

## ТРАЕКТОРНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ХИДРАВЛИЧЕН ТОВАРОПОДЕМЕН МАНИПУЛАТОР

**Божидар Григоров      Стефан Аспарухов**

Технически Университет – София  
София 1797, България  
E-mail b.grig-  
orov@vmei.acad.bg

Технически Университет – София  
София 1797, България

### РЕЗЮМЕ

Настоящата разработка е посветена на изследване възможностите на товароподемен манипулатор да осъществява преместване на товари по предварително зададени траектории, определени от краен брой траекторни точки. Разгледано е съоръжение с ротационни двойки и хидравлично задвижване на звената. Всяка една от траекторните точки се описва като съвкупност от позиция и ориентация на товара в обслужвания обем на манипулатора. При зададено време за преминаване по определена траектория са изчислени двигателните усилия по всяка една степен на свобода, необходими за преодоляване съвкупността от външни статични и динамични натоварвания, като за тази цел е приложен на интерактивен Нютон-Ойлеров алгоритъм. Определен е също така желания дебит на помпата за реализация скоростите на звената. Получените резултати от симулацията са сравнени с действителните параметри на съоръжението за да се направи оценка на възможностите за движение по определена траектория.

Траекторията, като понятие дефинирано робототехниката, представлява изменение във функцията от времето на позицията, скоростта и ускорението във всяка степен на свобода. Тези функции се изчисляват на базата на съвкупност от позиции и ориентации на инструмента, товара или последното звено от работния орган на робота, през която съвкупност те преминават при движение от едно начално до едно крайно положение. Допълнително към това описание може да бъде вмъкнат и временния елемент, т.е. изискването движението от началното до крайното положение, при преминаване през определен брой "междинни" траекторни точки, да се извърши за определен, предварително зададен интервал от време.

Очевидно е, че при движение по определена траектория, работния орган е подложен на действието на система от външни сили – статични, както и динамични, вследствие на неустановените движения. Това е особено валидно по отношение на товароподемните съоръжения конструирани за обработка на значителни по големина товари и със звена, чиято маса не може да бъде пренебрегната. От друга страна, желанието за интензифициране на процеса и повишаване на производителността чрез намаляване на времето за цикъла (времето за движение определена траектория) води до увеличаване на динамичните натоварвания, а от там и общото натоварване на конструкцията.

Общото натоварване на работния орган се поема от носещата конструкция, както и от системата на задвижване по отделните степени на свобода. Тъй като универсалните товароподемни манипулатори са конструирани за изпълнение на широк кръг задачи (включително

технологични), то оразмеряването на носещата конструкция, както и системата на задвижване (от гледна точка на двигателните усилия) са извършени на базата на общи съображения и обобщени изисквания.

При използване на конкретна конструкция в специфични условия обаче, трябва да се извършат изследвания на възможностите да бъдат осъществявани желани траектории. Тези изследвания касаят както определяне на възможностите на системата за задвижване да развива желаните усилия, и скорости, така и якостта на конструкцията под въздействието на статичните и динамични усилия.

Настоящата разработка е посветена на траекторни изследвания на товароподемен манипулатор с хидравлично задвижване и шест звена, образуващи пет ротационни кинематични двойки, както е показан на Фигура. 1. Първото и петото звена ротират около вертикални оси, докато останалите три – около три успоредни хоризонтални оси.

Траекторните изследвания се отнасят до възможностите на съществуващата система за задвижване:

- a/ да реализира необходимите двигателни усилия;
- b/ да реализира необходимите скорости на звената за описване на желаните траектории;
- v/ да реализира необходимата мощност за движение по определена траектория.

Получените резултати могат да бъдат използване за широк кръг други задачи, включително якостно оразмеряване на конструкцията, но това не е обект на настоящата статия.

Конкретно ще разгледаме пренасянето на определен товар – палетна единица от едно начално положение **S**, през междинно положение **M** до едно крайно положение **E**. Във всяко едно от тези положения, позицията и ориентацията на центъра на палетната единица спрямо базовата система на манипулатора се дава посредством трансформация от вида:

$${}^0T = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_c \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_c \\ 0 & 0 & 1 & z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

където  $x_c$ ,  $y_c$  и  $z_c$  са координатите на геометричния център на палетната единица, а  $\varphi$  – ъгъла на ротация спрямо оста  $z$  минаваща през този център.

Решението на поставената задача може да бъде постигнато с използване на Нютон – Ойлеровия итеративен алгоритъм, който разглежда равновесното състояние на звената от работния орган под действието на система от статични и динамични външни сили и опорни реакции в ставите. Разполагайки локални координатни (системи свързани неподвижно към съответните звена) съгласно определени изисквания, както и номерирайки системите с възходящи поредни номера от базата към крайното звено от кинематичната верига, можем да приложим Денавит-Хартенберговата трансформация, даваща описанието на координатна система с по-висок номер относно тази с по-нисък номер – Denavit и Hartenberg (1955):

$${}^{i+1}T = \begin{pmatrix} {}^iR & {}^i\vec{P}_{i+1O} \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

