна линия са представени идентификационните криви при зашумяване на теоретичните стойности с 10 и 20 %. На същата фигура зашумените стойности на функцията  $s = f(t)$  са представени с точки.

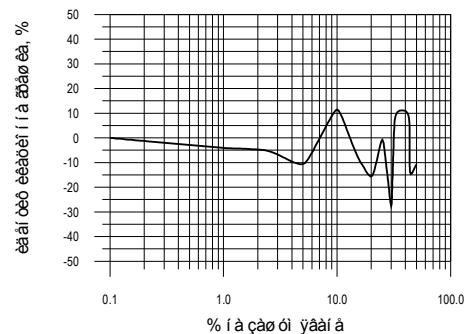


Фиг. 6. Тестов пример с 10 % шум

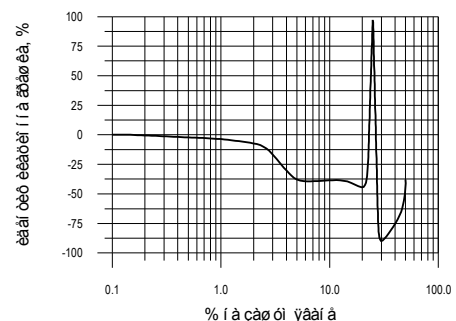


Фиг. 7. Тестов пример с 20 % шум

Изчислените с програмата стойности на параметрите  $T$  и  $a$  при различна степен на зашумяване са сравнени със стойностите, получени при нулев шум. На фиг. 8 е представена връзката между % на грешката при идентифициране на параметрите и % на зашумяване на данните.



Фиг. 8. Идентификационна грешка при определянето на  $T$



Фиг. 9. Идентификационна грешка при определянето на  $a$

Анализът на резултатите от направеното изследване за шумоустойчивост показва, че решението за проводимостта  $T$  на пласта е по-устойчиво на шум в сравнение с това за пиезопредаването  $a$ . Дори при много голямо зашумяване

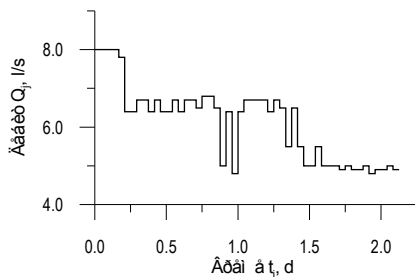
на входните данни, идентификационната грешка не надхвърля 20-25 %. Много чувствителен към симулираня в тестовите примери шум е пиесопредаването  $a$ . При 5 % зашумяване на входните данни, идентификационната грешка е над 30 %, а при 25 % шум тя може да достигне до 100 %.

Следователно с програма PTCA-VQ достатъчно точно могат да се интерпретират резултатите от водочерпателни тестове, ако грешките в експерименталните данни не надхвърлят 20 %. В този аспект използването на програмата е необходимо да се предшества от внимателен подбор на опитните резултати.

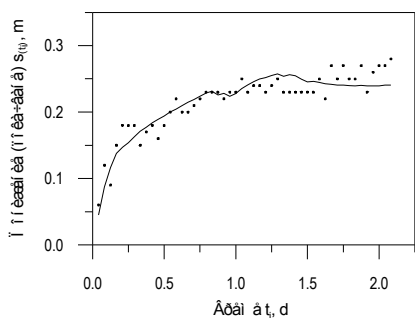
### Практически пример

За оценка на възможностите на предложения метод и разработената програма са обработени резултатите от голям брой опитни водочерпения с променлив дебит. Тук като пример се представя полученото идентификационно решение по данни от водочерпателния тест цитиран на стр. 38-42 в Йотов и Ченов (1976).

Опитът е проведен в участък, включващ един наблюдателен и един водочерпателен сондаж на 30 m един от друг. Водочерпенето продължава около 2 d, като дебитът е твърде непостоянен (фиг. 10). Апроксимирайки сложната функционална зависимост  $Q = f(t)$  с тристъпален тест по графоаналитичния метод  $s/Q_t \div \lg t_{cp}$  авторите са определили, че проводимостта на пласта е  $T = 482 \text{ m}^2/\text{d}$ , пиесопредаването е  $a = 5160 \text{ m}^2/\text{d}$ .



Фиг. 10. Режим на водочерпателния сондаж



Фиг. 11. Опитни данни и идентификационна крива

Данните от водочерпателния опит са обработени и посредством програма PTCA-VQ. Измерените по време на

опита промени на нивото в наблюдателния сондаж  $s = f(t)$  и получената идентификационна крива са представени на фиг. 11. Очевидно, тази крива доста добре описва входните данни ( $SSQ = 0.017$ ).

Получените от идентификационната процедура стойности за параметрите на пласта са:  $T = 602 \text{ m}^2/\text{d}$ , и  $a = 9616 \text{ m}^2/\text{d}$ . Разликата с резултатите, получени по графоаналитичния метод, са относително малки. Те се дължат на факта, че с програмата се обработват всички опитни данни, докато при метода  $s/Q_t \div \lg t_{cp}$  реалните промени в дебита са силно схематизирани.

### Заклучение

От представените тестови примери и проверки за устойчивост на решението, както и от практическия пример се вижда, че методът, използващ алгоритъма на Levenberg-Marquardt, и компютърната програма PTCA-VQ могат успешно да бъдат използвани за определяне на хидродинамичните параметри на пласта по данни от водочерпателни опити с променлив дебит. Основните предимства на метода са в цялостната автоматизирана обработка на данните и в нагледната визуализация на полученото крайно решение.

В хидрогеоложката практика този подход предлага прецизно решаване и на широк кръг идентификационни задачи, интерпретиращи експерименталните резултати от различни опитни схеми.

### Литература

Бочевер, Ф. М. 1968. *Расчеты эксплуатационный запасов подземных вод*. М., Недра, 325 с.

Гълъбов, М. М. 1964. Върху определянето на основните хидродинамични параметри на водоносния пласт. В: *Трудове върху геологията на България, серия инж. геология и хидрогеология*. С., БАН, III, 25-47.

Гылыбов, М. М. 1966. Определение гидрогеологических параметров пласта в условиях неустановившегося движения подземных вод. В: *Известия высший учебных заведений. Геология и разведка*. М., 7, 87-93.

Гълъбов, М. М. 1983. *Динамика на подземните води*. С., Техника, 371 с.

Йотов, Ил. Г., Хр. Д. Ченов. 1976. *Методика за определяне хидрогеоложките параметри на водоносните пластовете*. С., Техника, 269 с.

Brown, K. M., J. E. Dennis. 1972. Derivative free analogues of the Levenberg-Marquardt and Gauss algorithms for nonlinear least squares approximations. – *Numerische Mathematik*, 18, 289-297.

Marquardt, D. W. 1961. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. – *Journal Soc. Ind. Appl. Math.*, 2, 431-441.

Walton, W. C. 1989. *Analytical Groundwater Modeling. Flow and Contaminant Migration*. NWWA, Lewis Publishers, Chelsea, MI.

Препоръчана за публикуване от катедра "Хидрогеология и инженерна геология", ГПФ