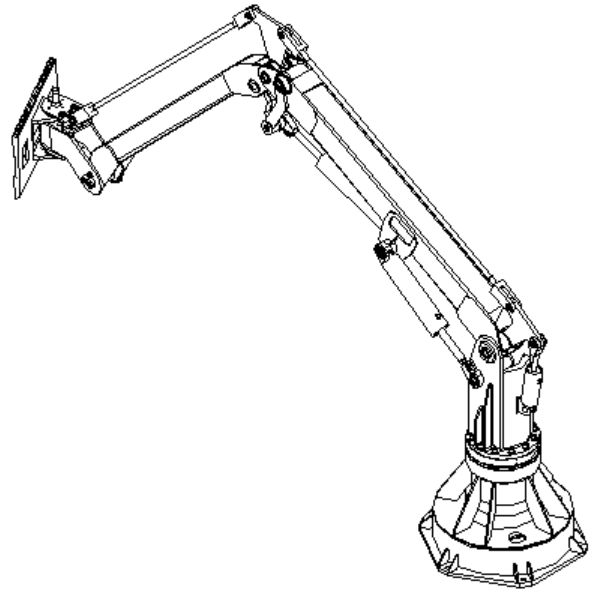
където  ${}^iR$  представлява 3x3 ротационна матрица, описваща ориентацията на координатната система свързана неподвижно с  $i+1$  – вото звено спрямо тази, свързана с  $i$  – тото звено, докато  ${}^i\vec{P}_{i+1O}$  представлява вектора на началото на  $i+1$  – вата координатна система изразен спрямо  $i$  – тата.

Задачата ще бъде решена в следната последователност:

- решаване на обратната задача на кинематиката и определяне на конкретните ъгли на относително завъртане между звената в началното, междинното и крайното положения;
- генериране на функции от времето на положението, скоростта и ускорението по всяка една степен на свобода;
- прилагане на Нютон – Ойлеровия алгоритъм за определяне на силите в ставите.

Решаването на обратната задача на кинематиката за манипулатор с пет степени на свобода и ротационни двойки е традиционна задача и се извършва при

разглеждане на позицията и ориентацията на координатната система на петото звено. Положението на товара в тази система се описва лесно. Едно допълнително



Фигура 1. Товароподемен манипулатор с пет степени на свобода

условие, при решаване на обратната задача, е изискването за хоризонтално положение на товара по време на движението. Това хоризонтално положение се осигурява по различни начини, например посредством пантографна система в конкретния случай.

Като резултат от решаването на обратната задача, за всяка от ставните променливи се получават три стойности, определящи два интервала на движение – от началното до средното и от средното до крайното положение:  $\theta_{Si} \leq \theta_i \leq \theta_{Mi}$  и  $\theta_{Mi} \leq \theta_i \leq \theta_{Ei}$ . Времето за движение във всеки участък е еднакво за всички степени на свобода и може да бъде предварително зададено, или  $0 \leq t \leq t_1$  за първия участък и  $0 \leq t \leq t_2$  за втория.

Използването на полином от трета степен като функция на положението  $\theta_i(t)$

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= a_{i0} + a_{i1}.t + a_{i2}.t^2 + a_{i3}.t^3 \\ \dot{\theta}_i(t) &= a_{i1} + 2.a_{i2}.t + 3.a_{i3}.t^2 \end{aligned} \quad (1)$$

изисква определяне на четирите коефициента на полинома в зависимост от началните и крайните условия за всеки един интервал от движението:

- за първи интервал:

$$\begin{aligned} \theta(t=0) &= \theta_S; \quad \dot{\theta}(t=0) = 0 \\ \theta(t=t_1) &= \theta_M; \quad \dot{\theta}(t=t_1) = \dot{\theta}_M \end{aligned}$$

откъдето:

$$\begin{aligned}
a_{10} &= \theta_S; & a_{11} &= 0; \\
a_{12} &= \frac{3 \cdot (\theta_M - \theta_S)}{t_1^2} - \frac{\dot{\theta}_M}{t_1}; \\
a_{13} &= -\frac{2 \cdot (\theta_M - \theta_S)}{t_1^3} + \frac{\dot{\theta}_M}{t_1^2};
\end{aligned} \tag{2}$$

- за втори интервал:

$$\begin{aligned}
\theta(t=0) &= \theta_M; & \dot{\theta}(t=0) &= \dot{\theta}_M \\
\theta(t=t_2) &= \theta_E; & \dot{\theta}(t=t_2) &= 0
\end{aligned}$$

откъдето:

$$\begin{aligned}
a_{20} &= \theta_M; & a_{21} &= \dot{\theta}_M; \\
a_{22} &= \frac{3 \cdot (\theta_E - \theta_M)}{t_2^2} - \frac{2 \cdot \dot{\theta}_M}{t_2}; \\
a_{23} &= -\frac{2 \cdot (\theta_E - \theta_M)}{t_2^3} + \frac{\dot{\theta}_M}{t_2^2};
\end{aligned} \tag{3}$$

Определянето на скоростта в междинната точка ще извършим при условието за равенство на ускорението в края на първия и началото на втория интервал на движение.

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}(t=t_1) &= \ddot{\theta}(t=0) \\
2 \cdot a_{12} + 6a_{13} \cdot t_1 &= 2 \cdot a_{22}
\end{aligned}$$

Замествайки съответните коефициенти, за скоростта в междинната точка получаваме:

$$\dot{\theta}_M = \frac{3 \cdot [t_2^2 \cdot (\theta_M - \theta_S) + t_1^2 \cdot (\theta_E - \theta_M)]}{2 \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot (t_1 + t_2)}$$

Както е отбелязано по-горе, всяко звено от манипулатора може да бъде разгледано в равновесие под действието на система от статични и динамични външни сили и опорни реакции в ставите. При товароподемните манипулатори външните статични сили се определят от масите на товара и звената. В този случай, разглеждайки равновесното състояние на последното звено от кинематичната верига ние можем да запишем:

$$\begin{aligned}
\vec{f}_5 &= -{}^0R_5 \cdot ({}^0\vec{Q} + {}^0\vec{G}_5) + \vec{F}_Q + \vec{F}_5; \\
\vec{m}_5 &= -\vec{P}_Q \times {}^5R_0 \cdot {}^0\vec{Q} - \vec{P}_{G5} \times {}^5R_0 \cdot {}^0\vec{G}_5 + \vec{M}_Q + \\
&+ \vec{M}_5 + \vec{P}_Q \times \vec{F}_Q + \vec{P}_{C5} \times \vec{F}_{C5}
\end{aligned} \tag{4}$$

В горното уравнение всички сили и моменти са изразени спрямо координатната система на петото звено и са направени следните означения:

$\vec{f}_5$  - вектор сила, приложен в началото на петата координатна система;

$\vec{m}_5$  - вектор момент, приложен в началото на петата координатна система;

${}^0\vec{Q}, {}^0\vec{G}_5$  - сили на тежестта на товара и петото звено, изразени в нулевата координатна система (координатната система на базата);

$\vec{F}_Q, \vec{F}_5$  - инерционни сили, приложени в масовите центрове на товара и петото звено вследствие линейното ускорение на звеното;

$\vec{M}_Q, \vec{M}_5$  - инерционни моменти от масите на товара и звеното вследствие на неговото ъгловото ускорение;

$\vec{P}_Q, \vec{P}_{C5}$  - вектори на положението на масовите центрове на товара и последното звено спрямо координатната система на звеното.

Очевидно, че собствените тегла на товара и звената на работния орган се описват най-лесно спрямо една неподвижна, базова координатна система. При положение, че оста Z на базовата координатна система е насочена нагоре, то ние имаме:

$${}^0\vec{Q} = [0 \quad 0 \quad -g \cdot m_Q]^T.$$

В този случай, умножението с ротационната матрица  ${}^5R_0$ , даваща ориентацията на координатната система на базата спрямо тази на последното звено изразява тези вектори в зависимост от изискването на уравнението.

Инерционните сили и моменти от своя страна могат да бъдат определени от Нютон-Ойлеровите зависимости или:

$$\begin{aligned}
\vec{F}_5 &= m_5 \cdot \dot{v}_{c5}; & \vec{F}_Q &= m_Q \cdot \dot{v}_Q; \\
\vec{M}_5 &= I_5 \cdot \dot{\omega}_5 + \omega_5 \times I_5 \cdot \omega_5; \\
\vec{M}_Q &= I_Q \cdot \dot{\omega}_5 + \omega_5 \times I_Q \cdot \omega_5;
\end{aligned} \tag{5}$$

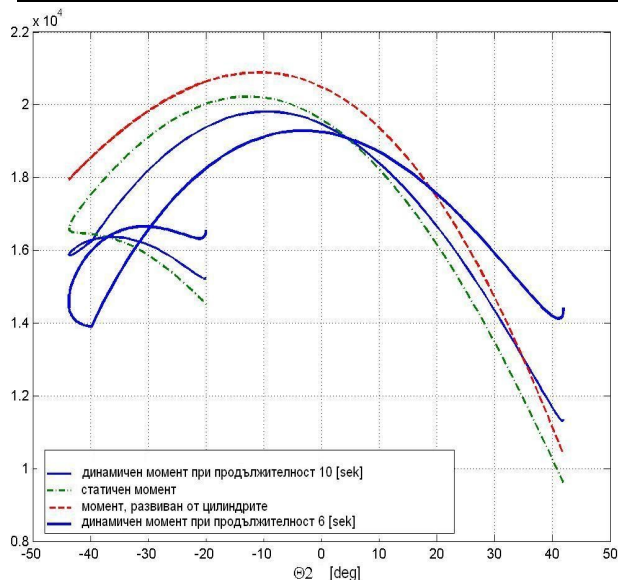
където:

$\dot{v}_{c5}, \dot{v}_Q$  - линейни ускорения на масовите центрове на товара и последното звено;

$I_5, I_Q$  - инерционни тензори на товара и звеното, изразени спрямо координатни системи с начало в масовите центрове и ориентация еднаква с тази на последното звено;

$\dot{\omega}_5, \omega_5$  - ъглово ускорение и ъглова скорост на звеното.

Изчисляването на векторите сила и момент, приложени в началото на координатната система на останалите звена (опорните реакции) ще бъде осъществено посредством последователни итерации в низходящ ред  $4 \leq i \leq 1$ :



Фигура 2 Динамични и статични моменти във втората става

$$\vec{f}_i = {}^i R_{i+1} \vec{f}_{i+1} + \vec{F}_i - {}^i R_0 \vec{G}_i;$$

$$\vec{m}_i = {}^i R_{i+1} \vec{m}_{i+1} + \vec{M}_i - \vec{P}_{Ci} \times {}^i R_0 \vec{G}_i + \vec{P}_{i+1} \times {}^i R_{i+1} \vec{f}_{i+1} + \vec{P}_{C5} \times \vec{F}_i \quad (6)$$

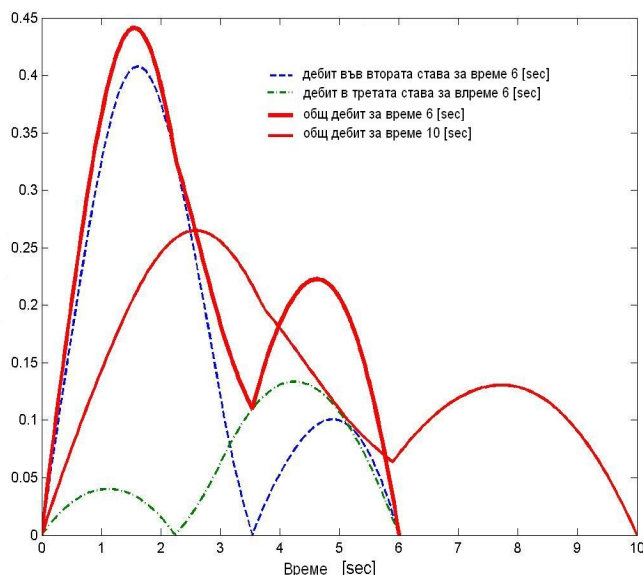
$$\vec{F}_i = m_i \cdot \dot{v}_{ci};$$

$$\vec{M}_i = I_i \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times I_i \cdot \omega_i; \quad (7)$$

Линейните и ъгловите скорости и ускорения на звената могат да бъдат определени при последователни възходящи итерации, като се има предвид, че техните значения за базовото звено са равни на нула J.Craig (1991). Стойностите на ставните променливи, техните скорости и ускорения се вземат от генерираните траектории (полиноми от трета степен) по всяка една степен на свобода (формули 1 – 3).

Векторите  $\vec{f}_i$  и  $\vec{m}_i$  имат общо шест компонента. От тези шест компонента пет се поемат от металната конструкция на манипулатора като опорни реакции, докато шестата трябва да бъде преодоляна от системата за задвижване. Тъй като ние разполагаме осите Z по осите на ротация между звената, то необходимото усилие ще се определи по зависимостта:  $\tau_i = \vec{m}_i \cdot \vec{z}_i$ ;  $\vec{z}_i = [0 \ 0 \ 1]^T$  - единичен вектор по оста  $Z_i$

На фигура 2 са представени необходимите въртящи моменти в ставата между първото и второто звена за преместване на товара по определена траектория. Усилията са изчислени по зависимости 4 – 7 при две различни времена за движение по траекторията - съответно 6 и 10 [sec]. На фигурата също така са показани статичния момент и действителния момент развиван от хидроцилиндриите в ставата като функция на ъгъла на завъртане между звената. Очевидно е, че интензификацията на процеса увеличава динамичните



Фигура 3 Необходим сумарен дебит

натоварвания, които не могат да бъдат преодоляни в определена част от траекторията.

Възможността на системата за задвижване да осъществи желани скорости на звената (определени по формули 1 – 3) са свързани преди всичко с дебита, развиван от хидравличната помпа, тъй като тя генерира дебит за задвижване на няколко звена едновременно. Определянето на необходимите дебита изисква трансформиране на ъгловите скорости на завъртане на звената в линейни скорости на хидроцилиндриите. Последното е в зависимост от вида на окачването на хидроцилиндъра към звената (директно или чрез лостова система) и параметрите на това окачване – (Григоров и Ексаров, 1981, Григоров. 1996).

На фигура 3 е представено изменението на необходимия дебит за задвижване на второто, третото и петото звена, които в конкретния случай се захранват от една помпа. От получените графики става ясно, че движение по зададената траектория с продължителност 6 [sec] не може да бъде осъществено поради невъзможност на конкретната помпа да осъществи желаните дебита.

Представената симулация и извършена чрез съставяне на изчислителна програма в среда на програмната система Matlab. Масите на звената, както и инерционните тензори са определени чрез моделиране в системата Mechanical Desktop 6

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Представена е методика за изследване възможностите на хидравлично задвижван манипулатор да осъществява пренасяне на товар по предварително определена траектория за зададено време. Тази методика се основава на сравняване действителните двигателни усилия, развивани от системата за задвижване и необходимите за преодоляване на сумата от статични и динамични сили. Допълнително сравнение

- е извършено по отношение на необходимите и действителните дебити;
2. Тази методика може да се използва на статия проектиране на съоръжението за оразмеряване на системата на задвижване или при изследване на конкретно съоръжение;
  3. Някои допълнителни резултати като изчисляване на системата от натоварвания в ставите могат да бъдат използвани за якостни проверки или оразмеряване на конструкцията на звената

## ЛИТЕРАТУРА

- Григоров Б., Пл. Ексаров 1981. Относно избора на хидроцилиндър за задвижване на звената на товароподемен манипулатор от антропоморфен тип. *Машиностроене* кн. 1.
- Григоров, Б. 1996. Кинематично изследване на товароподемен манипулатор с хидравлично задвижване. *Машиностроене*, кн. 9-10.
- Craig, J.J. 1991. Introduction to Robotics - Mechanics and Control. – Addison-Wesley Publishing company.
- Denavit, J., R.S. Hartenberg. 1955. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrixes. - *J. Applied Mechanics* June 1955.

Препоръчана за публикуване от  
катедра "Механизация на мините", МЕМФ

# TRAJECTORY INVESTIGATION OF A HYDRAULICALLY DRIVEN MANIPULATOR

Bojidar Grigorov

Stefan Asparuhov

Technical University -  
Sofia  
Sofia 1797, Bulgaria  
E-mail b.grig-  
orov@vmei.acad.bg

Technical University - Sofia  
Sofia 1797 Bulgaria

## ABSTARCT

The present work presents an investigation conducted in order to determine the abilities of loading manipulator to move a particular load along desired trajectory through space. Such a trajectory is defined via number of known path points (including initial and final positions). Each path point is represented as position and orientation of the load within the manipulator's working space according to some basic frame. The particular construction under consideration is hydraulically driven, five degree of freedom structure with revolte joints. Given the time elapsed between the path points, the necessary driving torques to counterbalance the system of external static and dynamic forces at each degree of freedom are computed. Such computations are performed using interactive Newton – Euler algorithm. The necessary flow output of the hydraulic pump to provide desired velocities of the manipulator's links is also determined. The computed required forces and flow are compared to the actual parameters of the manipulator in order to evaluate the capabilities of concrete installation to follow predefined trajectory in space.

Trajectory as stated in robotics refer to a time history of position, velocity and acceleration for each degree of freedom. These functions are determined by taking into account a number of known positions and orientations of the tool, load or the last link of manipulator, i.e. the basic problem is to move the manipulator from one initial to one final position. Note that, in general, this motion involves change in position, but change in orientation as well relative to some basic frame. Sometimes the trajectory can be specified in more details as sequence of "via points" are given in addition to the starting and ending positions. All the starting, ending locations as well as the "via points" are referred as "trajectory points". We can also include the time factor – a time interval required to complete the motion via the set of trajectory points.

It is obvious, that while in motion, the links of the manipulator are subjected to a system of external forces – both static and dynamic. This is quite true for heavy duty loading equipment, designed to lift and transport considerable loads. In such cases the mass of the links could not be negligible. The set of external forces produces reactions – three dimensional torque and force vectors at each joint. All components of these force and moment vectors are resisted by the structure of the mechanism itself, except for the torque about the joint axis, which is balanced by the hydraulic system actuators.

On the other hand, there is constant desire to intensify the working process mainly by increasing link's velocity and thus reducing the working cycle. This leads however to increasing accelerations and escalating dynamic forces and thus – to the greater stress upon the construction.

In general, the universal loading manipulators are intended to perform large scope of activities, including some purely technological tasks. This is why the structure and the driving system are designed having in mind some general requirements, sometimes without regard to any specific applications. When going to specific tasks however, it is necessary to conduct some kind of investigations upon the given construction. Such investigation can be the study of the manipulator's ability to maintain given trajectory in space. This involves not only the ability of the driving system to generate

the necessary forces (torques with revolte joints) and velocities at each joint, but the strength of the structure as well.

The present paper is dedicated to trajectory investigation of five degree of freedom, hydraulically driven loading manipulator with revolte joints as shown on Figure 1. The first and the fifth link rotate about vertical axes, while the others arms – about three parallel horizontal axes.

The trajectory investigations are conducted by means of computer simulation and treat the capacity of the existing driving system to:

- generate the necessary driving forces (torques) in order to balance the set of external static and dynamic forces;
- generate the necessary velocities of arms in order to maintain desired trajectory;
- generate desired output power.

The acquired result from such a simulation could be easily utilized in wide area of additional research tasks, including stress analysis, which is out of the scope of this work.

Specifically we will consider transportation of a particular load with defined mass and dimensions from one starting location **S**, via some middle point **M** (without stopping there), to a particular final position **E**. For every one of these trajectory points, the position and orientation of the gravity center of the load in respect to the base coordinate system is known and given by transformation matrix:

$${}^0_Q T = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & x_c \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & y_c \\ 0 & 0 & 1 & z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Where  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $z_c$  and are the coordinates of the load's center of gravity, while  $\varphi$  represents the rotational angle about the vertical axis passing through that center.

The solution of the present task will be achieved utilizing the Newton – Euler interactive algorithm, which regards the state of

static equilibrium of each manipulator's link under arrangement of external static and dynamic forces and reactions in joints. Numbering the links in ascending order starting from the immobile base of the manipulator and placing the local frames (connected rigidly to respective arms) in accordance to some rules, we can apply the Denavit-Hartenberg's transformation which gives the description between two neighboring frames: - Denavit and Hartenberg, 1955

$${}^{i+1}T_i = \begin{pmatrix} {}^iR_{i+1} & {}^i\vec{P}_{i+1O} \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

where  ${}^iR_{i+1}$  is rotational 3x3 matrix describing the orientation between  $i+1$ -th and  $i$ -th frames, and  ${}^i\vec{P}_{i+1O}$  is the  $i+1$  frame's origin vector described in respect to the  $i$  th coordinate system

### THE TASK OF SIMULATION WILL BE PERFORMED IN THE FOLLOWING ORDER:

- solving the inverse problem of manipulator kinematics. This will give a positional vector in joint space (five dimensional vector with particular values for each joint angle) corresponding to the starting middle and final trajectory points;
- generating time dependant functions for position, velocity and acceleration for each joint angle while passing between the trajectory points;
- applying the Newton – Euler interactive algorithm in order to determine the dual force-moment vectors acting in each joint.

Solving the inverse problem of manipulator kinematics is routine tasks and can be done considering the position and orientation of the fifth arm's coordinate system in respect to the base frame of the manipulator. The location of the load in this fifth frame has elementary description. One additional condition which somehow simplifies the solution is the fact that the load must be maintained in horizontal orientation during the motion. That condition could be ensured by different techniques (using the pantograph system for this particular example), and provides one simple dependency between joint variables.

The inverse problem solution produces as a result three values for each joint variable which values correspond to the given trajectory points. Hence the joint variable will vary  $\theta_{S_i} \leq \theta_i \leq \theta_{M_i}$  for the first section of the motion (from the start to the middle position) and  $\theta_{M_i} \leq \theta_i \leq \theta_{E_i}$  for the second section.

The time elapsed between the trajectory points will be also considered as specified and we will denote  $0 \leq t \leq t_1$  for the first section and for  $0 \leq t \leq t_2$  the second section respectively.

To assure the smooth motion between the points, third order polynomials will be used to specify the time dependent position for each joint variable  $\theta_i(t)$ .

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= a_{i0} + a_{i1}.t + a_{i2}.t^2 + a_{i3}.t^3 \\ \dot{\theta}_i(t) &= a_{i1} + 2.a_{i2}.t + 3.a_{i3}.t^2 \end{aligned} \quad (1)$$

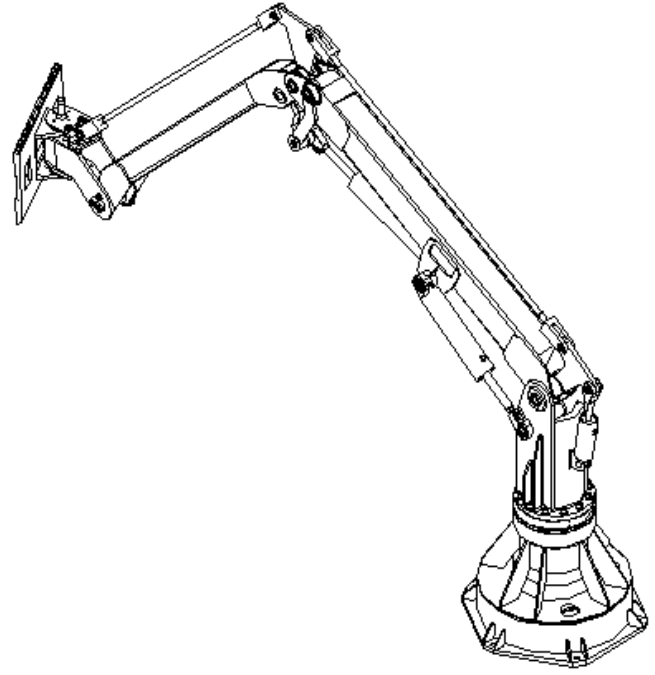


Figure 1. Five degree of freedom loading

The forth polynomial coefficients will be computed using the initial and final values of the function which are known:

1. for the first section

$$\begin{aligned} \theta(t=0) &= \theta_S; & \dot{\theta}(t=0) &= 0 \\ \theta(t=t_1) &= \theta_M; & \dot{\theta}(t=t_1) &= \dot{\theta}_M \end{aligned}$$

whence:

$$\begin{aligned} a_{10} &= \theta_S; & a_{11} &= 0; \\ a_{12} &= \frac{3.(\theta_M - \theta_S)}{t_1^2} - \frac{\dot{\theta}_M}{t_1}; \\ a_{13} &= -\frac{2.(\theta_M - \theta_S)}{t_1^3} + \frac{\dot{\theta}_M}{t_1^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

2. for the second section:

$$\begin{aligned} \theta(t=0) &= \theta_M; & \dot{\theta}(t=0) &= \dot{\theta}_M \\ \theta(t=t_2) &= \theta_E; & \dot{\theta}(t=t_2) &= 0 \end{aligned}$$

whence



$$\begin{aligned}
a_{20} &= \theta_{\dot{M}}; & a_{21} &= \dot{\theta}_{\dot{M}}; \\
a_{22} &= \frac{3.(\theta_E - \theta_M)}{t_2^2} - \frac{2.\dot{\theta}_M}{t_2}; \\
a_{23} &= -\frac{2.(\theta_E - \theta_M)}{t_2^3} + \frac{\dot{\theta}_M}{t_2^2};
\end{aligned} \tag{3}$$

We can compute the desired velocity at the “via point” assuming the equality of the acceleration at the end of the first section and the beginning of the second section.

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}(t = t_1) &= \ddot{\theta}(t = 0) \\
2.a_{12} + 6.a_{13}.t_1 &= 2.a_{22}
\end{aligned}$$

Substituting the coefficients for the middle point we obtain:

$$\dot{\theta}_M = \frac{3.[t_2^2.(\theta_M - \theta_S) + t_1^2.(\theta_E - \theta_M)]}{2.t_1.t_2.(t_1 + t_2)}$$

As it was mentioned above, each link of the manipulator could be regarded as in equilibrium when subjected to a set of external forces and joint reactions. When a particular load is being transported, the masses of the load itself and manipulator’s arms represent the static external forces. Additional dynamic components are applied at mass centers due to the acceleration of the arms. Considering the balance of the last arm from the kinematical chain we can write:

$$\begin{aligned}
\vec{f}_5 &= - {}^5R.({}^0\vec{Q} + {}^0\vec{G}_5) + \vec{F}_Q + \vec{F}_5; \\
\vec{m}_5 &= - \vec{P}_Q \times {}^5R.{}^0\vec{Q} - \vec{P}_{G5} \times {}^5R.{}^0\vec{G}_5 + \vec{M}_Q + \\
&+ \vec{M}_5 + \vec{P}_Q \times \vec{F}_Q + \vec{P}_{C5} \times \vec{F}_{C5}
\end{aligned} \tag{4}$$

In the above equation all force and moment vectors are expressed in terms of the coordinate system of the fifth link. Here the following notations are made:

$\vec{f}_5$  - force vector applied at the fifth frame origin;

$\vec{m}_5$  - moment vector applied at the fifth frame origin;

${}^0\vec{Q}$ ,  ${}^0\vec{G}_5$  - weights of the load and the link as vectors expressed in the base, motionless coordinate system;

$\vec{F}_Q$ ,  $\vec{F}_5$  - dynamic forces applied at the mass centers of the load and the fifth link owing to the linear acceleration of the link (three dimensional vectors);

$\vec{M}_Q$ ,  $\vec{M}_5$  - dynamic moments acting on the load and the link owing to the angular acceleration of the link (three dimensional vectors);

$\vec{P}_Q$ ,  $\vec{P}_{C5}$  - positional vectors specifying the gravity centers locations of the load and the fifth link, expressed in respect to the same coordinate system.

It is natural that the weights of the load and each arm of the manipulator are best known in the base coordinate system, where the Z axis points vertically upwards. Then we can write a simple description:  ${}^0\vec{Q} = [0 \ 0 \ -g.m_Q]^T$  In this case the rotational matrix  ${}^5R$  gives the description of these vectors in respect to the fifth coordinate system, which is in accordance to the equation requirements.

### WE WILL USE THE NEWTON-EULER EQUATIONS TO COMPUTE THE DYNAMIC FORCE AND MOMENT, CRAIG (1991):

$$\begin{aligned}
\vec{F}_5 &= m_5.\dot{v}_{c5}; & \vec{F}_Q &= m_Q.\dot{v}_Q; \\
\vec{M}_5 &= I_5.\dot{\omega}_5 + \omega_5 \times I_5.\omega_5; \\
\vec{M}_Q &= I_Q.\dot{\omega}_5 + \omega_5 \times I_Q.\omega_5;
\end{aligned} \tag{5}$$

where:

$\dot{v}_{c5}$ ,  $\dot{v}_Q$  - linear acceleration of the mass centers of the load and manipulator’s link;

$I_5$ ,  $I_Q$  - inertia tensor of the load and the link in respect to the coordinate systems with origins at the mass centers, having the same orientation as the link’s frame]

$\dot{\omega}_5$ ,  $\omega_5$  - angular acceleration and angular velocity of the link.

Using the inward iterations we can compute the force and moment vectors as reactions at each successive joint in descending order

$$4 \leq i \leq 1:$$

$$\begin{aligned}
\vec{f}_i &= {}^{i+1}R.\vec{f}_{i+1} + \vec{F}_i - {}^iR.{}^0\vec{G}_i; \\
\vec{m}_i &= {}^{i+1}R.\vec{m}_{i+1} + \vec{M}_i - \vec{P}_{Ci} \times {}^iR.{}^0\vec{G}_i + \\
&+ \vec{P}_{i+1} \times {}^{i+1}R.\vec{f}_{i+1} + \vec{P}_{C5} \times \vec{F}_i
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
\vec{F}_i &= m_i.\dot{v}_{ci}; \\
\vec{M}_i &= I_i.\dot{\omega}_i + \omega_i \times I_i.\omega_i;
\end{aligned} \tag{7}$$

Linear and angular velocities and accelerations of each link can be determined by outward iterations, having in mind that their values for the base frame are equal to zero, Craig (1991).

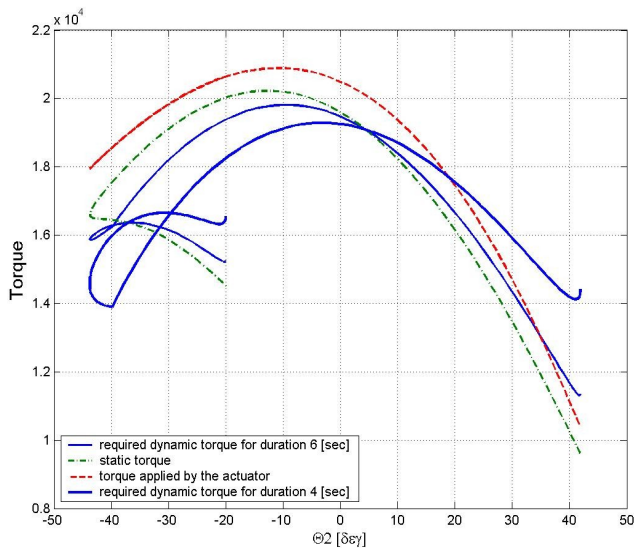


Figure 2 Static and dynamic torques at the second joint [N.m] The values for the joint variables, their velocities and accelerations at each moment of time are taken from generated trajectories (third order polynomials) for each degree of freedom (formulas 1-3).

Between them vectors  $\vec{f}_i$  and  $\vec{m}_i$  have six components altogether. All these components are resisted by the structure of the mechanism itself except for the torque about the joint axis, which is to be counterbalanced by the driving system's actuator. As we place local Z axes along the axes of rotation between arms, the necessary torque, required to maintain the static equilibrium, will be determined by the dot product of the joint axis vector with the moment vector:  $\tau_i = \vec{m}_i \cdot \vec{z}_i$ ;  $\vec{z}_i = [0 \ 0 \ 1]^T$ .

Figure 2 shows the necessary torques to be applied by the driving system at the second joint (rotation about the first horizontal axis), while moving the load along predetermined trajectory in space. Two sets of values are computed applying the above described simulation method (formulas 4 – 7) – one for the overall duration of the motion of 6 seconds and one for the duration of 10 seconds. The necessary static torque as well as the actual torque, applied by the driving system's actuators are also shown there. It is clearly visible, that increasing the process by reducing the time elapsed leads to greater dynamic loads which can not be balanced by the existing driving system at some part of the trajectory and thus rendering such a trajectory unfeasible.

The ability of the driving system to provide desired link velocities (computed by formulas 1-3) depends mainly on the flow produced by the hydraulic pump, which usually generates flow needed to power several actuators at the same time. Determining the necessary flow requires transforming the angular velocities in joints to linear velocities of hydraulic actuators as soon as linear actuators are used to drive rotational joints. The schemes used to attach the linear actuators to the manipulator's arms (directly or using a kind of leverage) as well as the parameters of the attachments are paramount in such transformations. (Grigorov and Eksarov, 1981, Grigorov 1996).

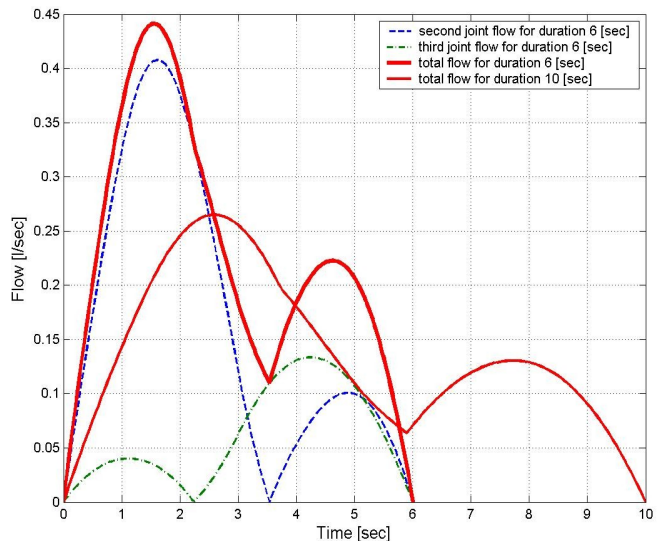


Figure 3 Desired overall flow [l/sec]

Figure 3 gives graphical representation of the flow necessary to drive the second, third and fifth links of the manipulator while moving along the same trajectory. Analyzing the graphs, one can see that moving along the path in 6 seconds interval could not be achieved because of the lack of the actual pump to supply desired flow.

The simulation presented is made by programming in Matlab mathematical package environment. The masses and center of gravity locations of the manipulator links as well as inertia tensors are determined through creating 3D models in Mechanical Desktop 6 CAD package

## CONCLUSIONS

- A method to investigate the capability of hydraulically driven manipulator to transport a load along given trajectory in space is presented. This method is based on comparing the actual driving torques applied by the hydraulic actuators in each joint to the torques necessary to counterbalance the sum of static and dynamic forces acting on links and the load during the motion. One additional comparison is made regarding the flow supplied by the pump and the flow needed to provide desired velocities of the manipulator's links.
- This method can be used to investigate a real machine as well as in the design stage in order to choose suitable driving system parameters, provided a concrete application for the manipulator is given.
- Some additional results such as computing the reaction forces in each joint can be utilized for other purposes such as stress analysis or mechanical design of manipulator's links.

## REFERENCES

- Григоров Б., Пл. Ексаров 1981. Относно избора на хидроцилиндър за задвижване на звената на товароподемнен манипулатор от антропоморфен тип. *Машиностроене кн. 1.*

Григоров, Б. 1996. Кинематично изследване на товароподемен манипулатор с хидравлично задвижване. *Машиностроене, кн. 9-10*.

Craig, J.J. 1991. Introduction to Robotics - Mechanics and Control. – Addison-Wesley Publishing company.

Denavit, J., R.S. Hartenberg. 1955. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrixes. - *J. Applied Mechanics June 1955*.

*Recommended for publication by Department of  
Mine Mechanization, Faculty of Mining Electromechanics*